

Автономная некоммерческая образовательная организация
высшего образования
«НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»

Научный центр информационных технологий и искусственного интеллекта
направление «Математическое моделирование в биомедицине и геофизике»

УТВЕРДИТЬ

Научный руководитель направления
«Математическое моделирование
в биомедицине и геофизике»
член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор

Ю.В. Василевский
«03» июля 2024 г.

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы
обучающегося по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика
направленность (профиль) «Математическое моделирование в биомедицине и
нефтегазовом инжиниринге»

Медведева Артема Сергеевича

1. Тема: «Оценка ОФП и капиллярной кривой по данным лабораторных измерений двухфазного вытеснения нефти водой на керне»

2. Цель: Используя данные измерений оценить параметры ОФП и капиллярной кривой

3. Задачи:

Разработать усовершенствованный метод определения фазовых проницаемостей и капиллярных кривых, по данным лабораторных экспериментов, сокращающий времени и ресурсы, требуемые для испытаний.

4. Рабочий график (план) выполнения выпускной квалификационной работы:

№	Перечень заданий	Сроки выполнения
1	Исследовать методы лабораторных испытаний керна	30.01.2024 - 01.03.2024
2	Решить численно СДУЧП для 1D нестационарной задачи фильтрации 2-х несмешивающихся жидкостей	01.03.2024 - 01.04.2024
3	Решить обратную задачу оценки параметров ОФП и капиллярной кривой	01.04.2024 - 01.05.2024
4	Исследовать условия устойчивости метода	01.05.2024 - 23.05.2024

Дата выдачи: «30» января 2024 г.

Руководитель ВКР:

С.Ю. Малясов

Задание принял к исполнению:

Студент группы М01ММ-22

А.С. Медведев

«30» января 2024 г.

Реферат

Выпускная квалификационная работа, 79 страницы, 17 рисунков, 3 таблицы, 34 источника.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КЕРНА, ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ, КАПИЛЛЯРНАЯ КРИВАЯ, BFGS-МЕТОД.

Объектом исследования являются методы оценки фазовых проницаемостей и капиллярных кривых при помощи лабораторных испытаний керна.

Цель работы:

Разработать усовершенствованный метод проведения лабораторных экспериментов для определения оригинальных фазовых проницаемостей и капиллярных кривых, сокращающий время и ресурсы, требуемые для испытаний.

Задачи работы:

Проанализировать текущие методики лабораторных испытаний для определения фазовых проницаемостей и капиллярных кривых, разработать алгоритмы для усовершенствования процесса измерения профиля насыщенности, сокращающие время испытаний и объем требуемых данных, создать программное обеспечение для автоматизации сбора и анализа данных в рамках новой методики, протестировать эффективность предложенного метода на реальных образцах керна.

Результаты работы:

В данной работе был проведен анализ существующих лабораторных методик и создан подход, который требует лишь нескольких измерений профиля насыщенности для получения достоверных результатов. Для реализации и тестирования этого подхода был разработан специализированный программный код на языке Python, обеспечивающий автоматизацию обработки данных. Основные алгоритмы численных методов и методов оптимизации, та-

ких как градиентный спуск и BFGS.

Предложенный метод показал значительные экономические преимущества, сокращая время и затраты на лабораторные испытания. Тем не менее, были выявлены недостатки, включая необходимость дополнительной калибровки модели.

Abstract

Graduation Thesis, 79 pages, 17 figures, 3 tables, 34 sources.

LABORATORY STUDIES OF CORE SAMPLES, RELATIVE PHASE PERMEABILITIES, CAPILLARY CURVE, BFGS METHOD.

The object of research are methods for evaluating phase permeabilities and capillary curves using core laboratory tests.

Research objective:

Develop an advanced method for conducting laboratory experiments to determine original phase permeabilities and capillary curves, reducing the time and resources required for testing.

Research tasks:

Analyze current laboratory testing methodologies for determining phase permeabilities and capillary curves, develop algorithms to improve the measurement process of saturation profiles that reduce testing time and the volume of required data, create software for automating data collection and analysis within the new methodology, and test the effectiveness of the proposed method on real core samples.

Research results:

The research involved an analysis of existing laboratory methodologies and development of the approach that requires only a few measurements of the saturation profile by reducing time and cost. To implement and test this approach, specialized software code was developed in Python, providing data processing automation. Main algorithms of numerical methods and optimization methods such as gradient descent and BFGS were utilized.

The proposed method demonstrated significant economic advantages by reducing the time and costs of laboratory testing. However, drawbacks were identified, including the need for additional model calibration.

Сокращения, обозначения, термины и определения

В настоящей работе применяют следующие сокращения и обозначения:

- ОФП – относительные фазовые проницаемости;
- Керна – проба вещества, представляющая собой цилиндрический образец, извлекаемый в результате бурения с целью последующего исследования.
- Флюид – текучая среда
- α – фаза (нефть, вода)
- k_w^0, k_o^0 – проницаемости по воде и нефти при 100% насыщении каждым флюидом
- S_w – насыщенность водой
- S_o – насыщенность нефтью
- k_{rw} – относительная фазовая проницаемость по воде
- k_{ro} – относительная фазовая проницаемость по нефти
- P_c – капиллярное давление
- ϕ – пористость породы
- μ – вязкость фазы
- n_w – коэффициент Брукса-Кори для ОФП по воде
- n_o – коэффициент Брукса-Кори для ОФП по нефти
- m – степенной коэффициент для капиллярного давления

- f_w – функция дробного потока смачивающей фазы
- $\|\cdot\|_2$, – евклидова норма, вычисляется как $\|\bar{x}\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$

Оглавление

Введение	11
1 ДАННЫЕ АНАЛИЗА КЕРНА	13
1.1 Определяемые данные	13
1.2 Контроль качества данных	20
2 ОБЫЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КЕРНА	22
2.1 Измерение насыщенности флюидами	23
2.1.1 Ретортный метод	23
2.1.2 Метод Дина-Старка	24
2.2 Измерения пористости	24
2.3 Измерения проницаемости	26
2.4 Относительная проницаемость	29
2.5 Остаточная водонасыщенность	31
2.6 Остаточная водонасыщенность: система вода – нефть	32
2.7 Критическая водонасыщенность	36
2.8 Коэффициенты Кори	37
3 ИССЛЕДОВАНИЯ В НЕУСТАНОВИВШИХСЯ УСЛОВИЯХ	40
3.1 Методика исследований	40
3.2 Интерпретация данных исследования	42
4 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ	47
4.1 Постановка задачи	47
4.2 Описание эксперимента	48
4.3 Математическая модель эксперимента	50
4.4 Уравнение Бакли-Лeverетта	51
4.4.1 Численное решение	52
4.4.2 Решение обратной задачи	53

4.5	Улучшенная модель	55
4.5.1	Численное решение	56
4.5.2	Решение обратной задачи	58
4.5.3	BFGS-метод	59
4.5.4	Исследование устойчивости	60
4.6	Сравнение с экспериментом	66
4.7	Недостатки подхода	71
	Заключение	74
	Список использованных источников	76

Введение

Разработка месторождения является сложным и многоэтапным процессом, который требует системного подхода и комплекса технологических решений. Этот процесс включает в себя ряд последовательных этапов, начиная от геологического изучения и оценки запасов до осуществления добычи и последующей обработки сырья [1].

При оценке свойств пород нефтяных и газовых месторождений на сегодня существует множество подходов, позволяющих задать свойства подземных коллекторов, от аналогий до методов геостатистики. Все они дают возможность задать свойства с какой-то долей вероятности. Единственным точным методом являются лабораторные исследования керна.

В условиях стремительного развития технологий и увеличения требований к экономичности и эффективности промышленных процессов, актуальность разработки новых методик проведения лабораторных испытаний становится все более очевидной. В частности, это касается области изучения фазовых проницаемостей и капиллярных кривых, ключевых параметров для анализа поведения многофазных потоков в пористых средах, что имеет прямое применение в нефтегазовой отрасли.

Существующие методы определения этих параметров часто ограничены по своей эффективности: они требуют значительных временных и ресурсных затрат, что существенно увеличивает стоимость исследований [2]. Это подчеркивает необходимость разработки нового, более совершенного метода, который позволил бы сократить время и ресурсы, требуемые для проведения испытаний, сохраняя при этом высокую достоверность получаемых данных.

Данная работа направлена на разработку такого метода, основанного на минимизации количества необходимых измерений профиля насыщенно-

сти без ущерба для точности результатов. В рамках исследования были проведены анализ существующих методик и разработка подхода, дополненного созданием специализированного программного обеспечения. Это программное обеспечение, написанное на языке Python, включает в себя алгоритмы численных методов и оптимизации, такие как градиентный спуск и итерационный метод численной оптимизации для решения нелинейных задач - BSGF (алгоритм Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно).

1 ДАННЫЕ АНАЛИЗА КЕРНА

1.1 Определяемые данные

В рамках научных исследований в области геологии одной из первоочередных задач является определение начальных балансовых запасов нефти, газа и конденсата в изучаемых пластах. Основная цель инженера-разработчика заключается в анализе физических процессов, протекающих в системе «пласт-флюид», с целью максимизации извлечения углеводородов с оптимальной экономической эффективностью. Решение этих задач предполагает всестороннее понимание геометрии пласта, его структурных характеристик и взаимодействий между породой и флюидами, как природными, так и закачиваемыми в пласт.

В научном анализе оценки свойств и запасов углеводородных месторождений, лабораторные исследования керновых образцов представляют собой первичный источник прямых количественных данных о физических характеристиках пласта-коллектора. Эти данные являются фундаментом для оценки параметров продуктивного пласта. Геологи, разработчики и геофизики используют точные и представительные результаты анализа керна для создания основного массива данных, необходимого для построения геологических и гидродинамических моделей. Ключевым условием для получения представительных и надежных результатов является использование качественных и неповрежденных образцов керна [2].

Лабораторные анализы обычно проводятся на цилиндрических образцах, вырезанных из керна [3]. Стандартные исследования включают измерение насыщенности флюидами, пористости и проницаемости образцов после их экстракции и сушки. Полученные данные служат для определения коллекторских свойств и для корреляции с данными каротажа. В рамках специали-

зированных исследований изучаются фундаментальные статические и динамические свойства пород в условиях, максимально приближенных к пластовым, с использованием соответствующих флюидов и заданных температурных и напряженных состояний. Эффективное планирование таких исследований включает в себя определение свойств используемых флюидов, выбор и отбраковку представительных образцов, а также настройку условий напряжения, имитирующих естественные условия пласта. Дополнительно акцентируется внимание на специализированных методиках, таких как определение пористости и проницаемости при геостатической нагрузке, изучение электрических свойств, капиллярного давления, использование ядерно-магнитного резонанса (ЯМР)[4] и анализ относительной проницаемости.

В процессе моделирования пласта специалисты разрабатывают компьютерные модели коллектора, основное назначение которых — определение объема геологических запасов углеводородов. Такие модели, обычно называемые статическими, служат для оценки первоначальных запасов. В свою очередь, инженеры по разработке создают гидродинамические модели для схематического отображения процессов добычи углеводородов и применения различных механизмов их извлечения. Эти динамические модели важны для определения фактических запасов, коэффициентов извлечения и прогнозирования профилей добычи углеводородов, что критически важно для проведения экономического анализа.

Разработка как статических, так и динамических моделей включает использование множества разнородных источников данных, таких как региональная геология, сейсмические данные, седиментологические модели, данные бурения, результаты каротажа и инклинометрии, параметры давления флюидов, а также характеристики пород и флюидов. Качество и полнота используемой информации могут изменяться на протяжении всего периода разработки месторождения, что требует постоянного мониторинга для миними-

зации неопределенностей в моделировании.

Керн является уникальным источником данных, поскольку это единственные образцы относительно ненарушенной породы-коллектора, доступные для непосредственного наблюдения и анализа. Исследования керна должны служить основой или «истиной» для оценки и описания характеристик коллектора. Все другие источники данных являются косвенными, поэтому качественные и представительные результаты лабораторных исследований керна критически важны для калибровки и подтверждения достоверности остальной информации, используемой в моделях. Например, начальные геологические запасы товарной нефти (Oil Initially In Place, OIIP) определяются на основании

$$OIIP = GRV \left[\frac{N}{G} \right] \phi (1 - S_w) \frac{1}{B_0} \quad (1.1)$$

Определение общего объема горной породы (GRV) и соотношения эффективных и общих толщин (N/G) традиционно лежит в компетенции геофизиков и геологов. В свою очередь, инженеры по разработке месторождений занимаются расчетом коэффициента пластового объема нефти (B_0), основываясь на данных экспериментов по давлению, объему и температуре (PVT). Петрофизики, опираясь преимущественно на данные каротажа, отвечают за определение показателей нефтенасыщенной толщины (N), пористости (ϕ) и водонасыщенности (S_w).

Эффективная мощность пласта обычно устанавливается на основе порогового значения проницаемости, причем самые точные данные о проницаемости доступны только через анализ керна. Точность интерпретации пористости, определенной с помощью плотностного каротажа, проверяется или калибруется с использованием данных о пористости, полученных из керна. Кроме того, для количественной оценки водонасыщенности в чистых пластах

важно измерение электрических свойств керна при интерпретации данных электрокаротажа, а также необходимо учитывать катионообменную способность для коррекции электрического сопротивления пласта на присутствие проводящих глин. Водонасыщенность может быть определена напрямую с использованием методов Дина-Старка или ретортного анализа, либо опосредованно через измерения капиллярного давления первичного вытеснения [5].

