Моделирование Земной Системы – суперзадача для суперкомпьютеров

В.П.Дымников

Введение

Для кого и зачем пишутся эти строки? Ответ, более или менее, ясен: автору хотелось бы простым языком с использованием минимального количества формул объяснить начинающим разработчикам и пользователям моделей Земной системы, моделей климата, моделей прогноза погоды и других подобного сорта моделей, какие принципиальные проблемы при этом надо решить и какие разделы науки при этом надо изучить. Человек мыслит моделями, т. е. он строит некое отображение реальной действительности в своем сознании, отображение, которое в определенном смысле всегда лишь некоторое приближение этой действительности. Эти отображения могут строиться с помощью различных языков – от языка человеческого общения до математического языка. Если мы используем язык математики, то в результате получаем математическую модель. Что же по своей сути представляет собой математическое моделирование? Некоторые ученые мужи считают, что математическое моделирование есть третий путь познания наряду с физическим экспериментом и теоретическими идеями, поскольку математическая модель позволяет проводить эксперименты (только «численные») по изучению механизмов формирования конкретных физических явлений. Известный российский математик Ю.И. Манин, например, считает, что вычислительный эксперимент есть теория в платоновском мире вещей, но есть эксперимент в мире идей. Это определение близко к утверждению, что математическое моделирование есть связующее звено между этими двумя мирами, тем самым формируя единую цепь познания мира. Идея эта не нова: мы все уже привыкли к термину «математическая физика», были попытки внедрить термин «Физическая математика» (см., например, Дьяченко В. Ф. «Десять лекций по физической математике» М., Факториал, 1997, 64с). Эти размышления о сути математического моделирования имеют вполне конкретную цель показать, что в проблеме математического моделирования существует неразрывная связь между физикой и математикой, проявляющаяся на всех этапах этого процесса – построения модели, построения вычислительного алгоритма реализации модели, построения программного кода, и проведения вычислительных экспериментов и анализа их результатов.

Прежде чем перейти непосредственно к анализу этих связей, скажем несколько слов о поучительной истории создания кафедры математического моделирования физических процессов в Московском Физико-Техническом Институте на факультете Проблем физики и энергетики около сорока лет назад. Профессорский состав института вначале воспринял направление математического моделирования в физическом институте, мягко говоря, без восторга, однако через пару десятилетий нас уже спрашивали, какие именно процессы мы имеем в виду моделировать на нашей кафедре, ибо практически на всех кафедрах математическое моделирование в той или иной степени было представлено. Другими словами, через пару десятилетий математическое моделирование заняло свое достойное место в естественных науках, с каждым годом все более и более расширяя свои возможности, обусловленные в первую очередь бурным развитием возможностей вычислительной техники.

Итак, при организации вышеупомянутой кафедры перед нами встал вопрос: чему надо учить студентов Физтеха, чтобы они смогли разрабатывать модели общей циркуляции атмосферы и океана, которые мы имели в виду, когда формировали основные научные направления на кафедре? В настоящее время можно с уверенностью сказать, что фундаментальной основой решения этой задачи являются три научных раздела:

1. Геофизическая гидродинамика
2. Математическая геофизическая гидродинамика
3. Вычислительная геофизическая гидродинамика

Важным этапом формирования общей концепции преподавания этих направлений была публикация трех монографий:

Ф. В. Должанский «Основы геофизической гидродинамики» / Под общ. ред. Е. Б. Гледзера М:, Физматлит, 2011, 264 стр.
(Перевод на английский язык: Dolzhansky F. V. “Fundamentals of Geophysical Hydrodynamics “/, Springer,2013, 257 pp.

Дымников В. П., Филатов А. Н. «Основы математической теории климата», М:, ВИНИТИ, 1994, 252 стр.
(Перевод на английский язык: Dymnikov V. P., Filatov A. N. “Mathematics of Climate Modeling“, Birkhauser, Boston, 1997, 260 pp.)

Дымников В. П., Залесный В. Б. «Основы вычислительной геофизической гидродинамики», М:, ГЕОС, 2019, 447 стр.

По нашему мнению, эти монографии могут служить хорошим фундаментом для создания соответствующих курсов лекций в российских университетах.

Автор при обсуждении конкретных проблем не делал многочисленных ссылок на относящиеся к этим проблемам статьи и монографии, поскольку многие из них можно найти в цитируемых выше монографиях.

1. Модель Земной системы. Понятия состояния, траектории, климата.

Как уже говорилось во введении, мы будем рассматривать в данной работе проблему моделирования Земной системы. Под Земной системой мы будем понимать объединение атмосферы (с включением ее верхних слоев и ионосферы), океана, криосферы, суши, биоты и литосферы. При обсуждении различного рода проблем мы будем в основном рассматривать атмосферу, как основное ядро Земной системы, в котором обитает человек. В рамках такого определения понятия Земной системы и климатической системы, вообще говоря, довольно близкие, но они могут по существу различаться с точки зрения решения различного рода задач.

Давайте предположим, что наша модель Земной системы может быть записана в следующем виде:

$$\frac{du}{dt}=F(u,m),u|_{t=0}=u_0, \qquad (1)$$

где F – представляет некоторый оператор (в общем случае нелинейный, например, систему нелинейных дифференциальных уравнений), m – вектор параметров модели, $u(t)$ – решение задачи (1), которое в общем случае имеет векторный вид, u_0 – начальные данные системы.

Решение системы (1) $u(t)$ принадлежит некоторому функциональному пространству Φ, которое мы будем называть фазовым пространством системы (1). Вектор-функцию $u(t)$ будем называть траекторией системы (1) в фазовом пространстве Φ. Если мы зафиксируем некоторый момент времени t_1, то вектор-функцию $u(t_1)$ будем называть состоянием системы (1) в момент времени t_1. Другими словами, динамика системы (1) описывается траекторией системы в фазовом пространстве Φ, т. е. переходом системы из одного состояния в другое. В нашем случае основой модели (1) являются уравнения геофизической гидродинамики. На свойствах этих уравнений мы остановимся ниже, а сейчас мы обсудим, на какие вопросы мы должны ответить, приступая к решению задачи моделирования. Эти вопросы относятся к научному направлению, которое мы назвали математической геофизической гидродинамикой.

Прежде чем сформулировать эти вопросы, отметим, что в геофизической гидродинамике есть две главные задачи, имеющие огромное прикладное значение. Это задача прогноза погоды и задача прогноза изменений климата. Под прогнозом погоды понимается прогноз траектории системы (1) на конечный промежуток времени, т. е. решение задачи Коши для системы (1). Давайте для простоты будем считать, что система (1) идеальна, т. е. она точно описывает поведение реальной климатической системы. Это, конечно, искусственное предположение, но для понимания некоторых проблем такое предположение полезно сделать.

