

Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»

Научный центр информационных технологий и искусственного интеллекта
направление «Математическое моделирование в биомедицине и геофизике»

К ЗАЩИТЕ ДОПУСТИТЬ

Научный руководитель направления
«Математическое моделирование
в биомедицине и геофизике»

чл.-к. РАН, д.ф.-м.н., профессор

Ю.В. Василевский

«03» июля 2024 г.

**МЕТОДЫ КОРРЕЛЯЦИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ
ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

Магистерская диссертация
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика
(направленность (профиль) «Математическое моделирование в биомедицине и
нефтегазовом инжиниринге»)

Консультант по магистерской
диссертации

Младший научный сотрудник направления
«Математическое моделирование в
биомедицине и геофизике» Научного
центра информационных технологий и
искусственного интеллекта

А.Л. Овсепьян

«03» июля 2024 г.

Студент гр. М01ММ-22

А.Н. Рамазанов

«03» июля 2024 г.

Научный руководитель магистерской
диссертации

Доцент направления «Математическое
моделирование в биомедицине и
геофизике» Научного центра
информационных технологий и
искусственного интеллекта, к.ф.-м.н.

В.Ю. Саламатова

«03» июля 2024 г.

Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»

Научный центр информационных технологий и искусственного интеллекта

направление «Математическое моделирование в биомедицине и геофизике»

УТВЕРДИТЬ

Научный руководитель направления
«Математическое моделирование
в биомедицине и геофизике»
чл.-к. РАН, д.ф.-м.н., профессор

Ю.В. Василевский

«03» июля 2024 г.

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы
обучающегося по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика
направленность (профиль) «Математическое моделирование в биомедицине и
нефтегазовом инжиниринге»

Рамазанова Али Надировича

1. Тема: «Методы корреляции цифровых изображений для обработки экспериментальных данных»
2. Цель: Разработка программного обеспечения для получения полей перемещения и градиента деформации биоматериалов с применением методов корреляции цифровых изображений.
3. Задачи: Разработка и верификация программного обеспечения для получения полей перемещения и градиента деформации при экспериментальном исследовании биоматериалов с применением методов корреляции цифровых изображений. Интеграция разработанного программного обеспечения в лабораторный комплекс НТУ «СириусЫИ» по исследованию биоматериалов.
4. Рабочий график (план) выполнения выпускной квалификационной работы:

№	Перечень заданий	Сроки выполнения
1	Анализ существующих методов корреляции цифровых изображений	30. 01.2024 - 15.02.2024
2	Анализ спекл-узора в задаче корреляции цифровых изображений	15.02.2024 - 01.03.2024

№	Перечень заданий	Сроки выполнения
3	Процедура калибровки камер	01.03.2024 - 01.04.2024
4	Валидация разработанных методов	01.04.2024 - 15.04.2024
5	Интеграция разработанных методов в лабораторный комплекс НТУ «Сириус» по исследованию биоматериалов.	15.04.2024 - 23.05.2024

Дата выдачи: «30» января 2024 г.

Руководитель ВКР:

В.Ю. Саламатова

Задание принял к исполнению:

Студент группы М01ММ-22

А.Н. Рамазанов

«30» января 2024 г.

Реферат

Выпускная квалификационная работа, 64 страницы, 20 рисунков, 1 таблицы, 38 источника.

МЕТОДЫ КОРРЕЛЯЦИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Объектом исследования являются методы корреляции цифровых изображений для обработки экспериментальных данных полученных с натурного эксперимента.

Цель работы:

Разработка программного обеспечения для получения полей перемещения и градиента деформации биоматериалов с применением методов корреляции цифровых изображений для оценки свойств материала.

Результаты работы:

В рамках дипломной работы было проведено исследование существующих методов цифровой корреляции изображений. Анализ охватил оценку функциональных возможностей текущих реализаций, идентификацию потенциальных направлений для их расширения и усовершенствования.

Была проведена интеграция обновлённых методик DIC в процесс лабораторных измерений в лабораторию экспериментальной биомеханики по исследованию биоматериалов Научно-технологического университета «Сирius». Результаты данной работы позволяют значительно повысить точность и эффективность проводимых измерений, а также расширить область их применения в биомеханических исследованиях.

Сокращения, обозначения, термины и определения

- $\mathbb{R}^3$ — трехмерное евклидово векторное пространство,
npy — двоичный формат хранения массива NumPy [1],
json — текстовый формат обмена данными,
КЭ — конечный элемент,
DIC — digital image correlation,
IQR — Interquartile range,
API — application programming interface

Оглавление

Введение	8
1 КИНЕМАТИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ.	13
2 АНАЛИЗ СПЕКЛ-УЗОРА В КОРРЕЛЯЦИИ ЦИФРОВОХ ИЗОБРА- ЖЕНИЙ	15
3 ДВУМЕРНАЯ (2D) КОРРЕЛЯЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ . .	19
3.1 Экспериментальная установка по двухосному растяжению для исследования биоматериалов.	19
3.2 Калибровка камеры	22
3.3 Алгоритмы корреляции цифровых изображений на основе КЭ. . . .	26
3.3.1 Основная идея.	26
3.3.2 Элемент отслеживания.	29
3.3.3 Градиент серого цвета	32
3.3.4 Заключительный этап	34
3.4 Алгоритмы корреляции цифровых изображений на основе корреляционной функции	34
3.4.1 Критерии корреляции	35
3.4.2 Метод Гаусса-Ньютона.	37
3.4.3 Расчет деформаций	38
4 ТРЕХМЕРНАЯ (3D) КОРРЕЛЯЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ .	40
4.1 Экспериментальная установка по раздутию упругих материалов. .	40
4.2 Стереο калибровка камер	42
4.3 Алгоритмы 3D DIC.	43
5 РЕЗУЛЬТАТЫ	44
5.1 Предобработка данных	44
5.2 Верификация методов DIC	45
5.2.1 Верификация для 2D DIC.	45

5.2.2	Верификация для 3D DIC	46
5.3	Применение DIC в натурных экспериментах	46
5.3.1	Применение к тестам на установке по двухосному растяже- нию	46
5.3.2	Применение к тестам по раздутию упругих материалов.	47
	Заключение	52
	Список использованных источников	55
	Приложение А	60
A.1	Глобальная система координат	60
A.2	Система координат камеры	61
A.3	Система координат изображения	62

Введение

Исследования материалов нашли широкое применение во многих сферах деятельности человека, начиная от создания амортизаторов в машиностроении и заканчивая разработкой имплантов для медицины. Исследование материалов играет ключевую роль в различных отраслях, обеспечивая улучшение функциональных характеристик и повышение безопасности. В последние годы наблюдается непрерывное развитие в области создания новых материалов, что стимулирует дальнейшие исследования и инновации.

Одним из наиболее актуальных и перспективных направлений современных исследований является изучение свойств живых тканей. Данное направление имеет огромное количество приложений, включая биомедицинские устройства, регенеративную медицину и тканевую инженерию [2][3]. Понимание механики живых тканей важно для разработки эффективных имплантатов, протезов и других медицинских изделий, которые могут взаимодействовать с биологическими системами человека.

В связи с этим, сохраняется значительный интерес к разработке новых математических моделей, которые способны качественно описывать механику мягких биологических тканей и тканеинженерных конструкций (далее - биоматериалы). Эти модели необходимы для предсказания их поведения при различных условиях эксплуатации, что имеет большое значение для их оптимального проектирования и применения. Современные исследования направлены на создание более точных и универсальных моделей, учитывающих сложные физико-химические свойства и их взаимодействие с живыми системами.

Исследование биоматериалов с использованием методов корреляции цифровых изображений представляет собой задачу, имеющую важное значение в научных и прикладных аспектах.

Корреляция цифровых изображений (англ. Digital Image Correlation или сокращенно DIC) [4] является оптическим методом анализа, который включает использование алгоритмов отслеживания и регистрации изменений в изображениях для точного выполнения 2D и 3D измерений перемещений и деформаций в исследуемых объектах. Этот метод предоставляет значительно более детальную информацию о деформациях в сравнении с использованием традиционных тензорезисторов и экстензометров, благодаря его способности к фиксации как локальных, так и усреднённых изменений в материале [5].

В контексте биоматериалов, где требуется высокая точность и детализация исследований, DIC обеспечивает получение ценных данных о механических характеристиках материалов. Это, в свою очередь, позволяет ученым более глубоко анализировать поведение биоматериалов и их взаимодействие с биологическими системами.

В области корреляции цифровых изображений применяются различные методики. Одними из наиболее распространённых являются методы, основанные на использовании сравнения подмножеств, используя корреляционную функцию, а также методы, использующие теорию конечных элементов (далее КЭ). В подходе, основанном на корреляционной функции, происходит попытка сопоставления независимых подмножеств, размер которых колеблется между десятью и пятьюдесятью пикселями. Второй подход заключается в дискретизации исследуемой области с помощью КЭ. Сравнительный анализ эффективности этих методов представлен в исследованиях [6], [7], которые показывают противоположные результаты.

В настоящее время доступны как коммерческие программные решения для корреляции цифровых изображений, такие как *VIC* и *GOM-correlate*, так и программы с открытым исходным кодом, включая *muDIC* [8], *DICE* [9] и *nCorr* [10]. Для научных исследований использование программного обеспечения с открытым исходным кодом может представлять особый интерес, так

как это обеспечивает доступ к изучению внутренней структуры и архитектуры таких программ, что способствует глубокому пониманию процессов и алгоритмов, лежащих в их основе, и их возможной адаптации.

На базе Научно-технологического университета «Сириус» функционирует лаборатория по исследованию биоматериалов. В рамках научно-исследовательской деятельности поставлена задача разработки программного обеспечения для получения полей перемещения и градиента деформации биоматериалов с применением методов корреляции цифровых изображений.

История методов корреляции цифровых изображений начинается с начала 1970-х годов. В это время компьютерные технологии только начинали развиваться, и возможности для обработки визуальной информации были ограничены. Тем не менее, уже тогда появились первые попытки использовать вычислительные мощности для анализа и сопоставления изображений.

Одним из первых методов, применяемых для корреляции изображений, был метод взаимной корреляции. Этот метод основывается на вычислении корреляционной функции между двумя изображениями для определения степени их совпадения. Взаимная корреляция была проста в реализации, но имела ряд ограничений, таких как чувствительность к шуму и необходимость точного выравнивания изображений [11] [4].

Одним из значимых достижений этого периода стало использование преобразования Фурье для корреляции изображений. Преобразование Фурье позволило перевести изображения из пространственной области в частотную, что упростило процесс вычисления корреляционной функции и сделало его более устойчивым к различным видам искажений. Фазовая корреляция, основанная на преобразовании Фурье, стала особенно популярной, так как она позволяла эффективно обрабатывать изображения, содержащие шум и другие искажения [12].

В начале 2000-х годов, с развитием технологий машинного обучения и

искусственного интеллекта, методы корреляции изображений получили новые возможности для улучшения своей точности и эффективности. Алгоритмы машинного обучения и нейронных сетей, начали активно применяться для анализа и интерпретации изображений [13].

На сегодняшний день методы корреляции цифровых изображений продолжают активно развиваться. Современные алгоритмы используют комбинацию традиционных методов, таких как фазовая корреляция и методы подвижных блоков [10], с новейшими технологиями искусственного интеллекта [13]. Это позволяет достигать высокой точности и скорости обработки изображений даже в условиях сложных искажений и большого объёма данных

Рассмотрим несколько примеров современных исследований и трудов, иллюстрирующих актуальность и использование DIC в различных областях.

DIC широко используется для анализа механических свойств различных материалов, включая композиты, металлы и полимеры. Это позволяет исследовать процессы деформации и разрушения с высокой точностью [14].

В области структурной механики и инженерии DIC применяется для анализа деформаций в строительных конструкциях, мостах и других инженерных объектах. Это позволяет выявлять слабые места и прогнозировать поведение конструкций под нагрузкой [15].

В аэрокосмической промышленности DIC применяется для анализа деформаций и напряжений в компонентах летательных аппаратов, что критически важно для обеспечения безопасности и надежности [16].

DIC активно используется в исследованиях по разработке новых материалов и технологий, таких как аддитивное производство (3D-печать), нано- и микротехнологии [17].

В биомеханике DIC используется для анализа деформаций биологических тканей и органов, что важно для медицинских исследований и разработок

ки медицинских устройств [18].

DIC помогает исследовать и анализировать свойства материалов, что необходимо для обеспечения прочности и долговечности материалов в различных приложениях. Коммерческая перспектива включает в себя повышение надежности продукции, сокращение затрат на испытания и улучшение конкурентоспособности на рынке за счет создания более качественных и надежных материалов.

1 КИНЕМАТИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Кинематика сплошной среды — раздел кинематики, изучающий движение сплошной среды (модели деформируемого тела, жидкости или газа).