Стандартные исследования керна, проводимые коммерческими лабораториями и используемые для создания статических петрофизических моделей, традиционно выполнялись при атмосферных условиях. Однако современные коммерческие лаборатории способны проводить эти исследования при условиях, более характерных для пласта-коллектора, включая высокие давления, специфичные температуры и характерные жидкости. Примеры таких исследований представлены в таблице 1.1

Как отмечено в работе (Dake, 1991)[6], «определение коэффициента извлечения (КИ) — самая важная задача, стоящая перед инженером по разработке пласта». КИ - это показатель, выражающий долю извлечённого ресурса от общего количества геологических запасов в месторождении. Коэффициенты извлечения могут быть определены на основании чисто технических критериев, но, скорее всего, они будут зависеть от экономических и экологических факторов. Например, эффективность извлечения углеводородов при заводнении нефтяного пласта очень сильно зависит от отношения подвижности:

$$M = \frac{M_{rw}}{M_{ro}} = \frac{k_{rw} \mu_w}{k_{ro} \mu_o} \quad (1.2)$$

В данном контексте, M_{rw} и M_{ro} обозначают относительную подвижность воды и нефти соответственно. Параметры k_{ro} и k_{rw} представляют относительную фазовую проницаемость для нефти и воды, тогда как μ_w и μ_o являются вязкостями воды и нефти. При фиксированной водонасыщенности,

Таблица 1.1 – Данные, получаемые по результатам исследования керна для оценки запасов

Параметр	Источник данных	Методы исследования
Нефтенасыщенная толщина	Проницаемость	Проницаемость по воздуху, проницаемость по рассолу, проницаемость, определяемая зондированием
Пористость	Пористость по плотностному каротажу	Пористость по гелию, Пористость после повторного насыщения
Водонасыщенность	Электрические параметры	Пластовый коэффициент, Индекс удельного сопротивления, Емкость катионного обмена, Исследования при различном уровне минерализации
Водонасыщенность	Капиллярное давление первичного вытеснения	Закачка ртути низкого давления, Закачка ртути высокого давления
Водонасыщенность	Непосредственные исследования	Ретортная экстракция, экстракция методом Дина-Старка

S_{wir} , и остаточной нефтенасыщенности, S_{or} , M определяет предельное значение отношения подвижности. Если M меньше 1, это указывает на то, что нефть может перемещаться в коллекторе с равной или большей скоростью по сравнению с водой, что ведет к эффективному «поршневому» вытеснению и минимизирует обходные потоки воды вокруг нефти. Это способствует высокой эффективности вытеснения. Однако, если M превышает 1, вода перемещается быстрее нефти, что может привести к преждевременным прорывам воды в скважины и снижению эффективности или стабильности фильтрации нефти. В таких случаях может потребоваться закачка значительного объема воды для извлечения меньшего объема нефти.

Относительная проницаемость для нефти, газа и воды является критически важной для разработки гидродинамических моделей. Стандартные исследования керна, которые проводят коммерческие лаборатории и используются как исходные данные при создании динамических моделей, включают различные тесты, перечисленные в таблице 1.2. Этот список не является исчерпывающим, но охватывает основные исследования, необходимые для моделирования ключевых параметров. Обычно требуется выполнение нескольких исследований для точного определения параметров, которые помогут в прогнозировании коэффициента извлечения при различных механизмах вытеснения, а также для описания потоков жидкости в насыщенных и ненасыщенных пластах, включая сухие, жирные газы и газоконденсатные коллекторы. Ранее такие исследования проводились только при атмосферных условиях, однако сегодня многие коммерческие лаборатории способны проводить исследования при условиях, характерных для пласта-коллектора, таких как давление, и температура [7].

Исследование керна представляет собой, возможно, единственный метод прямого количественного анализа "естественных" свойств пласта, который является критически важным для статического и динамического моделирования. Согласно исследованию Гаррисона (2009) [8], с ростом сложности пластов задача отбора и анализа керна становится все более значимой. Анализ керна позволяет подтвердить литологический и минералогический состав породы-коллектора, калибровать оценочные значения ее фундаментальных свойств, наблюдать за распределением и движением флюидов в поровом пространстве и измерить геометрические параметры, необходимые для оптимизации процессов бурения и повышения их безопасности. Гаррисон утверждает, что без данных, полученных непосредственно от исследования керна, невозможно адекватно понять свойства пласта, опираясь лишь на данные каротажа. В таких случаях модели строятся на основе некалиброванных и

Таблица 1.2 – Исходные данные для создания математических моделей по результатам исследований керна

Флюид	Механизм вытеснения	Параметры	Методы исследования
Нефть	Заводнение	Конечные значения k_{ro}, k_{rw} , Промежуточные значения k_{ro}, k_{rw}	Неустановившийся режим заводнения S_{ow}
Нефть	Заводнение	Промежуточные значения k_{ro}, k_{rw}	Относительная проницаемость (вода → нефть) при неустановившемся режиме течения, Относительная проницаемость (вода → нефть) при установившемся режиме течения
Нефть	Капиллярное давление впитывания	Под давлением	Вытеснение вода → нефть, Полупроницаемая мембрана вода → нефть (ограниченная кривая), Вытеснение вода → нефть

непроверенных корреляций, что ведет к повышению уровня неопределенности в интерпретации данных.

В ходе сравнительного анализа, проведенного в нескольких лабораториях, Амабеоку и БинНассер (2012)[9] выявили, что некоторые подрядчики предоставляли данные низкого качества, а многие лаборатории не следовали собственным стандартам контроля качества. Исследователи предложили внедрить строгий контроль за деятельностью сервисных компаний, а также усилить их участие в планировании и выполнении научных исследовательских программ. В исследовании МакФи и Артура (1988)[10] были обнаружены несоответствия в данных об относительной проницаемости, полученных

различными коммерческими лабораториями, которые анализировали один и тот же керн с использованием одних и тех же жидкостей. В одной из лабораторий были получены результаты по остаточной нефтенасыщенности, которые не удалось воспроизвести, что указывает на возможную коррекцию данных о проницаемости под ожидаемые результаты.

1.2 Контроль качества данных

Для достижения представительных и достоверных результатов лабораторных исследований необходимо использовать высококачественный и целостный керн. Качество петрофизических исследований может быть значительно снижено в случае использования поврежденного или измененного керна. Перед началом анализа образцы керна подлежат процедурам первичной очистки и сушки для удаления нефти, воды, осадков солей, фильтрата бурового раствора и других загрязнений, которые могут влиять на изменение смачиваемости. Выбор методики пробоподготовки зависит от минералогических и структурных характеристик породы, её потенциальной смачиваемости и возможных загрязнений от бурового раствора, а также от целей проводимого исследования. В данной главе описываются основные методы, оборудование и типы растворителей, применяемые для очистки и сушки керна, а также специализированные методы подготовки образцов для анализа пористости и смачиваемости и для консервации аутогенных глин и галитовых цементов [11].

Стандартные исследования керна обычно включают определение насыщенности керна флюидами, измерение пористости и абсолютной проницаемости с использованием однофазных жидкостей при атмосферных условиях на сухих образцах. Результаты таких исследований используются для характеристики свойств пород-коллекторов и для сравнения с данными ка-

ротажных измерений [12]. В свете того, что даже мелкие несоответствия в лабораторных условиях и методиках могут значительно влиять на получаемые данные о керне, в лабораторные отчеты должно включаться детальное описание выполненных процедур, использованных методик и оборудования, а также методов анализа данных.

2 ОБЫЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КЕРНА

Не существует четкого разделения между традиционными методами исследования керна, часто обозначаемыми как рутинные или стандартные исследования керна (РИК), и специализированными исследованиями керна (СИК). Ассортимент методов, используемых одной лабораторией для рутинных исследований, может пересекаться с методами, применяемыми другой лабораторией для проведения специализированных исследований. В общем, рутинные исследования считаются более экономичными и менее времязатратными по сравнению со специализированными исследованиями. РИК включает измерения, такие как определение насыщенности флюидами и петрофизические свойства на сухих образцах при атмосферных условиях давления и температуры, тогда как СИК чаще выполняются на образцах, подготовленных таким образом, чтобы имитировать условия пласта.

Стандартная программа резервуарного исследования керна (РИК) обычно включает анализы, такие как определение насыщенности флюидами, пористости, а также измерение проницаемости с использованием азота или с учетом эффекта Клинкенберга [13]. Обычно для РИК используются образцы керна диаметром 25 или 38 мм, хотя образцы большего размера предпочтительны для более точного определения насыщенности и пористости [3].

Исследования насыщения флюидами, пористости и проницаемости могут проводиться на полноразмерных образцах керна, однако это требует больших временных и финансовых затрат. Использование полноразмерных образцов оправдано в случаях, когда испытания на стандартных цилиндрических образцах могут быть непредставительными, например, в обломочных песчаниках или карбонатных породах с кавернозной или трещиноватой структурой, где размер неоднородностей превышает размеры цилиндрических образцов.

2.1 Измерение насыщенности флюидами

В рамках петрофизических исследований для определения насыщенности керна флюидами применяются два основных метода экстракции: ретортный метод и метод экстракции в аппарате Дина – Старка.

2.1.1 Ретортный метод

Ретортный метод, также известный как метод суммирования объемов жидкостей [14], находящихся в порах, широко используется в связи с его оперативностью и экономической выгодой. Данный метод позволяет провести прямые замеры насыщенности водой, нефтью и газом:

$$S_{g(b)} = \frac{V_{Hg}}{V_{b\ Hg}} \quad (2.1)$$

$$S_g = \frac{S_{g(b)}}{S_{g(b)} + S_{o(b)} + S_{w(b)}} \quad (2.2)$$

$$S_{o(b)} = \frac{V_o}{V_{b\ ret}} \quad (2.3)$$

$$S_o = \frac{S_{o(b)}}{S_{g(b)} + S_{o(b)} + S_{w(b)}} \quad (2.4)$$

$$S_{w(b)} = \frac{V_w}{V_{b\ ret}} \quad (2.5)$$

$$S_w = \frac{S_{w(b)}}{S_{g(b)} + S_{o(b)} + S_{w(b)}} \quad (2.6)$$

где S_g , S_o , S_w – насыщенность газом, нефтью, водой соответственно, V_o , V_w – скорректированные объемы нефти и воды, полученные из керна, $V_{b\ ret}$ – суммарный объем образца в реторте, V_{Hg} – объем закачанной ртути и $V_{b\ Hg}$ – объем исследуемого образца.

Однако, этот метод имеет несколько существенных недостатков, вклю-

чая возможные погрешности в измерении объема нефти из-за крекинга углеводородов и выхода глины и гидратированной воды при повышении температуры. Также измерение насыщенности газом и жидкостью происходит на разных образцах, что снижает точность метода по сравнению с методом Дина – Старка. Несмотря на это, ретортный метод находит применение в анализе керн из сланцевых пород и может быть полезен для интерпретации и использования исторических данных [15].

2.1.2 Метод Дина-Старка

Метод Дина – Старка включает процессы испарения и дистилляции воды из образцов с использованием экстракции толуолом или ксилолом [16]. Этот метод позволяет измерить объем воды, корректируя его в зависимости от солености пластовой воды, что вносит уточнения в измерения. В результате такого подхода можно получить более точные показатели общей пористости и водонасыщенности, а также эффективной пористости, так как насыщенность и пористость измеряются на одном и том же образце.

Оба метода имеют свои преимущества и недостатки и выбор конкретного метода должен зависеть от специфических требований исследования и характеристик породы. Важно подчеркнуть, что адекватный выбор метода и корректное применение технических процедур являются ключевыми для получения точных и представительных данных о свойствах керн.

2.2 Измерения пористости

Пористость является критическим параметром, определяющим объем породы, доступный для занятия флюидами. Общая пористость определяется как отношение объема всех пор к общему объему породы. Этот параметр включает поры всех размеров и степеней связанности, в том числе микро-

пористость глинистых пород и изолированные поры, как в пористых системах карбонатных пород. В отличие от общей пористости, эффективная пористость определяется как доля объема связанных пор к общему объему породы и зависит от множества факторов.

Для количественной оценки пористости необходимо провести как минимум два независимых измерения, основанных на трех ключевых параметрах: общем объеме породы (V_b), объеме пор (V_p) и объеме зерен (V_g). Методы измерения этих параметров могут различаться как в рамках рутинных исследований керна (РИК), так и специализированных исследований (СИК), а также варьироваться от одной лаборатории к другой.

Программы РИК разрабатываются с учетом экономической эффективности, ограничивая использование методик для измерения пористости. В большинстве случаев данные по пористости в рамках РИК получают путем независимых измерений объема зерен с использованием гелия и общего объема с использованием ртутного порометра. Из-за высокой токсичности ртутных паров многие лаборатории отказались от метода погружения в ртуть, предпочитая комбинацию измерений объема зерен и пор с использованием гелия при низком давлении, хотя такой подход может давать потенциально неудовлетворительные результаты.