Первое, что мы должны исследовать – это доказать, имеет ли система (1) единственное решение на произвольном конечном промежутке времени, т. е. доказать ее глобальную разрешимость. При этом часто для доказательства нам приходится переформулировать понятие решения или определять условия на параметры задачи, при которых данная система уравнений разрешима.

Второе – это исследовать устойчивость решения системы (1) по отношению к возмущениям начальных данных и возмущениям параметров системы. Это важно, поскольку и начальные данные и параметры системы мы не можем знать абсолютно точно. Интуитивно ясно, что при любой формулировке под устойчивостью понимается свойство решения мало меняться при малом изменении начальных данных и параметров системы. Если решение неустойчиво, то задача прогноза сильно усложняется. К сожалению, именно эту ситуацию мы имеем для задачи прогноза погоды.

Конечно, чтобы решить задачу прогноза погоды, мало построить хорошую исходную модель, нужно еще сформулировать хороший алгоритм ее приближенного решения (точно решить систему нелинейных уравнений мы не можем) и эффективно его реализовать на современных вычислительных системах. Важно при этом заметить, что в случае прогноза погоды мы имеем возможность идентифицировать правильность всех этих процедур непосредственным сравнением результатов прогноза с данными наблюдений, что позволяет рассматривать задачу прогноза погоды как типичную физическую задачу. Совсем другую ситуацию мы имеем с задачей прогноза изменений климата, к рассмотрению которой мы сейчас перейдем. Начнем с определения климата.

Под климатом мы будем понимать ансамбль состояний, проходимый климатической системой за достаточно большой промежуток времени.

(В данном определении мы отождествляем климатическую систему с Земной системой).

Под ансамблем состояний понимается множество состояний, на котором задана некоторая мера. К понятию меры мы вернемся ниже, а сейчас обсудим, что мы будем понимать под достаточно большим промежутком времени. Вообще говоря, это вопрос сложный, и в разных науках он выбирается по-разному в зависимости от того, с какими характерными временными масштабами данная наука имеет дело (характерные временные масштабы резко отличается, например, в геологии и физике атмосферы). В данном определении климата под достаточно большим промежутком времени понимается величина порядка 30 лет. Интуитивно ясно, что такое определение характерного временного климатического масштаба очень сильно усложняет проблему формулирования теории климата. С математической точки зрения эта проблема была бы намного проще, если бы этот промежуток времени асимптотически стремился к бесконечности.

Что в таком случае нам необходимо исследовать?

Как и в случае задачи прогноза погоды нам надо доказать теорему о глобальной разрешимости (для любого конечного временного интервала T) задачи (1). Но, кроме того, мы должны выяснить, существуют ли какие – то особенности в асимптотическом (при стремлении времени T к бесконечности) поведении решения $u(t)$.

Заметим, что климатическая система энергетически не замкнута – она получает основную энергию от Солнца в виде потока коротковолнового излучения и теряет ее в виде длинноволнового излучения. Если мы отдельно будем рассматривать атмосферу, то ее энергия будет еще теряться за счет трения о поверхность суши и океана и потоков тепла в сушу и океан, а добавочными источниками энергии будут потоки скрытого и явного тепла с поверхности суши и океана и длинноволнового излучения поверхности суши и океана.

Следующее, что мы должны исследовать – принадлежит ли наша система к классу диссипативных систем? Система принадлежит к классу диссипативных систем, если она имеет поглощающее множество. Поглощающее множество – это замкнутое ограниченное множество, принадлежащее фазовому пространству Φ, такое, что если мы возьмем начальные данные в каком-то произвольном ограниченном множестве B, то всегда найдется такое время $T(B)$, что через это время траектория попадет в поглощающее множество и никогда из него не выйдет. Тем самым для диссипативных систем мы имеем возможность указать априорные оценки решения нашей исходной системы, что с физической точки зрения, конечно, очень полезно. Существование поглощающего множества не исключает возможности того, что траектория системы, попав в него, не начнет притягиваться к множеству состояний меньших размеров, которое находится внутри поглощающего множества. Это множество (если оно существует) называется глобальным аттрактором системы (1). (Естественно, если мы знаем границы этого множества, то наши оценки решения можно существенно улучшить). Глобальный аттрактор A обладает следующими свойствами:

1.A – компактное множество,

2. A – множество, инвариантное относительно динамики системы,

3.A притягивает каждое ограниченное множество, принадлежащее Φ.

Итак, каждая траектория диссипативной системы, попав в поглощающее множество, начинает двигаться к своему аттрактору, если он существует. Таким образом, динамику системы мы можем разложить на две составляющие: движение к аттрактору (притяжение) и динамику на аттракторе. С точки зрения глобального притяжения аттрактор будет минимальным множеством среди всех глобально притягивающих множеств, а с точки зрения инвариантности динамики глобальный аттрактор будет максимальным инвариантным множеством, поскольку он может состоять из нескольких инвариантных множеств, имеющих собственные области притяжения.

Возникает законный вопрос: какое отношение имеет все это к климату?

Если мы знаем, что наша система уравнений, описывающая динамику климатической системы, имеет аттрактор, и начальные данные мы берем на аттракторе, то вся динамика будет происходить на аттракторе, и нам в этом случае нужно знать, как организована эта динамика, как долго траектория системы находится на каждом подмножестве состояний, принадлежащем аттрактору. Для исследования этой задачи подходящим понятием является понятие инвариантной меры – функции множества, которая инвариантна относительно динамики системы. Например, как хорошо известно, для гамильтоновых систем в процессе динамики сохраняется фазовый объем: если мы возьмем некоторое множество, и из каждой его точки выпустим траекторию, то объем отображений этого множества в процессе динамики будет сохраняться. Следовательно, для гамильтоновых систем объем множества в фазовом пространстве можно взять в качестве инвариантной меры. Согласно теореме Крылова – Боголюбова, динамическая система на компактном множестве порождает хотя бы одну инвариантную меру. Если динамика системы эргодична, то эта мера единственна. Что значит эргодична? В нашем случае это значит, что не существует инвариантного множества для нашей системы, кроме глобального аттрактора (аттрактор не может состоять из объединения инвариантных подмножеств).

Следствием эргодичности являются два полезных свойства:

1. Каждая (типичная) траектория всюду плотна на аттракторе, т. е. она проходит как угодно близко к любой точке аттрактора (напомним, что вследствие теоремы единственности траектории не могут пересекаться).