Приняв основную аксиоматику механики сплошных сред такие как гипотеза о сплошности, законы сохранения массы и импульса и другие [19], можно ввести основные определения из кинематики сплошной среды

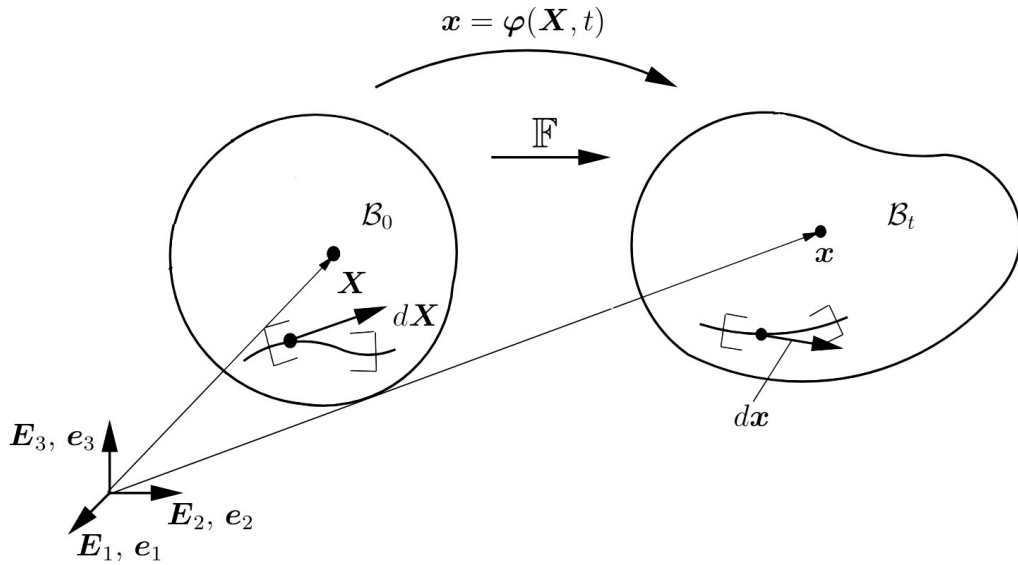


Рисунок 1.1 – Представление начальной и текущей конфигурации

Обозначим $\mathcal{B} \subset \mathbb{R}^3$ как материальное тело. Тогда можно сопоставить набор координат частиц $\mathbf{X} = X^J \mathbf{E}_J$ в ортонормированном базисе $\{\mathbf{E}\}_J$, $J = 1, 2, 3$ из начальной конфигурации $\mathbf{X} \in \mathcal{B}_0 \subset \mathbb{R}^3$ с набором координат частиц $\mathbf{x} = x^j \mathbf{e}_j$ в ортонормированном базисе $\{\mathbf{e}\}_j$, $j = 1, 2, 3$ из текущей конфигурации $\mathbf{x} \in \mathcal{B}_t \subset \mathbb{R}^3$ в момент времени t . Получившееся биективное отображение $\varphi : \mathcal{B}_0 \rightarrow \mathcal{B}_t$ называется деформацией [20]. Для описания изменения положения материального тела в пространстве в момент времени t относительно начальной конфигурации введем вектор перемещения: $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$

Для характеристики деформации образца используется отображение $\varphi : \mathcal{B}_0 \rightarrow \mathcal{B}_t$, которое сопоставляет частице материала $\mathbf{X}$ из недеформи-

рованной конфигурации $\mathbf{X} \in \mathcal{B}_0 \subset \mathbb{R}^3$ частицу $\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X})$, $\mathbf{x} \in \mathcal{B}_t \subset \mathbb{R}^3$ в деформированной конфигурации [20]. Можно описывать деформации внутри образца с помощью градиента деформации $\mathbb{F}$ и якобиана J :

$$\mathbb{F} := (\nabla_{\mathbf{X}} \varphi) \quad \text{и} \quad J := \det \mathbb{F} > 0. \quad (1.1)$$

Обозначим $d\mathbf{X}$ как линейный элемент начальной конфигурации $\mathcal{B}_0$, а соответственно $d\mathbf{x}$ как линейный элемент текущей конфигурации $\mathcal{B}_t$. Тогда

$$d\mathbf{x} = \mathbb{F} d\mathbf{X}. \quad (1.2)$$

Изменение длины линейного элемента после деформации будет:

$$d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = \mathbb{F} d\mathbf{X} \cdot \mathbb{F} d\mathbf{X} = (d\mathbf{X})^T \cdot \mathbb{F}^T \mathbb{F} d\mathbf{X}.$$

Таким образом, возникает правый тензор деформации Коши-Грина $\mathbb{C}$ или тензор деформации Коши

$$\mathbb{C} = \mathbb{F}^T \mathbb{F}, \quad (1.3)$$

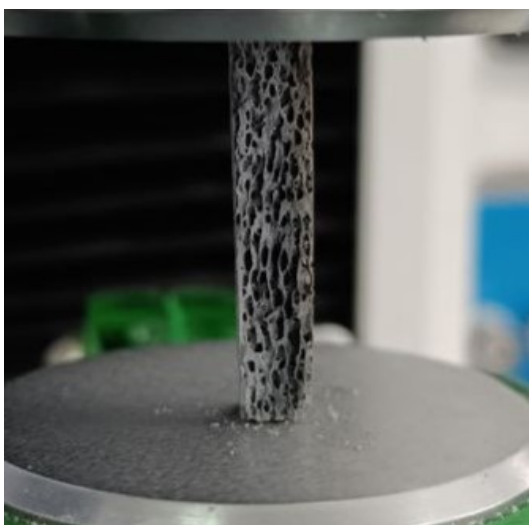
который представляет собой положительно определенную симметричную матрицу коэффициентов.

Можно ввести и другие меры деформации, например, такие как левый тензор деформации Коши-Грина или тензор деформации Альманси и др. [21][22]. Выбор меры деформации зависит от особенностей исходной задачи.

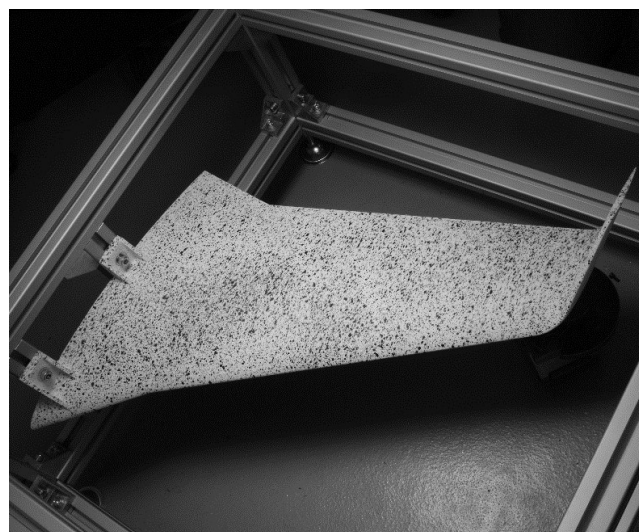
2 АНАЛИЗ СПЕКЛ-УЗОРА В КОРРЕЛЯЦИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Спекл-узор является носителем информации о деформации. Спекл в контексте DIC — это шаблон случайных, уникальных, контрастных, непериодических, хорошо заметных точек на поверхности изучаемого объекта. Эти точки действуют как маркеры, которые методы DIC использует для отслеживания движения или деформации поверхности. Качество спекл-узора напрямую влияет на точность определения деформаций и перемещений.

Спекл-узор может быть естественными, например, текстура поверхности материала (рисунок 2.1a), или искусственным, созданным путем нанесения краски или других материалов (рисунок 2.1b).



(a) Естественный спекл-узор губчатой костной ткани рогатого скота



(b) Искусственно созданный спекл-узор путем распыления краски на крыле самолета

Рисунок 2.1 – Примеры спекл-узоров: (a) естественный и (b) искусственный

Процесс создания искусственного спекл-узора включает в себя следующие этапы:

1. **Выбор материала для спеклов:** Выбор подходящего материала зависит от свойств объекта и условий испытания. Обычно используют контрастные краски для создания высококонтрастного узора.

2. **Подготовка поверхности:** Поверхность объекта должна быть чистой для обеспечения хорошего нанесения и визуализации спекл-узора.

3. **Нанесение спеклов:** Спекл-узор можно нанести различными методами (таблица 2.1)

Таблица 2.1 – Методы нанесения спеклов

Метод	Особенности применения	Инструменты	Техника
Распыление	Наиболее распространенный метод для больших поверхностей или когда требуется равномерное распределение спеклов.	Специальные аэрозольные баллончики или профессиональные пневматические распылители.	Краска распыляется с равномерным движением руки на расстоянии, обеспечивающем равномерное покрытие без потеков. Важно избегать чрезмерного нанесения.
Точечное нанесение	Подходит для маленьких объектов или когда требуется высокая точность распределения спеклов.	Тонкие кисти, зубочистки или специальные маркеры.	Краска наносится вручную точечными движениями. Требуется терпение и внимание, так как каждый спекл наносится отдельно.
Использование шаблонов и масок	Обеспечивает управляемость узора.	Шаблоны, вырезанные из бумаги, пленки или других материалов.	Шаблон прикладывается к поверхности, краска наносится через отверстия в шаблоне. После нанесения краски шаблон аккуратно снимается, оставляя четкий узор.

Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки, и выбор конкретного метода зависит от конкретных требований исследования, включая тип объекта, размеры поверхности, требуемую точность и доступное оборудование. Для проведения экспериментов в лаборатории НТУ «Сирius» использовался метод распыления краски и графитового порошка.

Спекл-узор должен обладать следующими характеристиками [23]:

1. **Баланс цвета:** спекл-узор должен содержать примерно равное количество черного и белого цветов, составляющих по 50% от общего изображения. Это обеспечивает высокий контраст и способствует точности корреляционного анализа (рисунок 2.2а).

2. **Геометрическое распределение:** размер точек и расстояние между ними должны быть равны. Например, если размер спекла составляет 5 пикселей, то оптимальное расстояние между точками также должно составлять 5 пикселей. Такое распределение содействует улучшению разрешающей способности системы при сохранении необходимой информативности каждого участка изображения (рисунок 2.2а).

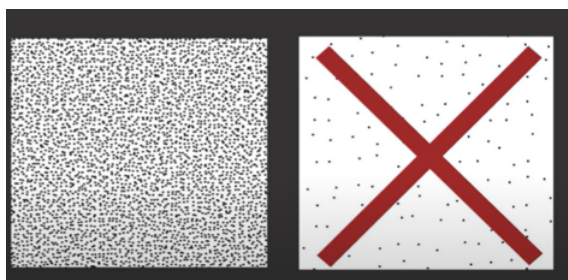
3. **Размер точек:** рекомендуемый размер точек должен варьироваться в пределах от 3 до 15 пикселей, сохраняя постоянный размер для всех точек. Это значение является оптимальным для большинства методов DIC, поскольку обеспечивает достаточную детализацию для анализа микродеформаций без чрезмерного увеличения шума и ошибок в вычислениях (рисунок 2.2с).

4. **Случайность и изотропность спекл-узора:** спекл-узор должен быть изотропным (не иметь предпочтительных направлений) и случайным, чтобы предотвратить любые систематические ошибки в измерениях и улучшить общую точность корреляционного анализа. Такое распределение спеклов помогает избежать ложных корреляций и способствует более точному

отслеживанию деформаций в различных направлениях (рисунок 2.2b).

5. **Отсутствие эффекта сглаживания:** сглаживание используется в обработке изображений для устранения «ступенчатости» на краях объектов на изображении. При подготовке спекл-узора необходимо обеспечить, чтобы изображение было свободно от искажений, вызванных сглаживанием. Оно может сгладить границы между черными и белыми областями, снижая контрастность и затрудняя точное определение границ спеклов, что ведет к ошибкам в расчетах деформации.

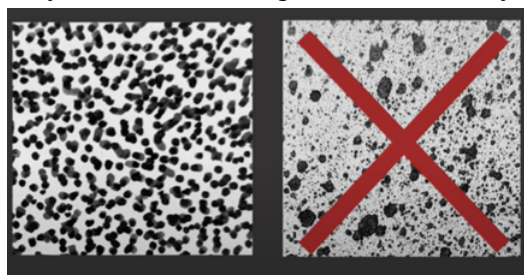
Описанные параметры спекл-узора являются фундаментальными для достижения наилучших результатов в различных приложениях [23].



(a) Баланс цвета спекл-узора



(b) Случайность и изотропность спекл-узора



(c) Размер случайных точек спекл-узора

Рисунок 2.2 – Характеристики спекл-узора

3 ДВУМЕРНАЯ (2D) КОРРЕЛЯЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

3.1 Экспериментальная установка по двухосному растяжению для исследования биоматериалов.

В НТУ «Сириус» был разработан прототип двухосного испытательного стенда для биомеханического исследования биоматериалов [24] (рисунок 3.1). Данная установка учитывает следующие особенности работы с биоматериалами:

- маленький размер образца (порядка 1-10 см);
- необходимость поддержания определенных условий окружающей среды для сохранения образца;
- использование различных видов для закрепления образца для минимизации краевых эффектов и отсутствия проскальзывания;
- бесконтактные методы оценки полей перемещений и деформаций.

Двухосные испытательные стенды представляют собой комплекс из прецизионной механической части, электрической схемы и датчиков, системы для сбора данных, программных средств для задания протоколов эксперимента и цифровой видеокамера промышленного образца.

Механическая часть состоит из линейных приводов, тензометрических датчиков и систем фиксации (закрепления) образцов. При необходимости испытательный стенд дополняется камерами и ваннами с управляемым микроклиматом, биореакторами и средствами дополнительных внешних механических воздействий.

Входными данными для двухосного испытательного стенда являются файлы, с описанием протокола испытаний эксперимента, который задает

проведение механического эксперимента: управление смещениями и управление силами. Выходные данные – наборы фреймов, где каждый включает: изображение в формате *png* в момент времени t , значения перемещения и нагрузки для каждой оси в тот же момент t в формате *json*. Используя полученные данные о перемещениях, картируется поле деформации и может быть построена экспериментальная зависимость между деформацией и напряжением (кривая деформирования) для образца.

