

Перечень вопросов, выносимых на экзамен по НИР:

Вычислительная математика

1. Основные понятия теории разностных схем (сетки, сеточные функции, аппроксимация, устойчивость, сходимость). Сходимость и устойчивость конечно-разностных методов. Понятие абсолютной устойчивости. Порядок аппроксимации, погрешность аппроксимации. Сходимость решения разностной задачи к решению дифференциальной (на примере явной схемы Рунге-Кутты 2-го порядка аппроксимации).
2. Конечно-разностные методы. Методы Рунге-Кутты (на примере явной схемы 4-го порядка аппроксимации).
3. Методы численного интегрирования по времени систем уравнений в частных производных: простейшие явная и неявная схемы. Исследование фазовой и амплитудной ошибки за счет дискретизации по времени. Исследование устойчивости.
4. Схемы «чехарда», Адамса-Бэшфорта, Кранк-Николсон, Мацуно. Многошаговые и многослойные методы.
5. Схема Кранка-Николсон для эволюционного уравнения. Оценка порядка точности. Консервативные разностные схемы. Понятие об экономичных разностных схемах.
6. Линейные монотонные схемы для гиперболических уравнений. Теорема Годунова. Примеры линейных монотонных схем.
7. Нелинейная неустойчивость. Уравнение Бюргерса. Пример неустойчивой схемы. Построение устойчивой разностной схемы для этого уравнения.

Сопряженные уравнения и методы оптимального управления

8. Сопряженные, симметричные и самосопряженные операторы.
9. Экстремальные задачи и критические точки функционалов. Методы минимизации функционалов.
10. Понятие о задаче оптимального управления. Условия оптимальности. О подходах к решению задач оптимального управления.
11. Некорректные, условно корректные задачи и понятие регуляризирующего оператора.
12. Метод регуляризации А.Н.Тихонова.

Спектральный анализ нестационарных систем

13. Форма Шура. Жорданова форма. Сингулярное разложение. Ряд по собственным и присоединенным векторам. Ряд по инвариантным подпространствам.
14. Проекторы и их представления. Проектор Рисса. Функции от матриц. Спектральный портрет. Норма резольвенты.

Проекционно-сеточные методы

15. Вариационные и проекционные методы решения задач математической физики. Метод Рунца.
16. Методы Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов, Галеркина-Петрова.
17. Аппроксимация финитными функциями (кусочно-постоянными и кусочно-линейными базисными функциями в 1D и 2D случаях).

Практические методы решения систем и многомерных приближений

- 18. Быстрое преобразование Фурье.
- 19. Маршевый метод, частичные задачи.
- 20. Метод циклической редукции как двухсеточный метод.
- 21. Метод сопряженных градиентов.
- 22. Метод минимальных невязок.
- 23. Метод бисопряженных градиентов.

Методы математической статистики

- 24. Методы математической статистики. Стандартные и специальные точечные оценки. Эффективность точечных оценок.
- 25. Критерии проверки статистических гипотез (критерии согласия, непараметрические критерии).
- 26. Одномерная линейная и нелинейная регрессия.
- 27. Многомерная регрессия (метод редукции, BLUE, метод статистической регуляризации).
- 28. Анализ главных компонент.
- 29. Байесовская классификация.
- 30. Метод опорных векторов.
- 31. Иерархический кластерный анализ, метод k-средних.

Вопросы по специальности

- 32. Состав и строение атмосферы. Уравнения гидротермодинамики атмосферы в различных системах координат. Законы сохранения.
- 33. Общая циркуляция атмосферы. Ячейки Гадлея и Ферела. Струйные течения.
- 34. Уравнения крупномасштабной гидротермодинамики океана. Физический смысл основных приближений и гипотеза Буссинеска, гидростатики, несжимаемости, "твердой крышки".
- 35. Основные механизмы крупномасштабной циркуляции вод Мирового океана.
- 36. Определение гомеостаза и внутренней среды организма. Связь с приспособленностью и адаптацией организма.
- 37. Свойства вирусов и бактерий, их взаимодействие со средой и макроорганизмами.