2. Мера любого подмножества, принадлежащего аттрактору, равна относительному времени, проводимому траекторией на этом подмножестве. Если мы меру аттрактора нормируем на единицу, то говоря о мере, можно использовать терминологию теории вероятностей. Такая мера называется вероятностной.

Следовательно, если мы будем следовать нашему определению климата, и мы имеем дело с единственной реализацией траектории климатической системы, то мы должны считать эту траекторию типичной, и меру на аттракторе реальной климатической системы считать эргодической и оценивать через время, проводимое траекторией на различных подмножествах аттрактора.

В теории климата есть три фундаментальные задачи:

1. Воспроизведение современного климата.

2. Определение чувствительности климата к внешним воздействиям (для начала – к малым)

3. Прогноз климата

Эти задачи сформулированы в порядке их усложнения. Первая задача не вызывает принципиальных трудностей, и шаг за шагом мы наблюдаем непрерывное улучшение воспроизведения характеристик современного климата за счет улучшения параметризаций процессов подсеточных масштабов (на этой проблеме мы остановимся ниже), увеличения пространственного и временного разрешения моделей и использования все более мощной вычислительной техники. Важно подчеркнуть, что в нашем распоряжении имеется достаточно большое количество данных (по крайней мере, в атмосфере), чтобы определить качество модели при решении этой задачи.

Совершенно другую ситуацию мы имеем при исследовании проблемы чувствительности динамики климатической системы к внешним воздействиям. С одной стороны, мы имеем модель климатической системы, для которой исследовать чувствительность «модельного климата» к возмущениям различного рода параметров достаточно просто, если вы имеете в своем распоряжении высокопроизводительную вычислительную систему. С другой стороны, имеются данные о куске одной траектории реальной климатической системы, на основе которых необходимо сделать выводы о чувствительности реальной климатической системы к конкретным внешним воздействиям (например, к антропогенным выбросам углекислого газа). На первый взгляд задача кажется неразрешимой, однако, для некоторых климатических функционалов при определенных предположениях полезные результаты можно получить. Этой проблеме будет посвящен отдельный параграф.

Прогноз изменений климата – наиболее сложная задача из трех перечисленных. Поскольку характерное время в определении климата выбрано конечным (порядка 30 лет), то мы имеем дело как с собственной изменчивостью климата, так и с откликом на внешние воздействия. Относительный вклад этих процессов (особенно на региональном уровне) в суммарную величину изменений климата по существу влияет на результат прогноза.

2. Геофизическая гидродинамика

Как уже упоминалось выше, геофизическая гидродинамика является основой построения моделей атмосферы и океана – главных объектов климатической системы.

Что такое геофизическая гидродинамика?

Геофизическая гидродинамика – это раздел гидродинамики, который изучает течения стратифицированной (по плотности) жидкости на вращающейся Земле.

Основная мысль, которая будет непрерывно обсуждаться в дальнейшем, заключается в следующем: решать сложные уравнения геофизической гидродинамики мы можем лишь приближенно с помощью конечно-разностных методов на высокопроизводительных вычислительных системах. Чтобы правильно строить такие методы, мы должны очень тщательно изучать процессы, формирующие динамику геофизической жидкости, их особенности, которые формируют требования к свойствам используемых разностных схем. Это утверждение, по нашему мнению, является краеугольным камнем процесса моделирования динамики атмосферы и океана. В данном параграфе мы последовательно рассмотрим основные особенности крупномасштабной динамики (с масштабом порядка 1000 км) геофизической жидкости (в основном, на примере атмосферы).

1. Квазидвумерность.

Известно, что 90% массы атмосферы сосредоточено в нижнем десятикилометровом слое. Если мы примем величину 10 км за характерный вертикальный масштаб атмосферы, то отношение вертикального масштаба к горизонтальному будет равно $10:1000=10^{-2}$. Следовательно, с точки зрения описания крупномасштабных движений атмосфера есть тонкая пленка, т. е. она квазидвумерна. Нелинейная динамика двумерной жидкости кардинально отличается от динамики трехмерной жидкости. Основное отличие состоит в том, что перенос энергии от источника завихренности в трехмерной жидкости происходит в сторону малых масштабов (крупные вихри дробятся и превращаются во все более мелкие – это, так называемая, трехмерная турбулентность, законы которой установил А. Н. Колмогоров), а в двумерной жидкости энергия переносится в противоположную сторону – от мелких масштабов к крупным (законы двумерной турбулентности были открыты Р. Крейчнаном). Таким образом, равновесные распределения энергии по спектру в трехмерной и двумерной жидкости должны быть совершенно различными, что и наблюдается в действительности.

2. Квазигеострофичность.

Уравнения динамики атмосферы есть следствия законов сохранения момента количества движения относительно оси вращения Земли, закона сохранения массы, первого начала термодинамики, а также уравнения состояния – функциональной связи между термодинамическими параметрами. Уравнения движения можно записать в терминах закона Ньютона – баланса между произведением массы на ускорение и силами, которые можно разделить на массовые и поверхностные. К массовым силам относятся сила градиента давления, гравитационная сила, и если динамику описывать относительно вращающейся Земли, то сила Кориолиса и центробежная сила. Поверхностные силы – это силы трения между слоями жидкости, которые зависят от разности скоростей, с которыми движутся эти слои. Центробежная сила зависит только от положения частицы, и ее можно объединить с гравитационной силой – это будет сила тяжести.

Если разделить скорость частиц на две компоненты – горизонтальную, параллельную плоскости, касательной поверхности Земли, и вертикальную, то оказывается, что в средних широтах сила Кориолиса для горизонтальных компонент скорости с точностью порядка 10% балансируется силой градиента давления. Отсюда следует удивительный вывод: крупномасштабные движения воздуха в средних широтах идут не в направлении градиента давления, а в направлении линий постоянного давления (изобар). Баланс этих двух сил и называется квазигеострофичностью. Из условия, что движения воздуха в атмосфере средних широт почти геострофичны, следует еще один важный вывод о порядке величины вертикальной скорости. Она оказывается на порядок меньше, чем была бы, если бы условие квазигеострофичности не выполнялось. Поскольку вертикальные скорости ответственны за преобразование энергии из доступной потенциальной энергии в кинетическую, то задача расчета вертикальных скоростей в атмосфере («тонкой пленке») становится нетривиальной.

Из-за наличия силы Кориолиса также следует, что в средних широтах мы имеем «суперврашение» (зонально-осредненная компонента скорости направлена с запада на восток), при этом из условия сохранения момента количества движения и наличия трения воздуха о Землю следует, что в тропической области должны возникать пассаты-должна существовать компонента скорости, направленная с востока на запад.