В контексте СИК пористость обычно определяется после восстановления насыщенности, когда образцы насыщаются рассолом. Этот метод требует значительных временных и финансовых затрат, но может обеспечивать более точные и в некоторых случаях более репрезентативные результаты по сравнению с методами РИК. В некоторых лабораториях методы восстановленного насыщения рассолом также применяются в рамках процедур РИК, хотя это встречается относительно редко.

2.3 Измерения проницаемости

В контексте исследований керновых образцов выделяют три основные категории проницаемости:

1. Абсолютная проницаемость описывает пропускную способность кернового образца, полностью насыщенного одним флюидом, таким как газ, нефть или вода.

2. Эффективная проницаемость относится к проницаемости для конкретного флюида в условиях, когда поровое пространство заполнено несколькими фазами. Примеры включают проницаемость по нефти (K_o) и по воде (K_w) при заданных уровнях водонасыщенности.

3. Относительная проницаемость представляет собой отношение эффективной проницаемости к абсолютной. В лабораториях это является критерием для определения эффективной проницаемости, например, K_o при минимальной водонасыщенности (S_{wir}) или проницаемость одной фазы, такой как воздух, а также учитывающей эффект Клинкенберга [13] в моделировании пласта.

Исторически, из-за экономической выгоды, скорости и удобства, в лабораторных условиях часто проводятся исследования абсолютной проницаемости с использованием воздуха или азота при атмосферных условиях, хотя такие измерения мало соответствуют условиям на месторождениях. Несмотря на это, они позволяют выявить общие тенденции и распределение проницаемости. Современные программы исследований стремятся моделировать условия, более близкие к пластовым, чтобы повысить точность оценок.

Перед проведением тестов образцы керна обычно подвергаются очистке и сушке, в процессе которой удаляются нефть, вода и буровой раствор.

Особенно в случае песчаников, такая предварительная подготовка может привести к повреждению структуры породы, что необходимо учитывать для получения надежных данных исследований.

В 1856 году инженер-гидравлик Генри Дарси, работая в Дижоне, Франция, опубликовал фундаментальные исследования по проводимости флюида в пористой среде. Его эксперименты, характеризующиеся простотой и высокой точностью, заложили основы методологии, которая до сих пор актуальна в современных лабораториях по исследованию керна. Экспериментальная установка Дарси включала воду, протекающую через колонны с сортированным песком, что позволило ему сформулировать ключевое уравнение для описания флюидного течения в пористых средах.

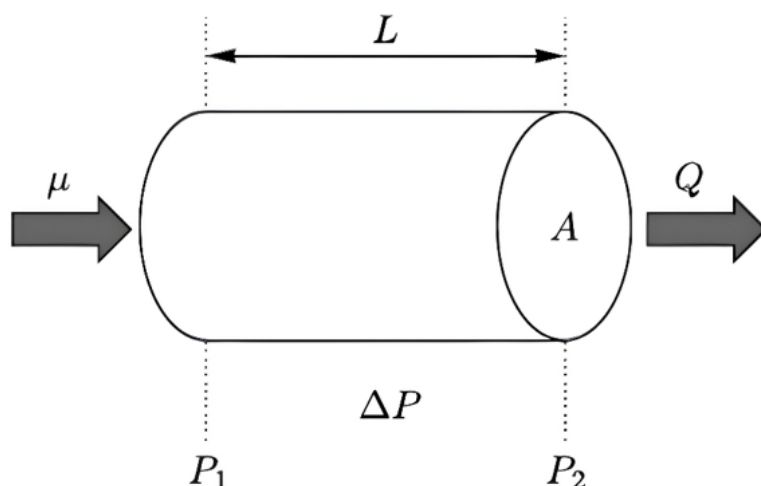


Рисунок 2.1 – Параметры в уравнении Дарси для течения несжимаемой жидкости

Если рассмотреть цилиндрический образец пористой среды (рис. 2.1), уравнение Дарси для горизонтального, линейного, установившегося течения несжимаемого флюида можно выразить следующим образом:

$$Q = \frac{kA(P_1 - P_2)}{\mu L} \quad (2.7)$$

где Q обозначает объемный расход жидкости, измеряемый в кубических мет-

рах в секунду ($\text{м}^3/\text{с}$), который представляет собой количество жидкости, проходящее через пористую среду за единицу времени. Параметр A указывает на площадь поперечного сечения образца породы в квадратных метрах (м^2), через которую проходит жидкость. Давления на входе и выходе образца, P_1 и P_2 соответственно, измеряются в паскалях (Па), и их разница создает давление, вызывающее движение жидкости через пористую среду. Вязкость жидкости μ , измеряемая в паскаль-секундах (Па·с), оказывает сопротивление течению. Длина образца породы L , через которую проходит жидкость, измеряется в метрах (м). Проницаемость пористой среды, обозначаемая как k характеризует способность породы пропускать через себя жидкость и зависит от размера, формы и распределения пор в породе.

В международной системе единиц (СИ) проницаемость измеряется в квадратных метрах (м^2). Однако в нефтяной индустрии чаще используется единица Дарси (Д), которая эквивалентна приблизительно $1 \times 10^{-12} \text{ м}^2$ и является стандартной мерой для определения проницаемости (k).

Физический смысл единицы Дарси заключается в следующем: 1 кубический сантиметр флюида с вязкостью (μ) 1 сантипуаз протекает через пористую среду с площадью поперечного сечения (A) 1 квадратный сантиметр за одну секунду при разности давлений ($P_1 - P_2 = \delta P$) в 1 атмосферу на участке длиной (L) 1 сантиметр. Зависимость между расходом флюида (Q) и перепадом давления (δP) линейна: удвоение расхода приведет к удвоению перепада давления. Таким образом, график зависимости скорости течения (Q/A) от перепада давления на единицу длины ($\delta P/L$) для образца керна представляет собой прямую линию, угловой коэффициент которой равен отношению проницаемости к вязкости (k/μ).

Закон Дарси основывается на ряде предположений, которые следует учитывать при его применении:

1. Инертность насыщающего флюида: предполагается, что флюид, насыщающий пористую среду, не взаимодействует с ней. Это предположение обычно справедливо для таких газов, как азот и гелий.

2. Ламинарное течение: закон предполагает ламинарный характер течения внутри образца. Однако это предположение может не соответствовать реальности при определённых условиях течения газа, когда может наблюдаться переход к турбулентному режиму.

3. Однофазность потока: считается, что жидкость полностью насыщает пористую среду, что характерно, например, для газа в чистом и сухом керне.

4. Константность проницаемости: предполагается, что проницаемость не зависит от типа флюида, его расхода или давления. Тем не менее, это допущение не всегда верно для газов из-за наличия нелинейных эффектов, таких как эффекты Клинкенберга и Форхгеймера, которые могут существенно изменять проницаемость среды [17].

2.4 Относительная проницаемость

Относительная проницаемость (k_r) определяется как проницаемость, нормированная относительно другого значения проницаемости, при этом относительная проницаемость колеблется от нуля до максимума, равного единице. В научной литературе обычно используют абсолютную проницаемость в качестве базовой проницаемости для нормализации значений эффективной проницаемости. Выбор значения абсолютной проницаемости для нормализации зависит от конкретных условий исследования. Важно отметить, что в некоторых случаях в качестве базовой проницаемости может использоваться не абсолютная, а эффективная проницаемость, при этом графики строят так,

чтобы точка $k_r = 1$ соответствовала эффективной проницаемости. При использовании данных относительной проницаемости критически важно учитывать, какое значение принималось за базовую проницаемость, и при необходимости проводить перенормировку данных.

Как правило, эффективная проницаемость ниже абсолютной, однако в системах с выраженным смачиванием и значительным содержанием глинистых минералов наблюдаются случаи, когда эффективная проницаемость несмачивающей фазы при неизменном насыщении смачивающей фазы превышает абсолютную проницаемость смачивающей фазы. Эти выводы подтверждены многочисленными исследованиями [18],[19],[20].

Для целей отчетности и дальнейшего применения в моделировании нефтегазовых коллекторов часто применяется нормализация до конечного значения эффективной проницаемости, измеренной в лабораторных условиях ($k_{r\ lab}$). Перед использованием в моделях требуется повторная нормализация до абсолютной проницаемости ($k_{r\ model}$). Для определения точности важно аккуратно определить базовое значение абсолютной проницаемости (K_{abs}) в модели и установить связь между K_{abs} и значением проницаемости каждого лабораторного исследования до перенормировки. Примером может служить ситуация в системе нефть – вода, где лаборатория использует эффективную проницаемость по нефти при начальной водонасыщенности (S_{wi}) в качестве базовой проницаемости:

$$k_{r\ model} = k_{r\ lab} \left(\frac{K'_o}{K_{abc}} \right) \quad (2.8)$$

В пористых средах флюиды взаимодействуют друг с другом, что приводит к суммарной величине относительных проницаемостей различных фаз, которая не достигает единицы. Данное явление объясняется взаимными помехами флюидов в процессе одновременной фильтрации. Помехи возника-

ют по ряду причин: уменьшение размеров доступных для фильтрации пористых каналов за счет присутствия другого флюида, блокировка некоторых пор неподвижными каплями одного из флюидов, а также действие капиллярных сил в противоположных направлениях, которые могут препятствовать фильтрации в узких местах пор, если градиент давления недостаточен для перемещения границы раздела фаз через сужения.

Относительная проницаемость уменьшается от максимально возможного значения до нуля с уменьшением насыщения пористой среды определенным флюидом, достигая остаточных или неснижаемых значений. Это уменьшение связано с редукцией площади поперечного сечения, доступного для фильтрации, и формированием более извилистых путей фильтрации по мере снижения насыщения. Таким образом, относительная проницаемость представляет собой нелинейную функцию насыщения флюидом в процессе фильтрации несмешивающегося флюида через пористую среду. Нелинейность этой зависимости обусловлена влиянием таких факторов, как сила тяжести, вязкость и капиллярные силы в пористой среде.

2.5 Остаточная водонасыщенность

В гидрофильной пористой среде, первоначально насыщенной водой, вода, как смачивающая фаза (P_w), окружена углеводородами или газом, которые являются несмачивающей фазой (P_{nw}). При равенстве давлений в обеих фазах капиллярное давление (P_c), выражаемое как $P_c = P_{nw} - P_w$, обращается в ноль, исключая проникновение несмачивающей фазы в поры, полностью занятые водой ($S_w = 1$). Однако при уменьшении водонасыщенности в поровых каналах давление P_{nw} за пределами каналов превышает P_w внутри них, создавая положительное капиллярное давление.

С увеличением давления в углеводородной фазе границы раздела фаз

на входах в поры начинают изгибаться внутрь, достигая критической кривизны при критическом давлении, равном капиллярным силам в самых крупных поровых каналах. По мере дальнейшего увеличения давления углеводороды проникают в поры с наименьшим капиллярным давлением, вытесняя воду и снижая водонасыщенность. Минимальное давление, при котором начинается проникновение углеводородной фазы, определяется как минимальное капиллярное или пороговое давление. С дальнейшим увеличением давления происходит проникновение в более мелкие поры. В средах с порами разного размера капиллярное давление экспоненциально зависит от насыщенности, что подразумевает необходимость значительного увеличения давления для небольших изменений в насыщенности.

Такое значительное изменение давления становится нецелесообразным при гравитационном дренировании коллекторов, где роль играют различия в плотности между водой и углеводородами, а также глубина залежи. В этом случае водонасыщенность состоит из воды, заключенной в самых мелких порах и тонкой пленки воды, покрывающей поверхности пор. Это состояние называется неснижаемой водонасыщенностью (S_{wir} или S_{wirr}). Весь процесс описывается как дренирование.

2.6 Остаточная водонасыщенность: система вода – нефть

После того как пластовые углеводороды (УВ) проникают в поровую систему породы, происходит изменение смачиваемости поверхности пор под влиянием повышенных температур. Смачиваемость представляет собой сложный механизм, зависящий от множества факторов, включая химический состав породы, состав углеводородов и свойства поровой воды (ПВ), такие как ее кислотность. Важными участниками процесса смачивания являются полярные компоненты пластовых УВ, такие как смолы и асфальтены, содер-

жащие азот, серу и кислород.

Изменение смачиваемости влияет на зависимость между капиллярным давлением и насыщенностью пор. В результате, изменения в насыщенности, возникающие в процессе повторного насыщения водой (пропитка) и последующего уменьшения содержания воды (вторичное дренирование), не следуют тому же сценарию, что и первичное дренирование. Этот процесс известен как гистерезис насыщения, так как вода может не оставаться единственной смачивающей фазой, хотя в последующих процессах она всегда рассматривается как таковая.

Следовательно, под пропиткой понимается увеличение водонасыщенности, а вторичное дренирование относится к уменьшению ранее абсорбированной воды.

Водонасыщенность оказывает критическое влияние на смачиваемость. Например, образец с 100% водонасыщенностью изолирован от контакта с УВ и является исключительно гидрофильным. По мере уменьшения водонасыщенности возрастает контакт УВ с породой, что создает условия для изменения смачиваемости. Чем значительнее изменения в смачиваемости, тем более выражен эффект гистерезиса, то есть изменение кривой первичного дренирования становится более выраженным.

