РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

О Т Ч Ё Т

Института вычислительной математики
о научной и научно-организационной
деятельности в 2003 году

Москва — 2004

Содержание

1. Результаты фундаментальных и прикладных исследований ИВМ РАН, имеющие первостепенное значение

В 2003 году в Институте вычислительной математики РАН получены следующие результаты первостепенной важности, определяющие развитие вычислительной математики и математического моделирования в мировом масштабе. Эти результаты рекомендованы Ученым советом ИВМ РАН (на заседании 9 декабря 2003 года, протокол N 19) к включению в список лучших работ Российской академии наук 2003 года.

1.1. В области вычислительной математики

Для широкого класса плотных матриц (дискретных аналогов типичных интегральных операторов) получены эффективные методы нелинейной аппроксимации, позволившие решать линейные системы с числом неизвестных более 1 миллиона за 15-30 минут даже на персональном компьютере.

Аннотация

Для широкого класса матриц (дискретных аналогов типичных интегральных операторов) установлена возможность аппроксимации суммой прямых произведений матриц меньшего размера. Получены оценки числа членов (тензорного ранга) и соответствующей погрешности. Показано, что тензорные аппроксимации как метод сжатия данных обеспечивают сверхлинейное сжатие, а специальное строение кронекеровских факторов приводит к методам приближенного матрично-векторного умножения с почти линейной сложностью. Предложены эффективные алгоритмы аппроксимации, использующие относительно малую часть строк и столбцов исходной матрицы. На основе тензорных аппроксимаций, дискретных преобразований вейвлетовского типа и многоуровневых блочно циркулянтных предобусловливателей разработан метод решения систем линейных алгебраических уравнений с большими плотными матрицами, позволивший решать системы с числом неизвестных более 1 миллиона за 15-30 минут даже на персональном компьютере.

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е.

2. Крупные результаты научных исследований ИВМ РАН

2.1. В области вычислительной математики

Для экстремальных ЧМБС-многочленов и весовых функций четырех родов получены: единая формула для фазовой функции, оптимальные узлы интерполяции с весом, явные формулы для параметров квадратурных формул типа Гаусса, Лобатто, Радо, Маркова для вычисления интегралов с весом и сингулярных интегралов, определены параметры итерационных методов.

Аннотация

Дано развитие общей теории экстремальных ЧМБС-многочленов. Использование зависящих от параметров весовых функций позволило более точно учесть априорную информацию о свойствах класса искомых решений. Решена задача о распределении узлов интерполяции, дающем наилучшее взвешенное на отрезке приближение. Получены явные формулы для параметров квадратурных формул повышенной точности типа Гаусса, Лобатто, Радо, Маркова точные для интегралов с чебышёвскими весами от дробно-рациональных функций. Определены параметры чебышёвских итерационных методов, оптимально уменьшающих ошибку по сравнению с начальной ошибкой, заданных в различных полиномиальных нормах. Для каждого уровня метода Федоренко-Бахвалова предложены наборы итерационных параметров, учитывающих результаты предыдущих вычислений.

Научный руководитель работ – гл.н.с., д.ф.-м.н. Лебедев В.И.

Получены представления пространств модулей вещественных гиперэллиптических кривых в приложении к вычислению экстремальных многочленов. Рассмотрено разбиение пространства модулей таких кривых на клетки, перечисляемые деревьями. Перечислены общие экстремальные многочлены с помощью взвешенных графов.

Аннотация

Классические многочлены Чебышёва и Золотарёва – это две первые ступени в иерархии экстремальных многочленов (ЭМ), являющихся типичными решениями различных задач об условной минимизации max-нормы в пространстве многочленов. В общем случае такие многочлены связаны с вещественными гиперэллиптическими кривыми, род которых нумерует ступени иерархии. Рассмотрены представления пространств модулей этих кривых в приложении к вычислению экстремальных многочленов. Униформизуя кривые специальными группами Шоттки, получены эффективно вычисляемые параметрические выражения для ЭМ в терминах линейных рядов Пуанкаре. Рассмотрено разбиение пространства модулей таких кривых на клетки, перечисляемые деревьями. В качестве приложения этой техники явно вычислен образ отображения периодов, заданного на универсальной накрывающей пространства модулей. Дополнительно перечислены экстремальные многочлены с помощью взвешенных графов.

Научный руководитель работ – гл.н.с., д.ф.-м.н. Лебедев В.И.

Получено математическое обоснование метода построения квазитрехмерных отображений областей произвольной размерности.

Аннотация

Разработано математическое обоснование метода построения квазиизометричных отображений областей произвольной размерности. Квазиизометричные отображения получаются как минимумы поливыпуклого барьерного функционала. Результат имеет приложения при построении сеток на поверхностях сложной формы. Работа проведена совместно с Вычислительным центром Российской академии наук (Гаранжа В.А., Замарашкин Н.Л.).

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е.

Построены методы вычисления интегралов Фурье, эффективные при высоких частотах и для функций, аппроксимируемых произведением многочлена и экспоненты.

Аннотация

Построены методы вычисления интегралов Фурье, эффективные при высоких частотах и для функций, аппроксимируемых произведением многочлена и экспоненты. Методы основаны на специальном представлении интерполяционного многочлена с использованием ортогональных многочленов Лагерра и Лежандра. При практическом решении некоторых квазитрехмерных задач электродинамики в неоднородых средах с магнито-индукционными источниками новый метод заметно лучше классического метода Чебышева-Лагерра.

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е.

Исследован класс обратных задач и задач управления для стационарной системы Стокса, возмущенной линейным кососимметрическим оператором; разработаны итерационные методы решения задач, базирующиеся на теории оптимального управления и теории прямых и сопряженных уравнений.

Аннотация

Класс математических задач геофизической гидродинамики описывается стационарной системой уравнений Стокса, возмущенной кососимметрическим ограниченным оператором. Помимо вектора скорости и давления здесь неизвестными могут быть функции источников, сосредоточенных в некоторой подобласти ("область управления") из области, в которой решается вся задача. Для замыкания задачи могут быть введены "условия наблюдения"вектора скорости в подобласти ("область наблюдения"), в общем случае не совпадающей с "областью управления". Подобные задачи возникают в теории обратных задач, в теории управления и в проблемах усвоения данных наблюдений. Для этого класса задач исследованы проблемы единственности решений и плотной разрешимости задачи. Показано, что решение этих проблем зависит от взаимоотношения областей управления и наблюдения.

Для рассматриваемого класса задач предложены и обоснованы итерационные алгоритмы их численного решения. Эти алгоритмы сводят процесс решения всей задачи к решению последовательности прямых и сопряженных задач для уравнений Стокса, возмущенных кососимметрическим оператором. Для численного решения данных задач также предложены и обоснованы итерационные алгоритмы решения, состоящие в последовательном численном решении "классических"эллиптических задач, что завершает формулировку алгоритмов численного решения исходных обратных задач или задач управления. Показано, что для обоснования алгоритмов решения исходных задач существенное значение имеют установленные результаты единственности решений и плотной разрешимости рассматриваемых задач.

Ряд теоретических результатов подтверждён численными экспериментами.

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Агошков В.И.

2.2. В области математического моделирования

Разработаны негидростатические вихреразрешающие трехмерные модели пограничных слоев атмосферы и океана.

Аннотация

Эти модели, реализованные на вычислительных системах параллельной архитектуры, способны воспроизводить крупномасштабные (сравнимые с толщиной перемешанных слоев) вихревые структуры, обусловленные как термической конвекцией, так и сдвигом скорости. Модели объединены в совместную модель взаимодействующих пограничных слоев. Взаимодействие между моделями осуществляется за счет обмена потоками импульса, тепла и влаги через поверхность раздела вода-воздух. При построении моделей использовалась методология вихреразрешающего моделирования, согласно которой крупномасштабные вихри, играющие важную роль в переносе импульса, тепла и соли (или влаги), внутри пограничных слоев описываются явно. Для учета мелкомасштабной (с пространственными масштабами меньшими, чем размер ячейки сетки модели) изотропной турбулентности применяются параметризации, связывающие энергию подсеточных движений с характеристиками более медленных процессов. Модель верхнего слоя океана обобщена на случай мелкого моря при наличии дна произвольной топографии. Проведен ряд численных экспериментов с полученными моделями, в которых удалось воспроизвести движения, подобные наблюдаемым в природе вихрям в атмосфере и океане.

Научный руководитель работ – гл.н.с., чл.-корр. РАН Лыкосов В.Н.

Создана и верифицирована (по доступным данным наблюдений) численная модель динамики Индийского океана высокого пространственного разрешения.

Аннотация

Построена численная модель динамики Индийского океана высокого пространственного разрешения: 1/8*1/12*21 (долгота*широта*глубина). Проведен численный эксперимент по моделированию муссонной циркуляции Индийского океана при заданном на поверхности сезонном ходе напряжения трения ветра, температуры (потока тепла) и солености. Эксперимент продемонстрировал высокую вычислительную эффективность модели. Сравнение результатов расчетов с данными наблюдений (Shankar et al., 2001) показало, что модель адекватно воспроизводит изменчивость муссонной циркуляции Аравийского моря и Бенгальского залива. Динамика морских течений характеризуется высокой вихревой активностью как в открытом океане, так и в его прибрежных районах и в глубоких слоях.

Проведенный расчет является первым этапом решения задачи инициализации гидрологических полей Индийского океана. Результаты расчета в дальнейшем будут использованы для верификации модели вариационного усвоения данных наблюдений.

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Залесный В.Б.

Построены и исследованы математические модели иммунной системы и системы поддержания энергетического гомеостаза, описывающие фундаментальные процессы адаптации и старения.

Аннотация

Модель старения иммунной системы описывает возрастную динамику количества клеток памяти, наивных лимфоцитов, их репликативного потенциала, а также скорости притока наивных лимфоцитов из тимуса. Модель описывает экспериментальные данные и позволяет исследовать влияние внешних воздействий, инфекционных заболеваний и лечения на скорость старения иммунитета. В частности, получены оценки распределения времени жизни клеток памяти и его зависимости от величины антигенной нагрузки.

Модель системы поддержания энергетического гомеостаза описывает фундаментальные процессы преобразования и потребления энергии в живых системах. В качестве основного механизма повреждения метаболической машины рассматривается действие радикалов кислорода, образующихся при окислении питательных веществ. Модель описывает процессы адаптации к изменяющимся физическим нагрузкам, их влияние на продолжительность жизни. Модель также позволяет исследовать влияние ограничения калорийности питания и стохастичности среды на продолжительность жизни и основные параметры энергетического метаболизма.

Исследование этих моделей позволяет лучше понять процессы, влияющие на продолжительность жизни и закономерности адаптации человека к изменениям среды обитания, выбрать эффективные методы коррекции.

Научный руководитель работ – вед.н.с., д.ф.-м.н. Романюха А.А.

3. Основные исследования и разработки ИВМ РАН, готовые к практическому применению

Создана вычислительно эффективная полулагранжева трехмерная модель численного прогноза погоды. Отличительными особенностями данной модели являются применение компактных разностей четвертого порядка на несмещенной сетке для аппроксимации неадвективных слагаемых и использование вертикальной компоненты абсолютного вихря и дивергенции в качестве прогностических переменных. Модель принята к испытаниям в Гидрометцентре Российской Федерации.

Аннотация

Для глобального прогноза на срок до пяти дней и регионального прогноза с более высоким разрешением на срок до двух-трех дней используется одна и та же модель, сформулированная на регулярной широтно-долготной сетке. В первом случае разрешение по долготе и широте постоянно, во втором случае для достижения локально высокого разрешения в интересующем регионе (Россия) используется переменное разрешение по широте. Использование одной и той же модели для решения двух задач позволяет достичь существенной экономии при разработке, эксплуатации, сопровождении и дальнейшем развитии модели.

Результаты проверки модели в версиях с постоянным и переменным разрешением по широте на пятидневных прогнозах по данным Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды подтвердили высокую точность модели.

Созданный программный комплекс модели был успешно реализован на параллельных вычислительных системах с распределенной памятью. Это дает возможность повысить разрешение модели, а значит, улучшить качество прогнозов погоды.

Совместно с сотрудниками Гидрометцентра создана единая технология среднесрочного и краткосрочного прогноза на основе трехмерной модели с постоянным и переменным разрешением соответственно. Технология использует объективный анализ Гидрометцентра РФ, основанный на алгоритме оптимальной интерполяции. Результаты авторских испытаний в Гидрометцентре показали вполне удовлетворительное качество работы системы.

В настоящее время версии модели с постоянным разрешением (0,9 градуса по долготе, 0,72 градуса по широте и 28 уровней по вертикали) и с переменным разрешением приняты к квазиоперативным испытаниям в Гидрометцентре РФ для прогноза на 5 и 3 суток соответственно.

Руководитель работ – вед.н.с.,д.ф.-м.н. Толстых М.А.

Разработана глобальная модель общей циркуляции тропосферы, стратосферы и мезосферы (до высот 90 км) с включением кинетики и переноса малых газовых примесей (озон, углекислый газ, метан и др.)

Аннотация

Модель кинетики и переноса малых газовых примесей реализована в квазидвумерном приближении (широтно-высотная циркуляция примесей вычисляется по трехмерным полям скоростей, генерируемых моделью общей циркуляции атмосферы). Проведены численные эксперименты по воспроизведению динамики озона за период 1979-2003 гг. Результаты численных экспериментов показали хорошее согласие с данными наблюдений.

Научный руководитель работ – гл.н.с., академик Дымников В.П.

4. Результаты исследований по актуальным направлениям, полученные сотрудниками ИВМ РАН

В 2003 году в ИВМ РАН проводились исследования по актуальным направлениям вычислительной математики, математического моделирования и их приложениям.

В области вычислительной математики получены следующие результаты.

Тема "Оптимальные методы в задачах вычислительной математики"

Для экстремальных ЧМБС-многочленов и весовых функций четырех родов получены: единая формула для фазовой функции, оптимальные узлы интерполяции с весом, явные формулы для параметров квадратурных формул типа Гаусса, Лобатто, Радо, Маркова для вычисления интегралов с весом и сингулярных интегралов, определены параметры итерационных методов, оптимально уменьшающих ошибку по сравнению с начальной ошибкой (гл.н.с., д.ф.-м.н. Лебедев В.И.).

Методика осреднения процессов в периодических средах применена для построения уравнений высокого порядка точности для поперечных колебаний тонкой плоской однородной изотропной пластины. Построены математически строго обоснованные уравнения четвертого, шестого и восьмого порядков точности по отношению к малому параметру — отношению толщины пластины к характерной длине распространяющейся волны. Проведено сравнение с известными уравнениями высокого порядка точности (гл.н.с.. академик Бахвалов Н.С.).

Рассмотрены представления пространств модулей вещественных гиперэллиптических кривых в приложении к вычислению экстремальных многочленов. Рассмотрено разбиение пространства модулей таких кривых на клетки, перечисляемые деревьями. Перечислены общие экстремальные многочлены с помощью взвешенных графов (вед.н.с., д.ф.-м.н. Богатырев А.Б.).

Предложено обобщение псевдоспектра, позволяющее учитывать специфику возмущений. Показано, что обобщенный псевдоспектр обладает многими свойствами обычного псевдоспектра, а связанные с его построением вычисления можно выполнять с помощью известных алгоритмов (вед.н.с., д.ф.-м.н. Нечепуренко Ю.М.).

Для невырожденной системы линейных уравнений с симметричной незнакоопределенной матрицей блочной формы рассматривалась процедура предобусловливания с помощью матрицы, имеющей аналогичную (седловую) структуру. Проведена оптимизация спектральной характеристики обусловленности при наличии априорной информации о константах спектральной эквивалентности предобусловливающих подматриц (вед.н.с., д.ф.-м.н. Чижонков Е.В.).

Тема "Создание программной среды для исследования информационных свойств программ и алгоритмов"

Разработана новая версия информационно-справочной системы для создания электронных энциклопедий и электронных учебников в области математики и информатики. В этой версии значительно расширен блок визуализации причинно-следственных связей между отдельными статьями (гл.н.с., академик Воеводин В.В.).

Подготовлено расширение методики исследования для распараллеливания и оптимизации широкого класса программ, не входящего в линейный класс, на основе введения понятия "монотонность на лексикографическом порядке" и формализации ряда преобразований. Проведена частичная автоматизация методики. Рассмотрен и преобразован ряд программных систем (с.н.с., к.ф.-м.н. Фролов А.В.).

Тема "Матричные методы и интегральные уравнения"

Для широкого класса матриц (дискретных аналогов типичных интегральных операторов) установлена возможность аппроксимации суммой прямых произведений матриц меньшего размера. Получены оценки числа членов (тензорного ранга) и соответствующей погрешности. Показано, что тензорные аппроксимации как метод сжатия данных обеспечивают сверхлинейное сжатие, а специальное строение кронекеровских факторов приводит к методам приближенного матрично-векторного умножения с почти линейной сложностью (вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е.).

Построены методы вычисления интегралов Фурье, эффективные при высоких частотах и для функций, аппроксимируемых произведением многочлена и экспоненты. Методы основаны на специальном представлении интерполярного многочлена с использованием ортогональных многочленов Лагерра и Лежандра. При практическом решении некоторых квазитрехмерных задач электродинамики в неоднородных средах с магнито-индукционными источниками новый метод заметно лучше классического метода Чебышева-Лагерра (вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е.).

Разработано математическое обоснование метода построения квазиизометричных отображений областей произвольной размерности. Квазиизометричные отображения получаются как минимумы поливыпуклого барьерного функционала. Результат имеет приложения при построении сеток на поверхностях сложной формы. Работа проведена совместно с Вычислительным центром Российской академии наук (с.н.с., к.ф.-м.н. Замарашкин Н.Л., Гаранжа В.А.).

Построены эффективные алгоритмы вычисления электродвижущей силы в квазитрехмерном случае на основе метода интегральных уравнений с использованием тригонометрических многочленов, точного вычисления матричных элементов на окружностях, новых методов вычисления интегралов Фурье при сведении задачи к двумерным задачам и при вычислении функции Грина для слоистой среды и блочно-циркулянтного предобусловливания с применением метода минимальных невязок (вед.н.с., д.ф.-м.н. Тыртышников Е.Е., н.с., к.ф.-м.н. Горейнов С.А.).

Разработан алгоритм построения конформной треугольной квазииерархической сетки, аппроксимирующей с заданной точностью заранее предписанное множество ломаных и получающейся из заданной конформной треугольной начальной сетки путем выполнения операций сдвигов узлов и бисекций треугольников (н.с., к.ф.-м.н. Чугунов В.Н.).

Построена теория пространств дробных отношений периодических функций и исследованы дискретные операторы в этих пространствах.

Дано математическое обоснование метода дискретных вихревых пар численного решения гиперсингулярных интегральных уравнений на гладких замкнутых контурах и метода дискретных замкнутых вихревых рамок на торе.

Для интегралов, содержащих осциллирующую экспоненту, предложены новые квадратурные формулы их вычисления (гл.н.с.,д.ф.-м.н. Лифанов И.К.).

Для изучения распространения звука в мелком море с помощью метода дискретных особенностей решена краевая задача Неймана при произвольной гладкой поверхности (гл.н.с., д.ф.-м.н. Лифанов И.К., мл.н.с., к.ф.-м.н. Ставцев С.Л.).

Тема "Разработка эффективных численных методов решения эллиптических задач и уравнений Навье-Стокса"

Для схемы расщепления Гловинского решения системы нестационарных уравнений Навье-Стокса предложена модификация, допускающая более простое распараллеливание и обеспечивающая второй порядок аппроксимации по времени (вед.н.с., д.ф.-м.н. Кобельков Г.М.).

Разработан комплекс программ для параллельных ЭВМ для эффективного решения задач, возникающих при конечноэлементной аппроксимации эллиптических уравнений на адаптивной сгущающейся сетке, используемой для моделирования Мирового океана (с.н.с., к.ф.-м.н. Богачёв К.Ю.).

Разработаны новые итерационные технологии решения линейных систем, возникающих при использовании различных аппроксимаций уравнений разных типов, заданных в разных зонах расчетной области. Разработана технология адаптивного параллельного решения нестационарных краевых задач на неструктурированных сетках (с.н.с., к.ф.-м.н. Василевский Ю.В.).

Тема "Сопряженные уравнения и методы теории управления в нелинейных задачах математической физики"

Исследована задача вариационного усвоения данных наблюдений математической моделью о поверхностной температуре океана с целью восстановления функций начального распределения и источников. Предложен и изучен алгоритм численного решения задачи (вед.н.с., д.ф.-м.н. Агошков В.И.).

Предложен и изучен итерационный алгоритм решения нестационарной системы Стокса, возмущенной кососимметрическим оператором, основанный на методах оптимального управления и сопряженных уравнений (вед.н.с., д.ф.-м.н. Агошков В.И.).

Разработаны и обоснованы алгоритмы исследования чувствительности оптимальных решений задач вариационного усвоения данных к погрешностям моделей нелинейных процессов (вед.н.с., д.ф.-м.н. Шутяев В.П.).

Доказана разрешимость новой пространственно-неоднородной модели кинетики коагуляции Бобылева-Иллнера. Построена математическая модель, уточняющая модель Бобылева-Иллнера на случай дробления частиц (вед.н.с., д.ф.-м.н. Дубовский П.Б.).

В области математического моделирования физических процессов получены следующие результаты.

Тема "Чувствительность климатических моделей к малым внешним воздействиям: прямые и обратные задачи"

Исследована проблема существования поглощающего множества для конечномерных аппроксимаций системы уравнений мелкой воды с диссипацией и форсингом в уравнениях для количества движения. Показано, что существование поглощающего множества можно доказать, если для уравнения неразрывности использовать монотонные схемы (в общем случае – нелинейные), однако в этом случае возникают трудности с доказательством глобальной разрешимости (гл.н.с., академик Дымников В.П.).

Исследованы возможности построения оператора отклика реальной климатической системы на малые внешние термические воздействия с использованием только реальных данных наблюдений траектории этой системы и идентификации с помощью этого оператора модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН. Рассчитана проекция этого оператора на подпространство небольшой размерности, и с помощью него рассчитано методом сингулярных разложений оптимальное возбуждение арктических осцилляций. Такая же процедура проделана и для данных моделирования. Расчеты показали, что модель ИВМ РАН удовлетворительно воспроизводит как сами арктические осцилляции, так и оптимальное их возбуждение. Анализ оптимальных возмущений также показал, что возбуждение арктических осцилляций из нижней стратосферы является процессом весьма вероятным (гл.н.с., академик Дымников В.П., с.н.с., к.ф.-м.н. Грицун А.С.).

В задаче стабилизации реального процесса, соответствующего (линейной) системе Стокса, около неустойчивого стационарного решения с помощью управления с обратной связью исследован вопрос об удержании реального процесса около неустойчивого стационарного решения при численном моделировании (вед.н.с., д.ф.-м.н. Фурсиков А.В.).

Получена оценка асимптотической скорости притяжения к глобальному аттрактору полудинамической системы для почти всех траекторий. Исследована задача численного построения устойчивого и неустойчивого многообразий в окрестности стационарной негиперболической точки (с.н.с., к.ф.-м.н. Корнев А.А.).

Доказана устойчивость решения стационарного уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова по отношению к некоторым локальным изменениям векторного поля. Доказана разрешимость в классе медленно растущих функций стационарных уравнений Фоккера-Планка-Колмогорова, близких к уравнению Лапласа (с.н.с., к.ф.-м.н. Ноаров А.И.).

Разработана глобальная модель общей циркуляции тропосферы, стратосферы и мезосферы (до высот 90 км) с включением кинетики и переноса малых газовых примесей (озон, углекислый газ, метан и др.) (вед.н.с., к.ф.-м.н. Галин В.Я.).

На основе анализа численных экспериментов с совместными моделями общей циркуляции атмосферы и океана показано, что чувствительность климатической системы (среднеглобальной температуры поверхности) к удвоению содержания углекислого газа в атмосфере может быть оценена по балансу коротковолновой радиации на поверхности Земли (вед.н.с., д.ф.-м.н. Володин Е.М.).

Проведены эксперименты с σ-моделью циркуляции глобального океана с дискретизацией на сетке "C"и разрешением $2.5^\circ \times 2^\circ \times 33$ по долготе, широте и глубине с целью настройки её параметров для адекватного воспроизведения климатической циркуляции океана. Проведена настройка версии модели на акваторию Северной Атлантики (с.н.с., к.ф.-м.н. Дианский Н.А.).