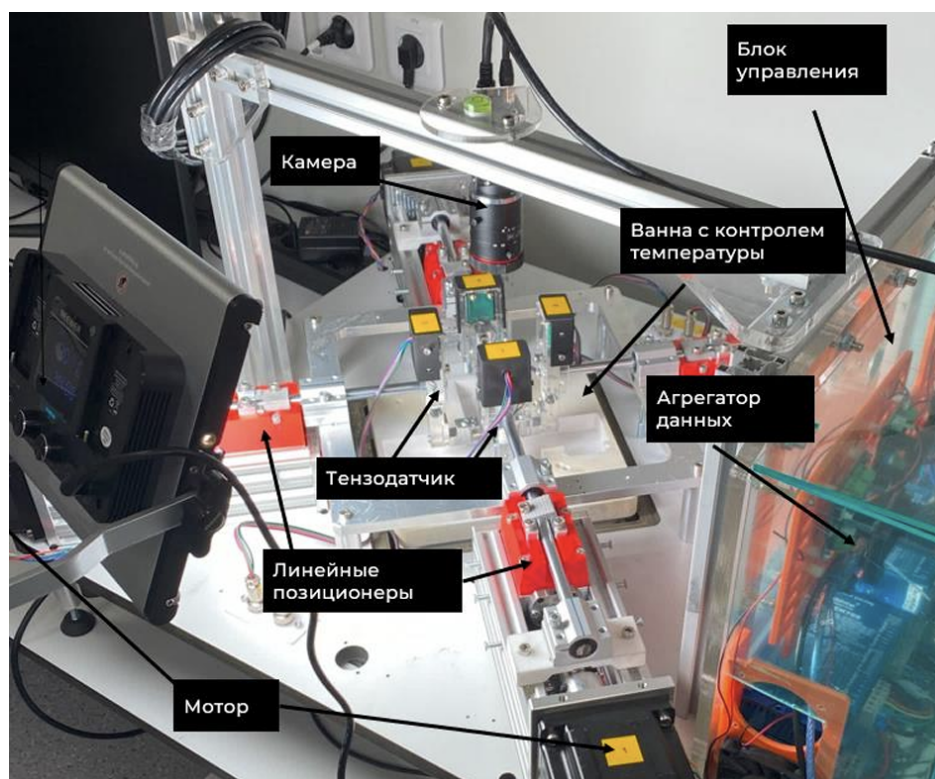


Рисунок 3.1 – Прототип двухосной испытательной машины

Линейный привод

Основная механическая часть испытательной машины – высокоточный линейный привод с разрешением до 10 мкм. Линейный привод может состоять из шагового двигателя, сервомотора или пьезоэлектрического инерционного привода. Фактическое перемещение платформы, связанной с приводом, измеряют дифференциальным трансформатором линейных перемещений (LVDT-датчик), линейным энкодером, либо при помощи фотофиксатора.

Диапазон и скорость перемещения варьируют в зависимости от задач. Для квазистатических испытаний мягких тканей подойдут приводы, скорость и перемещение платформы которых достигают 5 мм/с и 30 мм соответственно. Для динамических тестов и испытаний на разрыв, скорости, вращательный момент и перемещения могут быть значительно выше. Нагрузки на привод во время испытаний могут достигать 200 Н.

Тензометрические датчики

В двухосные испытательные машины в основном монтируют прецизионные тензометрические датчики мембранного и S-типов, обладающие наилучшей повторяемостью результатов при малых нагрузках и наименьшим температурным эффектом на результат измерения (до $\pm 0.02\%$ на $10\text{ }^{\circ}\text{C}$). Существуют решения с датчиками одноточечного типа. Выбор типа тензодатчика зависит от конструктивных особенностей испытательной машины и требованиям к классу точности.

Камера

При двухосных испытаниях используют специализированные камеры для машинного зрения. Требования к камерам варьируются в зависимости от типа испытаний и площади области интереса (ROI). Для квазистатических испытаний подойдут камеры высокого разрешения с частотой съемки до 20 кадров в секунду. Для испытаний на разрыв применяют камеры с более высокой частотой. Для подавления шума на выходном изображении необходимо предусмотреть средства для изоляции камеры от вибрационных воздействий движимых частей испытательной машины. Допустимый уровень шума рассчитывается, исходя из размера оптического маркера. Для квазистатических испытаний 0.1-0.3 пикселя считаются допустимым уровнем шума. Также фактором наложения шумов на изображения могут стать тепловые поля, вызванные источниками света, что необходимо учесть при освещении исследуемой области. Рекомендуют использовать камеры с ПЗС (ПЗС – прибор с

зарядовой связью) для квазистатических испытаний, или КМОП-матрицей (КМОП – комплементарная структура металл-оксид-полупроводник) с глобальным затвором и высоким разрешением для испытаний на разрыв. Такие матрицы позволяют избежать искажения геометрии и размытия изображения.

Размеры и способы захвата образца

При испытании мягких тканей особое внимание уделяется отбору, размерам образца и способам его фиксации в экспериментальной установке. Стандартно образец закрепляется одним из трех способов: жесткий зажим (тиски) с вариативными контактными поверхностями (рисунок 3.2а), балансные шкивы с крючками (рисунок 3.2b) и фиксаторы грабельного типа (рисунок 3.2с). В разработанной машине реализованы все три варианта фиксации.

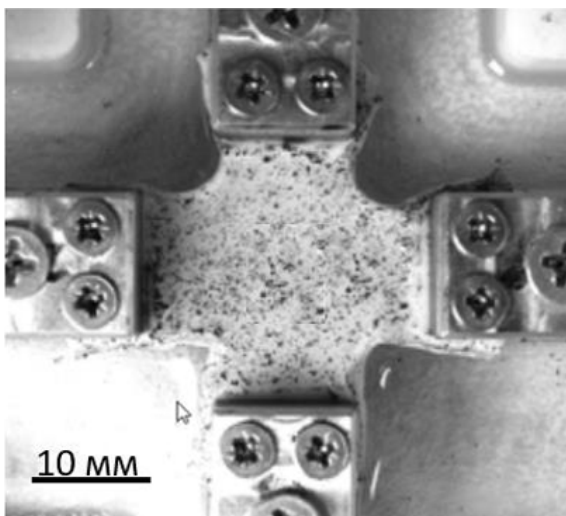
3.2 Калибровка камеры

Калибровка камеры — это процесс определения внутренних и внешних параметров камеры на основе сделанных ею фотографий или видеозаписей. Этот процесс позволяет обеспечить точное преобразование двумерных данных изображения в трехмерные метрические координаты объекта, что также является важным фактором для методов DIC.

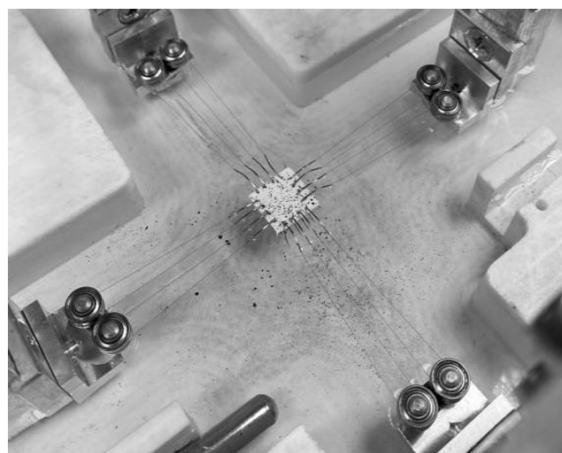
В результате калибровки мы получаем все необходимые технические детали и коэффициенты камеры для того, чтобы точно определить, как точка в трехмерном пространстве соответствует каждому пикселю на двумерном изображении, полученном с помощью этой камеры.

Для достижения точности в коррекции изображений и избежания дисторсии (рисунок 3.3) необходимо определение следующих параметров:

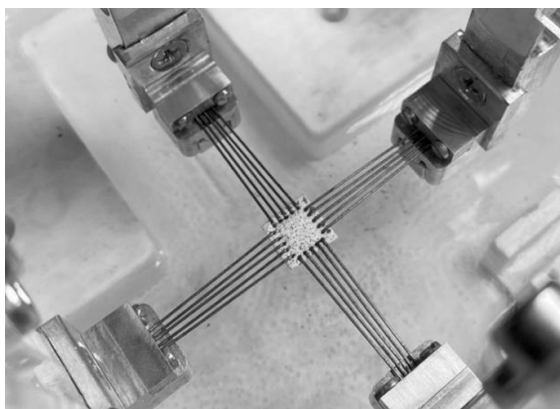
1. Внутренние параметры камеры и объектива, которые включают в себя фокусное расстояние, положение оптического центра и коэффициенты ра-



(а) Фиксаторы образца зажима (тиски) с вариативными контактными поверхностями



(б) Фиксация образца крючками и балансирующими системами (крючки изготовлены из коммерчески доступного шовного материала)



(с) Фиксаторы образца гребельного типа

Рисунок 3.2 – Реализованные варианты фиксации образцов

диального искажения объектива.

2. Внешние параметры, которые отражают ориентацию камеры относительно глобальной системы координат.

Для калибровки камер была использована библиотека *OpenCV* [25] с открытым исходным кодом, которая предназначена для анализа, классификации и обработки изображений.

Используя внутренние параметры камеры, можно проецировать точку на плоскость изображения (Приложение А ??).

Уравнение, связывающее точку в трехмерном пространстве

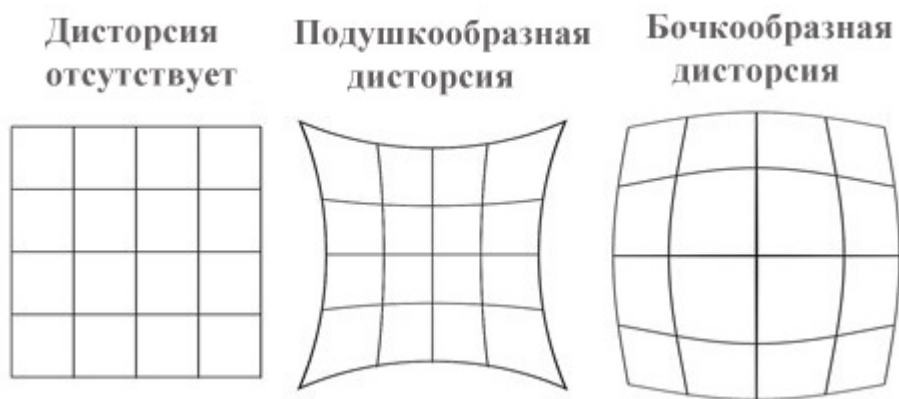


Рисунок 3.3 – Вариации дисторсии

(X_w, Y_w, Z_w) в некоторой глобальной системе координат с её проекцией в координатах изображения (u, v) :

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$u = \frac{u'}{w'}$$

$$v = \frac{v'}{w'}$$

Где $\mathbf{P}$ — матрица проекции размером 3×4 , состоит из двух частей:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} \times [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \quad (3.2)$$

1. внутренней матрицы $\mathbf{K}$, содержащей внутренние параметры
2. внешней матрицы $([\mathbf{R}|\mathbf{t}])$, содержащей матрицу вращения $\mathbf{R}$ размером 3×3 и вектор преобразования $\mathbf{t}$ размером 3×1

Лучший способ провести калибровку — это создать ряд снимков объекта с различными маркерами с известными размерами под различными углами. Маркеры должны иметь четкую геометрическую структуру и регуляр-

ность [26]. Рассмотрим метод, использующий маркер шахматной доски, который и применялся нами для процесса калибровки (рисунок 3.4).

При калибровке с шахматной доской необходимо, чтобы вся доска попадала в кадр при создании снимков. При выпадении даже малой ее части из кадра, алгоритму не удастся точно соотнести между собой точки из трехмерного (некоторая глобальная система координат) и двухмерного пространства (изображение). Для исключения инвариантности к вращению число строк должно быть четным, а число столбцов — нечетным или наоборот.

Алгоритм калибровки из библиотеки *OpenCV* объясняется следующими шагами:

1. Определение точек шахматной доски известного размера в глобальной системе координат.
2. Захват нескольких изображений шахматной доски с разных точек наблюдения.
3. Использование функции *findChessboardCorners* из *OpenCV* для поиска координат всех точек (u, v) в пикселях в изображениях различного позиционирования.
4. Вычисление характеристик камеры с использованием функции *calibrateCamera* из *OpenCV*.

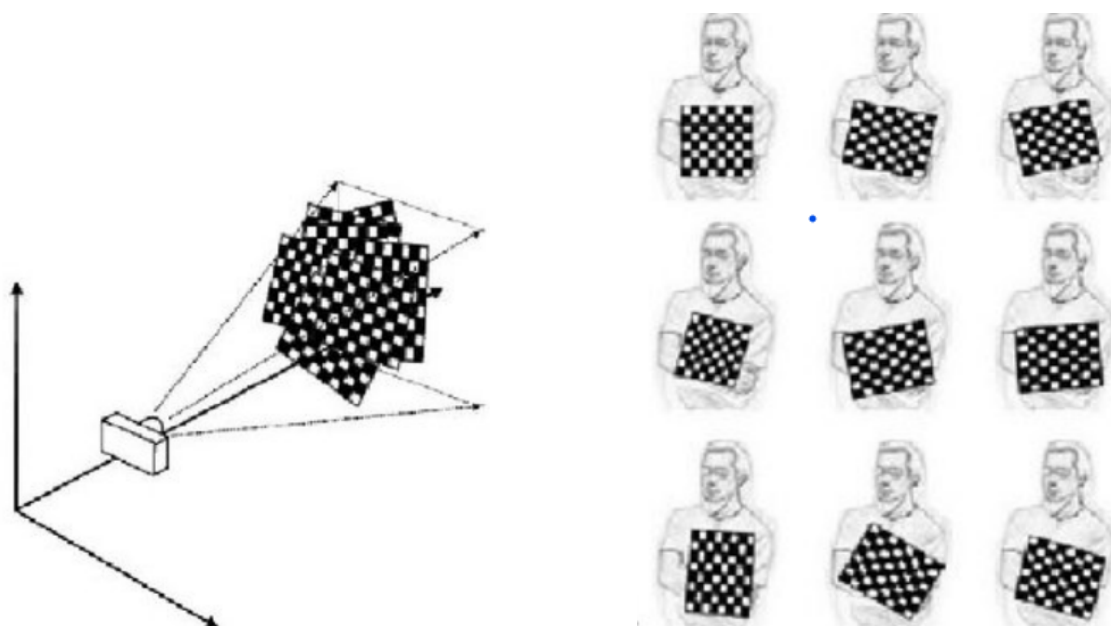


Рисунок 3.4 – Процедура калибровки с использованием шахматной доски [27]

3.3 Алгориты корреляции цифровых изображений на основе КЭ

Поиск вектора перемещений $\mathbf{u}$ и градиента деформации $\mathbb{F}$ в исследовании реализовывался на основе проекта muDIC [8], который основывается на концепциях, изложенных в работе [28].