Смачиваемость оказывает значительное воздействие на капиллярное давление и относительную проницаемость. Поэтому перед началом лабораторных исследований методами заводнения необходимо установить типичную смачиваемость коллектора. Важно, что определение репрезентативной смачиваемости коллектора должно базироваться на репрезентативной водонасыщенности, которая может отличаться от S_{wir} или минимального значения водонасыщенности, определяемого под лабораторными условиями. После первичного дренирования и достижения типичной смачиваемости, снижение давления УВ фазы (P_{nw}) может привести к капиллярному всасыванию

или «поглощению» воды обратно в поры. Этот процесс иллюстрируется на рисунке 2.2, где также представлена сравнительная кривая дренирования (с положительным значением P_c).

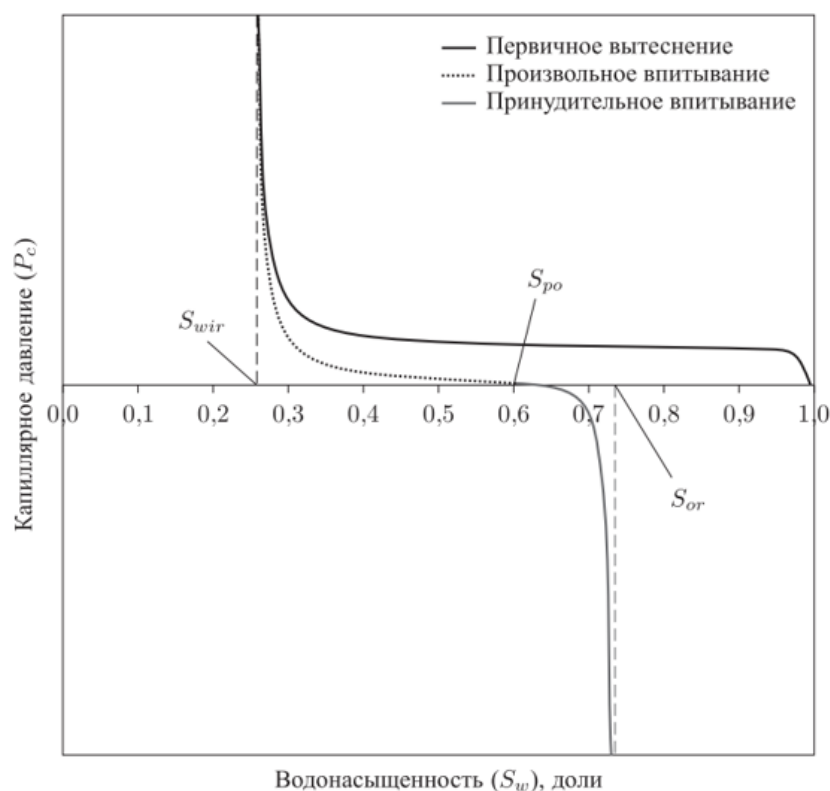


Рисунок 2.2 – Остаточная нефтенасыщенность, определенная по капиллярному давлению пропитки в системе вода – нефть

Когда давление смачивающей (P_w) и несмачивающей фазы (P_{nw}) равны, капиллярное давление (P_c) равно нулю, и уровень нефтенасыщенности в этой точке определяется как нефтенасыщенность, оставшаяся после произвольного процесса пропитки (S_{po}). Если давление смачивающей фазы выше давления несмачивающей фазы ($P_w > P_{nw}$), вода не проникает в керн. В случае, когда P_w превышает P_{nw} , P_c становится отрицательным, и происходит принудительное поглощение воды. Участок кривой P_c , характеризующий изменение насыщения в результате отрицательного капиллярного давления, называется «принудительной пропиткой». В зависимости от механизмов смачивания и вытеснения, нефтенасыщенность может дополнительно снижать-

ся, в конечном итоге достигая остаточной нефтенасыщенности (S_{or}), определяемой асимптотой кривой принудительной пропитки.

Остаточная нефтенасыщенность зависит от начальной точки пропитки (S_{wi}) и процесса вытеснения. В данном контексте капиллярные силы считаются основным механизмом, однако конечные значения нефтенасыщенности, полученные при вытеснении, где преобладают вязкие силы, могут отличаться от значений, измеряемых с использованием капиллярного давления. Существуют три основных определения остаточной нефтенасыщенности:

1. Истинная остаточная нефтенасыщенность (S_{rot}) — это микроскопический уровень насыщенности, достижимый под действием вязких, капиллярных и гравитационных сил, при котором кривая капиллярного давления при пропитке становится асимптотической.

2. Остаточная нефтенасыщенность (ОН) — это уровень нефтенасыщенности, фактически достигаемый в конце эксплуатации месторождения, зависящий от истинной остаточной нефтенасыщенности, эффективности площадного и микроскопического вытеснения.

3. Остаточная нефтенасыщенность (S_{row}), определяемая в лабораторных условиях, зависит от условий испытаний, таких как расход, дифференциальное давление, проницаемость, методики испытаний и капиллярных эффектов.

Смачиваемость играет важную роль в определении S_{or} , причем нейтральная (промежуточная) смачиваемость породы может способствовать достижению более низких значений S_{or} по сравнению с явно гидрофильными породами, что увеличивает эффективность извлечения углеводородов, особенно в высокопроницаемых породах.

2.7 Критическая водонасыщенность

Критическую водонасыщенность (S_{wc}) следует рассматривать отдельно от критической газонасыщенности (S_{gc}), поскольку, в отличие от газонасыщенности, которая может увеличиваться без видимого потока за счет нуклеации и термодинамического расширения при падении давления, поток воды никогда не бывает абсолютно нулевым, даже если его величина столь мала, что она остается ниже пределов измерения. В моделировании пластов часто используют S_{wc} как «эмпирическую функцию», но это не отражает реальных физических свойств системы. В связи с этим использование данного параметра не рекомендуется. Также стоит отметить, что значение S_{wc} соответствует области на графике насыщенности, где мобильность углеводородов достигает максимума.

Критическая водонасыщенность представляет собой верхний порог водонасыщенности поровой воды, выше которого из образца будет высвободаться значительный процент воды вместе с углеводородами. Ниже этого значения, поток воды становится незначительным, особенно с учетом временных рамок и в контексте анализа потоковых характеристик. Обычно критическая водонасыщенность увеличивается линейно вместе с неснижаемой водонасыщенностью. В коллекторах с высокой проницаемостью (низкое значение S_{wir}) значения S_{wc} и S_{wir} часто схожи, тогда как в низкопроницаемых коллекторах S_{wc} может значительно превышать S_{wir} , что частично объясняет наблюдения по выработке сухого газа из зон с «высокой» водонасыщенностью.

Экспериментально установлено, что S_{wc} — это насыщенность, при которой отношение потока несмачивающей фазы (газа или нефти) к потоку воды превышает определенное пороговое значение. Для газовых коллекторов в режиме пропитки этот критический индекс течения фазы принимается рав-

ным 1000, т.е. доля водного потока (f_w) составляет менее 0,001. Динамика движения фаз оценивается по уравнению Велджа для систем вода-газ или вода-нефть:

$$f_w = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_{ro}}{k_{rw}} \right) \left(\frac{\mu_w}{\mu_o} \right)} \quad (2.9)$$

где μ_o , μ_w – вязкости нефти и воды соответственно. На рис. 2.3 представлен пример использования кривых движения отдельных фаз для определения S_{wc} .

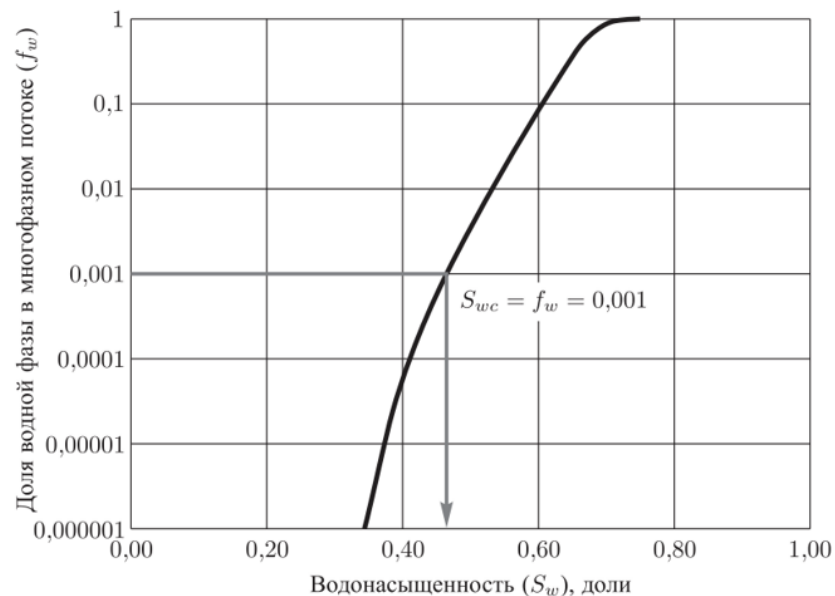


Рисунок 2.3 – Кривая движения отдельных фаз

2.8 Коэффициенты Кори

Исследования показали, что кривые относительной проницаемости в диапазоне между остаточными насыщенностями каждой фазы часто могут быть адекватно представлены с помощью простой экспоненциальной функции, зависящей от нормализованной фазовой насыщенности. Одна из наиболее широко признанных функциональных форм была разработана Кори и его коллегами [21], которые впервые предложили эмпирические модели для кривых относительной проницаемости по нефти и воде в контексте пропитки.

В уравнении Кори нормализованная относительная проницаемость по нефти в диапазоне насыщенности подвижными углеводородами определяется как $k_{ron} = S_{on}^{N_o}$, где нормализованная нефтенасыщенность определяется следующим образом:

$$S_{on} = \frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wir} - S_{or}} = 1 - S_w \quad (2.10)$$

Нормализованная относительная проницаемость по воде определяется аналогично:

$$k_{rwn} = S_w^{N_w} \quad (2.11)$$

$$S_{wn} = \frac{S_{wn} - S_{wir}}{1 - S_{wir} - S_{or}} = 1 - S_{on} \quad (2.12)$$

где S_{on} , S_{wn} – нормализованные нефте- и водонасыщенности соответственно, N_o , N_w – коэффициенты Кори для нефти и воды, S_w – водонасыщенность в определенной точке, S_{wir} – неуменьшаемая водонасыщенность. Уравнения Кори полезны при интерполяции и экстраполяции кривых относительной проницаемости, позволяя строить кривые при наличии только конечных точек, а также при оценке обобщенности лабораторных данных. В окружающих экспериментальных артефактах коэффициенты Кори N_o и N_w широко коррелируются со смачиваемостью породы (таблица 2.1), как правило, оказываясь в требуемом диапазоне.

Таблица 2.1 – Зависимость коэффициентов от смачиваемости

Смачиваемость	$N_o(k_{ro})$	$N_w(k_{rw})$
Смачиваемость водой	2 – 4	5 – 8
Промежуточная смачиваемость	4 – 6	3 – 5
Смачиваемость нефтью	6 – 8	2 – 3

Часто наблюдаются формы кривых, отличные от описываемых выражениями Кори. Например, в работах [22] и [23] представлены эмпирические

соотношения для систем вода – нефть и газ – нефть.

3 ИССЛЕДОВАНИЯ В НЕУСТАНОВИВШИХСЯ УСЛОВИЯХ

3.1 Методика исследований

Методика исследований предусматривает проведение экспериментов с динамическим вытеснением. Основной целью эксперимента является определение конечной точки эффективной проницаемости, при условии сбора данных по дополнительной добыче, что представляет собой часть кривых относительной проницаемости. В данном эксперименте осуществляется закачка единственной фазы в керн. С противоположного конца керна изначально выделяется только вытесняемая фаза с тем же расходом, что и закачиваемая (при условии несжимаемости флюидов), что соответствует линейному этапу добычи. Этот процесс продолжается до тех пор, пока закачиваемая (вытесняющая) фаза не достигнет противоположного конца керна. Момент, когда закачиваемая фаза впервые появляется на выходном торце керна, называется прорывом (ПВ). После ПВ происходит выделение обеих фаз, вытесняемой и вытесняющей, и добыча вытесняемой фазы описывается соответствующей кривой.

Исследуемые образцы помещаются в кернодержатель под действием заранее установленного эффективного давления обжима (эффективное геостатическое давление), при этом сами образцы должны быть подготовлены до состояния исходного водонасыщения и смачиваемости. Проводится измерение изначальной эффективной проницаемости «конечной точки» (по нефти и газу при начальном водонасыщении S_{wi}). Вытесняющая фаза (например, вода или газ) закачивается либо при постоянном давлении, либо с постоянным расходом до достижения заранее установленных критериев прекращения закачки (например, в некоторых лабораториях используется параметр обводненности 99,9 %, хотя критерии могут варьироваться). Конечная эффектив-

ная проницаемость фазы вытеснения измеряется при остаточном насыщении вытесненной фазы.

Если требуется определить только конечные точки, фиксируются лишь общие объемы выделения. В случае необходимости построения кривых относительной проницаемости (сравнение объемов закачки) фиксируются данные дополнительной добычи. Эксперименты могут проводиться с использованием образцов после очистки, без очистки, после восстановления, а также при повышенном пластовом давлении и температуре и в пластовых условиях.