Дано развитие трехмерной глобальной полулагранжевой модели общей циркуляции атмосферы. В результате повышения горизонтального разрешения, а также модернизации параметризаций качество прогнозов повысилось (вед.н.с., д.ф.-м.н. Толстых М.А.).

Тема "Разработка экспертной системы для оценки региональных последствий глобальных изменений климата"

Разработаны негидростатические вихреразрешающие трехмерные модели пограничных слоев атмосферы и океана (гл.н.с., чл.-корр. РАН Лыкосов В.Н., с.н.с., к.ф.-м.н. Глазунов А.В.).

Построена одномерная модель термогидродинамики мелкого водоема, взаимодействующего с приземным слоем атмосферы и почвой (в том числе при наличии вечной мерзлоты), в которой рассматриваются процессы диффузии тепла и влаги, перенос влаги под действием силы тяжести, ее фазовые переходы, процессы эволюции ледяного и снежного покрова, тепловлагообмен с атмосферой (гл.н.с., чл.-корр. РАН Лыкосов В.Н.).

Разработан метод одновременного определения: температуры поверхностного океана, скорости приводного ветра и вертикальных профилей температуры и влажности атмосферы с помощью вариационного усвоения данных спутниковых измерений в ИК–области спектра (вед.н.с., д.ф.-м.н. Чавро А.И., мл.н.с. Соколов А.А.).

Предложена модификация метода множественной регрессии, используемого при решении обратных задач математической физики. Предложена рекуррентная процедура получения решения, позволяющая оценить информативность отдельных координат входных данных и оптимальным образом спланировать эксперимент (вед.н.с., д.ф.-м.н. Чавро А.И., н.с., к.ф.-м.н. Дмитриев Е.В.)

Тема "Исследование крупно- и мезомасштабной динамики вод Мирового океана и окраинных морей России на основе моделирования и анализа данных наблюдений"

Выполнен анализ расчетов термогидродинамических характеристик северной части Атлантического океана с учетом турбулентных пульсаций сеточного масштаба (гл.н.с., академик Саркисян А.С.).

Разработана методика и избраны параметры сравнения для калибрации двух из имеющихся в ИВМ РАН моделей расчета термогидродинамических характеристик океана (гл.н.с., академик Саркисян А.С.).

Разработана модель высокого пространственного разрешения (шаг сетки 4 км по горизонтали и 38 уровней по вертикали) для решения задачи численного моделирования Каспийского моря с целью усвоения данных наблюдений (вед.н.с., д.ф.-м.н. Ибраев Р.А.).

Реализована конечноэлементная модель динамики-термодинамики морского льда для произвольной триангуляции (с.н.с., к.ф.-м.н. Яковлев Н.Г.).

Тема "Исследование роли Мирового океана в процессах глобальных изменений"

Создана и верифицирована численная модель динамики Индийского океана высокого пространственного разрешения (вед.н.с., д.ф.-м.н. Залесный В.Б.).

Разработана негидростатическая σ-модель динамики моря. Численный алгоритм решения задачи основан на методе расщепления по физическим процессам и геометрическим координатам (вед.н.с., д.ф.-м.н. Залесный В.Б.).

Подготовлен вариант совместной модели циркуляции Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана, основанный на алгоритмах модели циркуляции Мирового океана, разработанных в ИВМ РАН (разрешение 1 град.). Для устранения источника неустойчивости и генерации шумов, связанных с эффектом схождения меридианов у Северного полюса, применена сетка со смещением численного полюса за пределы расчетной области (вед.н.с., д.ф.-м.н. Мошонкин С.Н.).

Тема "Численное моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. Применение моделей к Арктическому региону"

Разработана численная модель формирования сверхкритических кластеров нанометрового размера в атмосферных дисперсных системах (вед.н.с., д.ф.-м.н. Алоян А.Е.).

Усовершенствована ранее разработанная трехмерная негидростатическая численная модель конвективной облачности с явным описанием жидкой и ледяной фаз (вед.н.с., д.ф.-м.н. Алоян А.Е.).

Разработана численная модель жидкофазных химических процессов в атмосфере, учитывающая наряду с газофазными реакциями также блоки химических реакций, протекающих в жидкой фазе. Учитывается соответствующая система уравнений, описывающих динамику обратимых массообменных процессов газ-жидкость. С использованием модели проведены предварительные численные эксперименты по исследованию характеристик окисления двуокиси серы в облачной капле (вед.н.с., д.ф.-м.н. Алоян А.Е., н.с., к.ф.-м.н. Арутюнян В.О.).

Тема "Определение объема биомассы растительного покрова по данным аэрокосмического мониторинга"

Разработаны модели формирования спектральных образов наблюдаемых из космоса экосистем и изменений состояния экосистем в течение вегетационного сезона при их нормальном и стрессовом состоянии (дефицит увлажнения, загрязнения окружающей среды и др.) (вед.н.с., д.ф.-м.н. Козодеров В.В.).

Предложена модель системы "лесная растительность – поверхность почвы" для решения задачи восстановления плотности зеленой фитомассы и других параметров системы по данным измерений из космоса в СВЧ диапазоне (вед.н.с., д.ф.-м.н. Козодеров В.В., с.н.с., к.ф.м.н. Косолапов В.С.).

Дано развитие региональной модели распространения многокомпонентной примеси с учетом взаимодействия компонент, кинетики конденсации парообразных компонент и включением в рассмотрение облачности для изучения формирования кислотности для европейского региона (н.с., к.ф.-м.н. Егоров В.Д.).

Тема "Математическое моделирование процесса противоинфекционной защиты: энергетика и адаптация"

Построены и исследованы математические модели иммунной системы и системы поддержания энергетического гомеостаза, описывающие фундаментальные процессы адаптации и старения (вед.н.с., д.ф.-м.н. Романюха А.А.).

Реализована численная технология решения задачи идентификации и выбора оптимальных математических моделей в задачах иммунологии. На основе эволюционных алгоритмов проведено стохастическое моделирование генетической эволюции вирусов иммунодефицита человека и исследована её чувствительность к основным параметрам процесса репликации вирусов (вед.н.с., д.ф.-м.н. Бочаров Г.А.).

Предложена математическая модель динамики иммунной защитной реакции организма при туберкулезной инфекции легких (вед.н.с., д.ф.-м.н. Романюха А.А., н.с., к.ф.-м.н. Руднев С.Г.).

Построена математическая модель распространения и контроля инфекции микобактериями в России (вед.н.с., д.ф.-м.н. Романюха А.А., н.с., к.ф.-м.н. Каркач А.С.).

Исследована математическая модель старения системы иммунитета. Описаны демографические данные по динамике смертности от респираторных инфекций (вед.н.с., д.ф.-м.н. Романюха А.А., мл.н.с. Санникова Т.Е.).

5. Премии и награды, полученные сотрудниками ИВМ РАН в 2003 году

1. Премия Правительства Российской Федерации в области образования 2003 года присуждена Воеводину Валентину Васильевичу (совместно с Воеводиным Вл.В.) за цикл научно-образовательных изданий для высшей школы "Высокопроизводительные вычисления".

2. Медаль международного семинара-совещания "Кубатурные формулы и их приложения"присуждена Бахвалову Николаю Сергеевичу за вклад в теорию приближенного интегрирования.

3. Лауреатами грантов в области математики и механики по программе "Выдающиеся ученые, молодые доктора и кандидаты наук" Благотворительного фонда содействия отечественной науке (учредители: РАН, "Сибнефть", "Русский алюминий") стали: д.ф.-м.н. Володин Евгений Михайлович, д.ф.-м.н. Ибраев Рашит Ахметзиевич, д.ф.-м.н. Шутяев Виктор Петрович, к.ф.-м.н. Богатырёв Андрей Борисович.

4. Грант Президента Российской Федерации молодым кандидадам наук присужден Горейнову Сергею Анатольевичу (научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор Тыртышников Е.Е.)

6. Международные научные связи

6.1. Двусторонние договоры

ИВМ имел два двусторонних договора о международном сотрудничестве с Болгарской академией наук:

— Институт океанологии , г.Варна. Тема: "Исследование внутригодовой изменчивости циркуляции вод Черного моря синоптических пространственных масштабов с применением модели гидродинамики внутренних морей" (рук. акад. Саркисян А.С.);

— Институт геофизики, г.София. Тема: "Численное моделирование мезомасштабного переноса газовых примесей в пограничном слое атмосферы с учетом фотохимической трансформации"(рук. д.ф.-м.н. Алоян А.Е.).

ИВМ РАН имеет двусторонние договоры о научном сотрудничестве:

— с Университетом Литтераль Опалового берега (г.Дюнкерк, Франция) по теме "Разработка методов решения обратных задач спутниковой метеорологии"(рук. д.ф.-м.н. Чавро А.И. и проф. Т.А.Хоменко),

— с Эстонским морским институтом (г.Таллинн, Эстония) по теме "Численное моделирование морских экосистем. Разработка эффективных численных методов и алгоритмов для решения гидродинамических и экологических проблем"(рук. д.ф.-м.н. Залесный В.Б. и проф. Р.Тамсалу).

ИВМ является головной организацией по выполнению Комплексной долгосрочной программы сотрудничества между Россией и Индией (международный проект Минпромнауки – код 900).

Со стороны сотрудников ИВМ РАН поездок в рамках двусторонних договоров по безвалютному обмену не было.

6.2. Командирование в зарубежные страны

В 2003 году ученые ИВМ РАН активно сотрудничали со своими иностранными коллегами. В частности, состоялось 57 поездок сотрудников ИВМ РАН в зарубежные страны, в том числе:

Австрия – 1	США – 7
Азербайджан – 1	Украина – 1
Великобритания – 4	Франция – 13
Венгрия – 1	Чехия – 1
Германия – 16	Швеция – 1
Испания – 2	Швейцария – 1
Норвегия – 2	Эстония – 4
ОАЭ – 1	Япония – 1

На длительные командировки – 2 месяца и более – приходится 9 командировок.

Финансирование поездок:

1. В 2003 году принимающей стороной были полностью или частично профинансированы 30 командировок (52%).

2. За счет средств программ фундаментальных исследований Президиума РАН осуществлена 21 поездка (37%).

3. 4 поездки финансировались из средств научных школ.

4. Остальные 7 поездок (12%) были оплачены из средств грантов РФФИ и Франко-Русского математического центра им.А.М.Ляпунова.

6.3. Посещение ИВМ РАН иностранными учеными

В 2003 г. ИВМ РАН принял 37[1] иностранных ученых из следующих стран:

Австралия – 2	Италия – 4
Болгария – 1	Мексика – 1
Бельгия – 1	США – 9
Великобритания – 2	Франция – 2
Германия – 8	Чехия – 1
Греция – 2	Швеция – 1
Израиль – 2	Эстония – 1

Среди них в рамках безвалютного обмена — 1 (Болгария).

В 2003 году в период 22–25 июня была проведена международная конференция "Нелинейные аппроксимации в численном анализе"(Workshop on nonlinear approximations in numerical analysis). Организаторы: ИВМ РАН и МИ АН им.В.А.Стеклова. Члены оргкомитета: Б.Н.Кашин (Математический институт им.В.А.Стеклова), В.Темляков (Университет Южной Каролины, США), В.Ольшевский (Университет штата Коннектикут, США), П.Освальд (Bell Labs), Е.Е.Тыртышников (Институт вычислительной математики).

В конференции приняло участие более 60 человек, из них зарубежных ученых было 31. Среди участников конференции 47 являлись авторами докладов, из них 30 зарубежных ученых. Основная часть докладов сделана известными учеными в теории аппроксимации, матричных методах и численном анализе. Согласно отзывам участников, конференция оказалась очень информативной и полезной.

[1] В том числе участников международной конференции "Нелинейные аппроксимации в численном анализе".

7. Издательская деятельность

В 2003 году ИВМ РАН осуществлял издательскую деятельность в соответствии с лицензией, выданной Комитетом Российской Федерации по печати 12 февраля 2001 года (серия ИД № 03991).

В 2003 году издана 1 малотиражная монография и 1 отчет:

1. Агошков В.И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. Объём 16 п.л., тираж 225 экз.

2. Отчёт ИВМ РАН о научной и научно-организационной деятельности в 2002 году. Объём 6,0 п.л., тираж 30 экз.

8. Научно-организационная деятельность ИВМ РАН

8.1. Сведения о тематике исследований

Основными направлениями научной деятельности ИВМ РАН являются: вычислительная математика, математическое моделирование и их приложения.

В рамках этих направлений была определена тематика исследований:

- фундаментальные исследования в области вычислительной математики; разработка эффективных методов решения задач математической физики, разработка теории численных методов линейной алгебры, теории сопряженных уравнений, теории параллельных вычислений;

- создание математической теории климата, численное моделирование циркуляции атмосферы и океана, построение глобальных климатических моделей;

- анализ и моделирование сложных систем (окружающая среда, экология, медицина).

8.2. План НИР ИВМ

Фактически план НИР ИВМ в 2003 году состоял из 38 проектов, в том числе 3 проекта выполнялись как задания государственных научно-технических программ Минпромнауки, 8 проектов выполнялись по программам Президиума и отделений РАН, 12 проектов — по бюджету РАН, 15 — как договоры с различными организациями. 25 проектов завершены в отчётном году. Все проекты прошли госрегистрацию в ВНТИЦ. ИВМ РАН имел 25 грантов РФФИ (10 — по математике, 15 — по наукам о Земле), в рамках проектов 8 молодых исполнителей (в т.ч. студенты) получили гранты индивидуальной поддержки.

ИВМ РАН имел также гранты Минпромнауки по поддержке 4 ведущих научных школ: академика Марчука Г.И., академика Воеводина В.В., академика Дымникова В.П., академика Саркисяна А.С. и 18 государственных стипендий для учёных.

8.3. Научные кадры

Всего научных сотрудников – 58 (в т.ч. совместители: академик Марчук Г.И., академик Бахвалов Н.С., доктора наук Лебедев В.И., Филатов А.Н., Фурсиков А.В., Козодёров В.В., Кобельков Г.М., Чижонков Е.В., Лифанов И.К., кандидаты наук Богачев К.Ю., Корнев А.А.).

Среди научных сотрудников:

докторов наук — 29 (в т.ч. 6 членов РАН: академики Марчук Г.И., Бахвалов Н.С., Дымников В.П., Саркисян А.С., Воеводин В.В., чл.-корр. Лыкосов В.Н.),

кандидатов наук — 24,

научных сотрудников без степени — 5,

аспирантов – 4.

Движение кадров:

– выбыло 0 научных сотрудника;

– приняты на работу 4 научных сотрудника.

Качественное движение:

Защитили докторские диссертации: Богатырев А.Б., Толстых М.А.

Защитили кандидатские диссертации: Ставцев С.Л., Серёжников С.Ю.

8.4. Подготовка научных кадров

ИВМ имеет лицензию Госкомобразования № 24Н-0398 от 31 марта 2000 года на ведение послевузовской образовательной деятельности.

В аспирантуре на начало года было 8 человек, 5 человек отчислены из аспирантуры по окончании срока обучения, в т.ч. 1 с защитой диссертации. Вновь приняты 3 человека (2 с отрывом от производства и 1 без отрыва от производства). На конец года в ИВМ 4 аспиранта.

В ИВМ базируется кафедра математического моделирования физических процессов МФТИ. Практику в ИВМ проходили 40 студентов 3-6 курсов.

При ИВМ РАН действует диссертационный совет по защите диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук. Совет Д.002.045.01 был утвержден приказом ВАКа России от 16 марта 2001 г. № 732-в по 4 специальностям: 01.01.07, 25.00.29, 05.13.01, 05.13.18. Председатель совета — академик Г.И.Марчук, учёный секретарь — д.ф.-м.н. Г.А.Бочаров.

В 2003 году состоялись 2 защиты докторских и 3 защиты кандидатских диссертаций.

8.5. Ученый совет ИВМ

Ученый совет ИВМ утвержден решением Бюро Отделения математики РАН 12 сентября 2000 г.

В 2003 г. проведено 19 заседаний Учёного совета.

На заседаниях:

- уточнялись направления научных исследований,
- утверждался план НИР, основные научные результаты,
- заслушивались и утверждались отчеты научных сотрудников за 2003 г.,
- утверждался отчёт о работе института,
- рассматривались вопросы работы аспирантуры и докторантуры,
- утверждались индивидуальные планы и темы диссертационных работ аспирантов,
- принимались решения о депонировании работ,
- принимались решения о длительных командированиях научных сотрудников,
- рассматривались вопросы о работе базовой кафедры и др.
- рассматривались вопросы премирования сотрудников и др.

9. Публикации сотрудников в 2003 году

Сотрудниками ИВМ РАН опубликованы в 2003 году 95 работ, в том числе:

- 7 монографий;
- 36 статей в центральных научных журналах России;
- 28 статей в иностранных журналах.

В 2003 году вышли из печати следующие *книги*:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Е.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Учебное пособие. 4-е изд. М–С.Пб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 2003. — 624 с.
2. Богачёв К.Ю. Основы параллельного программирования. — М.: Физматлит, 2003. — 346 с.
3. Lifanov I.K., Poltavskii L.N., Vainikko G.M. Hypersingular Integral Equations and Their Applications. — London: Teilor and Francis, 2003. — 400 p.
4. Агошков В.И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. — М.: ИВМ РАН, 2003. — 256 с.
5. Корнев А.А., Чижонков Е.В. Упражнения по численным методам ч. II. Учебное пособие. — М.: Изд-во ЦПИ при мехмате МГУ, 2003. — 200 с.
6. Садовничий В.А., Козодеров В.В., Ушаков С.А. и др. Океаны и материки. Книга I: Океаны. Учебник. — М.: МГУ, 2003. — 400 с.
7. Филатов А.Н. Теория устойчивости. — Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 220 с.

В 2003 году опубликованы следующие научные *статьи*:

1. Лебедев В.И. О единой формуле для фазовой функции экстремальных ЧМБС-многочленов 1-4 рода. Докл. РАН, т.389, №1, 2003, с.23–26.
2. Лебедев В.И. ЧМБС- многочлены и квадратурные формулы повышенной точности для некоторых классов интегралов с зависящими от параметров весовыми функциями. Докл. РАН, т.390, №5, 2003, с.1–5.

3. Лебедев В.И. ЧМБС-многочлены и алгоритмы оптимизации чебышевских итерационных методов на классах начальных ошибок. Докл. РАН, т.393, №3, с.1-5.

4. Лебедев В.И. ЧМБС-многочлены и квадратурные формулы повышенной точности для некоторых классов интегралов с зависящими от параметров весовыми функциями. Труды 7-го международного семинара-совещания по кубатурным формулам и их приложениям. Красноярск, 2003.

5. Лебедев В.И. Экстремальные ЧМБС-многочлены 1-4 рода и методы оптимизации вычислительных алгоритмов. Труды Матем ценра им. Н.И.Лобачевского Казанского университета, 2003.

6. Nechepurenko Yu.M., Sadkane M. The Newton-Kantorovich method for computing invariant subspaces // Comp. Maths. Math. Phys., 2003, v.44, №11, p.1564–1579.

7. Богатырев А.Б. Представления пространств модулей гиперэллиптических кривых и эффективное вычисление экстремальных многочленов // Мат. сборник, 2003, 194, 4, с. 3–28.

8. Богатырев А.Б. Комбинаторное представление пространств модулей кривых и экстремальных многочленов // Мат. сборник, 2003, 194, 10, с.27–48.

9. Горелова М.В., Чижонков Е.В. О решении седловых задач методами с модельными седловыми операторами на верхнем слое // Изв. вузов. Математика, 2003, №8, с.19–27.

10. Bychenkov Yu.V., Chizhonkov E.V. On optimization of algorithms for saddle point problem. // Abstracts of the Workshop on Nonlinear Approximations in Numerical Analysis. Editor: E.E.Tyrtyshnikov. Moscow: Inst. Numer. Math. TAS, 2003, p.3–4.

11. Чижиков Д.В. Периодическая цепочка Тоды и ортогональные многочлены Геронимуса. Труды математического центра им.Н.И.Лобачевского, КГУ, Казань, 2003.

12. J.M.Ford, E.E.Tyrtyshnikov. Combining Kronecker product approximation with discrete wavelet transforms to solve dense, function-related systems, UMIST, Manchester Centre for Computational Mathematics, Numerical Analysis Report №418, 2003.

13. W.Hackbusch, B.N.Khoromskij, E.E.Tyrtyshnikov. Hierarchical Kronecker tensor-product approximations. Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig, Priprint №35, 2003.

14. E.E.Tyrtyshnikov, Yu.Vassilevski. A Mosaic Preconditioner for a Dual Schur Complement. Numerical Mathematics and Advanced Application, Proceedings of ENUMATH 2001, Springer-Verlag Italia, Milano, 2003, pp.867–880.

15. E.E.Tyrtyshnikov, N.L.Zamarashkin. A general equidistribution theorem for the roots of orthogonal polynomial. Linear Algebra Appl., 2003, 366, 433–439.

16. S.Serra-Capizzano, E.Tyrtyshnikov. How to prove that a preconditioner cannot be superlinear. Math. Comp., 2003, Vol.72, №243, 1305–1316.

17. J.M.Ford, E.E.Tyrtyshnikov. Combining Kronecker product approximation with discrete wavelet transforms to solve dense, function-related systems. SIAM J. Sci. Comp., 2003, Vol.25, №3, 961–981.

18. Тыртышников Е.Е. Тензорные аппроксимации матриц, порожденных асимптотически гладкими функциями. Матем. сб., 2003, т.194, №6, с.147–160.

19. Гаранжа В.А., Замарашкин Н.Л. Пространственные квазиизометрические отображения как решения задачи минимизации поливыпуклого функционала. ЖВМиМФ, 2003, т.3, №6, с.854–865.

20. Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. Пространства дробных отношений периодических функций. Дифференциальные уравнения, 2003, т.39, №5, с.687–709.

21. Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. Дискретные операторы в пространствах дробных отношений периодических функций. Дифференциальные уравнения, 2003, т.39, №7, с.933–954.

22. Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. О численном решении гиперсингулярного и сингулярного интегрального уравнения на окружности. Дифференциальные уравнения, 2003, т.39, №8, с.1115–1136.

23. Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. Численное решение гиперсингулярного интегрального уравнения на торе. Дифференциальные уравнения, 2003, т.39, №9, с.1247–1261.

24. I.K.Lifanov. Quadrature formulas for hypersingular integral on sphere and torus and the Neuman problem for the Laplace equation. Кубатурные формулы и их приложения. Материалы 7-го международного семинара-совещания 18-23 августа 2003, Красноярск, с.79–85.

25. Вайникко Г.М., Лифанов И.К. К исследованию расходящихся интегралов. ДАН РФ, 2003, т.389, №5, с.583–587.

26. Лифанов И.К., Ненашев А.С. Новый подход к теории тонких проволочных антенн. Электромагнитные волны и электронные системы, 2003, т.8. №5, с.25–40.

27. Вайникко Г.М., Лифанов И.К. Некоторые подходы к суммированию многомерных расходящихся интегралов. Математический сборник, 2003, №8.

28. Лифанов И.К., Ненашев А.С. Решение гиперсингулярного интегрального уравнения на отрезке и вибраторные антенны. Международная конференция "Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования", Москва, март 2003.

29. Димитрогло М.Г., Лифанов И.К., Сетуха А.В. Воздействие на концевые вихри с целью их разрушения при помощи отсоса внешнего потока. Труды конференции "Проблемы математического и компьютерного моделирования в научных исследованиях и образовательном процессе", Краснодар, 15-16 мая 2003, с.8-22.

30. Лифанов И.К. Развитие метода дискретных вихрей и обобщенные функции. Вiсник Харкiвського нацiонального унiверситету, №590, Харкiв, 2003, с.150-154.

31. Lifanov I.K., Vainikko G.M. To the Concept of Singular and Hypersingular Integrals, 5-th International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Sidney,7-11 July 2003, Book of Abstracts, ICIAM 2003, p.174.

32. Ставцев С.Л. Математические модели фильтров скважин. Вiсник Харкiвського нацiонального унiверситету, №590, Харкiв, 2003, с.231-235.