Есть еще одно важное следствие квазигеострофичности. Оно связано с передачей энергии по спектру. Оказывается, квазигеострофическая жидкость в смысле передачи энергии по спектру ведет себя как двумерная – энергия в ней передается в сторону крупных масштабов.

3. Квазигидростатичность

В силу того, что вертикальные скорости крупномасштабных движений в атмосфере малы, силы инерции вдоль вертикального направления также малы (характерное время крупномасштабных движений в атмосфере порядка 1 сут.). Вследствие этого для крупномасштабных движений в вертикальном направлении с высокой точностью мы имеем баланс между силой тяжести и силой градиента давления. Это так называемое гидростатическое соотношение. Отметим, что диагностическое соотношение гидростатики, принимаемое вместо эволюционного уравнения для вертикальной компоненты скорости, приводит к тому, что диагностическим становится и уравнение для вертикальной скорости, с необходимостью возникающее для того, чтобы мгновенно поддерживать вышеупомянутый баланс. Если мы хотим явно воспроизводить мезомасштабные процессы типа возникновения и эволюции конвективной облачности, гидростатическое приближение, конечно, неприемлемо, и мы должны использовать для описания этих процессов полное эволюционное уравнение для вертикальной скорости.

Отметим также, что гидростатическое соотношение фильтрует вертикальное распространение звуковых волн.

4. Волны Россби – Блиновой.

Во вращающейся жидкости на сфере, в которой параметр Кориолиса (произведение удвоенной угловой скорости на косинус широты) меняется с широтой, возникает механизм, формирующий волновые движения, известные как волны Россби –Блиновой. Характерной особенностью этих волн является то, что они движутся всегда на запад относительно несущего потока с фазовой скоростью, увеличивающейся с увеличением длины волны. Если в средних широтах мы имеем стационарный западно-восточный перенос и фазовая скорость волны Россби-Блиновой равна скорости этого переноса, то волна становится стационарной относительно Земной поверхности и может резонансно взаимодействовать, например, с орографическими планетарными волнами. Вообще, стационарные волны Россби играют большую роль в формировании многих атмосферных явлений.

5. Внутренние гравитационные волны.

Гравитационные волны в атмосфере, если иметь в виду их физическую сущность, лучше называть волнами плавучести, чтобы не путать с гравитационными волнами в астрофизике, однако, в геофизической гидродинамике термин «прижился», и мы также будем им пользоваться. Основой их возникновения является вертикальная расслоенность атмосферы по плотности. (В качестве примера можно рассмотреть двуслойную жидкость с более легким верхним слоем – на границе раздела могут возникать волны). В непрерывно вертикально стратифицированной жидкости гравитационные волны распространяются во всех направлениях по горизонтали и в вертикальном направлении. Источником этих волн может служить орография, скопления конвективной облачности и т. п. Гравитационные волны играют определяющую роль в процессе приспособления ветра к геострофическому, в формировании динамических характеристик в средней и верхней атмосфере (поскольку при распространении вверх их амплитуда растет с высотой, и при достижении некоторого порогового значения происходит их обрушение). В частности, они играют большую роль в формировании КДК (квазидвухлетних колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере), в формировании полугодовых колебаний зонального ветра в верхней экваториальной стратосфере и нижней мезосфере, в формировании динамики нижней термосферы. Проблема заключается в том, что спектр этих волн фактически непрерывен, и проблема «серой области» здесь проявляется наиболее ярко.

6. Гидродинамическая неустойчивость атмосферных потоков.

Как уже говорилось в первом разделе, гидродинамическая неустойчивость атмосферных потоков является основным фактором, ограничивающим время полезного прогноза погоды. В то же время теория аттракторов диссипативных динамических систем показывает, что неустойчивость траекторий приводит к формированию хаотических аттракторов, свойства которых также определяются степенью неустойчивости траекторий на аттракторе системы. А это, как мы уже говорили выше, является проблемой климатической. Исследованию гидродинамической неустойчивости крупномасштабных атмосферных потоков на основе математических моделей различного уровня сложности было посвящено огромное количество работ, начиная с работ Иди и Чарни. Но как всегда возникает вопрос: а как исследовать эту проблему для реальных атмосферных движений? Эту проблему пытался решить Лоренц следующим образом: он брал карты поля геопотенциала в различные моменты времени на одной из изобарических поверхностей, находил две карты, которые были близки между собой в определенной метрике, и изучал, как с течением времени значения геопотенциала на картах начинали расходиться. Он показал, что характерное время разбегания этих величин было по существу меньше характерного времени влияния неадиабатических притоков тепла, тем самым доказывая, что это процесс динамический.

Понятие неустойчивости можно классифицировать по характеру источника энергии основного потока, устойчивость которого мы исследуем, питающего энергию возмущений. Если этот источник есть доступная потенциальная энергия, то неустойчивость называется бароклинной, если источник есть кинетическая энергия основного потока, то неустойчивость баротропная. Поскольку доступная потенциальная энергия в атмосфере определяется горизонтальными градиентами температуры, то зоны бароклинной неустойчивости и зарождения вихрей возникают там, где теплый тропический воздух сходится с холодным арктическим, например, зимой вдоль восточных берегов континентов в Северном полушарии. С точки зрения прогноза погоды важно понять, с какой скоростью происходит нарастание энергии возмущений при реализации неустойчивости атмосферной циркуляции. Грубо это можно сделать, используя разного рода аналитические оценки, однако, наиболее информативный метод – это расчеты с помощью прогностической модели траекторий системы, когда в начальный момент задается ансамбль начальных состояний, заданный в некоторой окрестности основного начального состояния. Поскольку в принципе мы можем использовать только конечный ансамбль, то возникает нетривиальная проблема, как формировать этот ансамбль. Проблема заключается в том, что в начальный момент времени скорость нарастания возмущений определяется вовсе не собственными векторами и числами линеаризованного относительно основного состояния оператора системы, а так называемыми локальными показателями Ляпунова, которые зависят от временного интервала, на котором мы их рассчитываем, и членов ансамбля.

Баротропная неустойчивость атмосферной циркуляции имеет гораздо меньшие инкременты нарастания неустойчивых мод по сравнению с бароклинной неустойчивостью, и ее можно рассматривать как один из механизмов формирования так называемых режимов атмосферной циркуляции, время жизни которых определяется характеристиками их устойчивости.

Остановимся теперь на проблеме роли неустойчивости атмосферных потоков в формировании характеристик климата. Возникает законный вопрос: если каждая траектория климатической системы неустойчива (например, по Ляпунову), то являются ли неустойчивыми характеристики аттрактора, порождаемого этой системой?