На рис. 3.1 схематически изображен эксперимент для системы вода-нефть. В данном рисунке k_o и k_w обозначают эффективную проницаемость по нефти и воде. Конечная проницаемость определяется по закону Дарси. Промежуточная относительная проницаемость определяется либо аналитически (с помощью методов JBN или Джоунса и Росзелля [24], либо численно (посредством модели заводнения керна).

Значения перепада давления и скорости потока фиксируются на протяжении всего эксперимента. Насыщенность чаще всего определяется комбинацией объемных и гравиметрических измерений, хотя для визуализации и измерения насыщенности в конце и/или во время заводнения также может использоваться неинвазивный метод магнитно-резонансной томографии (МРТ). Локальный мониторинг рекомендуется в дополнение к объемным или гравиметрическим методам, так как он обеспечивает наблюдение за капиллярными конечными эффектами и предоставляет дополнительные данные для численного моделирования. Это улучшает соответствие между профилем добычи (объем выделения по сравнению с объемом закачки) и перепадом давления в зависимости от объема закачки, контролируемые капиллярным давлением и относительной проницаемостью.

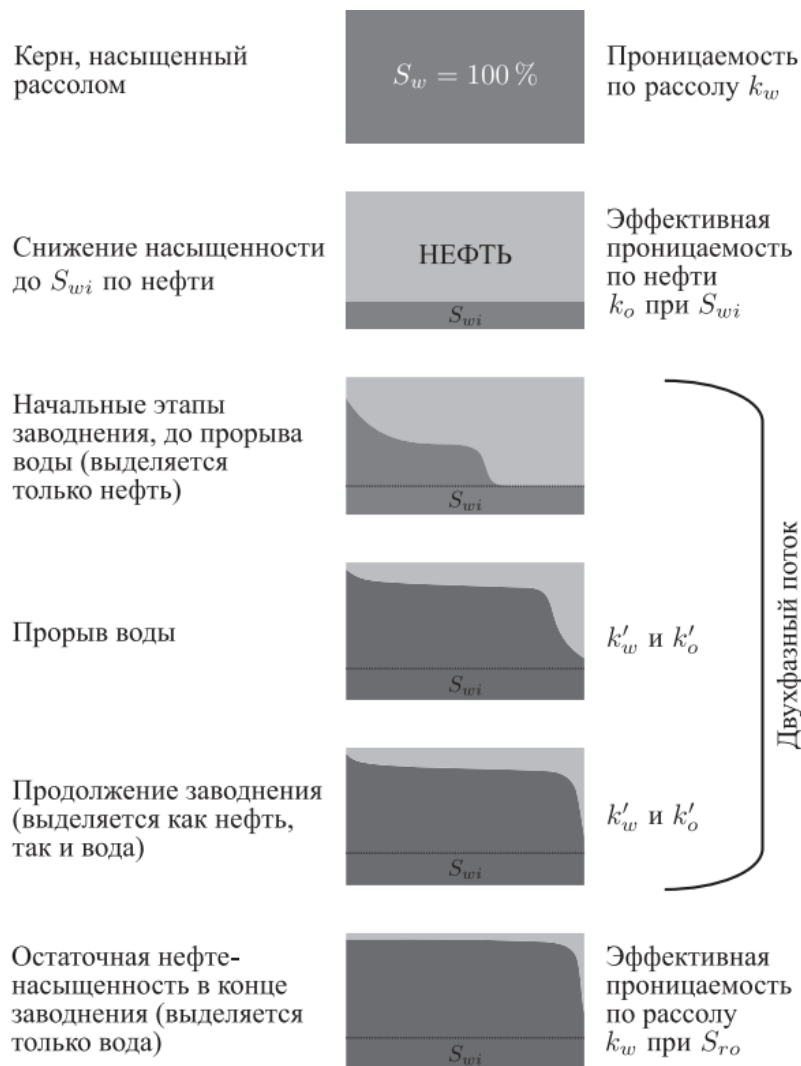


Рисунок 3.1 – Схема эксперимента для системы вода-нефть в неустановившихся условиях

3.2 Интерпретация данных исследования

Для определения конечной точки эффективной проницаемости по результатам исследований НУУ используется закон Дарси. Данные по относительной проницаемости НУУ основаны на теории поведения нефти при несмешиваемом вытеснении водой, предложенной Бакли и Левереттом [25] и проработанной в дальнейшем Велджем [26]. Эта теория основана на уравнении материального баланса, которое связывает скорость изменения водонасыщенности S на данном расстоянии x вдоль керна в данный момент вре-

мени t , и таким образом:

$$\frac{d(S)}{d(t)x} = q_t \frac{d(f_w)}{d(x)t} \quad (3.1)$$

Скорость продвижения фронта постоянной насыщенности может быть получена путем изменения уравнения и подстановки:

$$\frac{d(x)}{d(t)_{S_w}} = \frac{q_t}{A\phi} \frac{d(f_w)}{d(S_w)} \quad (3.2)$$

где A – площадь поперечного сечения пористой среды, ϕ – пористость пористой среды, f_w – поток водной фазы при общем расходе, q_t .

Уравнение Велджа запишется в виде:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_o}{k_{rw} \mu_w}} \quad (3.3)$$

где μ_o – вязкость нефти, μ_w – вязкость воды, k_{ro} – относительная проницаемость по нефти, и k_{rw} – относительная проницаемость по воде. Графически уравнение Велджа может быть выражено функцией водонасыщенности S_w (рис. 3.2). Высота фронта заводнения представлена пересечением касательной линии от критической (неснижаемой) водонасыщенности S_{wc} , равной в данном случае S_{wir} до кривой фазного потока в точке насыщения. Среднее водонасыщение при прорыве воды (за фронтом заводнения) представлено пересечением касательной линии с $f_w = 1$.

Общий объем закачанной воды (в поровых объемах) определяется обратной величиной производной f_w по отношению к S_w . Зная объемы фаз, а также вязкость нефти и воды на выходе из керна, возможно вычислить f_w и соотношение между значениями относительной проницаемости k_{ro}/k_{rw} .

В исследовании при неустановившихся условиях до момента прорыва воды (ПВ) движение фазы воды равно нулю, поэтому для анализа данных относительной проницаемости можно использовать только данные по давлению.

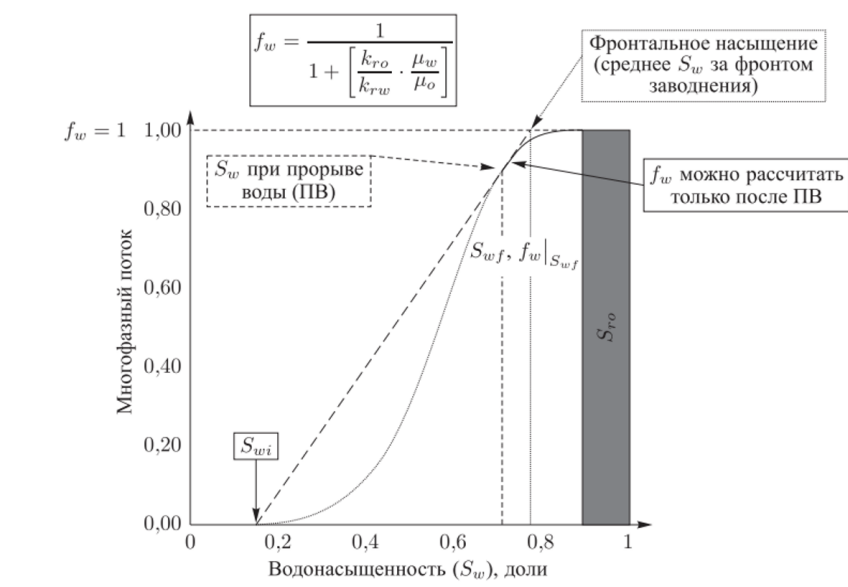


Рисунок 3.2 – Кривая двухфазного потока вода-нефть (Велдж)

нию и выделению после ПВ. Диапазон насыщенности, в котором известны насыщенность и относительная проницаемость, может быть ограничен, так как на выходе из керна сразу после прорыва воды f_w может быть близок к 1.

Однако, поскольку выделение до ПВ связано с развитием «ударного фронта» Бакли – Леверетта (теория фазного потока показывает, что насыщение ударного фронта является насыщением с наивысшей скоростью; зарождающиеся ударные фронты никогда не развиваются дальше, потому что они будут перемещаться с меньшей скоростью), данные относительной проницаемости при более низкой водонасыщенности не требуются для описания процесса вытеснения, если при вытеснении преобладают вязкие силы.

Уравнение Велджа позволяет получить соотношения значений относительной проницаемости в зависимости от S_w . Значения дискретной относительной проницаемости нефти и воды освобождаются от зависимости от отношения k_{ro}/k_{rw} посредством применения метода, описанного Джонсоном и др. [27] (метод JBN) или Джоунсом и Росзеллем. Для определения относи-

тельной проницаемости можно использовать следующую зависимость:

$$\frac{d\left(\frac{1}{W I_r}\right)}{d\left(\frac{1}{W}\right)} = \frac{f_{o2}}{k_{ro2}} \quad (3.4)$$

где $I_r = \frac{\Delta P_{\text{в начале закачки}}}{\Delta P_{\text{в момент времени } t}}$, W – объем закачки воды (поровые объемы) на время t , f_{o2} – доля нефти в потоке на выходе из керна на время t и k_{ro2} – относительная проницаемость по нефти на время t . Насыщенность на выходе и долевое содержание в многофазном потоке рассчитываются как показано выше, а k_{ro2} затем можно определить как единственную неизвестную. Соответствующая относительная проницаемость по воде k_{rw2} определяется по соотношению k_{ro}/k_{rw} из уравнения Велджа. Теории Бакли – Леверетта, Велджа и JBN основываются на следующих допущениях:

- скорость потока должна быть достаточной для достижения стабилизированного расхода;
- вязкая сила является высокой по сравнению с капиллярным давлением между фазами в потоке, таким образом, капиллярные эффекты ничтожны;
- сила тяжести не учитывается;
- перепад давления в образце мал по сравнению с поровым давлением, эффекты сжимаемости незначительны;
- течение является линейным (одномерным) и однонаправленным;
- образец является однородным;
- сила вытеснения и свойства флюида постоянны в течение эксперимента.

В случае значительной разности в фазовой плотности эксперимент должен проводиться в условиях, стабилизированных по силе тяжести: кернодержатель удерживается вертикально, и более плотная фаза закачивается снизу, а более легкая фаза — сверху. Результаты многих экспериментов с заводнением керна опровергают допущения, принятые в теории заводнения. Многие лаборатории, на чьих результатах основывается большая часть используемых статистических данных, проводят исследования для определения относительной проницаемости в неустановившихся условиях (НУУ) с обратным коэффициентом подвижности системы нефть – вода, а также при высоком расходе для ускорения прорыва воды и обеспечения продолжительного выделения двухфазного потока с целью предотвращения влияния капиллярных конечных эффектов. Эти условия способствуют возникновению вязкостного языкообразования, что противоречит допущению об одномерности потока. Использование соответствующих отношений вязкости и соразмерных скоростей потока может более объективно представить пластовые условия, однако капиллярные конечные эффекты при заводнениях с низким расходом/низким отношением подвижности также ослабляются. В теории Бакли – Леверетта, к сожалению, эффекты капиллярного и вязкостного языкообразования нельзя устранить одновременно, что затрудняет интерпретацию результатов заводнения в режиме пропитки, особенно при отсутствии профилей локальной насыщенности.

Учитывая отклонения от основополагающих допущений методов Бакли – Леверетта, Велджа и JBN (Джоунса и Росзелля), данные по относительной проницаемости, полученные методом вытеснения при заводнении в неустановившихся условиях (НУУ), должны использоваться с осторожностью. Для систем газ – вода и газ – нефть применяются те же уравнения, но с корректировками, учитывающими сжимаемость флюидов. При этом использование газа отменяет положения Бакли – Леверетта о несжимаемости.

4 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

4.1 Постановка задачи

В процессе анализа существующих методов оценки капиллярных кривых и фазовых проницаемостей выявлено несколько значительных недостатков, среди которых стоимость и времязатратность процессов занимают ключевые позиции. Эти факторы оказывают существенное влияние на общую экономическую эффективность исследовательских проектов, особенно в условиях ограниченных бюджетов и необходимости оперативного получения результатов.

Оптимизация методов анализа с целью уменьшения затрат и времени, необходимых для их проведения, представляет собой задачу, которая должна решаться с сохранением или даже улучшением точности получаемых результатов. Одним из возможных путей решения этой проблемы является внедрение автоматизированных систем для сбора и обработки данных, что может существенно сократить время на проведение экспериментов и анализ результатов.

В данной исследовательской работе была сформулирована задача разработки методологии, целью которой является ускорение процесса получения данных о фазовых проницаемостях и капиллярной кривой на основе эксперимента двухфазного вытеснения нефти водой. Для решения этой задачи использовались следующие данные:

1. Фиксированный расход каждой фазы, контролируемый с помощью расходомера.
2. Измерение перепада давления на торцах цилиндрического образца керна с помощью дифференциального манометра.

3. Определение одномерного профиля насыщения вдоль оси цилиндра с использованием рентгеновского сканера.

Кроме того, известны свойства, измеренные на образце керна: пористость и абсолютная проницаемость.