3.3.1 Основная идея

Основной идеей DIC является нахождение одних и тех же точек на двух или более изображениях, где точка определяется по соответствующему значению градации серого на изображении. Для одной точки, которая переместилась из начальной, недеформированной конфигурации $\mathbf{X}$ в положение $\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X}, t)$ в текущей, деформированной конфигурации, где φ - биективное отображение, а t время.

Фундаментальным уравнением DIC является уравнение, представленное ниже:

$$I_C(\mathbf{x}) = I_R(\mathbf{X}) \quad (3.3)$$

где $I_C(\mathbf{x})$ — значение серого цвета в позиции $\mathbf{x}$ на текущем изображении, а $I_R(\mathbf{X})$ — значение серого цвета в позиции $\mathbf{X}$ на начальном изображении. Обе области заданы в фиксированной системе координат, определяемой пиксельной сеткой изображений. Уравнение (3.3) отражает основную идею «сохранения оптического потока» [29]. Суть идеи заключается в том, что для каждой точки на начальной изображении. $I_R(\mathbf{x})$ находится такой сдвиг $\Delta\mathbf{x}$, чтобы исходной точке соответствовала точка на текущем изображении $I_C(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$. Обычно считается, что у точки сохраняется интенсивность I (т. е. яркость или цвет для цветных изображений). Точки можно считать одинаковыми, если у них равные значения градиента, гессиана или величины их определителя и другие характеристики.

Векторы $\mathbf{x}$, $\mathbf{X}$ интерполируются бикубическими полиномами внутри области отслеживания деформаций (далее элемента), определяемого позициями n узлов элемента.

Вектор $\mathbf{x}$ определен

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}(\xi, \eta) & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(\xi, \eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\xi, \eta)\mathbf{n} \quad (3.4)$$

Аналогично может быть определен вектор $\mathbf{X}$:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}(\xi, \eta) & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(\xi, \eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_X \\ n_Y \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\xi, \eta)\mathbf{n}_0 \quad (3.5)$$

где $\mathbf{N}(\xi, \eta)$ — вектор, содержащий n изопараметрических функций формы, а ξ, η являются локальными координатами элемента. Векторы $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}_0$ содержат x и y координаты n узлов элемента на текущем и начальном изображении соответственно.

Ограничив разложение $I_C(\mathbf{x})$ в ряд Тейлора членами первого порядка в

окрестности точки $\mathbf{x}$, получим следующие уравнение:

$$I_C(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = I_C(\mathbf{x}) + \frac{\partial I_C}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} \quad (3.6)$$

где $\frac{\partial I_C}{\partial \mathbf{x}}$ является градиентом значения серого цвета

$$\frac{\partial I_C}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_C}{\partial x} & \frac{\partial I_C}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Основываясь на уравнение (3.4) $\Delta\mathbf{x}$ можно записать как:

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{n} \quad (3.8)$$

Тогда уравнение (3.6) можно записать в следующем виде:

$$I_C(\mathbf{n} + \Delta\mathbf{n}) = I_C(\mathbf{n}) + \frac{\partial I_C}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}\Delta\mathbf{n} \quad (3.9)$$

Если предположить, что $\mathbf{x}_0$ близко $\mathbf{x}$ и выполняется уравнение (3.3), тогда решая итерационно уравнение (3.10) мы можем найти $\mathbf{x}$.

$$I_R - I_{C,k} = \mathbf{b}_k \Delta\mathbf{n}_k \quad (3.10)$$

где k счетчик итераций, а $\mathbf{b}_k$ задается, как:

$$\mathbf{b}_k \equiv \left. \frac{\partial I_C}{\partial \mathbf{x}} \right|_k \mathbf{A} \quad (3.11)$$

Эти уравнения находят решение для вектора $\Delta\mathbf{n}$, который представляет собой перемещение положения узлов $\mathbf{n}$. В данной системе уравнений количество неизвестных в два раза превышает количество узлов элемента, так как каждый узел обладает двумя степенями свободы. Это означает, что в системе количество неизвестных в два раза больше уравнений, такие системы

решений не имеют. Тем не менее, решение становится возможным, если рассмотреть несколько точек в пределах элемента. Если предположить, что в элементе m точек, формируется система из m уравнений

$$\mathbf{b}_k^i \Delta n_k = I_R^i - I_{C,k}^i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.12)$$

Если m строк векторов $\mathbf{b}_k^i$ собрать в $\mathbf{B}_k$ и все разности значений серого цвета собрать в вектор ΔI_k , то систему можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{B}_k \Delta \mathbf{n}_k = \Delta I_k \quad (3.13)$$

Рассчитывая, что точек сильно больше, чем узлов, система решается используя теорему Мура - Пенроуза о псевдообратных матрицах [30]

$$\Delta \mathbf{n} = (\mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k)^{-1} \mathbf{B}_k^T \Delta I_k \quad (3.14)$$

$$\mathbf{n}_{k+1} = \mathbf{n}_k + (\mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k)^{-1} \mathbf{B}_k^T \Delta I_k \quad (3.15)$$

Решение сходится к локальному минимуму, когда $\Delta \mathbf{n}$ становятся меньше заданного значения. В работе использовался критерий сходимости

$$\max(\Delta \mathbf{n}_i) < 10^{-7} \text{ pix} \quad (3.16)$$

3.3.2 Элемент отслеживания

Необходимо определить элемент отслеживания, который будет использован в численной реализации алгоритма. Зададим конечный элемент в форме квадрата состоящий из 16 узлов (далее Q16). Элемент Q16 описывается 16 функциями формы $N_i(\xi, \eta)$, которые должны соответствовать условиям

интерполяции.

$$N_i(\xi_j, \eta_j) = \delta_{ij}, \quad N_i(\xi_i, \eta_i) = 1 \quad (3.17)$$

где i, j номера узлов, ξ_i, η_i координаты i -ого узла, а δ_{ij} является дельтой Кра-некера. Функции формы задаются бикубическим полиномом. Компоненты полинома объединяются в вектор $\mathbf{h}(\xi, \eta)$, который для элемента Q16 имеет следующий вид:

$$\mathbf{h}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi^2 & \xi\eta & \eta^2 & \xi^3 & \xi^2\eta & \xi\eta^2 & \eta^3 & \xi^3\eta & \xi^2\eta^2 & \xi\eta^3 & \eta^3\xi & \xi^3\eta^2 & \eta^3\xi^2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Элемент Q16 имеет свою локальную нумерацию узлов (рисунок 3.5). Функ-

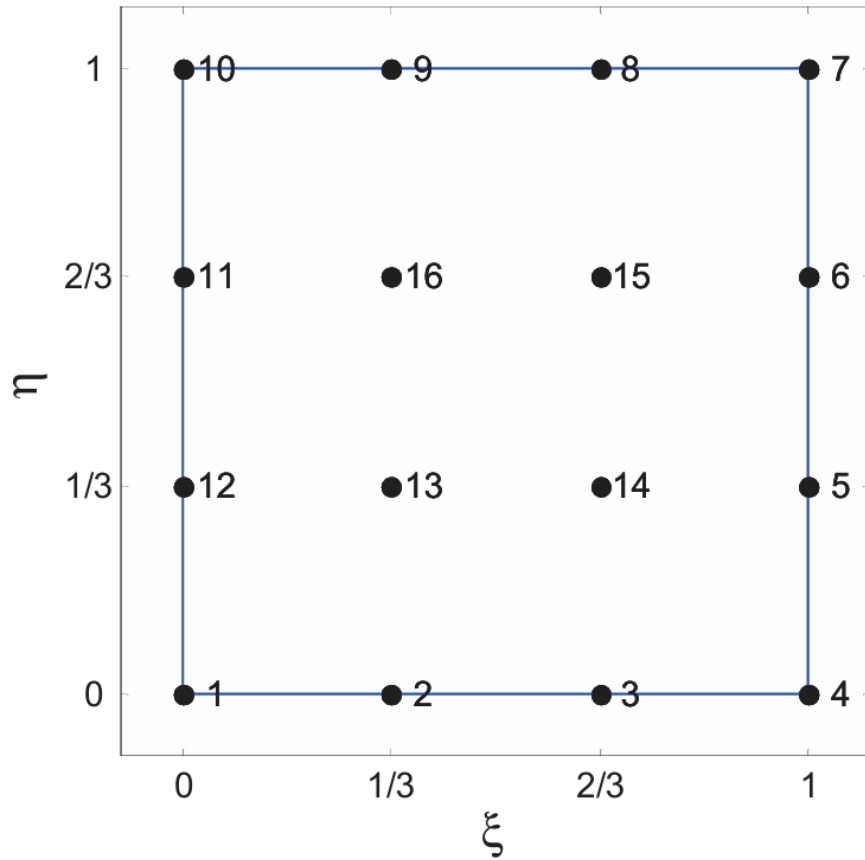


Рисунок 3.5 – Локальная нумерация нумерация узлов элемента Q16.

ция формы $N_i(\xi, \eta)$ для i -ого узла определена как:

$$N_i(\xi, \eta) = \mathbf{h}(\xi, \eta) \mathbf{c}_i \quad (3.19)$$

Элементы $\mathbf{c}_i$ находятся из уравнения (3.20)

$$\mathbf{H}\mathbf{c}_i = \mathbf{z}_i \quad (3.20)$$

где $\mathbf{z}_i$ определена компонентами $z_j = \delta_{ij}$, а матрица $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\xi_1, \eta_1) \\ \mathbf{h}(\xi_2, \eta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{h}(\xi_{16}, \eta_{16}) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Функции формы компактно можно представить как:

$$\mathbf{N}(\xi, \eta) = \mathbf{h}(\xi, \eta)\mathbf{C} \quad (3.22)$$

где $\mathbf{N} = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_{16}]$ — вектор функций формы, $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \dots \ \mathbf{c}_{16}]$ — матрица 16×16 из векторов $\mathbf{c}_i$. Получаем, что дифференцирование $\mathbf{N}(\xi, \eta)$ сводится к дифференцированию $\mathbf{h}(\xi, \eta)$.

$$\mathbf{N}'_{\xi} = \mathbf{h}'_{\xi}\mathbf{C}, \quad \mathbf{N}'_{\eta} = \mathbf{h}'_{\eta}\mathbf{C} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{h}'_{\xi}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2\xi & \eta & 0 & 3\xi^2 & 2\xi\eta & \eta^2 & 0 & 3\xi^2\eta & 2\xi\eta^2 & \eta^3 & 3\eta\xi^2 & \eta^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{h}'_{\eta}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \xi & 2\eta & 0 & \xi^2 & 2\xi\eta & 3\eta^2 & \xi^3 & 2\xi^2\eta & 3\xi\eta^2 & \eta^3 & 3\eta^2\xi & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

3.3.3 Градиент серого цвета

Градиент серого цвета в контексте корреляции цифровых изображений - это компонент, используемый для измерения того, как изменяется интенсивность пикселей на изображении

Градиент серого цвета определяется относительно изменяющегося текущего положения $\mathbf{x}$, в таком случае необходимо пересчитывать для каждого изображения, что значительно замедляет работу алгоритма, в связи с этим рассматривается иной подход. Переформулируется уравнение (3.3) в виде

$$I_c(\mathbf{x}) = I_c(\varphi(\mathbf{X})) = \bar{I}_c(\mathbf{X}) = I_{\bar{c}}(\mathbf{X}) \quad (3.26)$$

где $\mathbf{x}$ рассматривается как функция $\mathbf{X}$ через биективное отображение $\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X})$, что приводит к новой функции $\bar{I}_c(\mathbf{X})$. Можно определить функцию g , зависящую только от вектора положения $\mathbf{X}$ следующим образом:

$$g(\mathbf{X}) = I_c(\varphi(\mathbf{X})) - I_r(\mathbf{X}) = 0 \quad (3.27)$$

Условие (3.27) выполняется для всех векторов начального положения $\mathbf{X}$ и может быть рассмотрена, как плоскость в трехмерном пространстве с третьей координатой g равной нулю во всех точках. Градиент функции g по отношению к $\mathbf{X}$ также равен нулю, и это можно выразить следующим образом:

$$\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial I_c(\varphi)}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{X}} - \frac{\partial I_r(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0 \quad (3.28)$$

Подставим $\mathbf{x}$ в φ

$$\frac{\partial I_c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial I_c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbb{F} = \frac{\partial I_r(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.29)$$

где $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbb{F}$ градиент деформации. Тогда градиент серого цвета в текущей

позиции $\mathbf{x}$ определен как

$$\frac{\partial I_c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial I_r}{\partial \mathbf{X}} (\varphi^{-1}(\mathbf{x})) \mathbb{F}^{-1}(\mathbf{x}) \quad (3.30)$$

где $\mathbf{X} = \varphi^{-1}(\mathbf{x})$. Тогда (3.11) можно переписать в виде:

$$\mathbf{b}_k \equiv \frac{\partial I_c}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x}(\mathbf{n}_k)) \mathbf{A} = \frac{\partial I_r}{\partial \mathbf{X}} (\varphi^{-1}(\mathbf{x}(\mathbf{n}_k))) \mathbb{F}^{-1}(\mathbf{x}(\mathbf{n}_k)) \mathbf{A} \quad (3.31)$$

или как

$$\mathbf{b}_k \equiv \left. \frac{\partial I_c}{\partial \mathbf{x}} \right|_k \mathbf{A} = \left. \frac{\partial I_r}{\partial \mathbf{X}} \right|_k \mathbb{F}_k^{-1} \mathbf{A} \quad (3.32)$$

Вместо полного перерасчета градиента серого цвета для каждого изображения, используется подход, при котором градиент серого с изображения в начальной конфигурации пересчитывается на текущее изображение с помощью обратного градиента деформации. Таким образом, если нам необходимо, чтобы итерационный процесс сходил в конкретной точке, можно отказаться от использования счетчика итераций для градиента серого, вычитая его из базового градиента и оценивая значение $\mathbf{b}_k$ как:

$$\mathbf{b}_k \approx \frac{\partial I_r}{\partial \mathbf{X}} \mathbb{F}^{-1} \mathbf{A} \quad (3.33)$$

Вычисления градиента оттенков серого происходит с использованием аппроксимации методами конечных разностей.

$$\frac{\partial I(X, Y)}{\partial X} \approx \frac{1}{2h} (I(X + h, Y) - I(X - h, Y)) \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial I(X, Y)}{\partial Y} \approx \frac{1}{2h} (I(X, Y + h) - I(X, Y - h)) \quad (3.35)$$

где $h = 1$, соответствующий минимальному расстоянию между соседними пикселями. Такой шаг используется для получения и наиболее точного зна-

чения серого цвета на всей исследуемой области.