К счастью, как правило, наблюдается обратное явление: неустойчивые траектории динамической системы порождают хаотический аттрактор, характеристики которого устойчивы по отношению к возмущениям параметров системы. Однако, это утверждение большей частью основано на данных численных экспериментов, а не являются теоремами. На условиях, при которых возможно сформулировать соответствующие теоремы устойчивости, мы остановимся ниже.

Сделаем одно важное замечание. Характеристики устойчивости траекторий (локальные показатели Ляпунова) могут иметь существенно разные значения на разных частях аттрактора системы. Усредняя их по мере соответствующих подмножеств, мы получаем, что характеристику устойчивости траектории можно отнести к климатической характеристике, тем самым объединяя модели прогноза погоды и модели климата. Есть и другие причины считать, что модели прогноза погоды и модели климата фактически должны принадлежать одному классу моделей.

7. Экваториальный волновод и квазидвухлетние колебания

Обычно принять считать, что медленные процессы в атмосфере (с временными масштабами много больше, чем синоптический масштаб) генерируются внешними источниками: сезонным циклом, процессами в океане и т. д. Однако, это не соответствует действительности. Атмосфера сама через внутренние нелинейные волновые взаимодействия порождает ярко выраженные энергетически значимые процессы с большими характерными временами. К таким процессам относятся квазидвухлетние колебания зонального ветра в экваториальной стратосфере, поскольку они представляют из себя наиболее яркий пример нелинейного взаимодействия волн со средним потоком (под средним потоком здесь подразумевается зональный ветер, осредненный вдоль кругов широты). Физика этого процесса непроста. Основой его является взаимодействие волн со средним потоком на критических уровнях, где фазовая скорость волн равна скорости основного потока. Результатом этого взаимодействия является возникновение колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере с периодом, лежащим в диапазоне 18 – 30 месяцев, с наиболее вероятными периодами в окрестности 24 месяцев, что привело некоторых исследователей к мысли, что мы имеем дело с параметрическим резонансом. Однако, многочисленные исследования показали, что мы имеем дело скорее со случайным совпадением, хотя это и не совсем так. Дело в том, что в верхней стратосфере и нижней мезосфере наблюдаются в окрестности экватора полугодовые колебания зонального ветра, связанные с двукратным прохождением Солнца через экватор в течение года. Эти колебания также поддерживаются энергией внутренних гравитационных волн, распространяющихся из тропосферы, и очень часто можно наблюдать явление синхронизации фаз квазидвухлетних колебаний и колебаний полугодовых. Хотя следует подчеркнуть, что основным механизмом, определяющим период квазидвухлетних колебаний, является взаимодействие планетарных волн со средним потоком: волн Кельвина, распространяющихся на восток, и смешанных Россби-гравитационных волн, распространяющихся на запад. Эти волны распространяются внутри узкого волновода, формирующегося в окрестности экватора.

8. Планетарный пограничный слой

Атмосфера теряет внутреннюю энергию, излучая ее в космическое пространство, и теряет кинетическую энергию главным образом в пограничном слое, образующимся над поверхностью суши и океана. Этот пограничный слой можно разделить на две составляющих: приземный пограничный слой высотой порядка 100 м, который еще называют слоем постоянных потоков и теорию которого разработали А. М. Обухов и А. С. Монин, и планетарный пограничный слой высотой порядка 1000 м. Этот слой характерен тем, что что скорость в нем вращается по часовой стрелке (спираль Экмана), так что спиральность слоя высока. Так как наверху пограничного слоя скорость ветра близка к геострофической, а у поверхности суши или океана она близка к нулю, то мы имеем в пограничном слое вертикальный градиент скорости, который, как правило, удовлетворяет условиям неустойчивости, и через свою неустойчивость формирует процесс турбулизации пограничного слоя. Этот процесс, конечно, сильно зависит от плотностной стратификации слоя. При сильно устойчивой стратификации турбулизация слоя должна происходить за счет внешних источников (например, за счет обрушения гравитационных волн). Через формируемые потоки тепла, влаги и импульса осуществляется обмен энергией между подстилающей поверхностью и атмосферой. Поскольку высота планетарного пограничного слоя на порядок меньше характерной высоты свободной атмосферы, то условие квазидвумерности в пограничном слое (если верхнюю границу пограничного слоя рассматривать как свободную поверхность) выполняются уже на масштабах порядка $10-100$ км, так что, начиная с этих масштабов, должен осуществляться обратный каскад энергии в сторону крупномасштабных вихрей. Этот процесс может быть существенным при образовании в планетарном пограничном слое крупных когерентных структур. Процессы в пограничном слое еще более усложняются, если в нем имеют место фазовые переходы влаги. Образование облачности под слоем инверсии температуры над верхней границей планетарного пограничного слоя, которое часто имеет место, играет важную роль в формировании чувствительности климата к аномальным источникам радиационных притоков тепла, которые формируются, например, при аномальных выбросах углекислого газа в атмосферу.

9. Струйные течения

Несколько слов о струйных течениях, формирующихся на разных высотах атмосферы в зонах с высокими градиентами температуры (фронтальными зонами). Например, зимой в Северном полушарии такие зоны формируются у восточных берегов континентов, где сходятся холодный арктический воздух, поток которого обусловлен антициклонической циркуляцией над континентами, и теплый тропический воздух. В силу соотношения термического ветра, которое есть следствие квазигеострофического баланса, мы имеем в этих зонах большой вертикальный градиент скорости (с максимумом на уровне тропопаузы). В этих же зонах в силу бароклинной неустойчивости происходит процесс циклогенеза (антициклогенеза). Образующиеся вихри передают свою энергию струе, снимая в силу принципа ЛяШетелье источник своего образования, но увеличивая меридиональный градиент скорости, что приводит в свою очередь к возникновению условий, в которых реализуется баротропная неустойчивость.

10. Особенности циркуляции океана.

Особенности циркуляции океана лучше всего понять в сравнении с циркуляцией атмосферы, на которой мы остановились достаточно подробно. Прежде всего заметим, что океан имеет боковые границы, играющие определяющую роль в формировании различного рода пограничных слоев и распространения волновых движений.

Далее, сделаем оценки потоков энергии от Солнца к Земле. На верхнюю границу атмосферы приходит поток порядка $1370\,вт/м^2$ (отметим, что геотермический поток имеет величину порядка $0.05\,вт/м^2$). Если считать, что альбедо Земной системы есть величина порядка 0.33, то в атмосферу поступает – $245\,вт/м^2$. До поверхности Земли доходит – $2/3$ этого потока (остальная часть поглощается в атмосфере), т. е. $163\,вт/м^2$. Из этого следует, что атмосфера греется в основном снизу, в то время, как океан – сверху.