Предполагается, что фильтрация в эксперименте происходит в двухфазном, нестационарном и одномерном режиме вдоль оси цилиндра. На основе этих данных предстоит оценить параметры капиллярной кривой и кривых относительных фазовых проницаемостей.

4.2 Описание эксперимента

Для осуществления экспериментального исследования применяется специализированная фильтрационная установка. Она оборудована тремя насосами высокого давления, датчиками давления и перепада давления, манометрами, клапаном противодействия для поддержания пластового давления на выходе, пневматическими клапанами и ручными вентилями. Управление установкой осуществляется с помощью ЭВМ и соответствующих преобразователей сигналов, которые координируют работу системы. Непрерывная подача флюидов регулируется системой пневматических клапанов и датчиков, контролирующей давление в камерах насоса.

Дополнительно установка комплектуется разделительными поршневыми колонками для приготовления и закачки нефти и вытесняющего флюида. Измерение давления на входе и выходе из модели пласта проводится с использованием высокоточных датчиков давления и дифференциальных манометров.

Кернодержатель интегрирован в шкаф с рентгеновским аппаратом и подключен к гидравлическим и обжимным давлениям (рис. 4.1). Подключение индивидуальных нагревателей к электропитанию позволяет поднять тем-

пературу до уровня пластовой. После стабилизации обжимного давления и температуры производится рентгеновское сканирование керна для получения первой референсной точки, необходимой для расчета нефте- и водонасыщенности.

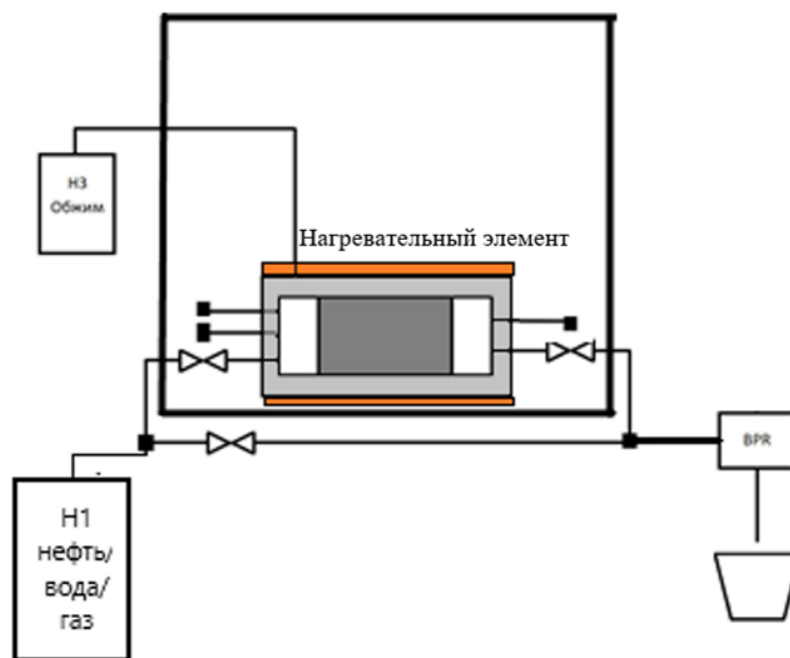


Рисунок 4.1 – Блок-схема подключения рентгенопрозрачного кернодержателя с нагревательным элементом

Следующие этапы эксперимента включают повторное рентгеновское сканирование при тех же параметрах, что и первоначальное сканирование кернов с остаточной водонасыщенностью. Вытеснени флюида производится при пластовой температуре. Завершение процесса фильтрации сопровождается закрытием вентилей на кернодержателе и проведением финального рентгеновского сканирования.

Таким образом, данные, полученные в ходе эксперимента, позволяют анализировать изменение насыщенности флюидом в различные временные моменты. Пример получаемых данных представлен на рисунке 4.2.

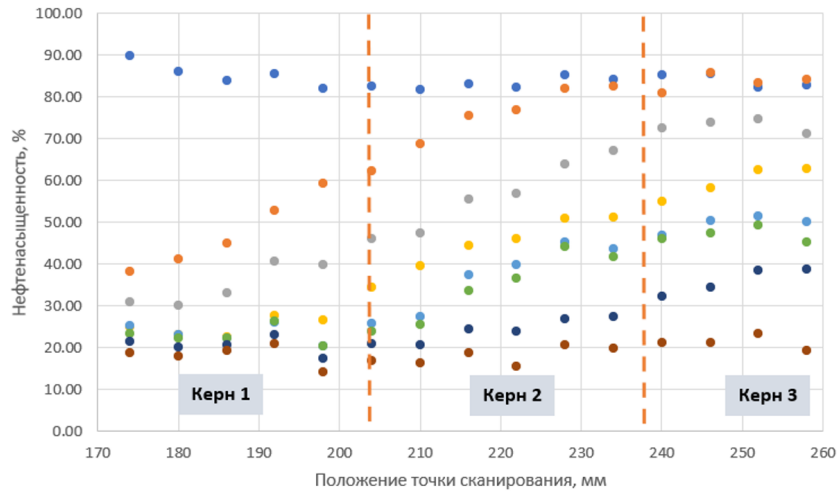


Рисунок 4.2 – Профили нефтенасыщенности в разные моменты времени

4.3 Математическая модель эксперимента

Для математического описания процесса фильтрации флюидов используют систему уравнений, состоящую из уравнения неразрывности и закона Дарси для каждой фазы:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_{\alpha} S_{\alpha}) + \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}) = \rho_{\alpha} q_{\alpha} \\ \vec{v}_{\alpha} = -\frac{\mathbb{K} k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} (\nabla p_{\alpha} - g \rho_{\alpha} \nabla Z) \end{cases} \quad (4.1)$$

где α – фаза (нефть, вода), ϕ – пористость, $\vec{v}_{\alpha}$ – скорость фазы α , $\mathbb{K}$ – абсолютная проницаемость пористой среды, $k_{r\alpha}$ – относительная проницаемость фазы α , μ_{α} – вязкость фазы α , ∇p_{α} – градиент давления, g – ускорение свободного падения, ρ_{α} – плотность фазы, ∇Z – градиент геометрической высоты, указывающий направление действия гравитации. Для ОФП и капиллярной кривой используются экспоненциальные (степенные) зависимости $k_{r\alpha} = k_{\alpha}^0 S_{\alpha}^{n_{\alpha}}$, $P_c = p_n - p_w = S_w^m$, где p_n , p_w – давление несмачивающей и смачивающей фаз соответственно.

4.4 Уравнение Бакли-Леверетта

Уравнение Бакли-Леверетта (4.2) является ключевым в нефтяной инженерии для описания двухфазного потока жидкости в пористых средах. Для численного решения этого нелинейного гиперболического уравнения используются различные методы, описанные в литературе [28]. Особую популярность приобрели сеточные методы, использующие разностные схемы, ориентированные против потока, благодаря их эффективности в обработке разрывов и острых фронтов, характерных для таких потоков.

Уравнение Бакли-Леверетта, описывающее двухфазное течение в пористой среде выражается следующим образом:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -q \frac{\partial f_w}{\partial x} \quad (4.2)$$

где:

- ϕ - пористость среды
- S_w – насыщенность породы водой
- q – общий поток через пористую среду
- f_w – функция Бакли-Леверетта, представляющая долю воды в потоке.

Функция Бакли-Леверетта f_w описывается как:

$$f_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o} \quad (4.3)$$

где λ_w и λ_o – мобильности воды и нефти соответственно, которые, в свою очередь, определяются как:

$$\lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w}, \lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o} \quad (4.4)$$

k_{rw} и k_{ro} – относительные фазовые проницаемости, выражаются через S_w , как:

$$k_{rw} = k_w^0 S_w^{n_w} \quad k_{ro} = k_o^0 (1 - S_w)^{n_o} \quad (4.5)$$

где n_w и n_o – коэффициенты, которые будут в дальнейшем подбираться, μ_w , μ_o – вязкости фаз.

4.4.1 Численное решение

Численной схемой решения данного уравнения является явная, ориентированная против потока разностная схема:

$$\frac{\sigma_i^{n+1} - \sigma_i^n}{\tau} + \frac{G_i^n - G_{i-1}^n}{h} = 0 \quad (4.6)$$

где

- $\sigma_i^n = \phi S_w$
- $G_i^n = q f_w(S_w^n)_i$
- τ – шаг по времени
- h – шаг по пространству

Эта схема обеспечивает первый порядок аппроксимации $O(\tau + h)$ и требует соблюдения условия Куранта-Фридрихса-Леви для устойчивости, что математически выражается как $\tau \leq \frac{h q}{q f'_w}$

На приведенном графике (рис. 4.3) изображено сравнение численного и аналитического решений уравнения Бакли-Левретта. Численное решение демонстрирует высокую степень соответствия аналитическому решению, что подчеркивает точность используемых численных методов.

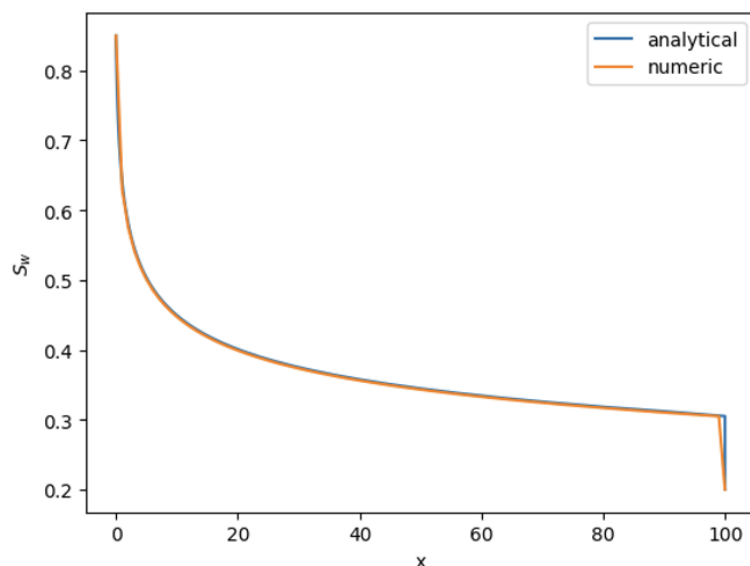


Рисунок 4.3 – Сравнение численного и аналитического решения уравнения Бакли-Левверетта.

4.4.2 Решение обратной задачи

В процессе работы над моделью были сгенерированы синтетические данные для различных параметров среды и флюидов. Для добавления реалистичности в эти данные был введен белый шум, имитирующий погрешности измерений.

Для оптимизации параметров n_o , n_w кривых относительных фазовых проницаемостей (см. (4.5)) модели был использован метод градиентного спуска. Градиентный спуск — это оптимизационный алгоритм, минимизирующий заданную функцию потерь путем итеративного движения в направлении наискорейшего убывания её градиента. В данном случае минимизировалась евклидова норма разности между исходными данными и результатами моделирования в определенный момент времени t , что позволяло адаптировать модель под реальные условия.

Была выстроена основная архитектура алгоритма решения обратной задачи, состоящая из модулей решения уравнения Бакли-Левверетта, отображения данных, алгоритма поиска коэффициентов. Код написан на языке Python,

с использованием библиотек: matplotlib [29], scipy [30], numpy [31].

На вход алгоритму подается:

- Длина керна L (в футах)
- Пористость ϕ
- Проницаемости по воде и нефти при 100% насыщении каждым флюидом k_w^0, k_o^0
- Площадь поперечного сечения A (в квадратных футах)
- Поток q (в кубических футах в сутки)
- Вязкости флюидов μ_w, μ_o (в сантипуазах)
- Абсолютная проницаемость $\mathbb{K}$ (в миллидарси)
- Количество шагов по x — дискретизация модели по длине керна.
- Шаг по времени и времена для заданных насыщенныхностей (в сутках) и сами насыщенныености

Выходные параметры:

- Коэффициенты n_o и n_w — параметры, определяющие форму функций относительной проницаемости.
- Рамки погрешности — оценка ошибок параметров, которая дает представление о возможном разбросе и точности найденных значений.

Рамки погрешностей определяются согласно статистическому анализу: поскольку n_w и n_o не изменяются по времени, находятся значения этих коэффициентов в разные моменты времени, далее по этим данным вычисляется среднее значение и дисперсия.

Этот алгоритм позволяет не только моделировать процессы в пористых средах, но и адаптировать модельные предположения под реальные условия, опираясь на собранные данные. Такой подход особенно важен для глубокого понимания процессов взаимодействия флюидов и породы и для оптимизации методов добычи нефти и газа.

Модель Бакли-Лeverетта, несмотря на свою распространенность в изучении многофазных потоков в пористых средах, обладает рядом ограничений, среди которых наиболее значимым является предположение о нулевом капиллярном давлении. Такое допущение, в рамках данной задачи является критическим упрощением, поскольку в реальных геологических условиях капиллярное давление играет важную роль и его игнорирование может привести к существенным искажениям результатов моделирования.

Кроме того, в процессе параметрической оптимизации, основанной на методе градиентного спуска, наблюдаются случаи, когда алгоритм не достигает глобального минимума, а ограничивается локальным, что ведет к ошибочному определению параметров. Это связано с ограничениями самого метода оптимизации, который может быть чувствителен к начальным условиям и ландшафту функции потерь.