3.3.4 Заключительный этап

На последнем шаге происходит расчет градиента деформации $\mathbb{F}$, который характеризуют изменение формы, а также расчет вектора перемещения $\mathbf{u}$ характеризующего перемещение точек образца.

$\mathbb{F}$ и $\mathbf{u}$ рассчитываются относительно начальной конфигурации $\mathbf{X}$ к деформированной текущей конфигурации $\mathbf{x}$ в момент времени t .

$$\mathbb{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \xi} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} N'_\xi n_x & N'_\eta n_x \\ N'_\xi n_y & N'_\eta n_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N'_\xi n_X & N'_\eta n_Y \\ N'_\xi n_X & N'_\eta n_Y \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X} = \begin{bmatrix} N_\xi n_x & N_\eta n_x \\ N_\xi n_y & N_\eta n_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_\xi n_X & N_\eta n_Y \\ N_\xi n_X & N_\eta n_Y \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

3.4 Алгоритмы корреляции цифровых изображений на основе корреляционной функции

Другой метод изложен в работе [10]. Его основная идея основана на сравнении небольших фрагментов изображения, называемых подмножествами. Сравнение происходит путем определения местоположения подмножества в текущей конфигурации $\mathbf{x}$ и в начальной конфигурации $\mathbf{X}$, используя различные критерии корреляции. Подмножества представляют собой группу координатных точек.

Для преобразования опорных точек подмножества из начальной конфигурации в текущую используется модель первого порядка, хотя преобразования второго порядка также могут быть, при очень больших деформациях.

$$x_i = X_i + u + \frac{\partial u}{\partial X} (X_i - X_c) + \frac{\partial u}{\partial Y} (Y_j - Y_c) \quad (3.38)$$

$$y_j = Y_j + v + \frac{\partial v}{\partial X} (X_i - X_c) + \frac{\partial v}{\partial Y} (Y_j - Y_c) \quad (3.39)$$

$$\mathbf{p} = \left[u \quad v \quad \frac{\partial u}{\partial X} \quad \frac{\partial u}{\partial Y} \quad \frac{\partial v}{\partial X} \quad \frac{\partial v}{\partial Y} \right]^T \quad (3.40)$$

где X_i, Y_j - координаты точки на начальном изображении, X_c и Y_c – центр начального опорного подмножества, x_i, y_j – координаты точки на текущем изображении, (i, j) – индексы, используемые для взаимного расположения точек подмножества относительно центра подмножества, а также для соответствий между точками подмножества в текущей и начальной конфигурации, а $\mathbf{p}$ — вектор перемещения, который описывают изменения положений точек внутри подмножества.

Уравнения (3.38), (3.39), (3.40) можно записать в матричном виде

$$\xi + w(\Delta\xi; P) = \begin{bmatrix} X_c^T \\ Y_c^T \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 + \frac{du}{dX} & \frac{du}{dY} & u \\ \frac{dv}{dX} & 1 + \frac{dv}{dY} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_c^T \\ \Delta Y_c^T \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

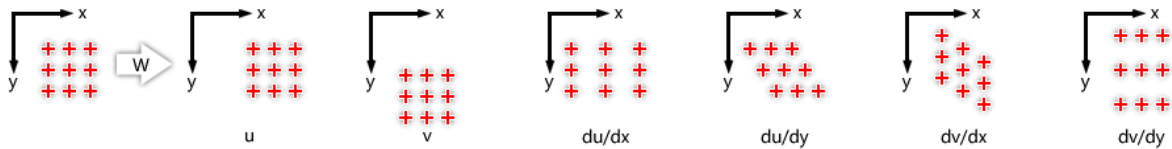


Рисунок 3.6 – Преобразования координат подмножества [10].

3.4.1 Критерии корреляции

Важным этапом является определение критерия сходства между начальными и текущим подмножествами. Данный процесс включает сравнение значений интенсивности серого цвета в опорных точках этих подмножеств. В

цифровой корреляции изображений (DIC) наиболее часто применяются следующие две метрики сходства.

Нормализованная взаимная корреляция (Normalized Cross Correlation, NCC).

$$\mathbf{C}_{NCC} = \frac{\sum_{(i,j) \in S} (f(X_i, Y_j) - f_m)(g(x_i, y_j) - g_m)}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [f(X_i, Y_j) - f_m]^2 \sum_{(i,j) \in S} [g(x_i, y_j) - g_m]^2}} \quad (3.42)$$

Сумма квадратов разностей (Sum of Squared Differences, SSD).

$$\mathbf{C}_{SSD} = \sum_{(i,j) \in S} \left[\frac{f(X_i, Y_j) - f_m}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [f(X_i, Y_j) - f_m]^2}} - \frac{g(x_i, y_j) - g_m}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in S} [g(x_i, y_j) - g_m]^2}} \right] \quad (3.43)$$

где f и g — функции интенсивности серого цвета в начальном и текущем изображениях соответственно в заданных точках (X, Y) , (x, y) , а f_m и g_m — средние значения интенсивности серого цвета в подмножестве S .

$$f_m = \frac{\sum_{(i,j) \in S} f(X_i, Y_j)}{n(S)} \quad (3.44)$$

$$g_m = \frac{\sum_{(i,j) \in S} g(x_i, y_j)}{n(S)} \quad (3.45)$$

где $n(S)$ — количество элементов в подмножестве S .

Уравнение (3.42) указывает на хорошее совпадение двух подмножеств, когда значение критерия $\mathbf{C}_{NCC}$ близко к 1, в то время как уравнение (3.43) свидетельствует о близости подмножеств, когда значение критерия $\mathbf{C}_{SSD}$ стремится к 0. Каждый из этих критериев может быть применён в определённых ситуациях, однако важно, чтобы критерий корреляции был инвариантен к аффинным сдвигам в значениях оттенков серого.

3.4.2 Метод Гаусса-Ньютона

Нелинейный итерационный метод Гаусса-Ньютона применяется для численного поиска корней функции в случаях, когда аналитическое решение отсутствует. Этот подход можно применить и к задаче оптимизации, определяя корни производной функции. Более того, метод можно расширить до многомерной оптимизации, используя градиент вместо производной и находя точки, где норма градиента стремится к нулю.

Определим уравнение (3.42), как функцию от одной переменной $\mathbf{p}$. Разложение этой функции в ряд Тейлора в окрестности $\mathbf{p}_0$, выглядит следующим образом:

$$\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0 + \Delta\mathbf{p}) \approx \mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) + \nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0)^T \cdot \Delta\mathbf{p} + \frac{1}{2} \cdot \Delta\mathbf{p}^T \cdot \nabla\nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) \cdot \Delta\mathbf{p} \quad (3.46)$$

Таким образом, определение точки, где производная функции по $\Delta\mathbf{p}$ равна нулевому вектору, означает нахождение оптимальных параметров, при которых функция достигает своего минимального значения, что в данном контексте означает наилучшее совпадение изображений.

$$\frac{d\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0 + \Delta\mathbf{p})}{d\Delta\mathbf{p}} \approx \nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) + \nabla\nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) \cdot \Delta\mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (3.47)$$

где $\nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0)$ - градиент функции корреляции $\mathbf{C}_{NCC}$ в $\mathbf{p}_0$, а $\nabla\nabla\mathbf{C}_{NCC}$ - гессиан функции корреляции $\mathbf{C}_{NCC}$ в $\mathbf{p}_0$.

Переписав уравнение (3.47) в более компактном виде мы получаем уравнение (3.48)

$$\nabla\nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) \cdot \Delta\mathbf{p} = -\nabla\mathbf{C}_{NCC}(\mathbf{p}_0) \quad (3.48)$$

Используя нелинейный итерационный метод Гаусса-Ньютона мы решаем

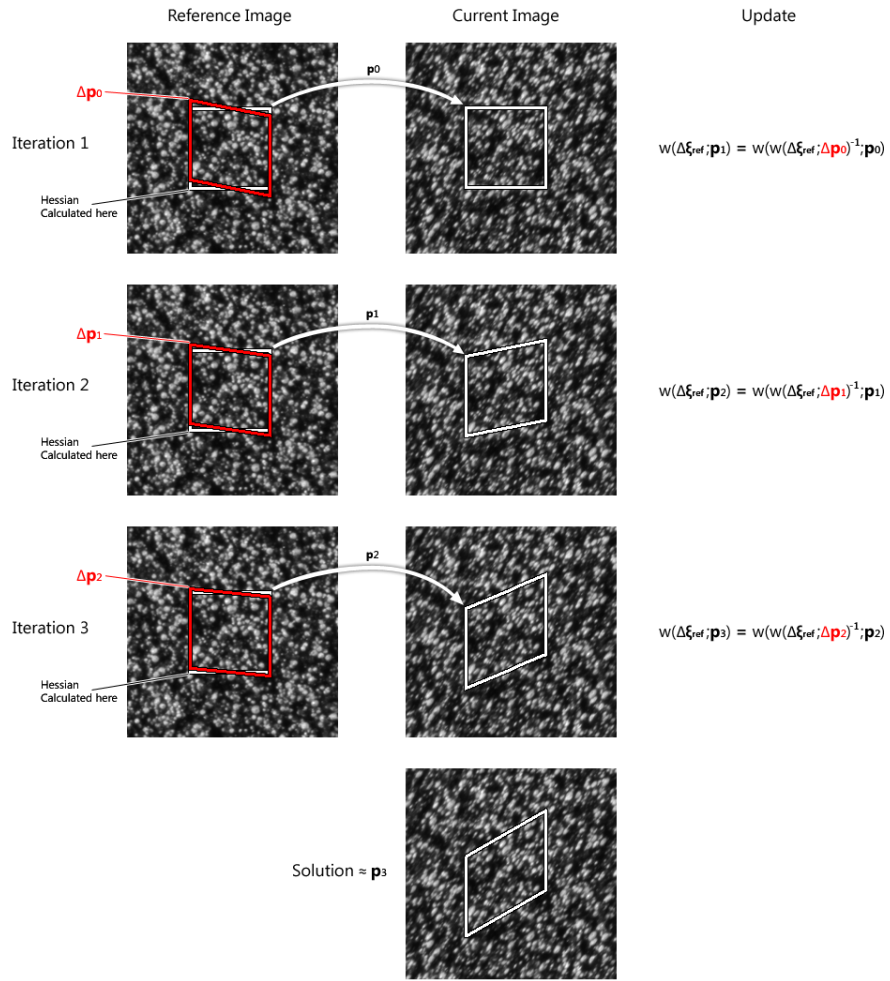


Рисунок 3.7 – Визуальное представление метода Гаусса-Ньютона [10]

Уравнение (3.48) до тех пор, пока не будет найдено достаточно близкое решение рисунок (3.7).

3.4.3 Расчет деформаций

Для вычисления меры деформаций, например Грина-Лагранжа, используется вектор пересечения, полученные из решения уравнения (3.48) итерационным методом Гаусса-Ньютона:

$$\begin{aligned}
E_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right) \\
E_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
E_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right)
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Эти уравнения используются для вычисления компонент деформации Грина-Лагранжа (уравнение (3.50)).

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_{xx} & E_{xy} \\ E_{xy} & E_{yy} \end{pmatrix} \tag{3.50}$$

4 ТРЕХМЕРНАЯ (3D) КОРРЕЛЯЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

4.1 Экспериментальная установка по раздутию упругих материалов

В лабораториях экспериментальной биомеханики часто используется метод раздувания биоматериалов как альтернатива традиционным растягивающим испытаниям. Этот метод предпочтителен, так как он создает неоднородные двухосные напряжения в образцах, которые имитируют физиологические нагрузки на мягкие биологические мембраны в живом организме. Этот тип испытаний находит широкое применение в различных областях медицины [31][32]. Важно, что для испытаний методом раздувания не требуется знаний о направлениях анизотропии заранее, и можно напрямую оценивать анизотропию биомембран.