33. Тонконог Ю.А. Метод дискретных вихрей и моделирование переноса. Труды XI международного симпозиума "Методы дискретных особенностей

в задачах математической физики"// Вісник Харківського національного університету, №590, Серия "Математичне моделювання. Інформаційні технологіi. Автоматизовані системы управління", 2003.

34. Василевский Ю., Липников К. Parallel adaptive solution of 3D boundary value problems by Hessian recovery // Comp. Methods Appl. Mech. Engnr., 2003, V.192, №11-12, pp.1495-1513.

35. Василевский Ю. и др. Iterative solution methods for modeling multiphase flow in porous media fully implicitly // SIAM J. Sci. Comp., 2003, Vol. 25, №3, pp.905-926 (jointly with Lacroix S., Wheeler M., Wheeler J.).

36. Василевский Ю., Липников К. Оптимальные триангуляции: существование, аппроксимация и двойное дифференцирование P_1 конечноэлементных функций // ЖВМиМФ, 2003, т.43, №6, с.866-874.

37. Agoshkov V.I. On some inverse problems for distributed parameter systems. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2003, v.18, №6, pp.455-465.

38. Agoskov V.I., Quarteroni A., Rozza G., Shape Design in Aorto-Coronaric Bypass Anastomoses using Perturbation Theory. Technical Report of EPFL, Bernoulli Centre, Lausanna, Swiss, 2003 (26p.).

39. Agoshkov V.I. A study of some inverse problems for distributed parameter systems by optimal control theory. In: IFIP'2003. 21-st Conference on System Modeling and Optimization. 21-25 July 2003. Book of Abstracts. Eds. J.Cagnol, J.-P.Zolesio. Sophia Antipolis: INRIA, 2003, 44.

40. Shutyaev V.P. Control operators and fundamental control functions in data assimilation. In: Data Assimilation for the Earths System. NATO Science Series IV: Earth and Environmental Sciences. Eds. R.Swinbank, V.Shutyaev, W.Lahoz. Dordrecht: Kluwer, 2003, 55-63.

41. Shutyaev V.P. Solvability of variational data assimilation problems and iterative algorithms. In: Data Assimilation for the Earth System. NATO Science Series IV: Earth and Environmental Sciences. Eds. R.Swinbank, V.Shutyaev, W.Lahoz. Dordrecht: Kluwer, 2003, 65-74.

42. Shutyaev V.P. Fundamental control functions and error analysis. In: Data Assimilation for the Earth System. NATO Science Series IV: Earth and Envi-

ronmental Sciences. Eds. R.Swinbank, V.Shutyaev, W.Lahoz. Dordrecht: Kluwer, 2003, 75-84.

43. Shutyaev V.P. Control operators and iterative algorithms for variational data assimilation problems. In: Geophysical Research Abstracts, 2003, v.5, 10048.

44. Shutyaev V.P. Solvability and numerical solution of variational data assimilation problems. In: IFIP'2003. 21-st Conference on System Modeling and Optimization. 21-25 July 2003. Book of Abstracts. Eds. J.Cagnol, J.-P.Zolesio. Sophia Antipolis: INRIA, 2003, 44.

45. F.-X.LeDimet, Shutyaev V.P. Data assimilation: a global approach for modelling. In: The International Workshop "Prospects of Collaboration in Applied Mathematics and Computer Sciences", France Tech Russie, Moscow, 7 October 2003. M.: French-Russian A.M.Liapunov Institute, 2003, 1.

46. Дубовский П.Б., Ха С. Diffusion-convection Bekker-Doering equations: well-posedness and asymptotics. Quarterly of Applied Mathematics, 2003, 4.

47. Дубовский П.Б. и др. Рак как катастрофа странного аттрактора. Сборник научных трудов. Калуга: Эйдос, 2003, 12-18.

48. Dymnikov V.P. Adjoint equations, integral conservation laws, and conservative difference schemes for nonlinear equations of mathematical physics. Russ. J. of Num. Anal. and Math. Modelling, 2003, v.18, №3, pp.229-242.

49. Dymnikov V.P. Mathematical models of climate. Энциклопедия EOLSS.- Oxford: EOLSS Publishers, 2003.

50. Дымников В.П., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Лыкосов В.Н. Климат и его изменения: математическая теория и численное моделирование. Сибирский журнал вычислительной математики, 2003, т.6, №4, с.347-379.

51. Цырульников М.Д., Толстых М.А., Багров А.Н., Зарипов Р.Б. Развитие глобальной системы усвоения данных с переменным разрешением // Метеорология и гидрология, 2003, №4, с.5-24.

52. Tolstykh M.A. Variable resolution version of the SL-AV global NWP model // Russian J. Num. An. Math. Mod., 2003, v.18, №4, p.347-361.

53. Tolstykh M.A. Implementation of global atmospheric models on parallel computers // Parallel Computational Fluid Dynamics, May 13-15, 2003, Moscow, Russia (parCFD03): Book of abstracts. Moscow, 2003, p.236-239.

54. Володин Е.М., Дианский Н.А. Отклик совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана на увеличение содержания углекислого газа // Изв. АН Физика атмосферы и океана, 2003, т.39, №2, с.170-186.

55. Русаков А.С., Дианский Н.А. Параллельная модель общей циркуляции океана для многопроцессорных вычислительных систем // Информационные технологии, 2003, №8, с.20-26.

56. Володин Е.М. Проекция на арктическую осцилляцию модельного отклика, возбуждаемого зонально-симметричным термическим источником. Известия АН Физика атмосферы и океана, 2003, т.39, №5, с.589-595.

57. Галин В.Я., Володин Е.М., Смышляев С.П. Модель общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН с динамикой озона. Метеорология и гидрология, 2003, №5, с.13-23.

58. D.E.Waliser, K.Jin, I.S.Kang, K.M.Lau, V.Ya.Galin et al. AGCM simulation of intraseasonal variability associated with the Asian summer monsoon. Climate Dynamics, 2003, 21, pp.423-446.

59. H.W.Barker, G.L.Stefens, P.T.Partain, V.Ya.Galin et al. Assessing 1D Atmospheric Solar Radiative Transfer Models: Interpretation and Handling of Unresolved Clouds. Journal of Climate, 2003, v.16, №16, pp.2676-2699.

60. Фурсиков А.В. Стабилизация с границы решений системы Навье-Стокса: разрешимость и обоснование численного моделирования. Дальневосточный математический журнал, 2003, т.4, №1, с.86-100.

61. A.N.V.Satyanarayana, V.N.Lykossov, U.C.Mohanty, E.E.Machul'skaya. Parametrization of land surface processes to study boundary layer characteristics over a semiarid region in Northwest India. J. Appl. Met., 2003, v.42, p.528-540.

62. A.V.Glazunov, V.N.Lykossov. Large-eddy simulation of interaction of ocean and atmospheric boundary layers. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2003, v.18, p.279-295.

63. Chavro A.I., Uvarov N.V. Variational assimilation of satellite measurements in the problem of determination of vertical profiles of temperature and humidity of atmosphere, SST and the near–surface velocity of wind // Geophysical research abstracts, 2003, Vol.5, 09848.

64. Дмитриев Е.В., Рубинштейн К.Г., Чавро А.И. Детализация крупномасштабного поля приземной температуры для московского региона // Метеорология и гидрология, 2003, №7, с.19-30.

65. Дмитриев Е.В., Чавро А.И. Восстановление детальной структуры поля температуры в г.Москве по его крупномасштабным значениям // Наукоемкие технологии, 2003, т.4, №6, с.41-49.

66. Чавро А.И., Уваров Н.В. Определение вертикальных профилей температуры и скорости приводного ветра методом вариационного усвоения данных спутниковых измерений // Наукоемкие технологии, 2003, т.4, №6, с.35-40.

67. Чавро А.И., Уваров Н.В. Определение физических параметров атмосферы и океана методом вариационного усвоения данных спутниковых измерений в ИК-диапазоне. Тезисы международной конференции "Вычислительно-информационные технологии для наук об окружающей среде CITES-2003", 8-11 сентября 2003, Томск, с.26.

68. Chavro A.I., Rubinstein K.G. The procedure downscaling of the meteorological elements for using in numerical weather. Abstract of Worldclimate change conference, September, October 2003, Moscow, с.343.

69. Саркисян А.С. Учет турбулентных пульсаций сеточного масштаба в моделировании динамики океана // Доклады АН, 2003, т.388, №4, с.545-548.

70. Кныш В.В., Саркисян А.С. Четырехмерный анализ гидрофизических полей океана и моря: модельные численные эксперименты и результаты реконструкции полей // Известия АН. Физика атмосферы и океана, 2003, т.39, №6.

71. Ибраев Р.А., Курдюмов Д.Г. Чувствительность сезонной изменчивости циркуляции вод Каспийского моря к параметризации вертикального перемешивания в модели гидродинамики // Известия АН. Физика атмосферы и океана, 2003.

72. Яковлев Н.Г. Совместная модель общей циркуляции вод и эволюции морского льда Северного Ледовитого океана // Известия АН. Физика атмосферы и океана, 2003.

73. Marchuk G.I., Schröter J., Zalesny V.B. Numerical study of the global ocean equilibrium circulation. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2003, v.18, №4, p.307-335.

74. A.E.Aloyan, V.O.Arutyunyan, A.D.Haymet, J.W.He, Y.Kuznetsov, G.Libertino. Air Quality Modeling for Houston-Galveston-Brazoria Area. Environment International, 2003, №29, pp.377-383.

75. Козодеров В.В. Биосфера из космоса: интерпретация радиационных образов природных объектов по их многоспектральным изображениям. Исследование Земли из космоса, 2003, №6, с.31-45.

76. Козодеров В.В., Ушакова Л.А., Ушаков С.А. Новые подходы к интерпретации космической информации для землеведения. VI Международная конференция "Новые идеи в науках о Земле", т.4. – М.: Изд. Московского геологоразведочного университета, 2003, с.65.

77. Козодеров В.В., Титов В.В., Зейналов И.М. Изменения биосферы и климата: роль спутниковых и наземных наблюдений. Всемирная конференция по изменению климата. Тезисы докладов. – М.: Институт глобального климата и экологии Росгидромета и РАН, 2003, с.413.

78. Головко В.А., Козодеров В.В., Кондранин Т.В. Математическое моделирование аномальных природных явлений на основе космических данных о составляющих радиационного баланса Земли. Всемирная конференция по изменению климата. Тезисы докладов. – М.: Институт глобального климата и экологии Росгидромета и РАН, 2003, с.491.

79. Козодеров В.В., Садовничий В.А., Ушакова Л.А., Ушаков С.А. Космическое землеведение: информационно-динамическое исследование. Всероссийская конференция "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса". – М.: Институт космических исследований РАН, 2003, с.43.

80. Romanyukha A.A., Yashin A.I. Age Related Changes in Population of Peripheral T-cells: Towards a model of Immunosenescence // Mechanisms of Ageing and Development, 2003, v.124, p.433-443.

81. Романюха А.А., Каркач А.С. Энергетический критерий качества иммунной защиты и патогенность микроорганизмов // Автоматика и телемеханика, 2003, №6, с.162-172.

82. Романюха А.А., Каркач А.С. Индивидуально-ориентированная модель динамики инфекционного процесса в неоднородной популяции // Математическое моделирование, 2003, т.15, вып. 8, с.65-84.

83. Санникова Т.Е., Марчук Г.И., Романюха А.А., Яшин А.И. Старение системы иммунитета и динамика смертности. Анализ роли антигенной нагрузки // Успехи геронтологии, 2003, вып. 10, с.74-85.

84. Bocharov G., Klenerman P., Ehls P. Modelling the dynamics of LCMV in infection in mice: II. Compartmental structure and immunopathology. Journal of Theoretical Biology, 2003, 221, 349-378.

85. Ludewig B., Krebs P., Junt T., Bocharov G. Dendritic cell homeostasis in the regulation of self-reactivity. Current Pharmaceutical Design, 2003, 9(3), 221-231.

86. Baker C.T.H., Bocharov G., Paul C.A.H., Rihan F.A. Models with Delays for Cell Population Dynamics: Identification, Selection and Analysis. Part I. Manchester Center for Computational Mathematics. Technical Report 425, University of Manchester, ISSN 1360-1725, 2003.

87. Мартиросов Э.Г., Руднев С.Г. Состав тела человека. Новые технологии и методы // Спорт, медицина и здоровье, 2002, т.1, №3, с.5-9.

10. Конференции: организация и участие

ИВМ РАН был одним из организаторов следующих конференций в 2003 году:

1. Международная конференция "Нелинейные аппроксимации в численном анализе"(Workshop on Nonlinear Approximations in Numerical Analysis). Москва, 22–25 июня 2003 г.

2. Международная школа-конференция "Вычислительные информационные технологии для наук об окружающей среде"(CITES-2003). Томск, 1–11 сентября 2003 г.

3. 7-й международный семинар-совещание "Кубатурные формулы и их приложения". Красноярск, 18–23 августа 2003 г.

4. Всероссийская молодежная школа-конференция "Численные методы решения линейных и нелинейных краевых задач". Казань, 26 июня – 03 июля 2003 г.

5. 5-я всероссийская научная конференция "Научный сервис в сети Интернет". Новороссийск, сентябрь 2003.

6. XI международный симпозиум "Методы дискретных особенностей в задачах математической физики — МДОЗМФ–2003". Пос. Лазурное Херсонской области, Украина, июнь 2003.

7. Международная молодежная школа по решению задач аэро- и гидродинамики. Орёл, февраль 2003.

Сотрудники института приняли участие в 45 конференциях:
Конференции в России — 25.
Международные конференции за рубежом — 20.
Всего докладов — 74.

Участие сотрудников ИВМ РАН в конференциях

1. Международная конференция "Нелинейные аппроксимации в численном анализе"(Workshop on Nonlinear Approximations in Numerical Analysis). Москва, 22–25 июня 2003 г.

   - *Тыртышников Е.Е. Matrix approximations by Kronecker products with structured factors.*
   - *Богатырев А.Б. Effective calculation of extremal polynomials.*
   - *Bychenkov Yu.V., Chizhonkov E.V. On optimization of algorithms for saddle point problem.*

2. 7-й международный семинар-совещание "Кубатурные формулы и их приложения". Красноярск, 18–23 августа 2003 г.

- *Лебедев В.И. ЧМБС-многочлены и квадратурные формулы повышенной точности для некоторых классов интегралов с зависящими от параметров весовыми функциями.*
- *Лифанов И.К. Quadrature formulas for hypersingular integrals on sphere and torus and the Neumann problem for the Laplace equation.*

3. Всероссийская молодежная школа-конференция "Численные методы решения линейных и нелинейных краевых задач". Казань, 26.06.2003–03.07.2003 г.

   - *Лебедев В.И. Экстремальные ЧМБС-многочлены 1–4 рода и методы оптимизации вычислительных алгоритмов.*
   - *Чижиков Д.В. Периодическая цепочка Тоды и ортогональные многочлены Геронимуса.*

4. Ломоносовские чтения — 2003. Москва, апрель, 2003.

   - *Чижонков Е.В. Вычислительные аспекты одного метода стабилизации.*
   - *Корнев А.А. Об итерационном методе построения "усов Адамара".*

5. Международная конференция "Advances in constructive approximation", университет Вандербильта, Нэшвилл, США, май 2003. *Богатырев А.Б. Extremal polynomials and algebraic curves.*

6. Международная конференция "Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования", посвященная 80-летию член-корреспондента РАН Л.Д.Кудрявцева. Москва, март 2003. *Лифанов И.К., Ненашев А.С. Решение гиперсингулярного интегрального уравнения на отрезке и вибраторные антенны.*

7. XI международный симпозиум "Методы дискретных особенностей в задачах математической физики — МДОЗМФ–2003". Пос. Лазурное Херсонской области, Украина, июнь 2003.

   - *Лифанов И.К. Развитие метода дискретных вихрей и обобщенные функции.*
   - *Ставцев С.Л. Математические модели фильтров скважин.*
   - *Тонконог Ю.А. Метод дискретных вихрей и моделирование переноса.*

8. 5-th International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Sydney, July, 2003, Australia. *Вайникко Г.М., Лифанов И.К. To the Concept of Singular and Hypersingular Integrals.*

9. The 2-nd International Conference on Approximation Methods and Orthogonal Expansions (AMOE 2003). Tartu (Kaariku), July, 2003, Estonia. *Вайникко Г.М., Лифанов И.К. To the Concept of Singular and Hypersingular Integrals.*

10. Международная конференция МСО-03 "Методы и средства обработки информации". Москва, МГУ, 1–3 октября 2003. *Фролов А.В. Система МАКРОГРАФ и другие технологии ускорения исполнения фортран-программ.*

11. 5-я всероссийская научная конференция "Научный сервис в сети Интернет". Новороссийск, сентябрь 2003. *Воеводин В.В. Параллельные вычисления. Новые идеи в электронном образовании.*

12. Европейская конференция по численным методам ENUMATH–03. Прага, 18–22 августа 2003, Чехия. *Кобельков Г.М. Numerical Solution of the Ocean Data Assimilation Problem.*

13. Международная конференция по геофизическим наукам, организованная SIAM. США, г.Остин, март 2003. *Василевский Ю.В. Iterative Solvers of Implicit Parallel Accurate Reservoir Simulator.*

14. Международная конференция "Parallel Computational Fluid Dynamics" (CFD). Москва, 13–15 мая 2003.

    - *Василевский Ю.В. Parallel adaptive solution of the Stokes and Oseen problems on unstructured 3D meshes.*
    - *Глазунов А.В., Лыкосов В.Н. Large-eddy simulation of the atmospheric and ocean boundary layers and implementation of modelling on computational systems of parallel architecture.*
    - *Глухов В.Н., Лыкосов В.Н. Parallel computations in problems of climate modeling.*
    - *Кобельков Г.М., Богачев К.Ю. Numerical Solution of a Tidal Wave Problem.*

15. IFIP'2003. 21-st Conference on System Modeling and Optimization. Sophia Antipolis, 21–25 July 2003, France.

- *Agoshkov V.I. A study of some inverse problems for distributed parameter systems by optimal control theory.*
- *Shutyaev V.P. Solvability and numerical solution of variational data assimilation problems.*

16. The International Workshop "Prospects of Collaboration in Applied Mathematics and Computer Sciences". Moscow, 7 October 2003. Devoted to 10-th anniversary of foundation of the French-Russian A.M.Liapunov Institute and organized in the framework of the scientific and technical exhibition "France Tech Russie, 2003". *LeDimet F.-X., Shutyaev V.P. Data assimilation: a global approach for modelling.*

17. Международная школа-конференция "Вычислительные информационные технологии для наук об окружающей среде"(CITES-2003). Томск, 1–11 сентября 2003 г.

    - *Дымников В.П. Математическая теория климата.*
    - *Дымников В.П. Теория чувствительности атмосферных моделей к мелким внешним воздействиям.*
    - *Воеводин В.В. Параллельные вычисления. Новые идеи в электронном образовании.*
    - *Лыкосов В.Н. Математическое моделирование климата (цикл из 4-х лекций).*
    - *Гордов Е.П., Лыкосов В.Н., Фазлиев А.З. Веб-портал АТМОС как основа для выполнения интегрированных исследований по окружающей среде Сибири.*
    - *Толстых М.А. Модель прогноза с переменным разрешением.*
    - *Чавро А.И., Уваров Н.В. Определение физических параметров атмосферы и океана методом вариационного усвоения данных спутниковых измерений в ИК-диапазоне.*

18. Всемирная климатическая конференция по изменениям климата. Москва, 29 сентября – 3 октября 2003 г.

    - *Дымников В.П., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Лыкосов В.Н. Чувствительность климатической системы к малым внешним воздействиям.*

- *Марчук Г.И. О некоторых проблемах климата и его изменений.*
- *Володин Е.М. Связь величины глобального потепления при увеличении содержания углекислого газа и баланса тепла на поверхности по данным CMIP.*
- *Чавро А.И., Рубинштейн К.Г., Дмитриев Е.В. The procedure downscaling of the meteorological elements for using in numerical weather forecasting.*

19. Международная конференция "Математические методы в геофизике". Новосибирск, 8–12 октября 2003 г.

    - *Дымников В.П., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Лыкосов В.Н. Климат и его изменения: математическая теория и численное моделирование.*
    - *Галин В.Я., Володин Е.М. Опыт включения динамики озона в атмосферную модель ИВМ РАН.*

20. Международный конгресс "Математика в 21 веке". Новосибирск, 24–28 июня 2003 г. *Марчук Г.И., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана.*

21. Международная конференция "Динамико-стохастические модели в атмосферных науках". Боулдер, NCAR (США), 8–13 марта 2003 г. *Бранстатор Г., Дымников В.П., Грицун А.С. Построение оператора отклика модели ОЦА на малые внешние воздействия.*

22. Конгресс Всемирного союза геофизики и геодезии (IUGG-2003). Саппоро, 30 июня – 6 июля 2003 г., Япония. *Бранстатор Г., Грицун А.С. Оценка чувствительности климата на основе моделирования и данных наблюдений.*

23. 5-й международный симпозиум по негидростатическому моделированию в краткосрочном прогнозе погоды. Бад Орб, 27–29 октября 2003 г., Германия. *Толстых М. А. Variable resolution version of the global SL-AV model on a reduced longitude-latitude grid.*

24. Международный симпозиум "Балтийский HIRLAM"по мезомасштабному моделированию в краткосрочном прогнозе погоды. Санкт-Петербург, 17–

20 ноября 2003 г. *Толстых М. А. Variable resolution version of the global SL-AV model.*

25. II CMIP workshop. Гамбург, 21–22 сентября 2003 г., Германия. *Володин Е.М. Global warming and surface heat balance change for CMIP general circulation models.*

26. Российско-индийский семинар. Москва, июнь 2003. *Залесный В.Б., Дианский Н.А., Мошонкин С.Н., Русаков А.С. Numerical simulation of the ocean general circulation.*

27. ICES CM 2003. Таллинн, сентябрь 2003. *Залесный В.Б. Theory of optimal control based on adapted fishery management.*

28. Рабочее совещание по итогам программы сравнения моделей СЛО AOMIP. Вудсхоул, Вудсхоулский океанографический институт, 8–11 мая 2003. *Яковлев Н.Г. INM RAS Coupled Artic Ocean/Sea Ice Model. The Results of the AOMIP 31-Year Coordinated Spin-Up 1948-1978.*

29. Седьмая конференция по полярной метеорологии и океанографии и совместный симпозиум по высокоширотным изменениям климата. Американское метеорологическое общество. Хайаннис, 12–16 мая 2003. *Яковлев Н.Г. NM RAS Coupled Artic Ocean/Sea Ice Model. The Results of the AOMIP 31-Year Coordinated Spin-Up 1948-1978.*

30. Open panel discussion on Pan-Arctic sea-ice and ocean long-term variability, сессия Научного совета по Арктическому океану (AOSB). Кируна, 29–31 марта 2003, Швеция. *Яковлев Н.Г. Sea-Ice simulation in the coupled ice-ocean climate model of the Arctic Ocean.*

31. Европейская аэрозольная конференция. Мадрид, 31 августа – 05 сентября 2003 г. Испания.

    - *Алоян А.Е., Арутюнян В.О. Лузан П.И. A numerical study of the atmospheric gas-aerosol variation over the Arctic.*
    - *Алоян А.Е., Арутюнян В.О., Лузан П.И. Secondary aerosol formation in the regional and global scales.*

32. Международная конференция "Естественные и антропогенные аэрозоли IV". Санкт-Петербург, 6–9 октября 2003 г. *Алоян А.Е., Арутюнян В.О.*

Образование и рост атмосферных аэрозольных частиц в региональном и глобальном маситабах.