Конечно, все характерные особенности крупномасштабных течений, описываемые геофизической гидродинамикой (квазидвумерность, квазигеострофичность, квазигидростатичность), остаются справедливыми и для океана, однако, в силу значительно более высокой плотности и более устойчивой стратификации характерные масштабы, на которых определяющими являются эффекты вращения или эффекты бароклинной неустойчивости, становятся совершенно разными.

Действительно, рассмотрим движения с масштабом L. Пусть средняя скорость частиц есть u. Тогда характерное время процесса можно определить как $T=L/u$. Если Ω есть угловая скорость вращения Земли, то эффекты вращения будут незначительными, если характерное время T будет много меньше характерного времени вращения $\frac{1}{2\Omega}$ и наоборот. Число $\frac{u}{2\Omega L}$ называется числом Россби – его малость говорит о том, что эффекты вращения являются определяющими. Если для атмосферы взять характерные величины: $L=1000$ км, $2\Omega=10^{-4}\,сек^{-1}$, $u=15$ м/сек, то число Россби будет равно 0.15. Но это вовсе не значит, что для получения сильного эффекта вращения нужны такие масштабы: например, для Гольфстрима $L=100$ км, $u=0.1$ м/сек, и число Россби равно 0.01.

Другой важный параметр, ответственный за существенную разницу в масштабах, на которых реализуется, например, бароклинная неустойчивость в атмосфере и океане, есть масштаб Россби. Мы не будем здесь в деталях обсуждать, как формируется этот масштаб, скажем лишь, что это пространственный масштаб, на котором силы плавучести играют такую же роль, как и силы Кориолиса. Для атмосферы этот масштаб равен примерно 1000 км, а для океана 100 км. Это означает, что масштаб атмосферных синоптических вихрей в 10 раз больше океанических. Другими словами, для описания медленных океанических течений нам нужно на порядок большее пространственное разрешение в океане, чем в атмосфере. Это, конечно, крайне неприятный вывод для моделирования системы атмосфера – океан.

Отметим также, что волны Россби и внутренние гравитационные волны играют важнейшую роль в формировании динамики океана: например, волны Россби играют определяющую роль в формировании течений Гольфстрим и Куросио, а внутренние гравитационные волны в формирование явления Эль – Ниньо.

Особо следует отметить процесс формирования в океане верхнего термически квазиоднородного слоя за счет передачи в океан механической энергии приводных ветров. Это явление является очень важным в формировании отклика системы атмосфера-океан на внешние термические источники нагревания в атмосфере.

3. Моделирование Земной Системы и вычислительная геофизическая гидродинамика

Говоря о модели Земной Системы, мы будем подразумевать под этим систему уравнений в частных производных, описывающих различные блоки Земной Системы: атмосферу, океан, криосферу и т. д. Как мы уже обсуждали выше, исследование этой системы сводится к доказательству ее глобальной разрешимости, доказательству существования у нее аттрактора, оценке его размерности, исследованию устойчивости решения и устойчивости аттрактора как множества и меры на нем к возмущениям внешних воздействий и т. п. Однако, решать такую систему мы можем лишь приближенно, строя некоторые конечномерные аппроксимации для производных и интегралов, которые должны удовлетворять набору априорных требований. Таким образом, мы имеем дело в конечном счете с конечномерной системой уравнений, которую можно также рассматривать как модель Земной Системы, и сравнивать результаты моделирования с данными наблюдений, забыв об исходной системе дифференциальных уравнений. Это, конечно, имеет смысл, если используемая конечномерная модель удовлетворяет фундаментальным законам сохранения и условиям, необходимым для правильного воспроизведения всего набора энергозначимых физических процессов. В противном случае мы обязаны исследовать проблему сходимости решения конечномерной задачи (или функционалов от этого решения) к решению исходной дифференциальной задачи (или к функционалам от него) при устремлении параметров дискретизации к нулю.

И, наконец, третий уровень модели – это программный код, реализуемый на вычислительных системах. Имея в виду огромную сложность исходной модели, реализация программного кода становится самостоятельной нетривиальной задачей, решение которой по существу зависит от того, принималась ли во внимание эта проблема реализации при формулировании методов решения исходной задачи. Неэффективность реализации вычислительного алгоритма на современных параллельных вычислительных системах часто сводит на нет все усилия, приложенные при формулировании этого алгоритма для решения целого ряда задач теории климата.

Перейдем к обсуждению проблем, возникающих при формулировании методов решения уравнений модели Земной Системы, снова для конкретности рассматривая модель атмосферы.

Для начала постулируем, что мы будем рассматривать модели атмосферы только до высот, где еще можно использовать приближения уравнений динамики сплошной среды, т. е. уравнения геофизической гидродинамики (до высот порядка 500 км). Физический смысл этих уравнений и ключевые крупномасштабные процессы, которые они описывают, мы уже обсудили в предыдущем разделе, поэтому сразу перейдем к проблеме их дискретизации. Мы можем произвести дискретизацию различными способами. Первый способ – это различные варианты метода Галеркина. В этих методах используется разложение искомых функций в ряды по некоторой системе базисных функций и использование конечномерного усечения с определенным видом симметрии. Метод хорош тем, что можно работать в том же пространстве, которому принадлежит искомое решение и, как правило, имеется теорема сходимости при наличии теоремы глобальной разрешимости. Более того, в методах Галеркина выполняется большинство законов сохранения, которые присущи исходным уравнениям. Однако, существуют и недостатки, одним из которых является необходимость использования высокого разрешения во всей области определения искомых функций, хотя повышение разрешения вам необходимо только в некоторой малой подобласти для аппроксимации какого-то специфического процесса (например, локальной струи).

Второе направление – это конечно-разностные методы, при использовании которых производится аппроксимация производных конечными разностями, и решение задачи ищется в пространствах сеточных функций. В этих методах есть возможность использовать сетки, удовлетворяющие набору априорных требований, согласованных с процессами, которые необходимо описать, в частности, неструктурированные сетки, адаптивные сетки и т. д. Однако, построение при этом схем, которые бы удовлетворяли бы различным наборам законов сохранения, представляет самостоятельную проблему.

Гибридным вариантом методов Галеркина и конечно-разностных методов являются методы конечных элементов, в которых в качестве базисных функций используются функции с конечным носителем.

Рассмотрим в качестве примера требования, которые возникают при формулировке методов решения уравнений, описывающих динамику атмосферы. Это нетрудно сделать, если мы будем следовать правилу: метод решения должен быть таким, чтобы была обеспечена правильность воспроизведения механизмов формирования основных энергозначимых процессов, формирующих климат и его чувствительность к внешним воздействиям. К сожалению, мы не можем полностью удовлетворить этим требованиям, поскольку, во-первых, не до конца понимаем суть всех механизмов, а во-вторых, часто требования при конструировании конкретной схемы противоречат друг другу.