В НТУ «Сириус» разработан и произведен прототип экспериментальной установки по раздутию тонкостенных упругих материалов. Испытательная машина предназначена для изучения механического поведения тонких биологических пленок и трубок. Машина представляет собой аппаратно-программный комплекс, где аппаратная часть включает в себя управляемую систему для нагнетания давления, устройство для фотофиксации, систему сбора и хранения данных и ЭВМ. Программная часть состоит из средств управления машиной и обработки экспериментальных данных. В изолированной камере с поддержанием 100% влажности и температуры $37^{\circ}\text{C} \pm 1$ расположена панель с зафиксированным образцом. Панель опционально заменяется на систему фиксации трубки. В обоих вариантах фиксаторов образца установлен штуцер для подведения трубки с жидкостью. Жидкость располагается в герметичном резервуаре с нагревателем. Через систему трубок в резервуаре нагнетается давление, выталкивающее нагретую до температуры $37^{\circ}\text{C} \pm 1$ жидкость в фиксатор образца, при этом регистрируется значение

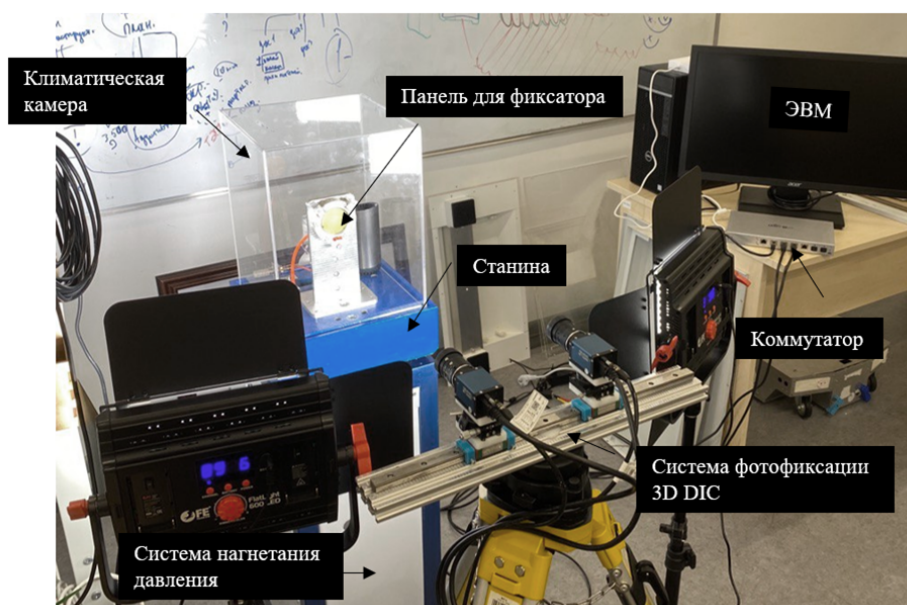


Рисунок 4.1 – Экспериментальная установка по раздутию упругих материалов в сборе

давления.

В изолированной климатической камере на полимербетонной станине располагается панель с пазом под фиксаторы с фланцами разных внутренних диаметров. Основание фиксатора для тонких пленок изготовлено из акрила. Тонкая пленка помещается на основание и прижимается фланцем так, чтобы создать под образцом герметичную камеру, в которую впоследствии закачивается жидкость. Диаметр образца при этом может варьировать от 10 до 50 мм. Конструкция в сборе вставляется в паз панели для фиксатора и помещается под прозрачный акриловый кожух климатической камеры.

Система фотофиксации состоит из двух промышленных камер высокого разрешения Daheng Imaging ME2P-1230-9GM-P, 10 GigE коммутатора и позволяет получать стереоизображения для анализа деформирования образца во время эксперимента. Экспериментальная машина в сборе представлена на (рисунок 4.1).

4.2 Стерео калибровка камер

Так как для корреляция цифровых изображений в трехмерном пространстве необходима система из двух камер, процедура калибровки камер отличается и называется стерео калибровка. Стерео калибровка камер обеспечивает точное определение параметров двух камер и их взаимное расположение. Этот процесс позволяет создавать достоверные и точные трехмерные модели. Входные и выходные параметры стерео калибровки аналогичны калибровки одной камеры. Основное отличие заключается в дополнительных шагах, необходимых для определения взаимного расположения двух камер.

Процесс стерео калибровки камер включает следующие основные этапы:

1. Съемка изображений калибровочных маркеров. В рамках данной работы маркером была шахматная доска.
2. Обнаружение углов шахматной доски на изображениях обеих камер.
3. Определение соответствий между точками в двумерном пространстве(изображение) и точками в трехмерном пространстве(некоторая глобальная системв координат).
4. Калибровка каждой камеры по отдельности.
5. Оптимизация параметров стерео системы.
6. Коррекция искажений объектива.
7. Оценка качества стерео калибровки.

4.3 Алгоритмы 3D DIC

Основные идеи для корреляции цифровых изображений в трехмерной плоскости схожи с методами описанными в разделах (3.3) и (3.4). Для получения полей смещения и градиента деформации в трехмерной плоскости было использовано программное обеспечение с открытым исходным кодом Digital Image Correlation Engine (DICE) [9].

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

5.1 Предобработка данных

Как уже отмечалось в разделе 3.1 данные о перемещении и нагрузке собираются с помощью тензометрических датчиков. Однако в процессе эксплуатации периодически возникают электромагнитные или радиочастотные помехи от сети электропитания, что может привести к ошибочным показаниям датчиков и появлению выбросов в данных. Для обработки и коррекции таких выбросов в данных применяется алгоритм межквартильного диапазона (IQR), который основан на статистическом анализе распределения данных и позволяет эффективно идентифицировать и удалять аномальные значения.

После применения алгоритма IQR данные очищаются от выбросов, что позволяет получить более точные и надежные результаты (рисунок 5.1).

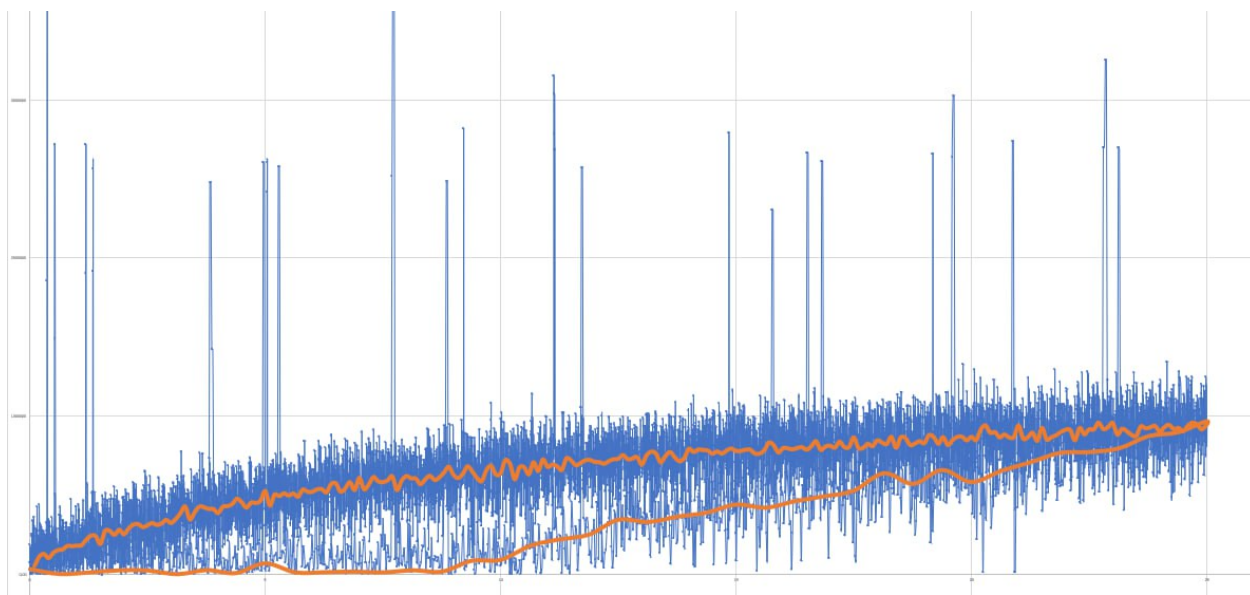


Рисунок 5.1 – Применение алгоритма IQR для обработки выбросов. Синяя линия - данные с датчиков, оранжевая линия — значения после применения IQR

Разработанный модуль предобработки данных включает в себя функции для удаления выбросов, логирования, визуализации протоколов испытаний, а также калибровки камеры. Дополнительные функции по переводу

изображений в градации серого с возможностью изменения контрастности обеспечивают более ясное выявление спекл-узоров, что важно для точности исследований. Все эти инструменты обеспечивают комплексный подход к обработке и анализу данных в условиях проведения натурных экспериментов и технических испытаний. Разработка осуществлялась на языке программирования Python.

5.2 Верификация методов DIC

Для верификации рассмотренных методов бенчмарки были взяты из открытой базы Международного общества корреляции цифровых изображений (iDICs) [33].

5.2.1 Верификация для 2D DIC

Для подтверждения эффективности и точности метода корреляции цифровых изображений, описанных в главе 3 был использован субпиксельный бенчмарк. Данный бенчмарк включает в себя анализ серии из 11 изображений, полученных с использованием камеры Prosilica с разрешением 15 мегапикселей и объектива 28-85 мм. Изображения фиксировались при перемещении жесткой пластины со спекл-узором с помощью нанопозиционера Aerotech на расстояние 335 мкм (с шагом 33.5 мкм), что соответствует одному пикселю на изображении. Каждое перемещение фиксировалось, а точность перемещения контролировалась с помощью энкодера с допуском ± 280 нм.

Важно отметить, что изображения в бенчмарке подверглись «бочкообразной» дисторсии, что потенциально вносит дополнительную погрешность в вычисления. Верификация метода проводилась путём оценки вектора перемещений.

Наилучшие результаты продемонстрировал метод описанный в раз-

деле 3.3, использующий элементы конечных разностей, с ошибкой около 0.01%. Программный комплекс iCorrVision-2D [34], реализованный на алгоритмы основе корреляционной функции, показал результат с ошибкой примерно в 0.03%. Стоит учитывать, что функционал данного комплекса включает в себя 18 изменяемых параметров, что, наряду с возможными ошибками, вызванными дисторсией, требует дополнительных исследований.

Итоги валидации подтверждают, что оба рассмотренных метода представляют собой эффективные инструменты для точных измерений и могут быть применены в натурных исследованиях.

5.2.2 Верификация для 3D DIC

Для верификации 3D DIC была использована пластина, включающая две треугольные призмы с гранями под углом 45° относительно поверхности пластины, два полуцилиндра с радиусом 6,35 миллиметров в двух разных направлениях и плоскую приподнятую секцию высотой 6,35 миллиметров. Размер точек спекл-узора был достаточно большим, чтобы гарантировать отсутствие алиасинга. Средний размер точек в спекл-узоре составил $7,7 \pm 1,5$ пикселей [35]. Пластину перемещали в различных направлениях с заранее заданными шагами. Было проведено 18 шагов перемещения. Восемнадцатый шаг возвращает пластину в исходное положение. Результаты верификации также показали, что пластина вернулась в исходное положение.

5.3 Применение DIC в натурных экспериментах

5.3.1 Применение к тестам на установке по двухосному растяжению

В данном исследовании рассматривается применение DIC на основе КЭ для расчета градиента деформации и полей перемещения для сосудистого трансплантата GoreTex (W. L. Gore and Associates, США). Биоматериал раз-

мером 10×10 мм фиксируется граблями и равнодуостно деформируется на 3 мм по каждой оси пока не будет достигнуто заданное значение по перемещению. Спекл-узор в рамках данного эксперимента наносился распылением графитового порошка (рисунок 5.2а). На рисунке 5.2с видно, что нагрузка по оси Y выше, чем по оси X, это может говорить об анизотропном поведении материала.

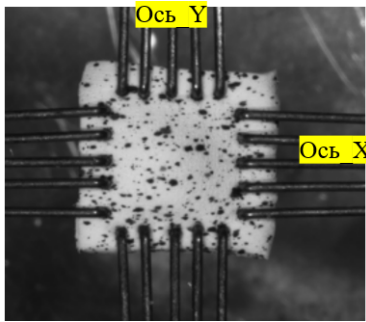
Следующим важным этапом является выбор зоны исследования и нанесение сетки. Важно, чтобы сетка была нанесена таким образом, чтобы в каждой ячейке сохранялся баланс серого, необходимый для качественного проведения расчетов. Правильный выбор и нанесение сетки напрямую влияют на точность получаемых данных.

Поскольку в данном эксперименте используется не очень плотное распыление графитового порошка на поверхность биоматериала, рекомендуется нанесение грубой сетки с небольшим количеством конечных элементов. Это обеспечивает достаточный контраст и разрешение для успешного отслеживания перемещений и деформаций в каждой ячейке. Таким образом, сетка должна быть спроектирована так, чтобы минимизировать погрешности, связанные с неоднородностью распределения порошка и обеспечивать надежные данные для последующего успешного расчета.

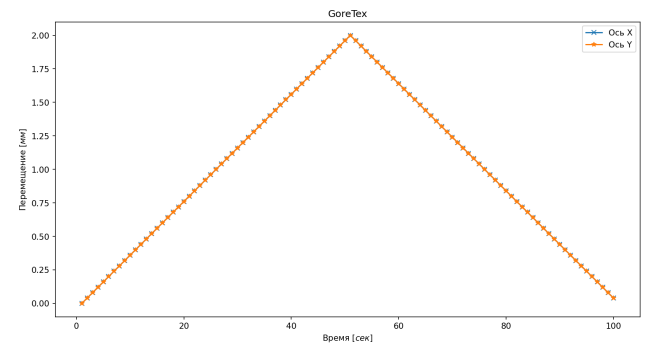
Результаты расчета поля перемещения и градиента деформации отображены на рисунках 5.3, 5.4. Согласно полученным результатам можно сделать выводы о том, что DIC подтверждает утверждение об анизотропном поведении материала.