33. Международная совместная ассамблея трех геофизических союзов. EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Ницца, 06–11 апреля 2003, Франция.
    - *Саркисян А.С., Лукьянов С.Я. Роль турбулентности сеточного масштаба в моделировании океана.*
    - *Шутяев В.П. Control operators and iterative algorithms for variational data assimilation problems.*
    - *Володин Е.М. Global warming and surface heat balance change for CMIP general circulation models.*
    - *Дианский Н.А., Володин Е.М. Climate simulation and investigation of climatic sensitivity to increasing of CO_2 with coupled atmosphere-ocean General circulation model.*
    - *Ибраев Р.А., Ozsoy E., Schrum C. Seasonal variability of the Caspian sea three-dimensional circulation and air-sea interaction.*
    - *Яковлев Н.Г. An Assessment of the INM RAS Coupled Artic Ocean – Sea Ice Model. The Results of the AOMIP 30-Year Coordinated Spin-Up.*
    - *Чавро А.И., Уваров Н.В. Variational assimiation of satellite measurements in the problem of determination of vertical profiles of temperature and humidity of atmosphere, SST and the near–surface velocity of wind.*
    - *Мошонкин С.Н., Дианский Н.А., Саркисян А.С. North Atlantic current and temperature climate chenges.*
34. Сагитовские чтения. Государственный астрономический институт им.П.К.Штернберга – МГУ, январь 2003, Москва. *Козодеров В.В. Новые методы описания эволюции природы и общества.*
35. Всероссийская конференция "Человек в биосфере. Музейный ракурс", посвященная 140-летию со дня рождения В.И.Вернадского. Музей Вернадского, март 2003, Москва. *Козодеров В.В., Дубинин Е.П., Ушаков С.А. Ноосфера В.И.Вернадского, экологическое образование и музеи.*
36. VI международная конференция "Новые идеи в науках о Земле". Московский государственный геологоразведочный университет, апрель 2003, Москва. *Козодеров В.В., Ушакова Л.А., Ушаков С.А. Новые подходы к интерпретации космической информации для землеведения.*

37. X всероссийская школа-семинар "Современные проблемы математического моделирования". Поселок Дюрсо Краснодарского края, сентябрь 2003. *Козодеров В.В. Взаимодействие атмосферы, океана и поверхности суши: космический мониторинг и математическое моделирование.*

38. Всероссийская конференция "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса". Институт космических исследований РАН, ноябрь 2003. *Козодеров В.В., Садовничий В.А., Ушакова Л.А., Ушаков С.А. Космическое землеведение: информационно-динамические исследования.*

39. Международная конференция "Вирусы и иммунитет — перспективные подходы". Институт иммунологии и физиологии УрО РАН, Институт математики и механики УрО РАН, г.Екатеринбург, 28–29 мая 2003 г.

    - *Романюха А.А. Математическая модель старения системы иммунитета.*
    - *Бочаров Г.А. Математические и экспериментальные подходы к изучению вирусных инфекций.*
    - *Руднев С.Г., Дементьева А.В., Селицкая Р.П., Романюха А.А. Математическая модель реакции системы защиты организма при туберкулезной инфекции легких.*
    - *Каркач А.С. Математическое моделирование динамики распространения туберкулеза в России.*
    - *Санникова Т.Е. Математическое моделирование влияния антигенной нагрузки на скорость старения системы иммунитета.*

40. Международная конференция "Общие проблемы управления и их приложения. Проблемы преподавания математики", посвященная 100-летию со дня рождения А.Н.Колмогорова. Тамбов, 11–16 мая 2003 г. *Фурсиков А.В. Стабилизация решений уравнений Навье-Стокса.*

41. Школа для аспирантов и молодых ученых стран Объединенной Европы "Инструктивная конференция по математическому анализу и гидромеханике". Эдинбург, 18–29 июня 2003 г., Великобритания. *Фурсиков А.В. О задачах стабилизации в гидромеханике.*

42. Международная конференция "Нелинейные уравнения в частных производных". г.Алушта, 15–21 сентября 2003 г., Украина. *Фурсиков А.В. Стабилизация решений системы Навье-Стокса посредством граничного управления с обратной связью: разрешимость и обоснование численного моделирования.*

43. Международная конференция "Математическое моделирование в медицине". Эдинбург, 17–19 сентября 2003 г., Великобритания. *Бочаров Г.А. Параметры чувствительности в задачах иммунотерапии.*

44. Конференция Швейцарского общества иммунологов и аллергологов. г.Ст.Галлен, 26–28 марта 2003 г., Швейцария. *Бочаров Г.А. Математическое исследование управляющих параметров в задачах иммунотерапии на основе дендритных клеток.*

45. Конференция Германского общества иммунологов. г.Берлин, 24–27 марта 2003 г., Германия. *Бочаров Г.А. Математические и экспериментальные подходы к изучению вирусных инфекций.*

11. Тезисы научных докладов на отчетной сессии 2003 года

1. Вычислительная математика

В.В. Воеводин

Ортогональные и псевдоортогональные базисы

Процессы ортогонализации широко используются для решения различных задач линейной алгебры. Однако в пространствах, где реализуются такие процессы, далеко не всегда удаётся ввести скалярное произведение, обладающее полным набором свойств, включая симметрию и положительную определённость. Поэтому представляет интерес исследование ситуации, когда в линейном пространстве вместо скалярного произведения используется эрмитова билинейная форма с максимально возможным ослаблением дополнительно накладываемых свойств, но при этом процессы типа ортогонализации всё ещё остаются осмысленными и конструктивными.

Применительно к задачам линейной алгебры такая ситуация впервые была изучена в [1]. Было показано, что для произвольной эрмитовой билинейной формы всегда существует так называемый псевдоортогональный базис, для которого в отличие от ортогонального базиса матрица Грама является не диагональной, а треугольной. Тем не менее, с псевдоортогональными базисами можно работать почти столь же эффективно, как и с ортогональными. Более того, с помощью псевдоортогональных базисов удалось закрыть известную проблему несамосопряженного расширения метода сопряженных градиентов [2].

Было замечено, что практически при любой случайно взятой эрмитовой билинейной форме в линейном пространстве существуют одновременно как ортогональный базис, так и псевдоортогональный базис, не являющийся ортогональным. Но с ортогональными базисами работать всё-таки проще. Тогда нужны ли по существу псевдоортогональные базисы? В то время ответ на данный вопрос не был найден, а был найден только в этом году.

Назовём вектор $x \neq 0$ *изотропным* для эрмитовой квадратичной формы $f(x, y)$, если $f(x, x) \neq 0$. Удалось показать, что имеет место

Теорема. Если эрмитова квадратичная форма не имеет в линейном пространстве изотропных векторов, то по отношению к этой форме в линейном пространстве существует ортогональный базис.

На первый взгляд теорема очень "оптимистична". В самом деле, множество эрмитовых квадратичных форм, имеющих изотропные векторы, образует множество существенно меньшей меры. Поэтому для большинства эрмитовых квадратичных форм (в том числе и несимметричных, и положительно неопределённых) в любом подпространстве почти наверняка существует ортогональный базис. Однако с такими ортогональными базисами нельзя работать эффективно, так как в общем случае их очень мало. В каких-то подпространствах или даже в целом пространстве он может быть только один.

Имеет место важный факт. Псевдоортогональный базис каждого пространства всегда может быть построен как объединение псевдоортогональных базисов любого подпространства и его ортогонального дополнения [1]. Для ортогональных базисов в случае не симметричной эрмитовой квадратичной формы это свойство, как правило, не сохраняется. Следовательно, псевдоортогональные базисы нужны по существу.

Список литературы

[1] *Воеводин В.В.* Линейная алгебра. – М.: Наука, 1980.

[2] *Воеводин В.В.* Проблема несамосопряженного расширения метода сопряженных градиентов закрыта // ЖВМ и МФ, 1983, т.23, N2.

[3] *Икрамов Х.Д.* Матричные пучки – теория, приложения, численные методы. В сб.: "Итоги науки и техники, серия: математический анализ". – М.: Изд-во ВИНИТИ, т.29, 1991.

Ю.М. Нечепуренко

Разработка методов численного спектрального анализа

Определен регулярно структурированный псевдоспектр квадратной комплексной матрицы и описаны его основные свойства. На примере разностного одномерного оператора конвекции-диффузии пояснено, чем регулярно структурированный псевдоспектр лучше обычного псевдоспектра в случае, когда нас интересует вопрос, как могут меняться минимальные по модулю собственные значения конечномерной аппроксимации дифференциального оператора при возмущении его коэффициентов. На регулярно структурированные псевдоспектры распространен предложенный С.К. Годуновым подход к оценке качества дихотомии обычного псевдоспектра ограниченным контуром. Показано, что введенный С.К. Годуновым интегральный критерий качества дихотомии фактически является некоторой L_2 нормой резольвенты. Это упрощает вывод соответствующих оценок и позволяет получать их через более общий интегральный критерий качества дихотомии, являющийся L_p нормой резольвенты [1-2].

Совместно со студентом 6 курса МФТИ Р.С. Мартыновым предложен и обоснован алгоритм вычисления матрицы отклика линейной дискретной динамико-стохастической системы на внешнее воздействие [3]. При обосновании учитывались известные оценки норм степеней матрицы через норму решения дескретного уравнения Ляпунова. Показано, как использовать полученные результаты для динамико-стохастических систем с непрерывным временем. Выполнен ряд численных экспериментов.

Совместно с проф. M. Sadkane (Франция, Университет Бретани) и его аспиранткой G. Hechme рассмотрен ряд вопросов вычисления ведущих инвариантных подпространств уравнений гидродинамики, линеаризованных относительно стационарного состояния. Исследована (теоретически) структура спектра и инвариантных подпространств таких уравнений. Проведена серия численных экспериментов с использованием наиболее эффективных из известных алгоритмов вычисления инвариантных подпространств. Результаты готовятся к публикации.

Список литературы

[1] *Нечепуренко Ю.М.* Обобщенные псевдоспектры// Доклады РАН (представлена в декабре 2003).

[2] *Нечепуренко Ю.М.* Интегральные критерии качества дихотомии спектра матрицы ограниченным контуром// Математические заметки (представлена в декабре 2003).

[3] *Мартынов Р.С., Нечепуренко Ю.М.* О нахождении матрицы отклика линейной дискретной динамико-стохастической системы// ЖВМ и МФ (представлена в июне 2003, принята к публикации).

Н.С. Бахвалов, М.Е. Эглит

Уравнение высоких порядков для изгибных колебаний пластин

Для исследования решений уравнений колебания пластин при малом значении параметра ϵ, отношения толщины пластины к характерной длине волны трехмерную систему уравнений колебания пластины заменяют двумерной системой, что позволяет уменьшить объем вычислений и более наглядно описать качественную картину распространения волн. Для построения уравнений высокого порядка точности для поперечных колебаний тонкой плоской однородной пластины разными авторами делаются различные априорные предположения о структуре деформаций в пластине. В результате этого строятся различные приближенные уравнения высокого порядка точности по параметру ϵ.

Методика осреднения процессов в периодических средах применена для математически строго обоснованного построения уравнений высокого порядка точности колебаний пластины произвольной периодической структуры, в частности для случая поперечных колебаний плоской однородной изотропной пластины.

Построены математически строго обоснованные уравнения четвертого, шестого и восьмого порядков точности по отношению к малому параметру ϵ. Проведено сравнение полученных уравнений порядков с известными уравнениями. Построенные уравнения шестого порядка точности асимптотически эквивалентны известным уравнениям Селезова, но вследствие их простоты более удобны для численного интегрирования.

Показано, что известные уравнения Тимошенко обладают малым порядком точности, но за счет подбора некоторых параметров для случая свободных изгибных колебаний их можно сделать уравнениями восьмого порядка точности.

Методика осреднения процессов в периодических средах применена для построения уравнений высокого порядка точности для поперечных колебаний тонкой плоской однородной изотропной пластины. Построены математически строго обоснованные уравнения четвертого, шестого и восьмого порядков точности по отношению к малому параметру — отношению толщины пластины к характерной длине распространяющейся волны. Проведено сравнение с известными уравнениями высокого порядка точности. Построенные уравнения шестого порядка точности асимптотически эквивалентны известным уравнениям Селезова, но вследствие их простоты более удобны для численного интегрирования. Произведено сравнение с классическими уравнениями Тимошенко; показано, что эти уравнения уступают по порядку точности построенным уравнениям шестого порядка точности.

Е.Е. Тыртышников

Новые методы вычисления интегралов Фурье и их применение в квазитрехмерных задачах электродинамики

Построены методы вычисления интегралов Фурье, эффективные при высоких частотах и для функций, аппроксимируемых произведением многочлена и экспоненты. Методы основаны на специальном представлении интерполяционного многочлена с использованием ортогональных многочленов Лагерра и Лежандра. Пусть вычисляется интеграл

$$C(p) = \int_0^\infty f(x) \cos px \, dx, \quad f(x) = f_0(x) \mathrm{e}^{-p_0 x}, \quad p_0 > 0,$$

для функции $f(x) = (1 + x + x^2 + x^3)\mathrm{e}^{-x}$. При выборе $p_0 = 1$ наш метод дает точное значение для $C(p)$ при любых p для всех $n \geq 4$, где n – число узлов. Вот сравнение с методом Чебышева-Лагерра при $p = 4$:

Таблица 1. Сравнение методов при $p_0 = 1$.

Точное значение для $C(4)$ и $C(10)$		-0.000646543983...	0.000157696875...
Наш метод	$n = 4$	-0.000646543983...	0.000157696875...
Метод Чебышёва-Лагерра	$n = 80$	-0.00067...	0.09...
	$n = 100$	-0.000642...	-3.4...
	$n = 150$	-0.000646544...	-0.9...

На практике точное значение показателя экспоненты может быть неизвестно. Вот результаты для той же функции $f(x)$ при выборе $p_0 = 0.5$:

Таблица 2. Зависимость от числа узлов при $p_0 = 0.5$.

Точное значение для $C(4)$ и $C(10)$		-0.000646543983...	0.000157696875...
Наш метод	$n = 4$	-0.08...	-0.01...
	$n = 20$	-0.0006476...	0.000158...
	$n = 30$	-0.00064654390...	0.000157696878...
	$n = 40$	-0.000646543983...	0.000157696875...

Построены эффективные алгоритмы вычисления электродвижущей силы в квазитрехмерном случае на основе метода интегральных уравнений с использованием тригонометрических многочленов, точного вычисления матричных элементов на окружностях, новых методов вычисления интегралов Фурье при сведении задачи к двумерным задачам и при вычислении функции Грина для слоистой среды и блочно-циркулянтного предобусловливания с применением метода минимальных невязок. Для данного класса задач новый метод вычисления интегралов Фурье заметно лучше классического метода Чебышева-Лагерра.

Список литературы

[1] *Тыртышников Е.Е., Савостьянов Д.В.* О случае алгебраической эквивалентности метода коллокации и метода Галеркина // ЖВМиМФ (принято к публикации).

[2] *Тыртышников Е.Е.* Модификации методов вычисления интегралов Чебышева-Лагерра и Гаусса-Лежандра // ЖВМиМФ (принято к публикации).

[3] *Tyrtyshnikov E.E.* Structured preconditioners for some operator equations. Numer. Linear Algebra Appl. (принято к публикации).

Н.Л. Замарашкин

Пространственные квазиизометрические отображения как решения задачи минимизации поливыпуклого функционала

Управление свойствами пространственных отображений является важным инструментом при построении расчетных сеток, геометрическом моделировании, в задачах реконструкции и параметризации поверхностей, при адаптивном численном моделировании и во многих других практических приложениях.

Расчетные сетки и отображения должны удовлетворять ряду естественных условий, включая локальную обратимость. Это условие в общем случае оказывается несовместимым с условием выпуклости функционалов, используемых для построения отображений. Поэтому практически используемые вариационые методы построения расчетных сеток основаны на существенно нелинейных невыпуклых функционалах. Строгое математическое обоснование таких подходов, как правило, отсутствует, и методы строятся на основе различных эвристик.

В работе [3] был предложен поливыпуклый функционал, определенный на подмножестве отображений с ограниченным искажением в смысле [1], и поставлена следующая задача: пусть $\Omega \subset R^n$ – область с липшицевой границей $\partial\Omega$, а $u \in W^{1,\infty}(\Omega; R^n)$ – соболевское отображение с предписанными значениями на границе $u|_{\partial\Omega} = u_0$. Среди всех таких отображений будем искать отображение, доставляющее минимум функционалу $J(u)$:

$$J(u) = \int_\Omega \mathcal{F}_1(\omega, \nabla u(\omega))d\omega,$$

где

$$\mathcal{F}_1(\omega, \nabla u(\omega)) = \mathcal{F}(\nabla u(\omega) H^{-1}(\omega)),$$

и $H(\omega) : \Omega \to R^{n\times n}$ – измеримая функция, для которой $\det H(\omega) > 0$ почти всюду в Ω, а $\mathcal{F} : R^{n\times n} \to \overline{R}_+ = R_+ \cup \{+\infty\}$ – функция на $R^{n\times n}$, заданная для любого $M \in R^{n\times n}$ следующими соотношениями

$$\mathcal{F}(M) = \begin{cases} \dfrac{(1-t)\Phi_\theta(M)}{\det M - t\Phi_\theta(M)}, & \text{если } \det M - t\Phi_\theta(M) > 0; \\ +\infty & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

здесь $\Phi_\theta : R^{n\times n} \to R$

$$\Phi_\theta(M) = \theta\left(\frac{\mathrm{tr}\,(M^\top M)}{n}\right)^{n/2} + \frac{(1-\theta)}{2}\left(\overline{v} + \frac{\det^2 M}{\overline{v}}\right),$$

а $\theta \in (0,1)$, $t \in (0,1)$, $\overline{v} \in R_+$ – некоторые заданные числа. Первое слагаемое в $\Phi_\theta(M)$ отвечает за контроль локального искажения формы, а второе – за контроль изменения локального объема отображения. Этот геометрический анализ можно найти, например, в [3].

Будем говорить, что функция $u \in W^{1,\infty}(\Omega; R^n)$ принадлежит допустимому множеству $\mathcal{A}$, и писать $u \in \mathcal{A}$, если

$$\det\left(\nabla u(\omega) H^{-1}(\omega)\right) - \Phi_\theta(\nabla u(\omega) H^{-1}(\omega)) > 0$$

почти всюду в Ω. Фактически задание этого подмножества вырезает квазиизометричные отображения из класса отображений с ограниченным искажением.

Была доказана теорема существования для этого функционала при естественных ограничениях на границу области (липшиц-непрерывность). Также удалось показать, что функционал принимает конечные значения только на квазиизометричных отображениях, и его минимум также является квазиизометричным отображением.

Минимальная регулярность решений соответствует локальному условию липшиц-непрерывности, что исключает эффект Лаврентьева.

Список литературы

[1] *Reshetnyak Y.G.* Mappings with bounded deformation as extremals of Dirichlet type integrals. Siberian Math. J., 9, 1968, 487-498.

[2] *Godunov S.K., Gordienko V.M., Chumakov G.A.* Quasi-isometric parametrization of a curvilinear quadrangle and a metric of constant curvature. Siberian Advances in Mathematics. 1995, V.5, N.2, P.1-20.

[3] *Гаранжа В.А.* Барьерный метод построения квазиизометричных сеток // ЖВМ и МФ, 2000. Т.40, N.11.

В.Н. Чугунов

Алгоритм построения призматических сеток для моделирования течений в пористых средах

При моделировании трехмерных течений в пористых средах, обладающих слоистой структурой, удобно использовать призматические сетки со строго вертикальными боковыми гранями. Геологические слои, связанные с различными породами, имеют переменную толщину и могут сужаться вплоть до полного исчезновения на линиях вырождения, а также менять толщину скачкообразно в районе вертикальных разломов земной коры. Одним из способов построения сетки, отражающей эти особенности, является проектирование разломов и линий вырождения на двумерную область и задание их ломаными. Имея двумерную сетку с небольшим числом элементов и со сторонами треугольников, лежащими на ломаных, можно путем дублирования двумерной сетки для каждого геологического слоя получить трехмерную сетку, учитывающую имеющиеся особенности структуры пористой среды.

Поэтому исходная трехмерная проблема сводится к следующей задаче. Дана грубая начальная конформная треугольная сетка, покрывающая область Ω, и некоторое множество ломаных, задаваемых набором точек на плоскости. Для каждого треугольника i введено качеством формы $Q_i = \dfrac{P_0^2}{S_0}\dfrac{S_i}{P_i^2} = 12\sqrt{3}\,\dfrac{S_i}{P_i^2}$, где S_i — площадь, P_i — периметр треугольника i, P_0, S_0 — периметр и площадь любого равностороннего треугольника. Требуется построить квазииерархическую конформную треугольную сетку на Ω, удовлетворяющую следующим условиям:

- заданные ломаные аппроксимируюся сторонами треугольников с первым порядком точности δ,
- все треугольники имеют качество формы не меньше q,
- число треугольников, повозможности, минимально.

Данная задача решается при предположениях:

- любая ломаная не имеет самопересечений,
- первая и последняя точки любой ломаной лежат на границе,

- ни одна из внутренних точек любой ломаной не лежит на границе области Ω,
- ломаные можно сдвигать на величину не более δ для обеспечения разрешимости задачи.

Для формулировки алгоритма введем типы узлов сетки и допустимые операции. Каждый из узлов сетки может быть либо неподвижным, либо подвижным только вдоль границы, либо подвижным в любом направлении. При построении алгоритма мы можем пользоваться только двумя допустимыми операциями: сдвиг узла и разбиение на два одного или нескольких произвольно заданных треугольников.

Алгоритм построения состоит из нескольких шагов.

Шаг 1: строим множество Z, состоящее из изгибов, граничных точек ломаных и точек пересечения ломаных.

Шаг 2: аппроксимируем точки множества Z узлами сетки с помощью допустимых операций. Для этого для каждого треугольника находим подмножество вершин из Z, принадлежащее данному треугольнику, двигаем одну из вершин в элемент Z, добиваясь наилучшего качества, а при недостатке вершин совершаем разбиение треугольника. Если сдвиг узла сетки в точку Z невозможен из-за ограничения на качество формы треугольника и диаметр треугольника меньше δ, смещаем саму точку Z в узел сетки.

Шаг 3: приближаем стороны треугольников к звеньям ломаных, используя лишь допустимые операции. Для этого сначала для каждого треугольника i вводим его качество по отношению к каждому звену j каждой ломаной l

$$\widehat{Q}_i^{(l,j)} = \begin{cases} 1 - \frac{2\,min(S_1,S_2)}{S}, & d_i < \delta, \\ 1 & - \text{ иначе}, \end{cases}$$

где S — площадь треугольника, S_1 и S_2 — площади фигур, на которые звено j ломаной l разбивает треугольник i, d_i — диаметр треугольника i. Затем для каждого треугольника вводим его качество по отношению ко всем ломаным

$$\widehat{Q}_i = \begin{cases} \Pi_l \, \Pi_j \, \widehat{Q}_i^{(l,j)}, & d_i < \delta, \\ 1 & - \text{ иначе}, \end{cases}$$

и двигаем вершины треугольника, добиваясь наилучшего качества $\widehat{Q}_i$. Если необходимо получить дополнительные степени свободы, совершаем разбиение треугольников.

Шаг 4: улучшаем качество сетки за счет сдвига подвижных узлов, если это возможно.

Данный алгоритм обладает следующими свойствами:

1. Процесс построения конформной треугольной квазииерархической сетки, аппроксимирующей ломаные с точностью δ, конечен.

2. Алгоритм построения конформной квазииерархической треугольной сетки, аппроксимирующей заданное множество с точностью2 $\delta << \varepsilon$, где ε — минимальное расстояние между двумя звеньями ломаных, не имеющими общих точек, порождает сетку, сгущающуюся при достаточно малом q к числу точек порядка $O((\log\delta)^{-1})$. Поэтому результирующая сетка будет иметь число треугольников порядка $O((\log\delta)^{-2})$.

С.А. Горейнов

Автоматическое разбиение на блоки и переупорядочение неизвестных для задач эллиптического типа с анизотропией

Разработан предобусловливатель типа "серого ящика"(требующий для построения, помимо элементов матрицы, лишь информацию о сетке) для задач эллиптического типа с анизотропией, использующий автоматическое переупорядочевание неизвестных и разбиение матрицы на блоки.

В модельных случаях блочный предобусловливатель по методу Гаусса-Зейделя, основанный на названном разбиении, может быть весьма эффективен. Предлагаемый алгоритм содержит три части:

- Блочное разбиение матрицы, удовлетворяющее следующему свойству: степени свободы, имеющие "сильную"связь (это означает, что соответствующий элемент матрицы достаточно большой по абсолютной величине), попадают в один и тот же блок. Используется вариант "жадного"алгоритма с ограничениями, который в частном случае сводится к известным алгоритмам PABLO и TPABLO [2, 3]. Имеется возможность гибко контролировать размер получающихся блоков.

- Блочный вариант метода Гаусса-Зейделя.
- Приближенное решение систем с диагональными блоками путем дополнительного переупорядочения степеней свободы в блоке методом инерциальной бисекции [4] и использования трехдиагонального приближения к матрице системы либо прямой факторизации блока.