В результате, хотя основные модули данного алгоритма и были использованы в дальнейших разработках, модель и поиск параметров требовали значительных улучшений.

4.5 Улучшенная модель

Для улучшения модели исходная система уравнений была рассмотрена заново, и анализ проводился методом, аналогичным использованному при выводе уравнения Бакли-Лeverетта. В данной модели не делалось допущения о нулевом капиллярном давлении. В результате анализа было получено

следующее уравнение:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(f_w q + f_w \lambda_o \frac{\partial P_c}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Данное уравнение представляет собой расширение традиционного подхода уравнения Бакли-Левверетта, учитывая влияние капиллярного давления на потоки в пористой среде. Уравнение (4.7) является гиперболическим уравнением в частных производных. Это обусловлено его формой, которая включает временную производную первого порядка и пространственные производные до второго порядка.

4.5.1 Численное решение

Добавление капиллярного давления внесло дополнительные сложности, которые необходимо учитывать при разработке численной схемы: Включение $\frac{\partial P_c}{\partial x}$ добавляет производные высшего порядка, что может привести к возникновению дополнительных волновых эффектов, таких как осцилляции или дисперсия. Это требует использования более сложных методов дискретизации для адекватного описания этих эффектов. Помимо этого, присутствие производных высокого порядка может усложнить поддержание устойчивости численной схемы. Часто требуется тщательный подбор временного шага и пространственного разрешения, чтобы обеспечить стабильное решение. Увеличение сложности модели обычно приводит к увеличению вычислительных затрат.

Исходя из представленных выше ограничений, для дискретизации уравнения был выбран метод конечных объемов, ориентированный против потока. Это популярный подход в моделировании потока в пористых средах, который позволяет точно учесть сохранение массы в каждом дискретном объеме. Для дополнительного улучшения схемы и сглаживания части осцилля-

ций было предложено добавление гибридной составляющей.

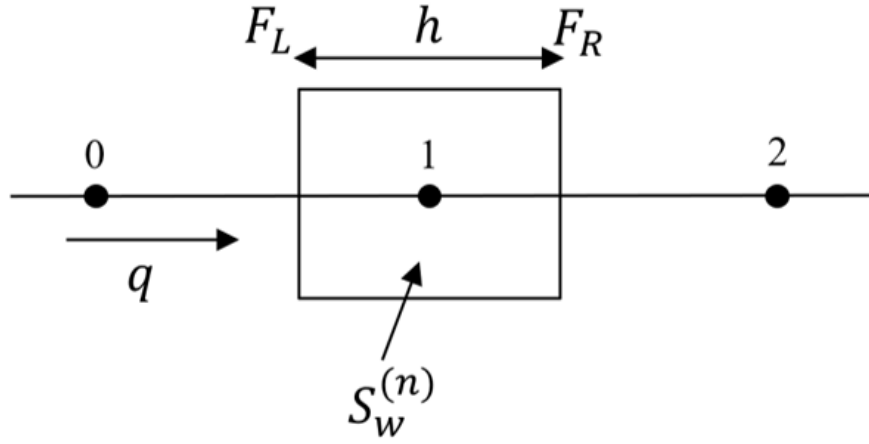


Рисунок 4.4 – Схема дискретизации

Пространство разбито на контрольные объемы с центрами в точках 0, 1, и 2 (рис. 4.4), где используются различные значения потоков F_L и F_R , соответствующие левой и правой границам контрольного объема. Это способствует точной аппроксимации пространственных производных и учету неоднородностей в распределении свойств по модели.

Производная капиллярного давления дискретизирована конечными разностями на каждой границе:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_L &= \frac{P_{c,1} - P_{c,0}}{h} \\ \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_R &= \frac{P_{c,2} - P_{c,1}}{h} \\ \phi \frac{S_w^{n+1} - S_w^n}{\tau} &= -\frac{F_R - F_L}{h} \end{aligned} \quad (4.8)$$

где

$$F_R = f_w^1 q + \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_R \cdot \begin{cases} f_w^1 \lambda_o^1, & \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_R > 0 \\ f_w^2 \lambda_o^2, & \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_R \leq 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$F_L = f_w^0 q + \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_L \cdot \begin{cases} f_w^0 \lambda_o^0, & \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_L > 0 \\ f_w^1 \lambda_o^1, & \left(\frac{\partial P_c}{\partial x}\right)_L \leq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

$$P_c = S_w^m \quad (4.11)$$

При этом, в данной схеме используется автоматический корректор шага по времени, предотвращающий осцилляции. Таким образом, данная схема обеспечивает стабильность и сходимость решений. Дополнительно, при за- нулении капиллярного давления, решение совпадало с аналитическим реше- нием Бакли-Левверетта.

4.5.2 Решение обратной задачи

В процессе решения обратной задачи возникла необходимость устра- нения ряда проблем, характерных для применяемого ранее метода градиент- ного спуска. Основной трудностью являлось то, что градиентный спуск ча- сто приводил к застреванию в локальных минимумах, не позволяя достичь глобального минимума целевой функции. Для решения этой проблемы бы- ло предпринято решение изменить подход к оптимизации модели. Перво- начально, вместо поиска параметров для каждого отдельного момента вре- мени с последующим их усреднением, было решено использовать состав- ной вектор профилей насыщенности по времени, обозначаемый как $\overline{S_w} = [S_w t_1, S_w t_2, \dots, S_w t_n]$. Этот подход позволяет объединить временные профи- ли в единый вектор, что сокращает количество локальных минимумов за счет их взаимного компенсирования. Пример такого вектора представлен на ри- сунке 4.5

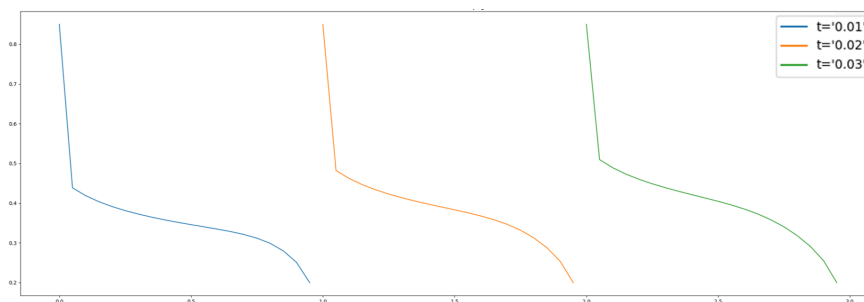


Рисунок 4.5 – График составного вектора $\overline{S_w}$

Кроме того, было очевидно, что градиентный спуск обладает рядом

недостатков, особенно при высоких временных затратах на вычисление функции — порядка 1-2 минут за одну итерацию. В связи с этим возникла необходимость в выборе нового алгоритма, который мог бы эффективно преодолеть указанные ограничения. Выбор пал на метод BFGS, который использует аппроксимацию матрицы Гессе для учета кривизны оптимизируемой функции. Это позволяет алгоритму адаптировать размер шага в зависимости от локальной кривизны поверхности функции, что способствует ускорению сходимости.

4.5.3 BFGS-метод

Метод BFGS (названный в честь Бройдена, Флетчера, Гольдфарба и Шанно) является одним из самых популярных и эффективных квазиньютоновских методов для решения задач оптимизации. Данный алгоритм характеризуется обновлением матрицы, аппроксимирующей обратную матрицу Гессе, на каждом шаге, используя последние данные о градиенте и изменениях параметров [32]. Преимущество данного подхода заключается в том, что для обновления не требуется вычислять весь гессиан, что делает метод значительно более эффективным по сравнению с полным Ньютоновским методом [33].

Каждая итерация может быть совершена со стоимостью $O(n^2)$ (плюс стоимость вычисления функции и оценки градиента). Здесь нет $O(n^3)$ операций таких, как решение линейных систем или сложных математических операций. Даже если методы Ньютона сходятся гораздо быстрее (квадратично), стоимость каждой итерации выше, поскольку необходимо решать линейные системы. Неоспоримое преимущество алгоритма, конечно, состоит в том, что нет необходимости вычислять вторые производные. Формула BFGS имеет самокорректирующиеся свойства. Если матрица H не верно оценивает кривизну,

визну функции и если эта плохая оценка замедляет алгоритм, тогда аппроксимация гессиана стремится исправить ситуацию за несколько шагов. Самокорректирующие свойства алгоритма работают только в том случае, если реализован соответствующий линейный поиск (соблюдены условия Вольфе [34], [35]).

Алгоритм метода:

1. **Инициализация:** Выбрать начальное приближение x_0 и начальное приближение обратного гессиана H_0

2. **while** критерий остановки не выполнен **do:**

(a) Получить направление поиска $p_k = -H_k \nabla f(x_k)$;

(b) Выполнить линейный поиск для нахождения
 $a_k = \arg \min f(x_k + \alpha p_k)$;

(c) Обновить позицию: $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$;

(d) Вычислить $s_k = x_{k+1} - x_k$ и $y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$;

(e) Обновить аппроксимацию обратного гессиана:

$$H_{k+1} = H_k + \frac{s_k y_k^T H_k + H_k y_k s_k^T}{(s_k^T y_k)^2} - \frac{H_k y_k s_k^T s_k y_k^T H_k}{s_k^T y_k};$$

3. **end;**

Начальное приближение Гессиана можно задать как единичную матрицу.

4.5.4 Исследование устойчивости

В предыдущем параграфе было упомянуто, что метод BFGS демонстрирует отличную сходимость и способен избегать локальных минимумов. Одним из ключевых элементов подхода к оптимизации является

объединение профилей насыщенности в единый составной вектор $\overline{S_w} = [S_w t_1, S_w t_2, \dots, S_w t_n]$. Однако, до этого момента не было определено, какое количество таких профилей необходимо для достоверной оценки.

Для решения этой задачи был создан обширный датасет, который включал данные, полученные в результате решения обратной задачи. Структура датасета была следующей:

- *scale* — дисперсия шума, влияющая на качество данных,
- *time_steps* — количество временных шагов, представляющих «сэм-плы» данных,
- *nw, no, m* — исходные значения параметров n_w, n_o, m ,
- *error* — ошибка в функции насыщенности, измеренная в евклидовой норме,
- *nw_res, no_res, m_res* — параметры, найденные после оптимизации,
- *weight_nw, weight_no, weight_m* — веса параметров, рассчитанные как отношение ошибки по каждому параметру к ошибке функции,
- *status* — статус выполнения расчетов (ok для успешных и error для неудачных).

Датасет содержал приблизительно 5000 записей, сгенерированных в условиях различных свойств кернов и флюидов. На основе этого массива данных был инициирован анализ, целью которого стало определение оптимального количества компонент в векторе насыщенности для надежного решения задачи. Для достижения более глубокого понимания динамики оптимизационного процесса, в нашем исследовании было уделено внимание изучению влияния дисперсии шума (*scale*) и количества временных шагов (*time_steps*)

на ошибки параметров n_w , n_o и m . Это позволило оценить степень чувствительности модели к изменениям этих переменных и определить, как они влияют на точность и стабильность решений, получаемых при использовании метода BFGS.

Изучение собранных данных подтверждает взаимосвязь между дисперсией шума ($scale$) и ошибками параметров n_w , n_o , и m через анализ диаграмм рассеяния и соответствующих гистограмм распределения ошибок.

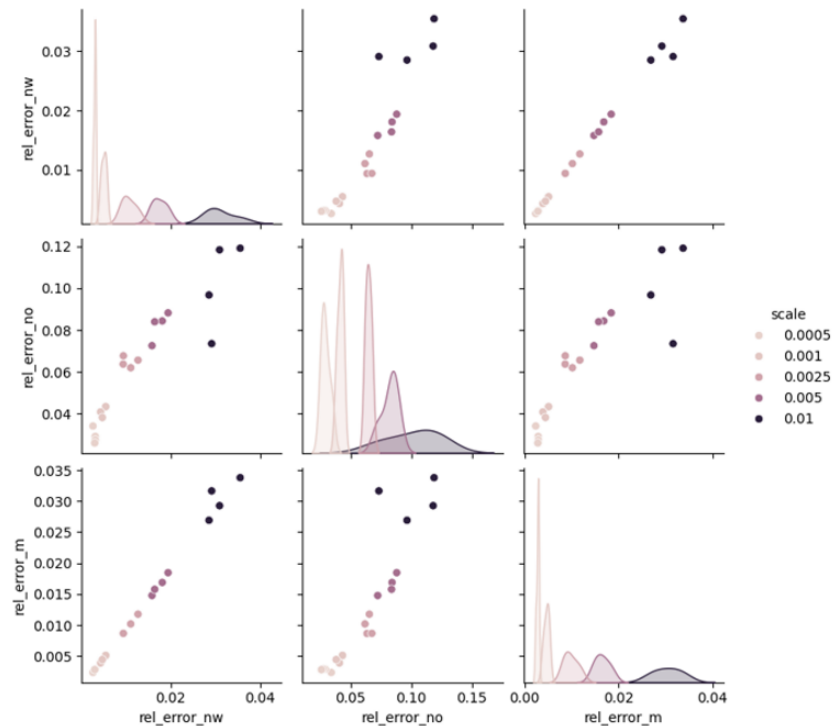


Рисунок 4.6 – Диаграммы рассеяния и соответствующие гистограммы распределения ошибок.