5.3.2 Применение к тестам по раздутию упругих материалов

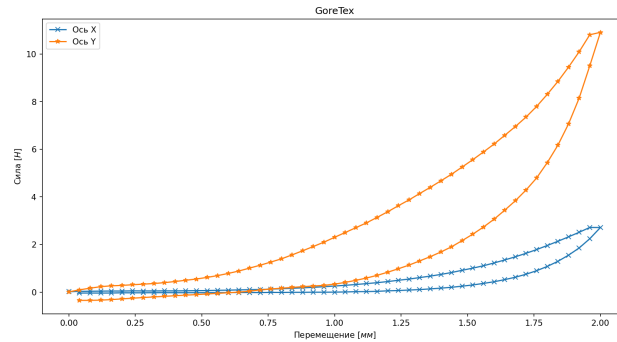
На первоначальном этапе исследования был разработан алгоритм, обеспечивающий синхронную фотофиксацию с использованием двух камер.



(a) GoreTex в фиксаторах грабельного типа

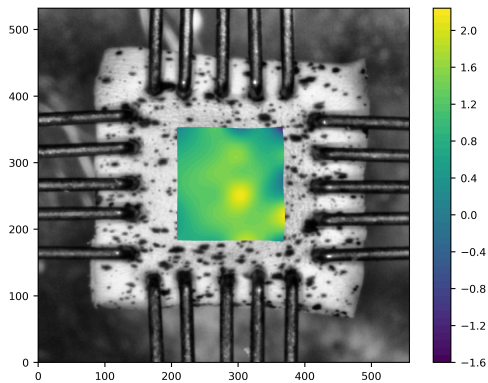


(b) Протокол нагружения образца

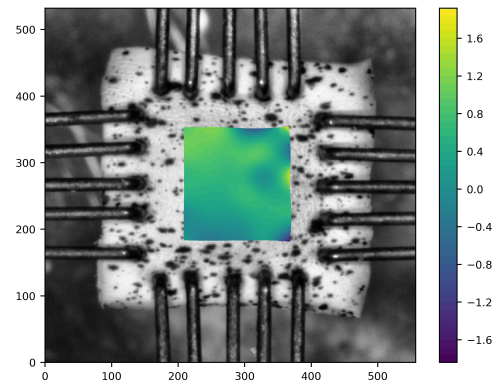


(c) График перемещения от силы

Рисунок 5.2 – Двухосное деформирование GoreTex



(a) Компонента x вектора перемещения

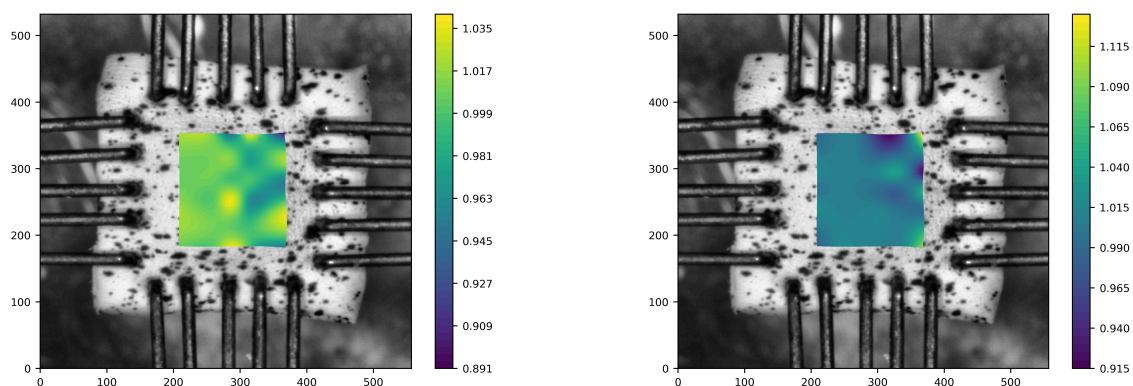


(b) Компонента y вектора перемещения

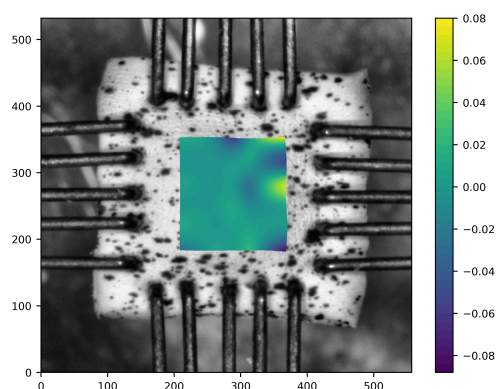
Рисунок 5.3 – Визуальное представление перемещения GoreTex на последнем кадре эксперимента

Для реализации данного алгоритма была использована библиотека с открытым исходным кодом `iai-gxiru` [36], представляющая собой API для камер производства DAHENG IMAGING.

Следующим, не менее важным шагом, стало определение оптимально-



(a) Компонента градиента деформации (x, x) (b) Компонента градиента деформации (y, y)



(c) Компонента градиента деформации (x, y)
и (y, x)

Рисунок 5.4 – Визуальное представление градиента деформации GoreTex на последнем кадре эксперимента

го расположения камер. Эмпирическим путем был установлен стерео угол, который представляет собой угол между направлениями обзора двух камер, установленных на определенном расстоянии друг от друга. Для двух камер он составил 22 градуса. Базисное расстояние, определяемое как расстояние между оптическими центрами двух камер, было установлено равным 17 сантиметрам. Это расстояние играет ключевую роль в восприятии трехмерного пространства, так как именно на его основе осуществляется расчет глубины сцены.

Для проведения эксперимента по раздутию использовалась латексная

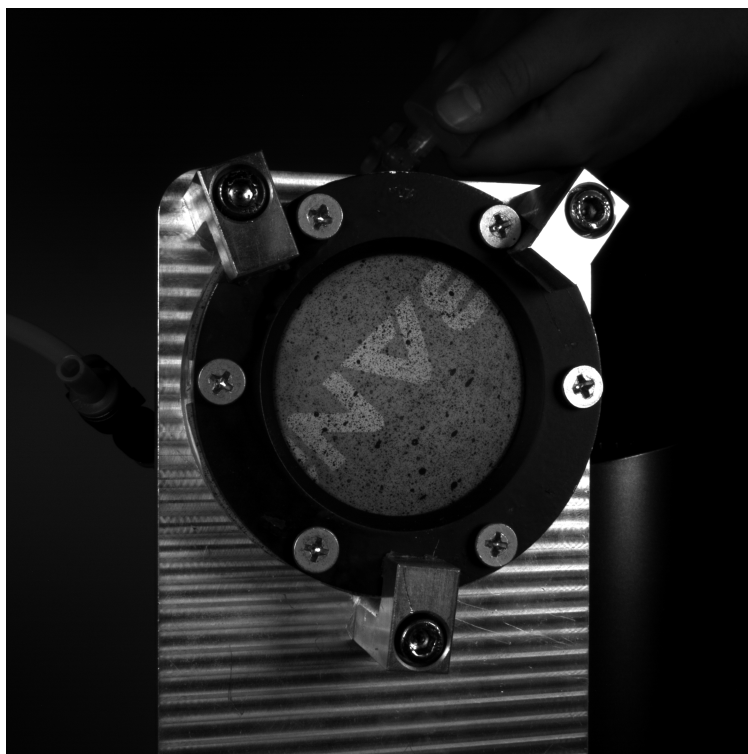


Рисунок 5.5 – Образец установленный в фиксатор

резина. Спекл-узор в рамках данного эксперимента наносился распылением алкидной, матовой краски черного цвета на поверхность образца. Образец был установлен в фиксаторе, который обеспечивал жесткое закрепление краев резины и равномерное распределение давления по всей поверхности при ее раздутии (рисунок 5.5). Процесс раздувания проводился до заранее заданного давления. В ходе эксперимента осуществлялись два цикла раздувания, чтобы изучить повторяемость и устойчивость механических свойств резины.

С использованием программного обеспечения DICe происходил расчет полей перемещения и градиента деформации. Расчет происходит в узлах сетки, которая наносится аналогично, как и для 2D DIC. Для визуализации использовался ParaView [37]. Визуализировались узлы сетки на последнем шаге раздутия, когда было достигнуто максимально перемещение по оси Z (рисунок 5.6).

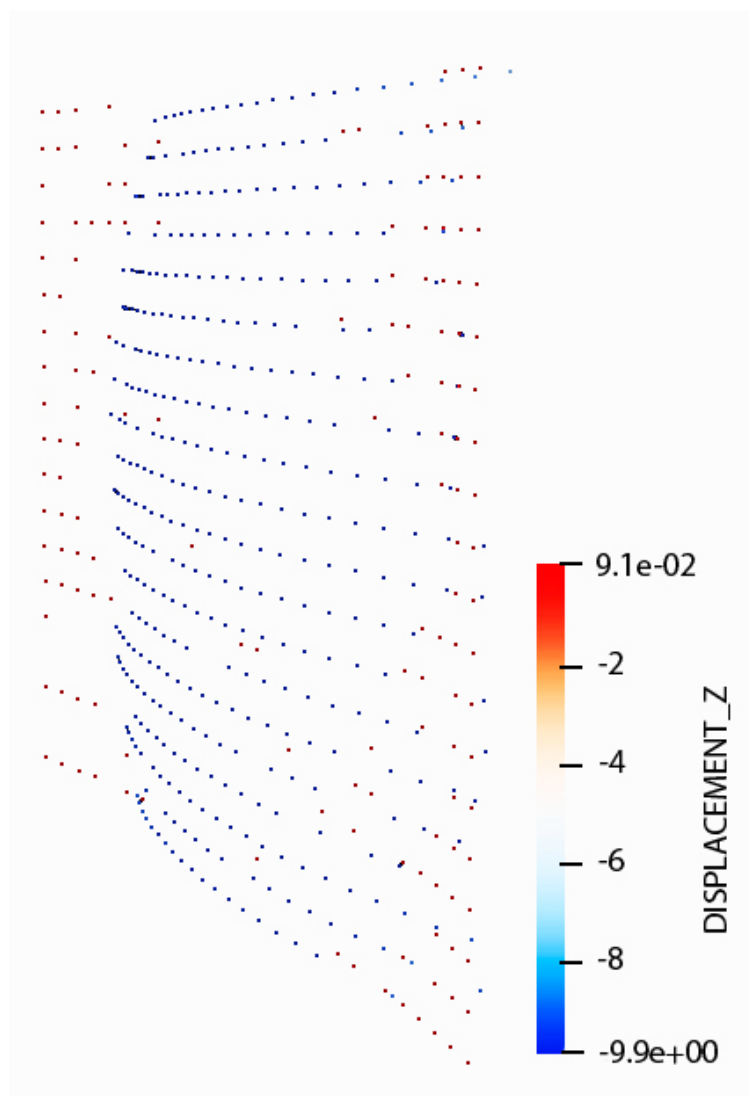


Рисунок 5.6 – Перемещение по оси Z .

Заключение

В рамках дипломной работы было проведено исследование существующих методик цифровой корреляции изображений, включая анализ функциональных возможностей и обновление программного кода для проектов muDIC [8] и IcorrVision [34]. Были определены ключевые области для улучшения. Особое внимание было уделено обновлению языка программирования с устаревшей версии *Python 2.7* до современной версии 3.11, что позволило значительно улучшить производительность программного обеспечения (скорость выполнения программ увеличилась на 10-60 % [38]) и расширить его совместимость с последними версиями необходимых библиотек.

Дополнительно в процессе разработки были внедрены модули для предобработки и постобработки данных, включая сохранение результатов в различных форматах, что облегчает дальнейшую обработку и анализ результатов. Модуль предобработки включает в себя:

1. Сортировка выходных данных с установки по двухосному растяжению;
2. Обработка данных с показаниями датчиков, используя алгоритмы из раздела 5.1;
3. Логирование протокола испытаний;
4. Визуализация протокала испытаний;
5. Перевод в градации серого изображений с возможностью изменения контрастности;
6. Возможность удаления неинтересующей для исследования части изображения.

Также была реализована процедура калибровки камеры, необходимая для точности измерений в экспериментах.

В итоге было создано обновлённое программное обеспечение, обладающее всеми необходимыми модулями для его применения к тестам на установке по двухосному растяжению.

Так же был проведен анализ спекл-узоров, необходимый для корректного расчета DIC. Были изучены различные типы спекл-узоров, их размеры и распределение, чтобы определить наилучшие конфигурации для разных типов материалов и испытаний.

Были разработаны усовершенствованные методы калибровки измерительного оборудования. Особенностью является внедрение методов калибровки как для одной, так и для двух камер, что необходимо при работе с трехмерными DIC системами. Эти методы калибровки позволяют значительно повысить точность измерений и обеспечивают корректное взаимное расположение камер, что является основой для точного вычисления трехмерных координат в пространстве.

В рамках работы также была проведена верификация обновленных методик на стандартных бенчмарках, которые предоставляются Международным обществом корреляции цифровых изображений (iDICs). Это позволило не только подтвердить надежность и точность методов, но и оценить их применимость к различным исследовательским задачам.

Также было выполнено внедрение и адаптация всех разработанных и усовершенствованных методик DIC, включая полный цикл лабораторных процедур: начиная от подготовки образцов с нанесением спекл-узоров, проведения процедуры калибровки, анализа полученных данных с помощью методов DIC. Эти методы были успешно интегрированы в лабораторный комплекс Научно-технологического университета «Сириус» и применены в натурных экспериментах. Это значительно улучшило возможности лаборато-

рии в проведении сложных исследований в области биомеханики и материаловедения, а именно помогло в исследовании деформации биоматериала в локальных областях. Эти инновации не только улучшили качество исследований, но и расширили возможности лаборатории.