В качестве приложения рассмотрен метод смешанных конечных элементов для оператора $-\nabla \cdot K\nabla$ с анизотропным тензором K на неструктурированных сетках со сгущениями для двумерных и трехмерных задач. В некоторых случаях общее время решения исходной системы удается снизить в десятки раз.

Список литературы

[1] *Chugunov V., Goreinov S., Tyrtyshnikov E., Vassilevski Yu.* Automatic ordering and block partitioning using grid information and weight matrices // URC ExxonMobil Corp. Reports, 2003.

[2] *O'Neil J., Szyld D.* A block ordering method for sparse matri ces. SIAM J. Sci. Stat. Comput. V.11 (5), pp.811–823, (1990).

[3] *Choi H., Szyld D.* Application of threshold partitioning of sparse matrices to Markov chains. In: Proceedings of the IEEE International Computer Performance and Dependability Symposium, IDPS'96. Urbana-Champaign, IL, 1996, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, pp.158–165, (1996).

[4] *Williams R.* Unification of spectral and inertial bisection, http://www.cacr.caltech.edu/~roy/papers/index.html, (1994).

В.И. Агошков

Исследование класса обратных задач и задач управления для стационарной системы Стокса

Класс математических задач геофизической гидродинамики описывается стационарной системой уравнений Стокса, возмущенной кососимметрическим ограниченным оператором. Помимо вектора скорости и давления здесь неизвестными могут быть функции источников, сосредоточенных в некоторой подобласти (область управления) из области, в которой решается вся задача. Для замыкания задачи могут быть введены условия наблюдения вектора скорости в подобласти (область наблюдения), в общем случае не совпадающей с областью управления. Подобные задачи возникают в теории обратных задач, в теории управления и в проблемах усвоения данных наблюдений. Для этого класса задач исследованы проблемы единственности решений и плотной разрешимости задачи. Показано, что решение этих проблем зависит от взаимоотношения областей управления и наблюдения.

Для рассматриваемого класса задач предложены и обоснованы итерационные алгоритмы их численного решения. Эти алгоритмы сводят процесс решения всей задачи к решению последовательности прямых и сопряженных задач для уравнений Стокса, возмущенных кососимметрическим оператором. Для численного решения данных задач также предложены и обоснованы итерационные алгоритмы решения, состоящие в последовательном численном решении "классических"эллиптических задач, что завершает формулировку алгоритмов численного решения исходных обратных задач или задач управления. Показано, что для обоснования алгоритмов решения исходных задач существенное значение имеют установленные результаты единственности решений и плотной разрешимости рассматриваемых задач. Ряд теоретических результатов подтверждён численными экспериментами.

Список литературы

[1] *Agoshkov V.I.* On some inverse problems for distributed parameter systems // Russ.J.Numer. Anal. Math. Modelling, 2003, v.18, No.6, pp.455-465.

[2] *Агошков В.И.* Методы оптимального управления и теории сопряженных уравнений в задачах математической физики. - М.: ИВМ РАН, 2003 (256 стр.).

В.П. Шутяев

Чувствительность к ошибкам в задачах вариационного усвоения данных

Рассмотрим эволюционную задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) + f, \quad t \in (0,T), \\ \varphi\big|_{t=0} = u, \end{cases} \tag{1}$$

где $\varphi = \varphi(t)$ принадлежит для любого t гильбертовому пространству X, $u \in X$, F – нелинейный оператор из X в X, $f \in Y = L_2(0,T;X)$.

Введем функционал

$$S(u) = \frac{\alpha}{2}\|u - u_0\|_X^2 + \frac{1}{2}\|C\varphi - \varphi_{obs}\|^2_{Y_{obs}}, \tag{2}$$

где $\alpha = const \geq 0$, $u_0 \in X$, $\varphi_{obs} \in Y_{obs}$ – заданные функции, Y_{obs} – гильбертово пространство (пространство наблюдений), $C : Y \to Y_{obs}$ – линейный ограниченный оператор.

Задача об усвоении данных: найти u и φ такие, что

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) + f, \quad t \in (0,T), \\ \varphi\big|_{t=0} = u, \\ S(u) = \inf\limits_v S(v). \end{cases} \tag{3}$$

Необходимое условие оптимальности сводит задачу к системе:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) + f, \quad t \in (0,T), \\ \varphi\big|_{t=0} = u, \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial \varphi^*}{\partial t} - (F'(\varphi))^*\varphi^* = -C^*(C\varphi - \varphi_{obs}), \quad t \in (0,T), \\ \varphi^*\big|_{t=T} = 0, \end{cases} \tag{5}$$

$$\alpha(u - u_0) - \varphi^*\big|_{t=0} = 0. \tag{6}$$

Предположим, что $u_0 = \overline{u} + \xi_1$, $\varphi_{obs} = C\overline{\varphi} + \xi_2$, $f = \overline{f} + \xi_3$, где $\xi_1 \in X$, $\xi_2 \in Y_{obs}$, $\xi_3 \in Y$, а $\overline{\varphi}$ – решение задачи (1) при $u = \overline{u}$, $f = \overline{f}$:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dfrac{\partial \overline{\varphi}}{\partial t} &=& F(\overline{\varphi} + \overline{f}, \quad t \in (0,T), \\ \overline{\varphi}\big|_{t=0} &=& \overline{u}. \end{array} \right. \tag{7}$$

Функции ξ_1, ξ_2, ξ_3 можно трактовать как ошибки входных данных u_0, φ_{obs}, f.

Наряду с разработкой и обоснованием эффективных алгоритмов численного решения задач вариационного усвоения данных важную роль играют свойства самого оптимального решения. До сих пор малоисследованным является вопрос о чувствительности оптимальных решений задач вариационного усвоения к погрешностям данных наблюдений. Некоторые результаты в этом направлении получены в работах Ф.Диме, И.Навона, О.Талаграна, Ф.Диме и В.Шутяева, в которых положено начало развития метода сопряженных уравнений второго порядка для анализа влияния погрешностей данных наблюдений и погрешностей геофизических моделей на оптимальные решения задач вариационного усвоения.

В настоящей работе исследовано влияние погрешностей данных наблюдений на оптимальные решения нелинейных эволюционных задач об усвоении данных на основе метода сопряженных уравнений второго порядка. С использованием Гессиана функционала стоимости получено уравнение для ошибки оптимального решения через ошибки входных данных. Исследована разрешимость уравнения для ошибки в специальных функциональных пространствах. Получены формулы для вычисления коэффициентов чувствительности решения к ошибкам наблюдений с использованием фундаментальных функций управления. В качестве приложения рассмотрена задача об усвоении данных с целью восстановления начального условия для ζ-модели, описывающей динамику приливных волн в океанах и морях.

Список литературы

[1] *Шутяев В.П.* Операторы управления и итерационные алгоритмы в задачах вариационного усвоения данных. – М.: Наука, 2001.

[2] *Le Dimet F.-X., Ngnepieba P., Shutyaev V.P.* On error analysis in data assimilation problems // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling (2002), 17(1), 71–97.

[3] *Shutyaev V.P.* Fundamental control functions and error analysis. In: Data Assimilation for the Earth System. NATO Science Series IV: Earth and Environmental Sciences. Dordrecht: Kluwer (2003), 75–84.

Е.В. Чижонков

Стабилизация по граничным условиям решения уравнений Навье–Стокса

Задачи управления решениями дифференциальных уравнений в частных производных относятся к числу сложных проблем, для которых теоретическая разработка основ еще далека от завершения. Частным случаем управления является стабилизация некоторого начального условия к известному стационарному решению. В [1] был предложен подход к построению краевых условий, которые могут обеспечить этот результат с заданной скоростью для квазилинейных уравнений параболического типа. Численные аспекты этой идеи были проанализированы в [2] и успешно применены для стабилизации уравнения Чафе–Инфанта.

В настоящей работе ранее опробованный численный алгоритм стабилизации по граничным условиям был обобщен на более сложный класс многомерных уравнений типа Навье–Стокса. Для этого потребовалась разработка нового способа проектирования – продолжения начального условия на более широкую область определения. Для его реализации необходимы решения вспомогательных спектральных задач для уравнений Стокса [3], нахождение которых является весьма трудоемкой процедурой. Зато в качестве компенсации получаемое начальное условие является всюду непрерывным и обладает свойством минимальности нормы в подходящем энергетическом пространстве.

Для дискретизации по пространству применялась схема метода конечных разностей второго порядка на смещенных сетках, для интегрирования по времени были использованы два подхода: метод Узавы – сопряженных градиентов и проекционный метод типа Чорина. Последний оказался более предпочтительным в силу естественности обобщения на нелинейный случай. Отметим, что далее у этого алгоритма было выявлено следующее неприятное свойство: множество, которому принадлежит начальная функция, даже в линейном случае не является инвариантным по времени. Эта трудность преодолевалась регулярным повторением процедуры проектирования.

Основным результатом работы является конструктивная процедура построения стабилизирующих граничных условий, гарантирующих стремление с заданной скоростью к нулю нормы решения уравнения Навье–Стокса в исходной области. Проведенные на модельной задаче численные эксперименты подтверждают работоспособность алгоритма стабилизации.

Список литературы

[1] *Фурсиков А.В.* Стабилизация квазилинейного параболического уравнения по граничным условиям с обратной связью // Матем. сборник. 2001. Т. 192, N 4. с.115–160.

[2] *Chizhonkov E.V.* Numerical aspects of on stabilization method // Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2003, v.18, N 5, pp.363–376.

[3] *Иванчиков А.А.* Численное решение некоторых спектральных задач для уравнений Стокса // Вычислительные методы и программирование, 2003, Т. 4, N 2, с. 58–74.

А.С. Каркач, А.А. Романюха

Математическое моделирование распространения и контроля туберкулезной инфекции в России

Изучение факторов, влияющих на заболеваемость туберкулезом в России, и поиск оптимальных методов контроля является актуальной задачей математического моделирования. Так, заболеваемость туберкулезом в России с 1990 по 2000 г. выросла с 35 до 92 случаев на 100 тыс. чел. в год и приблизилась к показателям, характерным для развивающихся стран (106 случаев на 100 тыс. чел. в год, Индия, 2001 г.). Для сравнения заболеваемость в странах с благополучной обстановкой по туберкулезу составляет порядка 8 чел. на 100 тыс. в год (Германия, 2001 г.) [5].

Целью исследований является построение иммуноэпидемиологической модели распространения туберкулеза в России и исследование задачи оптимального управления профилактикой и лечением. Задачами текущего этапа являются: построение модели распространения туберкулеза в однородной популяции, анализ данных по заболеваемости туберкулезом в России, настройка модели на данные в пределах одного региона и поиск оптимальных управляющих воздействий (изменений параметров), приводящих к улучшению эпидемиологических показателей с учетом ограничений ресурсов, выделяемых на профилактику и лечение.

В настоящее время построено большое количество моделей, описывающих популяционную динамику распространения туберкулеза в различных условиях [3, 4, 6]. Однако в силу различий в подходах к контролю заболеваемости туберкулезом в СССР/РФ и других странах (см.таблицу), а также вследствие необходимости учета скрытой заболеваемости эти модели не подходят для описания ситуации, сложившейся в России. Наличие “скрытой заболеваемости” — больных, которые не выявлены и не находятся на учете, является существенным фактором при моделировании распространения туберкулеза в России. Модель, описывающая этот фактор, была предложена впервые.

Остановимся сначала на характеристике данных. С 1997 года в России работает система комплексного мониторинга ТБ в рамках единой информационной системы по ТБ. Данные о распространении туберкулеза в СССР/России представлены в виде электронной базы данных [1] д.м.н. С.Е. Борисовым (НИИ фтизиопульмонологии ММА им. И.М. Сеченова, г. Москва). База данных содержит сведения о динамике заболеваемости и смертности за год по категориям клинического учета на уровне региона (область, республика, край), либо района начиная с 1985 года.

Особенности контроля распространения туберкулеза в России и за рубежом

Параметры	СССР/Россия	Развивающиеся страны	Развитые страны
Охват населения противотуберкулезной помощью	Высокий	Низкий	Высокий
Иммунизация новорожденных	БЦЖ поголовная с 50-х гг.	Нет, либо частичная	Нет
Пробы на наличие антител к ТБ в крови	Малоэффективны из-за иммунизации	Эффективны	Эффективны
Основной метод диагностики	Флюорографифический	Проба на антитела	Проба на антитела
Основное внимание	Иммунизация, профилактика, лечение бактерионосителей	Выявление и лечение бактерионосителей	Выявление и лечение бактерионосителей

Сформулируем теперь модель распространения и контроля заболеваемости туберкулезом. Введем переменные модели: S — численность вакцинированных неинфицированных индивидов; L — численность латентно инфицированных индивидов с отсутствием клинических проявлений болезни и больных с первичной формой туберкулеза, протекающей бессимптомно; D — численность невыявленных индивидов с вторичной формой туберкулеза без бактериовыделения; B — численность невыявленных индивидов с бактериовыделением; D_0 — численность выявленных индивидов с вторичной формой туберкулеза без бактериовыделения; B_0 — численность выявленных индивидов с бактериовыделением.

Система уравнений

$$\frac{dS}{dt} = f - \beta S(B + kB_0) - \mu S,$$
$$\frac{dL}{dt} = \beta S(B + kB_0) + \beta_L D + \beta_{L0}(f_2)D_0 - L(\gamma + \alpha_D(B + kB_0)) - \mu L,$$

$$\frac{dD}{dt} = L(\gamma + \alpha_D(B + kB_0)) + \beta_D B - \beta_B D - \beta_L D + \rho(f_2)D_0 - \\ - \varphi(f_1)D - \mu_D D,$$

$$\frac{dB}{dt} = \beta_B D - \beta_D B + \rho(f_3)B_0 - \varphi(f_1)B - \mu_B B,$$

$$\frac{dD_0}{dt} = \varphi(f_1)D + \beta_{D0}(f_3)B_0 - \beta_{B0}(f_2)D_0 - \rho(f_2)D_0 - \beta_{L0}(f_2)D_0 - \mu_{D0}D_0,$$

$$\frac{dB_0}{dt} = \varphi(f_1)B + \beta_{B0}(f_2)D_0 - \beta_{D0}(f_3)B_0 - \rho(f_3)B_0 - \mu_{B0}B_0$$

с начальными данными при $t = t^0$:

$$S(t^0) = S^0, L(t^0) = L^0, D(t^0) = D^0, B(t^0) = B^0, D_0(t^0) = D_0^0, B_0(t^0) = B_0^0,$$

представляет собой математическую модель выявления и контроля туберкулеза в вакцинированной популяции с учетом скрытой заболеваемости и управлением (Романюха А.А., Каркач А.С., Борисов С.Е., 2003). Модель описывает динамику распространения заболевания туберкулезом в замкнутой однородной популяции и влияние на динамику уровней ресурсов, выделенных на различные этапы контроля.

Характеристики затрат ресурсов: F_1 — средства, затраченные на выявление больных туберкулезом; $f_1 = F_1/(N - B_0 - D_0)$ — затраты на выявление одного больного туберкулезом; F_2 — затраты на лечение больных туберкулезом без бактериовыделения; $f_2 = F_2/D_0$ — затраты на лечение одного больного туберкулезом без бактериовыделения; F_3 — затраты на лечение больных туберкулезом с бактериовыделением; $f_3 = F_3/B_0$ — затраты на лечение одного больного туберкулезом с бактериовыделением.

Для настройки модели использовались данные по Орловской области. Эта область характеризуется качественным сбором статистики заболеваемости и смертности от туберкулеза и низкой миграцией населения. Использовались данные за 2000–2002 годы.

Описанная модель без учета скрытой заболеваемости (в форме четырех уравнений) была представлена в [2].

Анализ данных, требующий экспертной оценки их качества, и разработка модели проводится совместно с д.м.н. Борисовым С.Е. (НИИ фтизиопульмонологии ММА им. И.М. Сеченова, г. Москва).

Список литературы

[1] Система управления базами территориальных данных / НИИ фтизиопульмонологии ММА им. И.М. Сеченова — ООО "Центр "Логос".

[2] *Каркач А.С.* Математическое моделирование динамики распространения туберкулеза в России / Международная конференция "Вирусы и иммунитет — перспективные подходы", Екатеринбург, 28–29 мая 2003 (доклад).

[3] *Blower S.M., McLean A.R., Porco T.C., Small P.M., Hopewell P.C., Sanchez M.A., Moss A.R.* The intrinsic transmission dynamics of tuberculosis epidemics // Nature Medicine 1(8): 815—821 (1995).

[4] *Blower S.M., Small P.M., Hopewell P.C.* Control Strategies for Tuberculosis Epidemics: New Models for Old Problems Science 273: 497—500 (1996).

[5] Global Tuberculosis Control Surveillance, Planning, Financing. WHO Report, 2003. — Geneva: WHO.

[6] *Murray C.J., Salomon J.A.* Modeling the impact of global tuberculosis control strategies // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 1998. — V. 95, No. 23. — P. 13881—13886.

С.Г. Руднев

Математическое моделирование динамики иммунной защитной реакции организма при туберкулёзной инфекции лёгких

Предложена уточнённая математическая модель динамики иммунной защитной реакции организма при туберкулёзной инфекции лёгких. Модель имеет вид системы 12 обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие различных популяций клеток иммунной системы с микобактериями в повреждённом участке лёгких, иммунный ответ в лимфатических узлах лёгких, а также динамику специфических лимфоцитов в крови:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dK}{dt} = \beta K + \alpha_M K_M + \alpha_C K_C + c_1 \gamma''_{MK} K_M^2 H_A + \delta_1 \gamma_{ME} K_M^2 E_A + \\
&+ \delta_2 \gamma_{CE} K_C^2 E_A - \gamma'_{MK} K M_A - \gamma_{CK} K C, \\
&\frac{dK_M}{dt} = \gamma'_{MK} M_A K + (\beta_M - \gamma''_{MK} M_A H_A) K_M - \alpha_M K_M - \gamma_{ME} K_M^2 E_A - \\
&- c_1 \gamma''_{MK} K_M^2 H_A, \\
&\frac{dK_C}{dt} = \gamma_{CK} K C + \beta_C K_C - \gamma_{CE} K_C^2 E_A - \alpha_C K_C, \\
&\frac{dM_A}{dt} = \gamma K_M M_A + \alpha_M (M_A^* - M_A) - \gamma_{ME} K_M M_A E_A - c_1 \gamma''_{MK} K_M M_A H_A, \\
&\frac{dC}{dt} = \alpha_C (C^* - C) - \gamma_{CE} K_C C E_A, \\
&\frac{dH_A}{dt} = k'_{BA} \frac{V_B}{V_A} H_B (1 + \gamma' K_M M_A) - k'_{AL} H_A - \delta_3 \gamma''_{MK} K_M M_A H_A, \\
&\frac{dE_A}{dt} = k'_{BA} \frac{V_B}{V_A} E_B (1 + \gamma'' K_M M_A) - k'_{AL} E_A - \delta_4 \gamma_{ME} K_M M_A E_A, \\
&\frac{dM_K}{dt} = \gamma_{M_K} K_M (M - M_K) - \alpha_{M_K} M_K, \\
&\frac{dH_L}{dt} = b_H \left[\rho_H M_K (t - \tau_H) H_L (t - \tau_H) - M_K H_L \right] - b_P M_K H_L E_L + \\
&+ \alpha_H (H_L^* - H_L) - k'_{LB} H_L + k'_{AL} d_3 \frac{V_A}{V_L} H_A, \\
&\frac{dE_L}{dt} = b_E \left[\rho_E M_K (t - \tau_E) H_L (t - \tau_E) E_L (t - \tau_E) - M_K H_L E_L \right] + \\
&+ \alpha_E (E_L^* - E_L) - k''_{LB} E_L + k''_{AL} d_3 \frac{V_A}{V_L} E_A, \\
&\frac{dH_B}{dt} = k'_{LB} \frac{d_1 V_L}{V_B} H_L - k'_{BA} H_B (d'_2 + \gamma' K_M M_A), \\
&\frac{dE_B}{dt} = k''_{LB} \frac{d_1 V_L}{V_B} E_L - k''_{BA} E_B (d''_2 + \gamma'' K_M M_A)
\end{aligned}
$$

с начальными условиями, соответствующими моменту первичного инфицирования:

$$
\begin{aligned}
&K(0) = K_0;\ K_M(0) = 0;\ K_C(0) = 0;\ M_A(0) = M_A^*;\\
&C(0) = C^*;\ H_A(0) = H_A^*;\ E_A(0) = E_A^*;\ M_K(0) = 0;\\
&H_L(0) = H_L^*;\ E_L(0) = E_L^*;\ H_B(0) = H_B^*;\ E_B(0) = E_B^*;\\
&M_K(t)H_L(t) = 0,\ -\tau_H \le t \le 0; M_K(t)H_L(t)E_L(t) = 0,\ -\tau_E \le t \le 0,
\end{aligned}
$$

где величины K_0, M_A^*, C^*, H_A^*, E_A^*, H_L^*, E_L^*, H_B^*, E_B^* постоянны и положительны.

Зависимые переменные имеют смысл концентраций клеток следующих типов: $K = K(t)$ – свободные (внеклеточные) микобактерии в повреждённом участке лёгких (т. е. в очаге инфекции); $K_M = K_M(t)$ – жизнеспособные микобактерии внутри альвеолярных макрофагов в очаге инфекции; $K_C = K_C(t)$ – жизнеспособные микобактерии внутри эпителиоцитов 2-го типа в очаге инфекции; $M_A = M_A(t)$ – альвеолярные макрофаги в очаге инфекции; $C = C(t)$ – эпителиоциты 2-го типа в очаге инфекции; $H_A = H_A(t)$ – специфические хелперные Т-лимфоциты в очаге инфекции; $E_A = E_A(t)$ – специфические эффекторные Т-лимфоциты в очаге инфекции; $M_K = M_K(t)$ – антигенпрезентирующие клетки (активированные макрофаги и дендритные клетки) в лимфатических узлах, обслуживающих очаг инфекции (ЛУ); $H_L = H_L(t)$ – специфические хелперные Т-лимфоциты в ЛУ; $E_L = E_L(t)$ – специфические эффекторные Т-лимфоциты в ЛУ; $H_B = H_B(t)$ – специфические хелперные Т-лимфоциты в крови; $E_B = E_B(t)$ – специфические эффекторные Т-лимфоциты в крови.

Отличительная особенность этой модели по сравнению с предложенной ранее состоит в явном описании процессов миграции иммунокомпетентных клеток между рассматриваемыми блоками. Построены начальные оценки ряда параметров модели. Модель будет использована для сравнительного анализа факторов, влияющих на течение и исход инфекции.

Т. Е. Санникова

Динамика старения иммунитета и ее влияние на изменение смертности от респираторных заболеваний

Цель работы состоит в построении и исследовании математической модели механизмов, определяющих возрастные изменения иммунитета в зависимости от внешних условий. Известно, что главной причиной увеличения смертности от гриппа и пневмонии в возрастных группах старше 80 лет является снижение функционирования иммунной системы. В данной работе динамика старения иммунной защиты описывается математической моделью возрастных изменений популяции периферических Т-лимфоцитов [1, 2]. Решения этой модели дают оценку средней тяжести болезни для разных возрастов. Переход к описанию данных по возрастной зависимости смертности строится при помощи эмпирической функции зависимости вероятности летального исхода от тяжести заболевания. Различия в динамике смертности от пневмонии для разных стран в 90-х годах 20 века могут быть описаны за счет изменения значений параметра внешней антигенной нагрузки, влияющей на скорость старения системы иммунитета [3]. Однако при моделировании векового тренда смертности от инфекционных заболеваний недостаточно варьировать только этот параметр. В работе предполагается, что изменение вида кривой смертности связано с изменением структуры популяции. Результаты настройки модели показывают, что в течение 20 века снижалась как антигенная нагрузка, так и неоднородность популяции в старших возрастах.

Построенная популяционная модель старения иммунитета позволяет исследовать влияние среды и параметров старения иммунной системы на возрастную динамику смертности населения от инфекционных болезней. Учет популяционной неоднородности по скорости старения системы иммунитета позволяет описать вековой тренд смертности от респираторных заболеваний. Настройка популяционной модели старения иммунитета на данные выявила следующую закономерность: влияние отбора по параметрам системы иммунитета в старших возрастах по мере приближения к современности снижается.