Тем не менее, рассмотрим некоторые требования, которым мы в настоящее время стараемся при конструировании методов решения уравнений динамики атмосферы удовлетворить. Начнем с выбора вертикальной координаты и вертикального разрешения. Из данных наблюдений следует, что в нижней атмосфере направление линий тока определяется орографией, и по мере удаления от поверхности линии тока стремятся находиться на изобарических поверхностях. Вследствие этого оптимальной вертикальной координатой будет гибридная координата, плавно переходящая от приведенной к поверхностному давлению сигма-координаты в нижней атмосфере к p-координате в средней и верхней атмосфере (для гидростатической атмосферы). При выборе вертикального разрешения мы должны помнить, что в атмосфере существуют крупномасштабные процессы, происходящие в тонких вертикальных слоях, например, рассмотренные нами в предыдущем разделе квазидвухлетние колебания в экваториальной стратосфере. Поскольку фундаментальной основой этого процесса является взаимодействие планетарных волн со средним потоком на критических уровнях, то для описания этого процесса требуется очень высокое вертикальное разрешение (экспериментально было установлено, что вертикальное разрешение в стратосфере должно быть не хуже 500 м). При введении такой гибридной координаты возникает задача построения аппроксимаций, удовлетворяющих необходимым законам сохранения, к обсуждению которых мы сейчас перейдем.

Совершенно естественным представляется требования закона сохранения массы для уравнения неразрывности и для уравнений переноса и диффузии малых газовых примесей и водяного пара и облачности при отсутствии источников и стоков. Поскольку малые газовые примеси, водяной пар и облачность могут иметь большие пространственные градиенты, к применяемым схемам возникает требование монотонности, гарантирующее также неотрицательность решения.

Очень важным является требование закона сохранения момента количества движения относительно оси вращения Земли, поскольку, как было сказано в предыдущем разделе, этот закон является фундаментальным условием образования пассатных ветров в тропической области.

Для обеспечения правильных каскадов энергии в системе необходимо обеспечить в асимптотике двумерной идеальной жидкости выполнение по крайней мере двух квадратичных инвариантов – энергии и энстрофии. Следует сказать, что все уравнения имеют источники и стоки, так что выполнение законов сохранения можно требовать с определенной заданной точностью.

Конечно, естественным требованием к используемым алгоритмам является требование их устойчивости.

4. Проблема чувствительности Земной Системы к внешним воздействиям и динамико-стохастическое моделирование.

Проблема чувствительности Земной Системы к внешним воздействиям несомненно является актуальной и очень важной для современного человечества. Трудность заключается в том, что мы не можем с Земной Системой проводить целенаправленные эксперименты, чтобы определить эту чувствительность экспериментально. Следовательно, задача состоит в том, чтобы построить убедительную теорию, которая позволяет по одной типичной траектории вычислить практически полезную оценку чувствительности системы (ее состояния или функционалов от состояния) к возмущениям внешних воздействий. Если говорить о климате, то нельзя забывать о характерных климатических временах, которые были приняты при определении климата. В качестве примера можно рассмотреть проблему антропогенных выбросов углекислого газа, а в качестве функционала от состояния системы – глобально усредненную приповерхностную температуру воздуха – характеристику, для которой существуют наиболее длинные информативные ряды наблюдений. Можно сформулировать задачу по-другому: сформулировать основные характеристики, определяющие отклик системы на внешние воздействия и оценить эти характеристики по рядам данных наблюдений.

Отметим, что если мы говорим о чувствительности, то мы имеем в виду отклик системы на малые возмущения со всеми вытекающими отсюда следствиями.

Рассмотрим возможность построения такой теории на основе теории динамических диссипативных систем, которым (будем предполагать) принадлежит наша Земная Система.

Итак, что мы должны доказать? Мы должны доказать, что:

1. У системы имеется глобальный аттрактор

2. Траектория системы находится на ее аттракторе

3. Аттрактор как множество устойчив по отношению к возмущениям внешних параметров

4. Динамика на аттракторе эргодична

5. Эргодическая мера на аттракторе устойчива по отношению к возмущениям внешних параметров

6. Эргодическая мера гладкая, так что ее можно дифференцировать

7. Имеется возможность построить соотношение между возмущениями функционалов от возмущения траектории и характеристиками, которые можно вычислить по типичной траектории системы и самого возмущения параметров.

Сразу заметим, что в общем случае доказать все перечисленные выше утверждения невозможно даже в том случае, если бы мы имели в своем распоряжении идеальную систему уравнений, описывающую динамику реальной Земной системы. Однако, есть один путь, который по существу упрощает ситуацию. Прежде чем его сформулировать, вернемся к проблеме параметризации процессов подсеточных масштабов в моделях Земной Системы. Как уже говорилось выше, задача параметризации процессов подсеточных масштабов есть задача установления связи динамики системы на масштабах, которые явно не описываются нашей системой из-за процесса ее аппроксимации конечномерной моделью, и параметрами динамики системы на масштабах, которые описываются явно. Очень часто мы эти связи знаем весьма приближенно (если они вообще существуют!), поэтому единственным выходом в этом случае остается решение задать процессы подсеточного масштаба в виде некоторого случайного процесса. Типичным примером такой задачи является пример расчета балла неконвективной облачности, возникающей за счет флуктуаций вертикальной скорости и поля влажности. Переходя к такому описанию части процессов подсеточных масштабов в виде случайных процессов мы естественным образом переходим к формулированию так называемых динамико-стохастических моделей. Преимущество их заключается в том, что мы на большинство перечисленных выше вопросов можем ответить утвердительно, поскольку введение случайного шума в виде дополнительного форсинга можно рассматривать как некоторую регуляризацию исходной системы уравнений. Естественно, что понятие глобального аттрактора в данном случае неприемлемо – речь здесь должна идти о стохастическом аттракторе. Так или иначе, для некоторых моделей, имеющих непосредственное отношение к динамике атмосферы (баротропная модель атмосферы, двуслойная квазигеострофическая модель атмосферы) доказано существование эргодической инвариантной меры и ее устойчивость к возмущениям форсинга. Если рассматривать конечно-мерные аппроксимации моделей атмосферы, то в предположении, что вероятностная мера описывается нормальным законом, можно построить явный вид оператора отклика системы на малые внешние возмущения, который может быть вычислен по данным об одной типичной траектории. Для глобальных моделей общей циркуляции атмосферы этот алгоритм (известный как флуктуационно-диссипационная теорема – ФДТ) был экспериментально проверен и для большого набора возмущений показал отличные результаты. К сожалению, для вычисления откликов с необходимой точностью требуется иметь данные о траектории большой длины, намного большей, чем мы имеем для реальной климатической системы. Обратная задача определения, какой именно функционал от решения и для какого конкретного возмущения форсинга может быть вычислен с необходимой точностью при наличии данных о траектории конечного размера, в настоящее время не решена.