Список использованных источников

1. Array programming with NumPy / C. R. Harris [и др.] // Nature. — 2020. — Сент. — Т. 585, № 7825. — С. 357—362.
2. *Dobrynin A., Carrillo J.-M.* Universality in nonlinear elasticity of biological and polymeric networks and gels // Macromolecules. — 2011. — Т. 44. — С. 140—146.
3. Spherical indentation of soft matter beyond the Hertzian regime: numerical and experimental validation of hyperelastic models / D. Lin, D. Shreiber, E. Dimitriadis, F. Horkay // Biomech Model Mechanobiol. — 2009. — Т. 8. — С. 345—358.
4. *T. J. Keating P. R. W., Scarpace F. L.* An Improved Method of Digital Image Correlation // The Annals of thoracic surgery. — 1975. — Т. 41, № 8. — С. 993—1002.
5. A good practices guide for digital image correlation / E. M. Jones, M. A. Iadicola [и др.] // International Digital Image Correlation Society. — 2018. — Т. 10. — С. 308—312.
6. *Hild F., Roux S.* Comparison of local and global approaches to digital image correlation // Experimental mechanics. — 2012. — Т. 52, № 9. — С. 1503—1519.
7. *Wang B., Pan B.* Subset-based local vs. finite element-based global digital image correlation: A comparison study // Theoretical and Applied Mechanics Letters. — 2016. — Т. 6, № 5. — С. 200—208.
8. *Olufsen S. N., Andersen M. E., Fagerholt E.* μ DIC: An open-source toolkit for digital image correlation // SoftwareX. — 2020. — Т. 11. — С. 100391.

9. *Turner D.* Digital Image Correlation Engine (DICE) Reference Manual : Sandia Report / Sandia National Laboratories. — 2015. — SAND2015—10606 O.
10. *Blaber J., Adair B., Antoniou A.* Ncorr: open-source 2D digital image correlation matlab software // *Experimental Mechanics*. — 2015. — T. 55, № 6. — C. 1105—1122.
11. *Anuta P. E.* Spatial registration of multispectral and multitemporal digital imagery using fast Fourier transform techniques // *EEE Trans. Geosci. Electron.* — 1970. — T. GE, № 8. — C. 353—368.
12. *Tu P.* Fast, Accurate and Fully Parallelizable Digital Image Correlation // *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. — 2017. — T. 59. — C. 108—127.
13. *Xiangnan Cheng Shichao Zhou T. X.* Solving digital image correlation with neural networks constrained by strain-displacement relations // *Optics Express*. — 2023. — T. 31. — C. 3865—3880.
14. *Sutton M. A., Orteu J. J., Schreier H. W.* Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications. — Springer, 2009.
15. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review / B. Pan, K. Qian, H. Xie, A. Asundi // *Measurement Science and Technology*. — 2009. — T. 20, № 6. — C. 062001.
16. *Reu P. L., Rogge R. B.* The application of high-speed digital image correlation // *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. — 2010. — T. 45, № 1. — C. 1—6.

17. High-resolution digital image correlation measurements of strain accumulation in fatigue crack growth / J. D. Carroll, W. Abuzaid, J. Lambros, H. Sehitoglu // International Journal of Fatigue. — 2012. — Т. 57. — С. 140—150.
18. Roux S., Hild F., Viot P. Digital image correlation and biaxial test on composite material for parameters identification // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. — 2008. — Т. 43, № 8. — С. 637—651.
19. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. — 1971.
20. Novozhilov V. V. Foundations of the nonlinear theory of elasticity. — Courier Corporation, 1999.
21. Boussinesq J. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques: principalement au calcul des deformations et des pressions que produisent, dans ces solides, des efforts quelconques exercés sur une petite partie de leur surface ou de leur intérieur; memoire suivi de notes étendues sur divers points de physique mathématique et d'analyse. — Gauthier-Villars, 1885.
22. Green G. An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism. Т. 3. — author, 1889.
23. Y.L. Dong B. P. A Review of Speckle Pattern Fabrication and Assessment for Digital Image Correlation // Experimental Mechanics. — 2017. — Т. 57. — С. 1161—1181.
24. РАЗРАБОТКА ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ ДЛЯ ДВУХОС-
НОВОГО ТЕСТИРОВАНИЯ МЯГКИХ ТКАНЕЙ И БИОМАТЕРИАЛОВ / А. Л.
Овсестьян [и др.] // Российский журнал биомеханики. — 2023. — Т. 27, №
4. — С. 12—24.

25. *Bradski G.* The OpenCV Library // Dr. Dobb's Journal of Software Tools. — 2000.
26. *Magnus-Tech.* Из фото в 3D, ч.2: калибровка камеры. — 2023. — URL: <https://habr.com/ru/companies/magnus-tech/articles/772534> (дата обр. 23.04.2024).
27. *Kaehler A., Bradski G. R.* Learning OpenCV 3: Computer Vision in C++ with the OpenCV Library //. — 2016.
28. *Andersen M.* An Experimental and Numerical Study of Thermoplastics at Large Deformations. — Norwegian University of Science, Technology, 2016.
29. *Barron J. L., Fleet D. J., Beauchemin S. S.* Performance of optical flow techniques // International journal of computer vision. — 1994. — Т. 12. — С. 43—77.
30. *Пенроуз Р.* A generalized inverse for matrices // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Т. 51. — 1955. — С. 406—413.
31. Full-field strain mapping for characterization of structure-related variation in corneal biomechanical properties using digital image correlation (DIC) technology / X. Qiao [и др.] // Medicine in Novel Technology and Devices. — 2021. — Т. 11. — С. 100086.
32. Elastic and rupture properties of porcine aortic tissue measured using inflation testing / S. P. Marra, F. E. Kennedy, J. N. Kinkaid, M. F. Fillinger // Cardiovascular Engineering. — 2006. — Т. 6. — С. 123—131.
33. International Digital Image Correlation Society. — URL: <https://www.idics.org> (дата обр. 13.03.2024).

34. *Deus Filho J. C. A. de, Silva Nunes L. C. da, Xavier J. M. C.* iCorrVision-2D: An integrated python-based open-source Digital Image Correlation software for in-plane measurements (Part 1) // SoftwareX. — 2022. — T. 19. — C. 101131.
35. Stereo-DIC Challenge 1.0—Rigid Body Motion of a Complex Shape / W. Ahmad [и др.] // Experimental Mechanics. — 2024. — C. 1—34.
36. Python Interface Development User Manual.
37. *Ahrens J., Geveci B., Law C.* ParaView: An End-User Tool for Large Data Visualization // Visualization Handbook. — Elsevier, 2005. — ISBN 978-0123875822.
38. *Van Rossum G., Drake F. L.* Python 3 Reference Manual. — Scotts Valley, CA : CreateSpace, 2009.

Приложение А

Рассмотрим геометрию формирования изображения. Предположим, что у нас есть установленная камера в здании. Есть точка **P** в трехмерном пространстве, нам необходимо найти координаты пикселя (u, v) точки в трехмерном пространстве на изображении, полученной при помощи этой камеры. В этой задаче есть три системы координат.

А.1 Глобальная система координат

Для определения расположения точек в здании необходимо определить систему координат. Для этого необходимо определить:

- **начало координат:** любой угол в здании можно назвать началом $(0, 0, 0)$.
- **направление осей X, Y, Z:** X и Y в плоскости пола вдоль двух стенок, а Z вдоль вертикального угла стены.

Для поиска координат любой точки, необходимо измерить расстояние от точки до начала координат осей X, Y, Z.

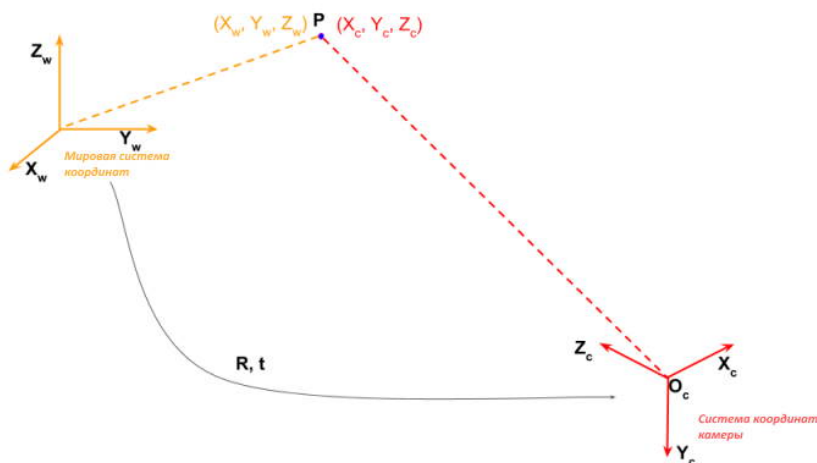


Рисунок А.1 – Связь глобальной системы координат и координат камеры

Система координат, связанная со зданием, называется глобальной системой координат (рисунок А.1).

А.2 Система координат камеры

Предположим, камера установлена в произвольном месте (t_x, t_y, t_z) в здании.

Камера может быть направлена в любом направлении то есть камера вращается относительно мировой системы координат.

Точка $\mathbf{P}$, с координаты (X_w, Y_w, Z_w) в глобальной системы координат, в системе координат камеры будет иметь значения (X_c, Y_c, Z_c) .

Точка глобальной системы координат связана с координатами камеры матрицей вращения 3×3 , которая обозначается R , а также связана вектором перемещения, которой обозначается t и состоит из трех элеметов. Формулируя это можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + \mathbf{t}$$

В более компактной форме можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

где, внешняя матрица $\mathbf{G}$ задается с помощью

$$\mathbf{G} = [\mathbf{R}|\mathbf{t}]$$

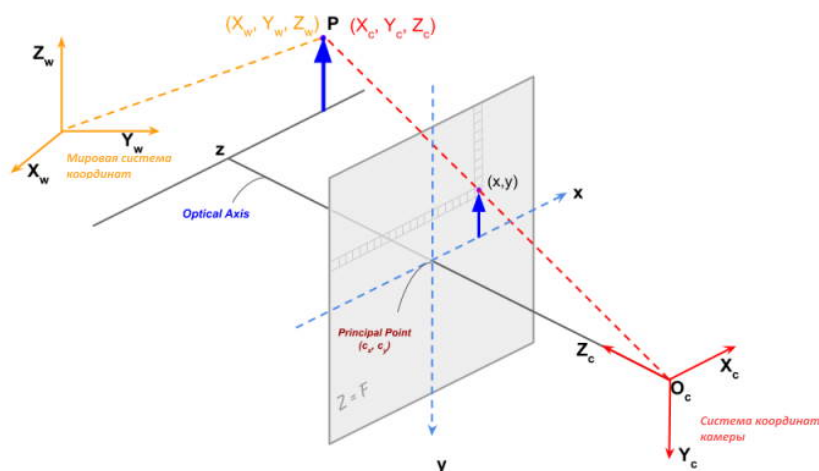


Рисунок А.2 – Проекция точки Р на плоскость изображения

Вектор перевода 3×1 добавляется в виде столбца в конец матрицы вращения 3×3 , чтобы получить матрицу 3×4 , называемую **внешней матрицей**.

А.3 Система координат изображения

После применения уравнения А.1 к точкам глобальной системы координат можно определить точку в трёхмерной системе координат. Это позволит спроецировать координаты точки на плоскость изображения, для определения координат точки на изображении.

На (Рисунок А.2) точка **Р** с координатами (X_c, Y_c, Z_c) в системе координат камеры.

Изображения находится на расстоянии **f** от оптического центра, иначе говоря **f** это фокусное расстояние

Проекция трехмерной точки (X_c, Y_c, Z_c) на изображении в точку (x, y) зададим как

$$x = f \frac{X_c}{Z_c}$$

$$y = f \frac{Y_c}{Z_c}$$

Запишем это в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

Пиксели не всегда бывают квадратными и поэтому можем получить разные фокусные расстояния (f_x) и (f_y) .

Оптический центр (c_x, c_y) камеры может не совпадать с центром системы координат изображения.

А также может быть перекося на угол γ между осями датчика камеры. В конечном счете внутренняя матрица камеры имеет вид и обозначается K :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

В уравнении A.2 координаты пикселей x и y расположены относительно центра изображения. При работе с изображениями источник находится в верхнем левом углу изображения (Рисунок A.3).

Координаты изображения (u, v) имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

где

$$u = \frac{u'}{w'}; v = \frac{v'}{w'}$$

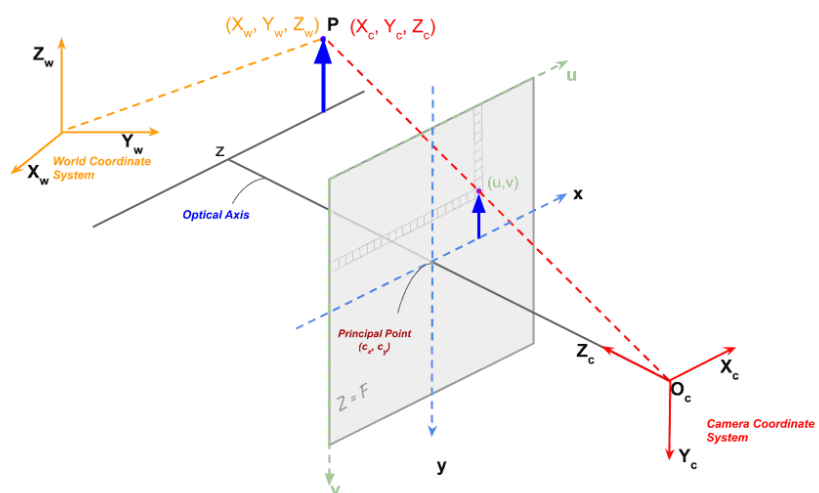


Рисунок А.3 – Более реалистичный случай, когда система координат изображения имеет начало координат в верхнем левом углу.