Список литературы

[1] *Романюха А.А., Яшин А.И.* Математическая модель возрастных изменений в популяции периферических Т-лимфоцитов // Успехи геронтологии. - 2001. - Т. 8. - С. 58-69.

[2] *Romanyukha A.A., A.I. Yashin.* Age Related Changes in Population of Peripheral T-cells: Towards a model of Immunosenescence. Mechanisms of Ageing and Development. 2003, v. 124, p. 433-443.

[3] *Санникова Т.Е., Марчук Г.И., Романюха А.А., Яшин А.И.* Старение системы иммунитета и динамика смертности. Анализ роли антигенной нагрузки // Успехи геронтологии. 2003, вып. 10, с.74-85.

2. Моделирование глобальных изменений природной среды и климата

В.П. Дымников

Современные проблемы математической теории климата

В монографии (Dymnikov, Filatov, (1997)) авторы определили математическую теорию климата как часть теории климата, в которой поведение решений климатических моделей на произвольно больших промежутках времени исследуется методами теории динамических (или динамико-стохастических) систем. Имея в виду, что задача чувствительности климатической системы к малым внешним воздействиям не является классической физической задачей, поскольку климатическую систему в силу её специфических особенностей нельзя промоделировать лабораторно и, очевидно, нельзя с ней поставить целенаправленный эксперимент, то определение этой чувствительности по данным наблюдений (если это возможно) должно опираться на строгую в определенном смысле математическую теорию. Именно эту задачу мы сформулировали как центральную в рамках математической теории климата.

Итак, пусть климатическая система описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений с частными производными, которую мы запишем в формальном виде:

$$\frac{du}{dt} = F(u), \quad u \in U, \tag{1}$$

$$u|_{t=0} = u_0.$$

Здесь U – фазовое пространство, $u(t, u_0)$ – траектория системы (1), выпущенная из точки u_0.

Сейчас мы рассмотрим последовательность задач, которую надо решить, чтобы подойти к решению проблемы о чувствительности климата к малым внешним воздействиям.

1. Доказательство однозначной разрешимости задачи (1) на произвольном конечном промежутке времени T.

В той постановке, в которой формулируются современные модели атмосферной циркуляции (σ-система координат, гидростатика, сферические координаты и т.п.), такой теоремы не существует.

2. Существование аттрактора.

Теоремы существования аттрактора в упрощенных постановках (p-система координат, упрощенные краевые условия на нижней границе, сводящие фактически систему к уравнениям несжимаемой жидкости, существуют (Lions, Temam, Wang, 2001). Трудность для современных климатических моделей состоит в том, что модель атмосферы фактически не является диссипативной системой — есть эволюционное уравнение, описывающее закон сохранения массы, закон сохранения энергии не является квадратичной формой — в отсутствии источников нагревания существует линейный закон сохранения потенциальной температуры. Это приводит к тому, что надо доказывать существование аттрактора на поверхности $M =$const, где полная масса уже есть параметр задачи, влияющей на структуру аттрактора, т.е. задача становится по существу сложнее.

3. Оценка размерности аттрактора и возможные оценки характеристики динамики на аттракторе.

Полученные оценки размерности аттракторов атмосферных моделей чрезвычайно завышены, т.к. получены для произвольной правой части без анализа её принадлежности к какому-то подмножеству (оценка по норме), поэтому получить из этих оценок что-то полезное (более полезное, чем из оценки поглощающего множества) практически невозможно. Интересной задачей в этом смысле является численная проверка асимптотик по всем параметрам, полученная в этих оценках – по числу Грассгофа, отдельно по коэффициентам внутренней вязкости и рэлеевской диссипации, по размерности пространства для конечномерных аппроксимаций и т.д. Это возможно сделать на современных компьютерах для простых моделей атмосферы типа уравнений баротропной атмосферы и двухслойной бароклинной модели. Оценка размерности аттрактора может быть вычислена по глобальным показателям Ляпунова.

4. Устойчивость аттракторов и инвариантных мер по отношению к возмущениям параметров. Общая теорема. Линейный оператор отклика.

Это центральная задача всей математической теории климата — доказательство непрерывной зависимости меры и аттрактора как множества от параметров задачи и формулирование линейного оператора, связывающего, например, моменты от решения с возмущениями этих параметров.

5. Конечномерные аппроксимации. Аттракторы конечномерных моделей. Аппроксимация аттракторов как множеств. Аппроксимация меры. Важность инвариантов.

При аппроксимации атмосферных моделей выдвигаются многочисленные требования к аппроксимации регулярной части модели, в которой существует группа симметрии и бесконечная группа для двумерной асимптотики. С физической точки зрения многие инварианты очень важны для формирования тех или иных характеристик атмосферной циркуляции: угловой момент — пассаты, энергия и энстрофия двумерной атмосферы — распределение энергии по спектру, аппроксимация спектра — высокочастотная изменчивость и т.д. Опыт показал, что точного сохранения аналогов этих инвариантов не нужно — нужно, чтобы их "изменчивость"лежала в достаточно узких пределах.

Не существует конструктивных теорем об аппроксимации аттракторов как множеств в хаусдорфовой метрике и аппроксимации меры (или моментов от решения), т.е. нет условий на разностные схемы, чтобы такие аппроксимации существовали.

Это "хорошая"задача для вычислительной математики. Естественно, что простейшая задача здесь — галёркинские приближения для двумерной баротропной атмосферы. Предварительные результаты (Дымников, Грицун, 1999) показали, что это разумная задача — сходимость галёркинских приближений существует по всем параметрам.

6. Приближённое вычисление оператора отклика. ε-регуляризация. Уравнение Фоккера-Планка. Устойчивость его стационарного решения.

В этом разделе мы будем рассматривать конечномерную аппроксимацию модели (1):

$$\frac{du_i}{dt} = F_i(u), \quad u \in R^N, \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = u_0,$$

считая, что всё, что необходимо, нами доказано (существование аттрактора и т.д.).

Трудность построения теории заключается ещё и в том, что в общем случае аттрактор системы (2) фрактален и мера, заданная на нём, сингулярна, так что строить общие конструкции зависимости этой меры от внешних параметров кажется делом безнадёжным. Систему (2) можно регуляризировать, добавив в правую часть аддитивно малый δ-коррелированный по времени случайный форсинг:

$$\frac{du}{dt} = F(u) + \varepsilon \tag{3}$$

$$< \varepsilon_i(t)\varepsilon_j(t)' >= 2d \cdot \delta(t - t').$$

Тогда PDF для этой системы может быть рассчитана с помощью уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + divF(u) \cdot \rho = d\Delta\rho, \tag{4}$$

$$\rho \geq 0, \qquad \int \rho du = 1.$$

Задача сводится к доказательству существования стационарного решения (4), его устойчивости и непрерывной зависимости от параметров задачи (3). При некоторых упрощающих условиях ($u \in \Omega, \Omega$ — компактное многообразие без границ) эта задача решена (Zeeman, 1988).

Возможен другой подход, основанный на аппроксимации некоторых характеристик динамики на аттракторе с помощью упрощенной динамико-стохастической модели. В частности, можно воспользоваться известным фактом, что низкочастотная изменчивость атмосферной циркуляции в основном вынужденная (краевые условия и возбуждение высокочастотными бароклинными вихрями). Тогда для описания этой изменчивости можно использовать систему линейных динамико-стохастических уравнений (Дымников, 1988):

$$\frac{d\varphi}{dt} + A\varphi = \varepsilon \tag{5}$$

где A — некий линейный оператор в R^N, $Re\,\lambda(A) > 0$, $\varepsilon - \delta$ – коррелированный по времени гауссов процесс.

Ковариационная матрица со сдвигом τ для процесса φ есть:

$$C(\tau) =< \varphi(t+\tau) \cdot \varphi^T(t) >= e^{-A\tau}C(0), \tag{6}$$

и оператор отклика на постоянно действующее возмущение правой части (6) может быть вычислен по формуле:

$$A^{-1} = \int\limits_0^\infty C(\tau)C^{-1}(0)d\tau. \tag{7}$$

Численные эксперименты показали (Dymnikov, Gritsoun, 1997), что приближение (7) хорошо "работает" для целого класса атмосферных моделей — от двумерных баротропных до сложных современных моделей общей циркуляции атмосферы.

7. Задачи управления.

Эта задача очень сложная и пока плохо сформулирована. Речь идет об управлении погодой и климатом. Управление погодой — это управление решением системы (1) при определенных ограничениях на управление, так чтобы задача была содержательной. Как правило, речь должна идти об управлении неустойчивым по Ляпунову решением при наличии случайного шума. При управлении климатом задача осложняется тем, что операторы отклика для различных моментов могут давать различные аномалии форсинга, что, конечно, естественно. Требуется исследовать проблему оптимальности аномального форсинга.

Список литературы

[1] *Dymnikov V., Filatov.* Mathematics of climate modeling, 1997, Birkhauser, Boston.

[2] *Дымников В.П.* О связи естественных ортогональных составляющих полей метеоэлементов с собственными функциями динамических операторов // Изв. АН СССР, ФАиО. 1988, т.24, No.7, с.675-683.

[3] *Zeeman E.C.* Stability of dynamical systems, Nonlinearity, 1. 1988, pp.115-155.

[4] *Dymnikov V.P., Gritsoun A.S.* On the structure of the attractors of the finite-dimensional approximations of the barotropic vorticity equations on a rotating sphere // Russ. J. Numer. Analysis Math. Modelling. 1997, v.12, No.1, pp.13-32.

А.А. Корнев

О численном построении устойчивого и неустойчивого многообразий в окрестности стационарной точки

Начиная с результатов Адамара и Перрона известны два метода доказательства существования устойчивых и неустойчивых многообразий – метод сжимающих отображений и метод разложения в ряд по степеням v, w. В работе предложены численные алгоритмы построения многообразий, основанные на методе сжимающих отображений. Получены асимптотически неулучшаемые условия сходимости алгоритмов, проверена эффективность, в том числе для задач математической физики. Показана некоторая эквивалентность метода рядов и метода разложения в ряд.

Пусть S – непрерывное отображение, определенное на банаховом пространстве H с нормой $\|\cdot\|$, и пусть 0 является неподвижной точкой отображения. Пусть определены два оператора проектирования $P_+, P_- : H \to H$, ограниченный линейный оператор $L : H \to H$, непрерывное отображение $R(u) = S(u) - Lu$ такие, что имеют место следующие неравенства

$$
\begin{aligned}
&P_+ + P_- = I, \quad \|P_+\| = \|P_-\| = 1\\
&L(P_+H) = P_+H, \quad L(P_-H) \subset P_-H\\
&\|Lv\| \geq (1+\delta_+)\|v\|, \quad \forall v \in P_+H, \quad \delta_+ \geq 0\\
&\|Lw\| \leq (1-\delta_-)\|w\|, \quad \forall w \in P_-H, \quad \delta_- \geq 0\\
&\|R(u_1) - R(u_2)\| < \theta\Big(\max\{\|u_1\|, \|u_2\|\}\Big)\|u_1 - u_2\|, \ \forall u_i \in H
\end{aligned}
$$

с непрерывной положительной неубывающей функцией $\theta(\cdot)$, $\theta(0) = 0$.

Обозначим через $\mathcal{M}^-(S, \mathcal{O})$ устойчивое многообразие подмножества $\mathcal{O}$, а через $\mathcal{M}^+(S, \mathcal{O})$ неустойчивое многообразие. Пусть $u = v + w$, $v \in P_+\mathcal{O}$, $w \in P_-\mathcal{O}$ и

$$S(u) = \begin{cases} S_+(v + w) = L_+v + R_+(v + w);\; S_\pm(\cdot) = P_\pm S(\cdot) \\ S_-(v + w) = L_-w + R_-(v + w); L_\pm = P_\pm L, R_\pm(\cdot) = P_\pm R(\cdot). \end{cases}$$

Для произвольного $w \in P_-\mathcal{O}$ будем искать многообразие $\mathcal{M}^-$ в виде $v = f(w)$ следующим итерационным методом:

$$u_{n+1}(w) = u_n(w) + P_+L^{-1}P_+\Big(u_n\big(S_-\big(u_n(w)\big)\big) - S\big(u_n(w)\big)\Big),$$
$$u_n(w) = f_n(w) + w$$

при $f_0(w) \equiv 0$. Формальное добавление в расчетные формулы оператора проектирования P_+ необходимо для вычислительной устойчивости метода. При заданной компоненте $w = P_-(u)$ данный метод строит последовательность элементов вида $u_n = P_-(u) + f_n(P_-(u))$, сходящихся к множеству $\mathcal{M}^-$.

Доказана теорема о сходимости метода, предложена модификация метода с почти линейной сложностью, получено обобщение на негиперболический случай.

При рассмотрении проблемы асимптотической стабилизации решений уравнений математической физики по краевым условиям возникает следующая задача. Заданную на отрезке $[-a, a]$ функцию $u(x)$ начальных условий, требуется продолжить на более широкий отрезок $[-b, b]$ так, чтобы полученная функция $m(x)$ принадлежала устойчивому многообразию (т.е. $m(x) \in \mathcal{M}^-$) расширенной задачи. Это соответствует тому, что для заданного набора $\{l_i\}_{i=0}^{i_0}$ линейно независимых векторов и выбранного продолжения u_0 определяются коэффициенты $c_i \in R$ так, чтобы $m = u_0 + \sum\limits_{i=1}^{i_0} c_i l_i$ и $m \in \mathcal{M}^-$. При этом обычно $l_i(x) \equiv 0$ для $x \in [-a, a]$.

Для решения данной задачи предложен следующий итерационный процесс: $\varphi_k = P_-(u_k) + f_n(P_-(u_k))$, $\quad u_{k+1} = u_k + \sum\limits_{i=1}^{i_0} c_i^{k+1} l_i$, $k = 0, 1, \ldots$ где c_i^{k+1} определяются из условия $P_+u_{k+1} = P_+\varphi_k$. Доказана теорема о сходимости метода.

Рассмотрим задачу аппроксимации отдельных точек $m = v + w$ неустойчивого многообразия. При заданной компоненте $v = P_+(m)$ будем искать приближение к проекции $P_-(m)$. Определим многообразие $\mathcal{M}^+$ в виде $w = g(v)$, $v \in P_+\mathcal{O}$ и рассмотрим следующий итерационный процесс:

$$g_{n+1}\left(S_+(g_n(v)+v)\right) = S_-\left(g_n(v)+v\right). \quad (1)$$

Для нахождения $g_{n+1}(v)$, при заданном v и построенном приближении $g_n(\cdot)$, решим относительно v_{n+1} следующее нелинейное уравнение

$$L_+v_{n+1} + R_+(v_{n+1}, g_n(v_{n+1})) = v \quad (2)$$

и определим $g_{n+1}(v) = S_-\left(g_n(v_{n+1}+v_{n+1})\right)$. Для решения уравнения (2) (так как $\delta_+ > 0$) в малой окрестности $\mathcal{O}$ можно применить как метод простой итерации, так и метод типа Ньютона.

Список литературы

[1] *Корнев А.А.* Об итерационном методе построения "усов Адамара". 2003, сдано в печать.

[2] *Корнев А.А.* Об устойчивости полудинамических систем // Труды Математического центра им.Лобачевского, Казань. 2003.

А.И. Ноаров

Разрешимость стационарных задач для уравнения Фоккера-Планка и устойчивость решений

В статистической теории динамических систем одно из центральных мест занимает вопрос о разрешимости стационарного уравнения Фоккера- Планка $\Delta u - div(u\mathbf{f}) = 0$ [1]. При этом наиболее важными оказываются следующие проблемы:

1. Доказательство различных теорем существования для стационарного уравнения Фоккера-Планка $\Delta u - div(u\mathbf{f}) = 0$. Описание всех векторных

полей, для которых это уравнение имеет решение, являющееся плотностью вероятности.

2. Доказательство открытости такого множества векторных полей в какой-либо топологии.

3. Исследование зависимости стационарного решения от векторного поля, доказательство непрерывности этой зависимости в какой-либо топологии. Оценка близости стационарных решений, соответствующих близким векторным полям.

За отчетный период в рамках указанной программы автором получены следующие результаты:

Теорема 1. В R^2 существует такое векторное поле $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in C^1(R^2)$ с траекторией, уходящей на бесконечность, т.е. $\forall\, x_1\ \mathbf{f}(x_1, 0) = (1; 0)$, что уравнение $\Delta u - div(u\mathbf{f}) = 0$ имеет положительное решение $u \in C^2(R^2) \cap L^1(R^2)$.

Теорема 2. Положим

$$\varphi(x) = \begin{cases} \exp(1/(x^2-1)) & \text{при} \quad |x| < 1, \\ 0 & \text{при} \quad |x| \geq 1, \end{cases}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} -2x/(x^2-1)^2 & \text{при} \quad |x| < 1, \\ 0 & \text{при} \quad |x| \geq 1. \end{cases}$$

Пусть для некоторого векторного поля $\mathbf{f}_0(x) \in C^1(R^n)$ и положительной функции $u_0 \in C^2(R^n) \cap L^1(R^n)$ справедливо равенство $\Delta u_0 - div(u_0\,\mathbf{f}_0) = 0$. Тогда при всех положительных α и всех достаточно малых отрицательных α уравнение $\Delta u - div(u\,\mathbf{f}) = 0$ с векторным полем

$$f(x) = \frac{u_0(x) f_0(x) + \alpha(\psi(x_2), \ldots, \psi(x_n)) \prod_{i=1}^{n} \varphi(x_i)}{u_0(x) + \alpha \prod_{i=1}^{n} \varphi(x_i)}$$

имеет положительное решение $u \in C^2(R^n) \cap L^1(R^n)$.

Теорема 2 устанавливает устойчивость решения u_0 уравнения $\Delta u_0 - div(u_0\,\mathbf{f}_0) = 0$ отношению к некоторым возмущениям векторного поля $\mathbf{f}_0$.

Теорема 3. Пусть задано натуральное число n. Пусть p – такое натуральное число, что $p \geq 2$ и $W_2^p(R^n) \subset C(R^n)$. Тогда существует такое положительное число m, что для любого бесконечно дифференцируемого векторного поля $\mathbf{f}(x)$, для которого определена левая часть неравенства

$$\sum_{|\alpha|=0}^{p}(\|(1+|x|)D^{\alpha}\mathbf{f}\|_{L^2(R^n)}+\sup_{x\in R^n}|D^{\alpha}\mathbf{f}|)<m \tag{1}$$

и это неравенство выполняется, уравнение $\Delta u - div(u\,\mathbf{f}) = 0$ разрешимо, т.е. $\exists\, u \in C^{\infty}(R^n) : \Delta u - div(u\,\mathbf{f}) = 0$, $u(0) = 1$, $\nabla u \in L^2(R^n)$, $u\mathbf{f} \in L^2(R^n)$.

Следствие теоремы 3. $\forall\,\mathbf{f}(x) \in C_0^{\infty}(R^n)\ \exists\beta > 0\ \forall\,\gamma \in (-\delta;\delta)$ уравнение $\Delta u - div(u\,\gamma\,\mathbf{f}) = 0$ разрешимо, т.е. $\exists\, u \in C^{\infty}(R^n) : \Delta u - div(u\,\gamma\,\mathbf{f}) = 0$, $u(0) = 1$, $\nabla u \in L^2(R^n)$, $u\mathbf{f} \in L^2(R^n)$.

Теорема 3 говорит о разрешимости уравнений $\Delta u - div(u\,\mathbf{f}) = 0$, близких к уравнению Лапласа $\Delta u = 0$ (близость понимается в смысле малости левой части неравенства (1)). При этом решение, вообще говоря, не является плотностью вероятности, оно принадлежит достаточно широкому классу функций $\{u :\ \nabla u \in L^2(R^n)\}$. Тем не менее, методы доказательства теоремы 3, как ожидается, будут полезны при исследовании более содержательных задач, когда мы имеем дело с плотностью вероятности.

Список литературы

[1] *Ноаров А.И.* Об одном достаточном условии существования стационарного решения уравнения Фоккера–Планка // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1997. Т.37. №5. С.587-598.

А.В. Фурсиков

Решение задачи стабилизации течения вязкой несжимаемой жидкости

Решение задачи стабилизации течения вязкой несжимаемой жидкости около неустойчивого стационарного течения состоит из двух этапов: а) приведение течения жидкости к стационарному потоку с помощью управления с границы области, в которой находится жидкость, б) удержание течения около неустойчивого стационарного потока посредством аналогичного управления. При этом под решением мы понимаем математическое обоснование возможности численного моделирования соответствующих задач управления решением гидродинамических уравнений, которые являются неустойчивыми по своей природе.

Задача а) была изучена ранее. Здесь рассматривается задача б) в случае системы Озеена. Эта система является линеаризацией уравнений Навье-Стокса около исходного неустойчивого стационарного решения. Проводится ее стабилизация около нулевого решения, которая сводится к решению краевой задачи для уравнения Озеена в расширенной области с начальным условием, принадлежащим устойчивому подпространству фазового пространства.

В качестве численного метода решения этой краевой задачи естественно взять метод Фурье разложения решения по собственным и присоединенным функциям стационарной задачи. При этом шаг по времени нужно взять достаточно большим, чтобы влияние убывающей экспоненты, возникающей при начальном условии из устойчивого подпространства, было доминирующим. Однако этот шаг не может быть слишком большим, чтобы флюктуации, возникающие из-за ошибок счета и усиленные растущими экспонентами, оставались подчиненными членами.

Чтобы решить задачу стабилизации, мы решаем численно описанную краевую задачу и затем на каждом временном шаге полученное решение проектируем на устойчивое подпространство. Из-за этого флюктуации, возникающие на каждом шаге, имеют одинаковый порядок. Главный же член при стабилизации около нуля на начальном этапе (этапе а)) уменьшается. Поэтому при фиксированном временном шаге наступает момент, когда флюктуации оказываются сопоставимыми по величине с действием оператора послойного перехода, из-за чего реальный процесс (т.е. сеточная функция, описывающая течение жидкости) начинает вести себя хаотическим образом.

С этого момента возникает необходимость решать задачу б) об удержании реального процесса около нуля. Мы предполагаем, что флуктуации на каждом временном слое являются независимыми равно распределенными случайными величинами с распределением вероятности, равным гауссовскому распределению, умноженному на характеристическую функцию малого шара. В этом случае оператор послойного перехода определяет марковскую цепь. Доказана ее эргодичность, т.е. существование и единственность инвариантной меры у марковской цепи. Это дает полное вероятностное описание эволюции реального процесса в окрестности нуля. В частности, легко вычислить математическое ожидание реального процесса относительно инвариантной меры. Доказательство эргодичности указанной марковской цепи является основным математическим результатом, полученным в этом году.

В.Н. Лыкосов, В.М. Степаненко

Параметризация процессов тепловлагообмена в системе "водоем-почва"

В связи с прогрессом, достигнутым к настоящему времени в конструировании вычислительной техники и разработке систем параллельного программирования, современный этап развития математических моделей климатической системы характеризуется постоянным совершенствованием пространственного разрешения и отказом (пока на региональном уровне) от гидростатического приближения. Указанные тенденции порождают новые проблемы в детализации описания процессов подсеточных масштабов, среди которых важное место занимает взаимодействие атмосферы с различными типами подстилающей поверхности на суше. Одним из ключевых вопросов здесь является описание процессов взаимодействия атмосферы с сетью мелких гидрологических объектов, важнейшую часть которой составляют небольшие озера и болота. Это особенно важно для северных территорий Евразии (Западно-Сибирская низменность, Карелия, Финляндия) и Северной Америки (большая часть территории Канады), где данная сеть представлена наиболее плотно и где, как показывают эксперименты с климатическими моделями, региональные температурные изменения в связи с глобальным потеплением проявляются наиболее ярко. Для адекватной параметризации процессов взаимодействия атмосферы и суши в этих условиях необходимо, чтобы соответствующий блок климатической модели учитывал эффекты "гидрологической неоднородности"подстилающей поверхности. Особое значение при этом приобретают исследования, направленные на сравнение различных подходов к решению этой задачи на основе использования рядов длительных метеорологических наблюдений (приземные температура, влажность, давление, скорость ветра и т.п.) в отдельных регионах в качестве входных параметров. Примером таких исследований является проект сравнения схем параметризации происходящих на поверхности суши процессов PILPS-2(e) с особым упором на гидрологические процессы высоких широт [5].