В заключение этого раздела рассмотрим простую концептуальную динамико-стохастическую модель «климата», предложенную К. Хассельманом (эту модель можно рассматривать как модель глобально-осредненной температуры поверхности океана):

$$\frac{du}{dt}+lu=f\,,u|_{t=0}=u_0,$$

где $l=\frac{1}{T}$, T – некоторое характерное океаническое время, f – случайный Гауссов дельта-коррелированный по времени процесс, аппроксимирующий «быструю» атмосферу. Если мы поставим в правую часть этого уравнения некое постоянно действующее возмущение, то в силу линейности уравнения равновесный отклик на это постоянно действующее возмущение будет прямо пропорциональным характерному океаническому времени. Такая же зависимость от T будет и у дисперсии температуры поверхности океана. Другими словами, мы имеем в модели линейную связь между характеристикой изменчивости (дисперсией) случайного процесса и величиной отклика на постоянно действующие возмущения. Существование связи между низкочастотной изменчивостью атмосферных процессов и откликом атмосферы на внешние воздействия (конечно, эта связь не обязательно является линейной) давно была замечена при моделировании откликов климатических моделей на внешние воздействия. Таким образом, появляется некий алгоритм оценки чувствительности реальной климатической системы на внешние воздействия на систему (например, на антропогенные выбросы углекислого газа). Алгоритм заключается в следующем. Мы имеем в нашем распоряжении ансамбль климатических моделей, с которыми проведены эксперименты по чувствительности по отношению к выбросам углекислого газа. Конечно, мы должны предположить, что все физические механизмы, ответственные за формирование этой чувствительности, описаны в моделях вполне адекватно. Далее, мы знаем, что во взаимодействии атмосферы и океана океан становится ведущим на декадных характерных временах, на которых дисперсии температуры поверхности океана и приповерхностной температуры воздуха становятся примерно одинаковыми. Вычисляя на этих характерных временах дисперсии глобально осредненной приповерхностной температуры атмосферы для каждой модели и зная их отклики на внешние воздействия, можно построить график связи между величинами отклика и дисперсией приповерхностной температурой воздуха, на который можно нанести величину дисперсии реальной приповерхностной температуры атмосферы, вычисленной для временных масштабов осреднения порядка декады, и, таким образом, получить оценку чувствительности реальной климатической системы к данному виду внешнего воздействия. У этой методологии есть, конечно, много «но», которые мы здесь обсуждать не будем.

5. Моделирование Земной Системы и суперкомпьютеры.

Проблема отображения вычислительных алгоритмов на архитектуру вычислительных систем требует, конечно, отдельного профессионального рассмотрения. Из всего вышесказанного следует, что задача моделирования Земной Системы, с помощью которого можно ответить на ряд принципиальных вопросов (в частности, на вопрос о чувствительности реальной климатической системы к возмущениям внешних параметров) принадлежит классу суперзадач, решение которых возможно только с помощью суперкомпьютеров. Из этого утверждения вовсе не следует, что какие-то приближенные версии этой супермодели бесполезны. Нет, конечно. Хорошим примером ответа на этот вопрос является история развития моделей краткосрочного и среднесрочного прогноза погоды, которые, как уже было сказано, все более и более становятся идентичными моделям Земной Системы, подтверждая утверждение, что в пределе это будет одна и та же модель. Причиной этого является так называемый «дрейф климата» – стремление модельной траектории притягиваться к собственному аттрактору, что приводит в случае различия характеристик модельного и реального аттракторов к существенным систематическим ошибкам прогнозов погоды. Естественный интерес к прогнозу на региональном масштабе как в задачах прогноза погоды, так и в задачах прогноза изменений климата, приводит к пониманию того, что столбовой дорогой развития моделей этого класса является увеличение пространственного (а, следовательно, и временного) разрешения при формулировании алгоритмов решения исходных систем уравнений. Реализуемость этого направления напрямую связана с ростом возможностей вычислительных систем. Другими словами, стратегия развития вычислительных систем есть одновременно и стратегия развития моделей Земной Системы. Важно отметить, что переход на модели высокого пространственного разрешения дает также возможность перехода на прямое воспроизведение ряда важных процессов типа конвективной облачности, внутренних гравитационных волн и т. п., что в свою очередь требует отказа от приближения гидростатичности. Отказ от этого приближения не является формальным, поскольку он тесно связан с проблемами глобальной разрешимости используемых систем уравнений и используемых систем координат при их формулировке.

6. Заключение

Чтобы еще раз подчеркнуть неразрывную связь собственно геофизической гидродинамики, математической геофизической гидродинамики, вычислительной геофизической гидродинамики и задачи моделирования Земной Системы, мы в заключение сформулируем ряд задач, которые, по нашему мнению, необходимо решить на пути создания моделей Земной Системы нового поколения. Приведенный список задач не отрицает, конечно, других, не менее важных задач, которые должны быть решены на этом пути.

1. Теорема глобальной разрешимости системы уравнений гидростатической атмосферы в сферическом слое в сигма-системе координат.

2. Существование и устойчивость эргодической меры для динамико-стохастической модели океана.

3. Стохастические аттракторы для динамико-стохастических моделей атмосферы и океана.

4. Построение вычислительного ядра для модели атмосферы $0-500$ км.

5. Описание внутренних гравитационных волн для моделей с высоким разрешением.

6. Физика воздействия внутренних гравитационных волн на формирование КДК в экваториальной стратосфере.

7. Роль трения в пограничном слое атмосферы в формировании пространственного спектра кинетической энергии в атмосфере.

8. Нижняя термосфера как пример планетарного пограничного слоя.

9. Использование нейронных сетей в построении моделей Земной Системы нового поколения.

10. Исследование структуры аттракторов климатических моделей. Исследование изменчивости отклика системы на внешние воздействия.

11. Что можно сказать о чувствительности модели Земной Системы к внешним воздействиям по куску типичной траектории конечной длины? Получение полезных оценок чувствительности реальной климатической системы к внешним воздействиям.

12. Описание процесса конвекции в моделях с высоким разрешением.

13. Экстремальные явления и «темные куски» аттракторов климатических моделей.

В заключение автор благодарит В. Н. Лыкосова за внимательное прочтение работы и ряд полезных замечаний.