Значительный интерес представляет моделирование процессов тепловлагопереноса в системе "водоем-почва", где под водоемом понимается мелкое озеро или болото. До настоящего времени представление болот в климатических моделях осуществляется как соответствующая спецификация того или иного участка подстилающей поверхности без учета происходящих в их толще термодинамических процессов, роль которых в процессах обмена энергией и массой между атмосферой и сушей все еще недостаточно изучена. Вместе с тем к настоящему времени накоплен большой опыт по решению задач, связанных с отдельными аспектами взаимодействия атмосферы и болот (см., например, работы по расчету водного режима болот при их осушении [1], по гидравлике болот [2], по исследованию процессов генерации и переноса метана [3]).

Озера также существенно воздействуют на структуру приземного слоя атмосферы и тем самым на потоки тепла, водяного пара и импульса. В большинстве моделей прогноза погоды и в климатических моделях эффекты, связанные со сравнительно небольшими и мелкими озерами, либо совсем не учитываются, либо параметризуются очень грубо, например в предположении, что водоем хорошо перемешан по глубине. Это, фактически, означает, что озеро рассматривается как элемент подстилающей поверхности. В реальности же озера в умеренных и высоких широтах большую часть года вертикально стратифицированы по плотности [6]. Вместе с тем, описание эффектов вертикальной стратификации на основе современных теорий турбулентного переноса (см., например, [7]) все еще требует значительных вычислительных затрат. Это в особенности существенное ограничение, если принять также во внимание необходимость рассмотрения на больших временных масштабах процессов тепловлагопереноса в расположенном под водоемом слое почвы.

Целесообразным представляется компромиссный подход к разработке параметризации эффектов болотно-озерных объектов, сочетающий достаточную полноту физического описания процессов тепловлагопереноса в системе "водоем-почва"и вычислительную эффективность соответствующих алгоритмов реализации. Реализация этого подхода позволила построить одномерную модель термогидродинамики мелкого водоема, взаимодействующего с приземным слоем атмосферы и почвой. В ней рассматриваются процессы диффузии тепла и влаги, перенос влаги под действием силы тяжести, ее фазовые переходы, процессы эволюции ледяного и снежного покрова, тепловлагообмен с атмосферой. Таким образом, в первом приближении в модели учтены все основные процессы, формирующие коротко- (внутрисуточную) и долгопериодную (сезонную и межгодовую) изменчивость состояния системы "водоем-почва".

Анализ результатов численных экспериментов с натурными данными [4] для озера Сырдах в Центральной Якутии показал, что модель адекватно воспроизводит следующие основные параметры климатического режима озера: среднюю глубину зимнего промерзания, время начала и окончания ледостава, среднее испарение в теплый период, термическую структуру. Кроме того, в численном эксперименте воспроизведен талик под озером, существование которого также подтверждается данными наблюдений. Разработанная модель легко может быть модифицирована для целей параметризации процессов энергомассопереноса между атмосферой и болотными ландшафтами, поскольку последние чаще всего представляют собой территорию с переувлажненным грунтом и покрыты сетью небольших водоемов.

Список литературы

[1] *Балясова Е.Л., Пакутин А.В.* Расчет изменений максимального весеннего стока с болотных массивов под влиянием осушительных мелиораций. Тр. ГГИ, Вып. 333. – Л.: Гидрометеоиздат, 1988, 152 с.

[2] *Кашеваров А.А.* Математическое моделирование взаимодействующих течений подземных и поверхностных вод на заболоченных территориях. Сб.: Большое Васюганское болото. Современное состояние и процессы развития. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2002, с. 83-87.

[3] *Крылова А.И., Крупчатников В.Н.* Глобальное моделирование потоков метана от болотных экосистем. Сб.: Большое Васюганское болото. Современное состояние и процессы развития. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2002, с. 98-103.

[4] *Павлов А.В., Тишин М.И.* Тепловой баланс крупного озера и прилегающей территории в Центральной Якутии. В кн.: Строение и тепловой режим мерзлых пород. – Новосибирск: Наука, 1981, с. 53-63.

[5] *Bowling L.C., Lettenmaier D.P., Nijssen B., Graham L.P., Clark D.B., Maayar M.E., Essery R., Goers S., Gusev Y.M., Habets F., van den Hurk B., Jin J., Kahan D., Lohmann D., Ma X., Mahanama S., Mocko D., Nasonova O., Niu G.-Y., Samuelsson P., Shmakin A.B., Takata K., Verseghy Y., Viterbo P., Xia Y., Xue Y., Yang Z.-L.* Simulation of high-latitude hydrological processes in the Torne-Kalix basin: PILPS Phase 2(e). 1: Experiment description and summary intercomparisons. - Global and Planetary Change, 2003, vol. 38, pp. 1-30.

[6] *Mironov D.V., Golosov S.D., Zilitinkevich S.S., Kreiman K.D., Terzhevik A.Yu.* Seasonal changes of temperature and mixing conditions in a lake. In: "Modelling air-lake interaction. Physical Background"(ed. S.S. Zilitinkevich), Springer-Verlag, Berlin, 1991, pp. 74-90.

[7] *Tsuang B.-J., Tu C.-J., Arpe K.* Lake parameterization for climate models. - Report No. 316, Max Planck Institute for Meteorology, Hamburg, 2001, 72 pp.

В.Я. Галин

Совместная модель динамики и химии атмосферы

Текущий год был посвящен разработке совместной модели динамики и химии атмосферы, расчету и анализу коэффициентов турбулентной диффузии для использования в двумерной транспортно-химической модели атмосферы по результатам трехмерной климатической модели ИВМ РАН. Существенную экономию ресурсов можно получить, если удастся создать сочетание моделей разных размерностей – трехмерной атмосферной динамики и двумерной атмосферной химии. Для проверки возможности такого сочетания фактически было проведено повторение эксперимента AMIP2 длиной в 17 лет, с 1979 года по 1995 год, с моделью, включающей верхнюю атмосферу до 90 км и химические процессы на этих высотах. Столь долгий счет потребовался для набора статистики при использовании потоково-градиентных методов замыкания моделей разных размерностей. В расчетах коэффициентов турбулентной диффузии возникли трудности, которые наложили определенные требования к совместной модели. Задача определения этих коэффициентов оказалась неустойчивой на небольших временных масштабах. Устойчивое решение удалось получить только от месячного осреднения и выше. Это означает, что трехмерную модель надо сперва прогнать минимум на месяц, прежде чем найти необходимые в двумерной модели коэффициенты. В то же время саму химическую модель необходимо считать каждые сутки. Так рождается несоответствие масштабов моделей. Для преодоления этого противоречия первоначально предполагалось ограничиться в дальнейших расчетах с совместной моделью только средними за 17 лет "климатическими"значениями коэффициентов турбулентной диффузии. Однако анализ коэффициентов показал их сильную зависимость от изменений температуры поверхности океана. В аномалиях коэффициентов явно просматриваются температурные вариации поверхности океана, в частности, четко видны проявления Эль-Ниньо за период 1979-1995 гг. Это обстоятельство не позволяет использовать "климатические"коэффициенты, а требует учета соответствующих единовременных и коэффициентов, и температуры поверхности океана. На практике это означает итерационный алгоритм работы совместной модели - сперва на большой срок прогоняется климатическая модель, затем находятся среднемесячные коэффициенты диффузии за весь рассчитанный срок, с ними ежесуточно работает химическая модель на протяжении всего указанного периода, с полученными новыми распределениями химических элементов снова прогоняется трехмерная климатическая модель и так далее. Так достигается обратная связь динамики и химии. Результаты первых итераций показали, что исследуемое в работе сочетание моделей работоспособно, но еще требует дальнейших усовершенствований.

Другая большая работа текущего года была связана с участием климатической модели ИВМ РАН в международной программе сравнения моделей APE (Aqua-Planet Experiment Project). Эта программа преследует цель проанализировать главным образом динамику модели, исключив материки, льды, орографические эффекты. Вся подстилающая поверхность представляет собой океан с известной температурой – жидкая планета. Был проведен большой объём расчетов в соответствии с этой программой. Результаты проходят этап сравнения с аналогичными расчетами большого числа участников проекта.

Е.М. Володин

Моделирование глобального потепления с помощью модели атмосферы с верхним однородным 50-метровым слоем океана

Проанализирован равновесный отклик на удвоение содержания углекислого газа в моделях с разрешением 5x4 и 2.5x2 градуса по долготе и широте с верхним однородным 50-метровым слоем океана. Величина глобального потепления составляет для этих моделей 2.0 и 2.1 градуса соответственно, что примерно в 2 раза больше, чем в модели с полным океаном и фиксированным льдом.

Максимальное среднегодовое потепление имеет место в Сибири и Канаде и достигает 4-5 градусов. В Арктике площадь морского льда при глобальном потеплении уменьшается сильнее всего в августе-сентябре и составляет в эти месяцы всего 10-20% от площади льда в контрольном эксперименте, то есть Северный Ледовитый океан в эти месяцы при глобальном потеплении почти свободен ото льда. Во всех рассматриваемых экспериментах при глобальном потеплении происходит примерно одинаковое по величине увеличение индекса АО. Следствием этого является то, что зимой на континентах северного полушария 20-30% потепления происходит из-за изменения динамики атмосферы. В высоких широтах модели предсказывают увеличение количества осадков, а в субтропиках – их уменьшение. Примерно 20-50% этих изменений осадков также связано с изменением динамики атмосферы.

На основе 40-летнего эксперимента с моделью ОЦА ИВМ РАН с 50-метровым однородным слоем океана, воспроизводящего современный климат, а также аналогичного эксперимента с удвоением содержания CO_2, рассматривается изменение некоторых видов экстремальных ситуаций при глобальном потеплении на территории России. Модель в основном хорошо воспроизводит наблюдаемое распределение температуры и осадков, их среднеквадратическое отклонение от среднего многолетнего, а также величины максимальных среднемесячных аномалий температуры и осадков в течение зимнего и летнего сезонов.

При удвоении содержания CO_2 зимой происходит наиболее значительное потепление, при котором экстремальность климата в основном уменьшается. То есть температура в экстремально холодные зимние месяцы растет быстрее, а температура в экстремально теплые зимние месяцы – медленнее, чем средняя температура.

Летом на севере территории также экстремальность климата уменьшается. На юге территории температура самых теплых летних месяцев растет несколько быстрее, а температура самых холодных месяцев – несколько медленнее, чем средняя температура лета, то есть экстремальность климата возрастает. Как летом, так и зимой количество осадков увеличивается на севере территории и уменьшается на юге. Особенно выделяется уменьшение осадков на юге территории в экстремально сухие летние месяцы, которое достигает местами 30-50%. Рост осадков в северной половине территории происходит зимой в основном за счет увеличения интенсивности осадков, а летом – за счет увеличения количества дней с осадками. Уменьшение осадков на юге происходит за счет сокращения количества дней с осадками.

Н.А. Дианский

Исследование долгопериодной изменчивости климата и роли океана в её формировании

Реализована новая версия сигма-модели океана ИВМ РАН. Был выполнен переход в численной реализации на сетку "С", обладающей меньшей диссипативностью. Это дало возможность более точного удовлетворения условиям на твердых и жидких границах, а также более адекватной аппроксимации расчетной области в проливах даже на грубых сетках. Так, в модели общей циркуляции океана с пространственным разрешением 2,5° по долготе, 2° по широте и 33 уровнями по вертикали, удалось точнее описать обмен солью Атлантики и Средиземного моря через Гибралтар, что очень важно для описания термохалинной циркуляции в Северной Атлантике. Основным отличием в численной реализации между предыдущей версией модели океана на сетке "В"и новой версии на сетке "С"является то, что разностная аппроксимация для функции тока в новой версии выполнена на разностном же уровне. Здесь уравнение для функции тока строится более сложным методом: путем разностного перекрестного дифференцирования уравнений для осредненных по глубине зональной и меридиональной составляющих скоростей, записанных в соответствующих узлах, несовпадающих на сетке "C". При этом сохраняется исходная кососимметричность оператора задачи. Таким образом реализована новая версия совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН. Пространственное разрешение атмосферной модели составляет 5° по долготе, 4° по широте и 21 уровень по вертикали, а модели океана – $2.5^\circ \times 2^\circ \times 33$. Следуя современным тенденциям, совместная модель не использует коррекцию потоков на поверхности океана. (Модернизация атмосферного модуля была проведена Володиным Е.М. Здесь по сравнению с предыдущей версией были изменены параметризации глубокой конвекции, приземной подынверсионной облачности и горизонтальной диффузии.) Проведены настроечные контрольные 80-летние эксперименты с совместной моделью по сценарию CMIP2, которые показали, что модернизация атмосферного и океанического блоков в совместной модели улучшили параметры воспроизведения современного климата не только для средних состояний атмосферы и океана, но и для дисперсий. Так, с помощью новой версии совместной модели удалось точнее воспроизвести статистику Эль-Ниньо. Новая версия модели океана позволила также уменьшить ошибки при воспроизведении термохалинной структуры в глубинных слоях океана. Проведена настройка версии модели океана на акваторию Северной Атлантики от $7^\circ 57.5'$ с.ш. до 50° с.ш. с одинаковым по долготе и широте пространственным разрешением $(1/12)^\circ$, так что сеточная область в горизонтальной плоскости содержит 1117×510 узлов. По вертикали было задано 12 горизонтов с неравномерным заданием глубин. Проведенные эксперименты в режиме диагноза-адаптации показали, что модель с таким разрешением в целом довольно хорошо воспроизводит динамику Гольфстрима. Однако используемый итерационный метод верхней блочной релаксации для обращения оператора задачи для функции тока при высоком пространственном разрешении медленно сходится, требуя нескольких тысяч итераций на каждом шаге. Это приводит к замедлению работы модели. Поэтому, чтобы повысить эффективность модели для высокого пространственного разрешения, необходимо реализовать другой метод расчета задачи для функции тока. В качестве альтернативного решения этой проблемы можно выполнить переход к уровню океана в качестве интегральной переменной в модели океана. Поскольку задача для уровня океана является эволюционной, она требует меньшей точности при обращении ее оператора, а это, в свою очередь, позволяет использовать менее точный и, следовательно, менее дорогой численный алгоритм.

Список литературы

[1] *Володин Е.М., Дианский Н.А.* Отклик совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана на увеличение содержания углекислого газа // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т.39. N 2. С. 170-186.

[2] *Дымников В.П., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Лыкосов В.Н.* Климат и его изменения: математическая теория и численное моделирование // Сибирский журнал вычислительной математики. 2003. Т.6. N 4. С. 347-379.

[3] *Русаков А. С., Дианский Н. А.* Параллельная модель общей циркуляции океана для многопроцессорных вычислительных систем // Информационные технологии. 2003. N 8. С. 20-26.

А.В. Глазунов

Разработка вихреразрешающих моделей пограничных слоёв атмосферы и океана

На основе стандарта MPI разработаны параллельные версии вихреразрешающих моделей пограничного слоя атмосферы и верхнего слоя океана, ориентированные на использование в вычислительных системах с распределенной памятью. Отладка и тестирование моделей проводились на суперкомпьютере МВС1000-М, установленном в МСЦ. Применялась 3-D декомпозиция расчетной области.

Для параллельного решения дискретных аналогов уравнения Пуассона использовались два различных метода: многосеточный метод и метод верхней релаксации с "красно-черным"упорядочением. Был проведен ряд численных тестов с целью исследования эффективности распараллеливания при различных способах разбиения расчетной области и различных методах решения уравнения Пуассона. Благодаря универсальности MPI разработанные версии моделей легко переносятся на любую вычислительную систему параллельной архитектуры, в том числе и на суперкомпьютеры с общей памятью (параллельная версия модели ПСА тестировалась на суперкомпьютере SUN FIRE 15000, установленном в ЮНИИИТ). Были разработаны версии моделей ВСО и ПСА, способные воспроизводить динамику вихревых движений при наличии подстилающей поверхности с произвольной топографией.

В моделях была реализована схема адвекции импульса третьего порядка точности по пространству, принадлежащая к классу схем, направленных по потоку. Полученная схема, строго говоря, не сохраняет вторые моменты (энергию). Однако, в силу того что с точностью до $o(h^2)$ схема эквивалентна полудивергентной аппроксимации второго порядка, она является слабодиссипативной (схемная диссипация имеет порядок выше второго). Было проверено, что на гладких решениях схемы практически эквивалентны. Схема третьего порядка обладает малой фазовой ошибкой и не приводит к двухшаговым численным осцилляциям при наличии сложного рельефа подстилающей поверхности.

С целью тестирования полученной аппроксимации гидродинамического блока моделей был проведен ряд численных экспериментов по моделированию обтекания препятствий вязкой жидкостью. В частности, было показано, что модели воспроизводят наблюдаемую в натурных экспериментах вихревую дорожку Кармана, возникающую при обтекании цилиндра.

А.И. Чавро

Методы решения прямых и обратных задач в геофизике и спутниковой метеорологии

Усовершенствована модель прямой задачи расчета потоков излучения в ИК-области спектра, регистрируемых на спутнике для системы "океан - атмосфера"при безоблачной атмосфере. В модели учитывается отраженный от морской поверхности поток излучения при различной степени взволнованности поверхности, молекулярное и континуальное поглощение излучения атмосферными газами: H_2O, CO_2, O_3.

Разработан метод одновременного определения: температуры поверхности океана, скорости приводного ветра и вертикальных профилей температуры и влажности атмосферы с помощью вариационного усвоения данных спутниковых измерений в ИК-области спектра. На основе численных экспериментов показано, что методика позволяет определять температуру поверхности океана с точностью 0,6 К, скорость приводного ветра с точностью 0,5 м/сек, вертикальный профиль температуры с точностью 1,6 К, вертикальный профиль влажности с точностью 0,34 г/кг при точности спутниковых измерений по радиационной температуре, равной 0,1 К.

Предложен метод решения обратной задачи спутниковой метеорологии с одновременным использованием сопряженных уравнений и вариационного усвоения данных измерений. Суть метода состоит в том, что вначале решается линейная обратная задача с использованием решения сопряженного уравнения, затем полученное решение используется в качестве нулевого приближения в вариационной задаче. Такой подход позволяет учесть, в некоторой степени, нелинейные связи между измеряемыми сигналами и определяемыми параметрами и в конечном итоге повысить точность решения обратной задачи.

Предложена модификация метода множественной регрессии, используемого при решении обратных задач математической физики. При этом: а) установлена зависимость точности решения метода от погрешностей входных данных; б) предложена рекуррентная процедура получения решения, позволяющая оценить информативность отдельных координат входных данных и оптимальным образом спланировать эксперимент.

Список литературы

[1] *Chavro A.I., Uvarov N.V.* Variational assimilation of satellite measurements in the problem of determination of vertical profiles of temperature and humidity of atmosphere, SST and the near - surface velocity of wind // Geophysical research abstracts, 2003. Vol. 5, 09848, c. European Geophysical Society 2003.

[2] *Дмитриев Е.В., Рубинштейн К. Г., Чавро А.И.* Детализация крупномасштабного поля приземной температуры для московского региона // Метеорология и гидрология. – 2003. N 7. – С. 19-30.

[3] *Дмитриев Е.В., Чавро А.И.* Восстановление детальной структуры поля температуры в г. Москве по его крупномасштабным значениям // Наукоёмкие технологии. 2003. N 6. Т.4. - С. 41-49.

[4] *Чавро А.И., Уваров Н.В.* Определение вертикальных профилей температуры и скорости приводного ветра методом вариационного усвоения данных спутниковых измерений //Наукоемкие технологии. - 2003. N 6. Т. 4. - С. 35-40.

[5] *Чавро А.И., Уваров Н.В.* Определение физических параметров атмосферы и океана методом вариационного усвоения данных спутниковых измерений в ИК-диапазоне. Тезисы Международной конференции "Вычислительно-информационные технологии для наук об окружающей среде CITES-2003", 8-11 сентября 2003, Томск, Россия. С. 26.

[6] *Chavro A.I., Rubinshtein K.G., Chavro A.I.* The procedure downscaling of the meteorological elements for using in numerical weather. Abstracts of Worldclimate change conference. 29 September - 3 October, 2003, Moscow, Russia. P. 343.

Е.В. Дмитриев

Восстановление среднесезонной температуры на территории Европы по изменениям толщины колец деревьев

В связи с тем что инструментальные данные измерений геофизических величин доступны максимально только за прошедшие 150 лет, валидация моделей общей циркуляции атмосферы затруднительна. Поэтому становится актуальной задача восстановления крупномасштабных геофизических величин по прокси данным, поскольку их использование позволяет восстановить изменения климата за гораздо больший период. С другой стороны, восстановления такого рода связаны с большими погрешностями и не имеют общепринятой устоявшейся методики.

В течение отчетного периода рассматривалась задача определения изменений среднесезонных значений среднеевропейской температуры по данным об изменениях толщины колец деревьев. Применение метода рекуррентной редукции позволяет восстановить 60% дисперсии среднелетней температуры для южной части Европы за период с 1700-1896 годы и 70% для северной части за период с 1400-1896 годы. Восстановление среднезимней температуры с использованием имеющихся дендрологических данных имеет неприемлемо низкую точность. Восстановление проводилось двумя способами: восстановление температур в узлах сетки с последующим осреднением; прямое восстановление среднеевропейской температуры. Численные эксперименты показали лучшую точность для первого подхода по сравнению со вторым, однако различие оказалось статистически незначимым.

Проводилось теоретическое исследование метода Манна. Рассмотрена работа этого метода для задачи интерпретации косвенных измерений и для идеализированной задачи "апскейлинг". Получены некоторые свойства этого метода. Сравнение с методами, основанными на использовании линейной регрессии с различными типами фильтрации предиктора, показало, что метод Манна, вообще говоря, не дает преимуществ в точности восстановления. Оценка по методу Манна не может рассматриваться как наилучшая несмещенная оценка. В случае одномерного предиктанда он является наиболее близким к линейной регрессии с SVD фильтрацией предиктора. Показано, что данный метод относительно дешев в вычислительном плане. Тестирование на модельных данных подтверждает вывод о неэффективности использования метода Манна для решения идеализированной задачи "апскейлинг". При наличии явной линейной связи между предиктором и предиктандом оценка по методу Манна не является точной. Показано, что наличие в предикторе 50% уровня шума, характерного для прокси данных, приводит к сильному занижению низкочастотной изменчивости восстановленной температуры по сравнению с точной. Наличие этого эффекта может поставить под сомнение выводы, основанные на восстановлении по методу Манна, о величине антропогенного воздействия на глобальные изменения климата за последнее тысячелетие.

А.С. Саркисян

Калибрация с высоким разрешением моделей расчета термодинамических характеристик океана

В 2003 году была организована калибрация двух моделей расчета термодинамических характеристик океана. В качестве объекта численных экспериментов была выбрана Северная Атлантика от 8° с.ш. до 50° с.ш. Это наиболее "освещенный" данными наблюдений район Мирового океана, что позволяет детально проверить качество моделей. Важной особенностью калибрации является переход к разрешению 1/12° в моделировании термогидродинамики океана. Такое высокое разрешение в моделировании океанов в Российской Федерации никем не было осуществлено.

Калибрация с высоким разрешением начата по методике диагноз-адаптация, предложенной А.С.Саркисяном и Ю.Л.Деминым. Как и ожидалось, диагностическая стадия прошла весьма успешно. Обе модели благодаря высокому разрешению получили интенсивные течения в проливах. Однако оказалось, что зона Северо-Атлантического течения расширена, продолжение Флоридского течения сильно ослаблено. Эти недостатки обусловлены исключительно самими данными Атласа Левитуса. Адаптационные расчеты по σ-модели интенсифицировали Гольфстрим, сузили Северо-Атлантическое течение, но при этом оказалось, что рассчитанные характеристики даже в верхнем слое океана находятся под сильным влиянием рельефа дна. Кроме того, южнее 25° с.ш. скорости течений завышены, а направления нерегулярны. Расчеты по модели, основанной на z-координате (Ю.Л.Демин и Р.А.Ибраев, 1989; И.А.Ибраев, 1993), привели к более обнадеживающим результатам. Они исправили недостатки σ-модели, особенно в южных широтах.

Расчеты с таким высоким разрешением в 1/12° показали, что в обоих моделях переход к такому высокому разрешению необходим. Впервые, благодаря высокому разрешению, получены интенсивные течения в таких узких проливах, как Юкатанский и Флоридский, четко выполнено наличие вихрей и фронтальных зон.

Наши исследования, так же как и зарубежные, показали, что при моделировании характеристик морей и океанов рубиконом является шаг по горизонтали в 0.1°. Более грубое разрешение непригодно, а более высокое позволяет разрешить вихри и фронтальные зоны.

В.Б. Залесный

Роль Мирового океана в глобальных изменениях

1. Построена численная модель динамики Индийского океана высокого пространственного разрешения: $1/8 \times 1/12 \times 21$ (долгота $\times$ широта $\times$ глубина).
Проведен численный эксперимент по моделированию муссонной циркуляции Индийского океана при заданном на поверхности сезонном ходе напряжения трения ветра, температуры (потока тепла) и солености [1].

Яркой особенностью динамики северной части Индийского океана является кардинальная перестройка его течений под действием разнонаправленных ветров летнего и зимнего муссонов. Данные наблюдений показывают, что большинство течений северного Индийского океана меняют свое направление на обратное от зимы к лету (Shankar et al., 2002). Для адекватного воспроизведения сложной динамики Индийского океана и особенностей его вихревой структуры требуется использовать модели высокого пространственного разрешения, физически полные и эффективные в расчетах.

Эксперимент состоял в вычислении динамически согласованного сезонного хода полей течений, температуры и солености Индийского океана. В качестве начальных условий являлись поля температуры и солености за январь согласно данным Левитуса, движение – отсутствовало. В качестве граничных условий использовался ветер из данных реанализа NCEP. Для температуры и солености на поверхности океана использовались граничные условия Дирихле: задавался климатический сезонный ход полей по данным Левитуса. Топография дна интерполирована на расчетную сетку из 5-минутного массива данных ETOPO5. Минимальная глубина дна в бассейне Индийского океана составила 7 м, максимальная – около 6000 м. Расчеты были проведены на 7 лет. Результаты работы позволяют сделать следующие выводы.

- Особенность построенной модели состоит в том, что уравнения адаптации полей потенциальной плотности и течений записаны в σ–системе координат в обобщенной симметризованной формулировке. Эксперименты демонстрируют высокую вычислительную эффективность и физическую адекватность модели.

- Высокое разрешение дает возможность воспроизвести не только общие закономерности структуры и изменчивости муссонных течений, но и описать локальные особенности её пространственно-временной изменчивости.

  Расчеты показывают высокую вихревую активность Индийского океана. Многочисленные циклоны и антициклоны наблюдаются в открытом океане, в прибрежных областях и в глубоком океане. Динамика вихревых структур видоизменяет форму основных течений размеров бассейна. Это иногда существенно затрудняет идентификацию крупномасштабных расчетных схем течений, их интерпретацию и сравнение с данными наблюдений. При высоком пространственном разрешении, сопровождающемся большой вихревой активностью, повышаются требования к данным наблюдений.

- Численные эксперименты показывают, что структура и локальная изменчивость гидрологических полей заметно зависят не только от атмосферного воздействия, но и начальных условий.

Проведенный расчет является первым этапом решения задачи инициализации гидрологических полей Индийского океана. Результаты расчета в дальнейшем будут использованы для верификации модели вариационного усвоения данных наблюдений. (Совместно с Г.И.Марчуком, Н.А.Дианским, А.С.Русаковым [1].)

2. Разработана негидростатическая σ-модель динамики моря. Численный алгоритм решения задачи основан на методе расщепления по физическим процессам и геометрическим координатам. Метод расщепления позволил построить эффективную численную модель, являющуюся естественным развитием исходной модели ИВМ, основанной на примитивных уравнениях.

Развитие модели проведено в двух направлениях. Во-первых, в модель введена возможность учета негидростатического эффекта. Во-вторых, "$k - \epsilon$"параметризация процессов турбулентного обмена.

Основное усовершенствование модели – учет негидростатического эффекта проведен с помощью добавления к базовой модели дополнительного этапа расщепления.

Модель апробирована на серии расчетов морской динамики для прямоугольного (академического) бассейна, аппроксимирующего среднюю часть Балтийского моря, и для реальных условий Финского залива. Расчеты проведены для разных горизонтальных разрешений модели, низкого и высокого, в условиях гидростатического и негидростатического приближений.

Академический бассейн аппроксимировал северную часть Балтийского моря, лежащую на широтах Финского залива, от берега Швеции до устья Невы. Западная часть южной границы, примерно от берега Швеции до берега Эстонии, была открыта.

Численный эксперимент был проведен в прогностическом режиме. В начальный момент времени движение отсутствовало. Начальные поля температуры и солености задавались аналитическими функциями, описывающими среднеклиматические весенние распределения полей с перемешанным верхним слоем. Начиная с начального момента времени, приписанного к 30.04.1995, расчеты были проведены на срок до 31.12.1995. В течение расчетного периода на поверхности задавалось близкое к реальному ветровое и тепловое воздействие по данным расчета метеорологической модели HIRLAM. Поток солей на поверхности полагался равным нулю.

Полученные результаты можно кратко описать следующим образом.

- Модель воспроизводит качественную структуру полей температуры и солености, характерную для летних условий Финского залива
- При низком горизонтальном разрешении гидростатическая и негидростатическая модели дают качественно и, в некоторой степени, количественно близкие результаты.
- Основные отличия в решениях наблюдаются в верхнем слое, наиболее ярко проявляемые в поле температуры. Расчет гидростатической модели при высоком пространственном разрешении дает нереальные значения температуры в верхнем слое.
- По результатам апробации модели в реальных условиях Финского залива можно отметить два аспекта. Во-первых, адекватность гидростатической и негидростатической версий модели и близость их решений в бóльшей части расчетной области.
- Во-вторых, наличие значительных расхождений модельных решений в окрестности открытой западной границы, где в случае гидростати-

ческого приближения расчетная температура нереально низка. Негидростатическая модель дает адекватный результат во всей расчетной области вплоть до окрестности открытой границы.

(Работа проведена совместно с Р.Тамсалу, Т.Кулласом [2].)

Список литературы

[1] *Marchuk G.I., Rusakov A.S., Zalesny V.B., Diansky N.A.* Splitting numerical technique with application to the high resolution simulation of the Indian ocean circulationэ. (представлена в журнал PAGEOPH).

[2] *Залесный В.Б., Тамсалу Р., Куллас Т.* Негидростатическая модель морской циркуляции // Океанология. 2003 (в печати).

С.Н. Мошонкин

Моделирование совместной циркуляции Атлантики и Арктики

Совместная модель циркуляции Северной Атлантики (СА) и Северного Ледовитого океана (СЛО) основана на алгоритмах модели циркуляции Мирового океана, разработанных в ИВМ РАН (разрешение 1 град.). Для устранения источника неустойчивости и генерации шумов, связанных с эффектом схождения меридианов у Северного полюса, применена сетка со смещением численного полюса за пределы расчетной области. Это позволило адекватно воспроизвести поля океанских характеристик, не уменьшая критически временные шаги модели. Модель предназначена для изучения воздействия на моды изменчивости океанских полей взаимодействия СА и СЛО в масштабах от нескольких лет до десятилетий.

Результаты моделирования показали удовлетворительное совпадение с обобщенными данными наблюдений. Воспроизведены как основные течения, так и особенности термохалинных полей СА и СЛО. Анализ климатического сезонного хода динамических и термохалинных полей позволил показать что:

а) модель воспроизводит движение волны сезонного хода с юга на север в поле скоростей Гольфстрима. Это выражается в противофазности изменения скорости на плато Блейк и в районе отрыва течения от берега;

б) в районе отхода Гольфстрима от берега Америки с января по март имеет место зимний минимум скоростей и более продолжительный период высоких скоростей в остальную часть года, что соответствует данным спутниковых наблюдений над полем скоростей в этом районе;

в) воспроизводится пространственное смещение Гольфстрима в процессе сезонного хода после отрыва его струи от берега у мыса Хаттерас;

г) сезонная изменчивость скорости Восточно-Гренландского течения (ВГТ) обладает характерными особенностями изменчивости поверхностной водной массы СЛО (временной масштаб три месяца) при высокой амплитуде сезонного годового цикла. Соотношение амплитуд трехмесячной периодичности и годового цикла скорости ВГТ равно 1:2. Эти возмущения охватывают все ВГТ, проникая до глубины 200м;

д) для циркуляции в верхнем слое СЛО характерны прежде всего антициклонический вихрь Бофорта и трансполярный дрейф, переходящий в ВГТ. Временной эволюции скоростей течений в верхнем слое СЛО свойственна периодичность в три месяца. Модель также воспроизводит тонкий перемешанный слой (поверхностная распресненная реками вода) с большим вертикальным сдвигом скорости под ним. Сезонный пикноклин изолирован от атмосферы, и скорости течений здесь имеют совершенно другие временные масштабы;

е) модель воспроизвела основные параметры движения теплых и соленых атлантических вод в Арктике: положение их ядра на материковом склоне; бимодальность структуры в Норвежском море; превращение в особую водную массу на акватории СЛО;

ж) модель воспроизвела основные характеристики ледового покрова СЛО (площадь, толщина, сезонные изменения).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 03–05–64446а.

А.Е. Алоян

Математическое моделирование формирования частиц нуклеационной моды и их взаимодействие с аэрозолем в атмосфере

Разработана численная модель формирования сверхкритических кластеров нанометрового размера в атмосферных дисперсных системах. Эти частицы образуются в атмосфере по механизму гомогенной бинарной нуклеации в системе "вода–пары серной кислоты". При этом скорости нуклеации увеличиваются при низких температурах, высокой относительной влажности и малых площадях поверхности ранее существующих аэрозолей. Такие частицы в больших количествах образуются в северных широтах, и особенно в арктической атмосфере из-за низкой температуры. Разработанная модель позволяет описывать процессы формирования частиц новой фазы при широких пределах изменчивости температуры, относительной влажности и концентрации низколетучих паров (на примере паров серной кислоты). Эти частицы растут за счет конденсации низколетучих паров и внутримодовой коагуляции, а наличие в атмосфере аэрозоля ограничивает нуклеационный процесс. Все эти процессы рассматриваются в рамках кинетических моделей конденсации, коагуляции и химической трансформации, что позволяет описать эволюцию аэрозолей начиная от нанометров до образования частиц микронного размера [1, 2].

Численные эксперименты показывают, что нуклеационные частицы интенсивно формируются в тропосфере северных широт и в арктическом регионе. Сопоставление результатов расчетов удовлетворительно воспроизводит эпизодический натурный эксперимент.

Усовершенствована ранее разработанная трехмерная негидростатическая численная модель конвективной облачности с явным описанием жидкой и ледяной фаз. При численном решении базовых кинетических уравнений конденсации и коагуляции используются фиксированные сетки по массе частиц для облачных капель и ледяных частиц. Основными сеточными величинами являются числа водяных и ледяных частиц в соответствующих интервалах сеток. Спектры частиц и ядра коагуляции предполагаются кусочно-постоянными функциями в интервалах сеток. Используемая система уравнений описывает кинетику конденсации в смешанном облаке при произвольных температурах. При отрицательных температурах часть необводненных ядер конденсации может активироваться и выступать в качестве льдообразующих ядер конденсации, на которых происходит непосредственная сублимация пара.

На основе уравнений роста отдельных облачных частиц, а также уравнений массового и теплового баланса сформулирована модель кинетики конденсации в системах с двухкомпонентной дисперсной средой, с учетом процессов спонтанного промерзания капель [3]. Особое внимание обращено на описание динамики фазового перехода при температуре плавления. Проводились модельные численные эксперименты с выходными данными, характерными для формирования облачности в северных широтах и в арктическом регионе.

Список литературы

[1] *Алоян А.Е., Арутюнян В.О., Хи Дж., Кузнецов Ю.А.* Численное моделирование регионального переноса газовых примесей с учетом фотохимической трансформации. Изв. АН. Физика атмосферы и океана, 20 с. (в печати).

[2] *Aloyan A.E.* Numerical Modelling of Minor Gas Constituents and aerosols in the atmosphere. Ecological Modelling, 15с. (в печати).

[3] *Алоян А.Е., Арутюнян В.О.* Образование и рост атмосферных аэрозольных частиц в региональном и глобальном масштабах. Тр. межд. конф. "Естественные и антропогенные аэрозоли IV", 6-9 октября, 2003, Санкт.-Петербург, 9с.

В.О. Арутюнян

Численное моделирование жидкофазных процессов в атмосфере

На базе совместной математической модели гидротермодинамики мезомасштабных атмосферных процессов и регионального переноса газовых примесей с учетом фотохимической трансформации проводились численные эксперименты для региона Москвы по моделированию процессов образования частиц новой фазы, обусловленного бинарной гомогенной нуклеацией в системе паров воды и серной кислоты. На фоне атмосферных процессов решалась задача фотохимического загрязнения города Москвы с учетом реальных источников выбросов, расположенных в городе. Концентрации паров серной кислоты в городской атмосфере были получены из решения задачи фотохимической трансформации. Концентрация водяного пара и температура воздуха вычислялись с помощью мезомасштабной модели. Для конкретных метеорологических условий оценена пространственно-временная изменчивость полей скорости нуклеации, радиуса критического кластера и пороговой концентрации диоксида серы. Далее рассматривается взаимодействие этих частиц с посторонними аэрозолями в атмосфере. Результаты численных экспериментов показывают, что в атмосфере города могут формироваться нанометровые частицы благодаря бинарной нуклеации.

Разработана численная модель жидкофазных химических процессов в атмосфере, учитывающая наряду с газофазными реакциями также блоки химических реакций, протекающих в жидкой фазе. Учитывается соответствующая система уравнений, описывающих динамику обратимых массообменных процессов газ–жидкость. При этом исходные уравнения, описывающие изменчивость примесей в газовой и жидкой фазах, учитывают, кроме генерации и гибели, также и переход газа в жидкое состояние и улетучивание молекул из капель в атмосферу в зависимости от числа Генри и соответствующих коэффициентов массообмена. Интенсивность этих процессов зависит от заполненности атмосферы аэрозолями и каплями, что позволяет одновременно учитывать эти процессы как в облачной системе, так и при отсутствии облаков. С использованием разработанной модели проведены предварительные численные эксперименты по исследованию характеристик окисления двуокиси серы в облачной капле.

Список литературы

[1] *Алоян А.Е., Арутюнян В.О., Хи Дж., Кузнецов Ю.А.* Численное моделирование регионального переноса газовых примесей с учетом фотохимической трансформации. Изв. АН. Физика атмосферы и океана, 20 с. (в печати).

[2] *Алоян А.Е., Арутюнян В.О.* Образование и рост атмосферных аэрозольных частиц в региональном и глобальном масштабах. Тр. межд. конф. "Естественные и антропогенные аэрозоли IV", 6-9 октября, 2003, Санкт.-Петербург, 9с.

В.В. Козодеров

Модели формирования полей уходящего излучения для выделенных по данным космического мониторинга классов состояния растительности

В моделях используются методы нелинейной оптики комбинационно активных сред для описания спектральных образов растительных объектов (лесные и другие экосистемы) при падении на них характерных спектральных распределений энергии солнечного излучения. Регистрируемые с помощью спутниковой аппаратуры спектральные образы несут информацию о состоянии наблюдаемых объектов и условиях их развития в течение вегетационного сезона. Спектр падающего излучения имеет максимум в области длин волн около 0.55 мкм и в терминах нелинейной оптики рассматривается как спектр широкополосной накачки среды, состоящей из листовой поверхности живых систем с выборочным резонансным поглощением падающих квантов света. Для нормального развития растительности характерно существование полосы поглощения хлорофилла (основного пигмента фитоэлементов) в области 0.68 мкм и два максимума спектральной отражательной способности: малой амплитуды вблизи 0.55 мкм и большой амплитуды для длин волн более 0.7 мкм. Первый максимум определяет стоксову компоненту рассеяния падающего излучения (вязкость среды), которая характеризует диссипацию энергии солнечного потока. Амплитуда второго максимума отражательной способности дает представление о том, как функционирует живая вегетирующая система (находится в нормальном или стрессовом состоянии за счет дефицита влажности, загрязнений природной среды и др.). При пожелтении листьев оба эти максимума пропадают, и спектральная отражательная способность системы приобретает монотонный ход с небольшим возрастанием отраженной энергии при увеличении длины волны. Выписаны уравнения для изменения во времени комплексных амплитуд волны накачки, стоксовой волны и резонансного возбуждения рассматриваемой комбинационно активной среды, состоящей из статистических ансамблей листовой поверхности. Обоснован необратимый характер соответствующих процессов функционирования таких систем. Показаны возникающие приближения в решении полученных уравнений для различных типов лесной растительности (лиственные, хвойные, смешанные породы) при ее дистанционном многоспектральном спутниковом зондировании.

Определены условия формирования спектров отраженного излучения для разных типов экосистем при отклонении характеристик среды от ее оптически однородного состояния (сплошной покров и просветы в пологе леса). Возникающие возмущения (отдельные моды движения среды) записаны в терминах тех предметно-специфических характеристик, которые в каждом конкретном случае определяются плотностью полога и ажурностью крон деревьев наблюдаемых статистических ансамблей для выделенных классов лесных экосистем. Диагональные элементы соответствующих матриц дают представление об автокорреляциях флуктуаций возникающих возмущений, недиагональные – о взаимодействиях появляющихся таким образом мод. Исследуются уравнения эволюции во времени корреляционной функции флуктуаций рассматриваемых характеристик среды. Важной составной частью этих уравнений является неравенство нулю коммутатора одной из этих характеристик и гамильтониана системы при осреднении по статистическому ансамблю коммутатора совместно с другой из характеристик. В предположении, что исследуемые ансамбли состояний экосистем являются каноническими (описываются экспоненциальными функциями), вводится в рассмотрение матрица собственных энергий, которая определяется типичными внутренними размерами взаимодействующих элементов этих систем. Показано, что знание собственных энергий позволяет в предположении, что поведение средних возмущений подчиняется макроскопическому закону переноса, свести матричное уравнение эволюции для корреляционной функции соответствующих статистических ансамблей к аналогичному уравнению относительно одной из измеряемых макроскопических характеристик (например, плотности полога леса) без какой-либо информации о гамильтониане системы. Следствием является возможность увязки предлагаемых моделей формирования спектральных образов наблюдаемых из космоса объектов с результатами измерений параметров метаболизма (обмена веществ) растительности на выбранных тестовых участках подспутниковых экспериментов в терминах таких характеристик необратимых процессов, как сродство химических реакций, разность химических потенциалов, осмотическое давление и др.

В.С. Косолапов

Возможность использования многоканальной космической радиолокации для оценки плотности биомассы лесов

Для решения задачи восстановления плотности зеленой фитомассы М и других параметров системы "лесная растительность – поверхность земли" по данным измерений из космоса в СВЧ диапазоне мы остановили свой выбор на активной локации (с высоким пространственным разрешением у радиолокаторов с синтезированной апертурой $\sim$ 10-20 м) в дециметровом диапазоне волн и использовании в качестве основного измеряемого/рассчитываемого функционала радиолокационной отражаемости $K_{0\lambda}$. Анализ результатов теоретических и экспериментальных работ других авторов в этой области позволяют сделать следующие выводы.

а) Полученные к настоящему времени результаты по определению/расчетам величины $K_{0\lambda}$ или ее отдельных составляющих во многих случаях имеют достаточно высокий уровень и могут быть использованы для подготовки априорной информации при решении обратных задач.

б) Эти результаты, однако, как правило, основываются на неполных моделях и требуют учета еще каких-либо других параметров рассматриваемой системы.

в) Постановка и решение обратной задачи определения параметров системы по измерениям $K_{0\lambda}$ в данном диапазоне до сих пор не проводились. Обработка данных измерений РСИ из космоса (радиолокаторов с синтезированной апертурой), как это видно из публикаций, до сих пор проводится по упрощенным методикам, позволяющим лишь уверенно распознавать и оконтуривать основные типы лесной растительности и лишь грубо (по двум-трем градациям) оценивать количество растительности.

Получены следующие результаты.

А) Предложена достаточно полная модель системы "лесная растительность – поверхность почвы", учитывающая все основные параметры системы: породы лесной растительности; влажность лесной фитомассы; размеры (площадь/ объем) листьев/хвои (мелколиственные/широколиственные породы растительности); плотность лесного полога М, кг/м^2 , а также его сомкнутость $C_П (< 1)$; влажность лесной фитомассы; кроме зеленой учитывается и веточная фитомасса $M_{Вет}$. У почв учитывались: плотность почвы; шероховатость ее верхней границы; влажность; соленость; температура.

Б) В наиболее полном виде получен явный вид функционала $K_{0\lambda}$ (т.е. его зависимость от всех вышеперечисленных параметров), представляющий сумму двух его главных частей: собственного обратного отражения лиственной/хвойной/веточной частей растительности и отражения от земной поверхности (под пологом леса), дважды ослабленного лесным пологом. Проведены подробные расчеты на разных каналах дециметрового диапазона и различных значений вышеуказанных параметров системы во всем диапазоне их естественной изменчивости.

В) Полученные результаты расчетов $K_{0\lambda}$, представленные в координатных плоскостях (М, $C_П$), относящиеся к какому-либо классу лесной растительности, почвы и определенным значениям других параметров системы в виде изолиний на разных длинах волн, дают наглядное решение обратной задачи оценки М и других параметров рассматриваемой системы подобно тому, как это уже было сделано нами ранее для оптического диапазона. Таким образом, имеются все предпосылки в настоящее время приступить к решению вышеуказанной обратной задачи.

В.Д. Егоров

Использование новых данных и дальнейшее усовершенствование модели формирования кислотности в атмосферных условиях

За отчетный период с целью дальнейшего развития модели распространения многокомпонентной примеси с учетом кинетики взаимодействия компонент, кинетики конденсации парообразных компонент, динамики спектров размеров атмосферных частиц и включением в рассмотрение облачности для изучения процессов формирования атмосферной кислотности для европейского региона была проведена работа по следующим направлениям.

1. Осуществлено вовлечение реальных данных из мировых центров данных в качестве входных параметров, используемых в модели. Так, через центр данных NOAA-CIRES Climate Diagnostics Center были получены данные ECMWF (4 раза в сутки) о полях атмосферных метеопараметров (поле скорости ветра, температуры, влажности и т.д.) на 10 уровнях давления, а также соответствующие данные у поверхности за январь 1986 г. Данные получены в специальном netCDF формате. Подвергнуты переработке также полученные ранее данные об облачности из центра данных NASA Langley Atmospheric Sciences Data Center по программам ISCCP TIROS (данные получены в оригинальном формате) и ISCCP D1, данные по которой были получены в HDF формате.

Для чтения данных в netCDF и HDF форматах через Internet была найдена и привлечена на используемом PC система WebWinds, с помощью которой все данные переведены из указанных форматов к бинарному виду. Разработаны программы, с помощью которых осуществлены перевод бинарных данных в физические величины и интерполяция данных с исходных ECMWF и ISCCP глобальных сеток на используемую в модели сетку EMEP для европейского региона и соответствующие модели уровни. Созданы ряды данных о величинах метеопараметров и облачности (степень покрытия облачностью и водность отдельных облачных слоев) за январь 1986 года для непосредственного использования в модели.

2. Наряду с включением и использованием в модели новых данных проведено усовершенствование самой модели с целью возможности осуществления расчетов по ней на длительные сроки. Так, были учтены изменения зенитного угла Солнца от широты и долготы и его суточный ход, что влияет на величины параметров, определяющих выработку кислотности в атмосферных условиях. Кроме того в модель введен азотный цикл (конкурирующий с серным) выработки атмосферной кислотности (введены в рассмотрение 2 новых компонента и 15 реакций взаимодействия), что позволяет осуществлять расчеты по модели как в условиях дневного, так и ночного времени, т.е. в течение целых суток.

Осуществлены первые расчеты по усовершенствованной модели с использованием вновь созданных рядов данных на время до 1 суток. Представлены результаты расчетов по модели как с использованием разработанной за отчетный период подсистемы демонстрации электронных слайдов, так и в виде компьютерного фильма, иллюстрирующего процесс формирования кислотности в облачной среде.

Список литературы

[1] *Козодеров В.В., Егоров В.Д.* Модель формирования кислотных соединений в атмосфере с учетом трансформации аэрозольных частиц и облачности // Исследование Земли из космоса, 2002, N 4. C. 21–23.