Результаты анализа представлены на рисунке [4.6](#) с девятью панелями, каждая из которых иллюстрирует зависимости относительных ошибок от $scale$ для трех параметров. Анализ, представленный в виде диаграмм рассеяния и распределений относительных ошибок, позволяет сформулировать ряд выводов относительно влияния шума на точность оценок параметров n_w , n_o и m . Особенно заметно, что при уровне шума 0.01, ошибка значительно возрастает, а распределение ошибок становится шире, что указывает на ухудшение

стабильности и надежности параметрических оценок. При этом, снижение уровня шума приводит к более узкому распределению ошибок, подчеркивая повышение точности и стабильности оценок.

В частности, для параметра n_o наблюдаются более широкие и разрозненные распределения ошибок при высоких уровнях шума. Это свидетельствует о том, что оценки этого параметра особенно чувствительны к шуму. Отсутствие очевидного линейного паттерна в распределении ошибок при различных уровнях шума может свидетельствовать о влиянии дополнительных факторов, таких как нелинейные взаимодействия параметров или ограничения модели, которые не были учтены в текущем анализе. Для параметра m характерна тенденция к уменьшению ошибок с уменьшением шума. При этом, даже при повышенных уровнях шума, распределение ошибок остается относительно узким, что свидетельствует о возможности более точной оценки этого параметра по сравнению с другими рассматриваемыми параметрами.

Выводы из этого анализа подтверждают значимость контроля за уровнем шума в процессе сбора и обработки данных. Управление шумом является ключевым для повышения точности оценок параметров в численных методах оптимизации и моделирования. Эти результаты могут служить основой для дальнейшего улучшения стратегий моделирования, в частности, путем пересмотра модельных предположений или улучшения методов сбора данных, чтобы минимизировать влияние шума и улучшить результаты параметрических оценок.

На основании представленных данных был проведен анализ зависимости ошибок параметрических оценок n_w , n_o , и m от дисперсии шума ('scale') и количества временных шагов (time_steps). Исследование выполнено в виде тепловых карт (рис. 4.7), показывающих вариации средней ошибки для каждого параметра в различных условиях эксперимента.

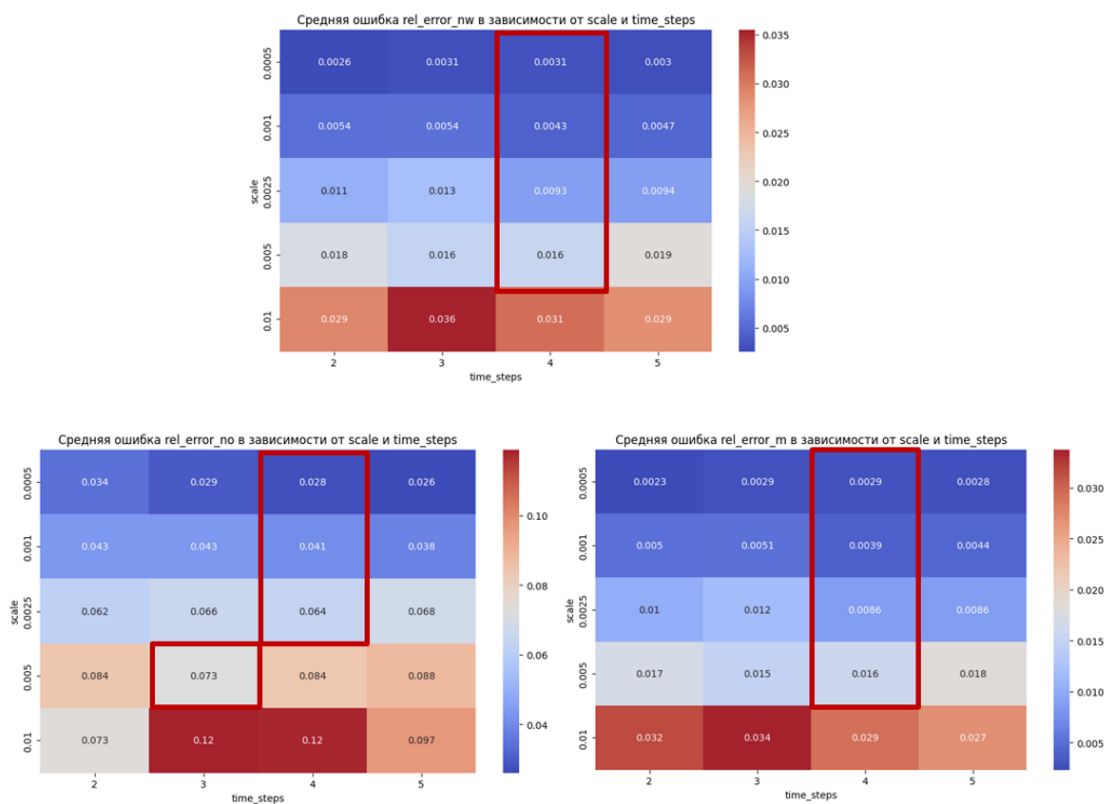


Рисунок 4.7 – Распределение ошибок параметров в зависимости от количества измерений профилей насыщенности и шума.

Анализ показывает, что оптимальное количество временных шагов для уменьшения средней ошибки составляет четыре. При этом уменьшение уровня шума также способствует повышению точности оценок. Например, для параметра m , относительная ошибка уменьшается с 0.034 при двух временных шагах и шуме 0.01 до 0.0029 при четырех временных шагах и шуме 0.0025. Это подчеркивает значительное влияние шума и количества данных на точность оценок.

Параметр n_o демонстрирует высокую чувствительность к качеству входных данных, с наименьшей ошибкой при четырех временных шагах и низком уровне шума. Ошибка параметра n_w также минимизируется при четырех временных шагах в условиях низкого шума.

Таким образом, результаты исследования указывают на критическую важность выбора оптимального количества временных шагов и минимизации

уровня шума для улучшения точности параметрических оценок в численных методах оптимизации и моделирования. Это особенно важно для параметра n_o , который показывает высокую чувствительность к шуму. Данные выводы могут служить основой для корректировки методик сбора и обработки данных, направленных на уменьшение потенциальных ошибок и повышение надежности результатов моделирования в различных прикладных областях.

На основе проведенного анализа данных были получены важные выводы, которые подчеркивают необходимость тщательного подхода к планированию и проведению экспериментов. Определено, что верхняя граница приборной погрешности составляет 5%, что указывает на максимально допустимый уровень ошибки в измерениях. Если погрешность превышает этот порог, результаты могут считаться ненадежными, что требует особого внимания к калибровке оборудования и точности проведения измерений.

Кроме того, было установлено, что оптимальное количество измерений равно четырем. Это количество позволяет эффективно собирать достаточный объем данных для анализа, минимизируя при этом ресурсные и временные затраты. Баланс между количеством сборов данных и их качеством критически важен для обеспечения надежности результатов без ненужного увеличения стоимости и сложности исследования.

Анализ также показал, что средняя ошибка для параметров n_w и m составляет всего 1.6%, что свидетельствует о высокой точности этих оценок при условии соблюдения оптимального количества измерений и контроля за уровнем шума. Это демонстрирует, что при правильной настройке экспериментального процесса можно достичь высокой точности в оценке ключевых параметров.

В то же время, средняя ошибка параметра n_o оказалась значительно выше и достигла 8.4%. Это подтверждает предыдущие наблюдения о высокой чувствительности этого параметра к качеству входных данных. Такая вели-

чина ошибки указывает на необходимость более строгого контроля за условиями эксперимента, включая точность измерительного оборудования и методику сбора данных.

Эти результаты подчеркивают значимость тщательного выбора экспериментальных параметров и строгого контроля за процессом сбора и обработки данных. Понимание и контроль за уровнем погрешностей, а также оптимальное количество измерений являются ключевыми факторами для успешного проведения научных исследований и применения полученных данных в практических целях в различных областях.

4.6 Сравнение с экспериментом

Проведение реального эксперимента, как упоминалось выше, является достаточно дорогим и долгим, в связи с этим, удалось получить очень мало данных. В наличии были логи только одного эксперимента. Эти ограничения были особенно значимыми, учитывая, что данные были получены для сложной системы газ-нефть, что вносит дополнительные сложности в их анализ из-за игнорирования моделью некоторых свойств газа (например, сжимаемости).

Несмотря на эти ограничения, было проведено сравнение экспериментальных данных с теоретическими предсказаниями модели и обнаружено, что модель соответствует данным в определённой степени. Однако было очевидно, что для повышения точности сравнения необходим более глубокий анализ.

Особое внимание при анализе было уделено зашумлённости данных. График (рис. 4.8) показал ряд ярко выраженных пиков и отклонений, которые могли быть вызваны как ошибками измерения, так и внешними помехами. Эти пики могут значительно исказить результаты, делая их менее надёжны-

МИ.

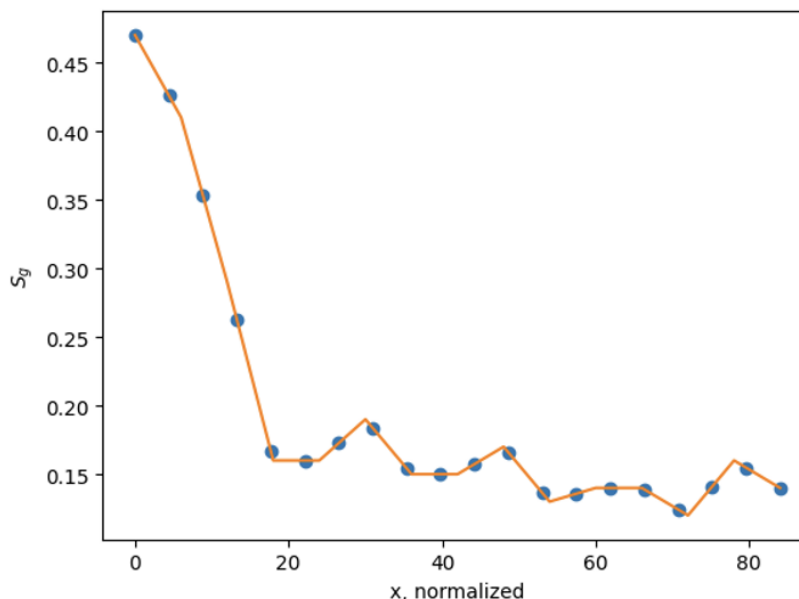


Рисунок 4.8 – Экспериментальные данные насыщенность газом

Для устранения влияния шума было принято решение применить методы сглаживания данных. Сглаживание помогает минимизировать случайные шумы и выбросы, тем самым повышая качество анализа и точность интерпретации результатов. Сглаженные данные предоставляют более чистый и стабильный вид графика функции), который лучше отражает реальные тенденции и позволяет точнее сравнивать экспериментальные данные с модельными предсказаниями.

Помимо сглаживания было проведено интерполирование данных, чтобы получить значения в конкретных точках.

Для устранения шума из экспериментальных данных был применен метод Гауссова сглаживания, используя функцию *gaussian_filter* из библиотеки *scipy.ndimage*. Этот метод включает применение Гауссова ядра к данным, что позволяет эффективно сглаживать выбросы и шумы, при этом сохраняя основные тенденции данных. Гауссово сглаживание работает путём модификации каждого значения в наборе данных с использованием взвешенных средних его соседей, где веса определяются Гауссовой функцией. Параметр

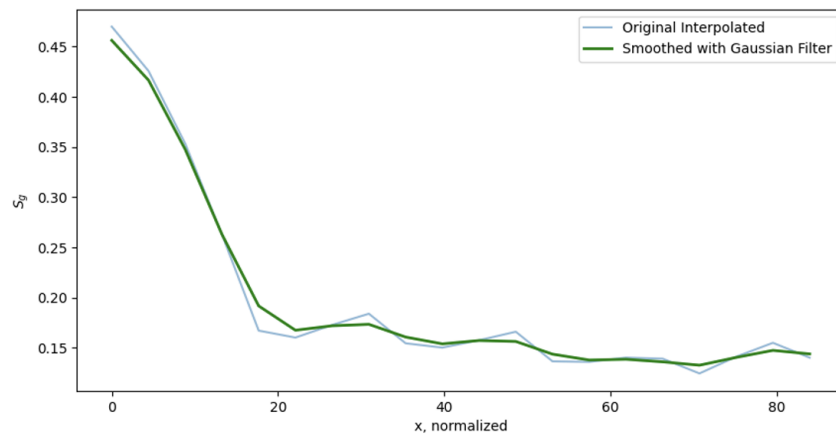


Рисунок 4.9 – Результат сглаживания функции

σ в этом методе контролирует стандартное отклонение Гауссовой функции и ширину окна сглаживания. В данном случае, $\sigma=0.8$ было выбрано для сглаживания, так как предварительные тесты показали, что это значение оптимально уменьшает шум (рис. 4.9), не приводя к значительной потере информативности данных. Применение Гауссова сглаживания позволило эффективно сгладить экстремальные пики и необычные значения в данных.

Данный модуль сглаживания был добавлен в модель решения обратной задачи с возможностью для пользователя корректировать параметр σ .

После успешного сглаживания данных, следующим этапом исследования стал поиск коэффициентов, которые наилучшим образом соответствовали бы моделируемым значениям. Этот процесс включал минимизацию евклидовой нормы разницы между двумя векторами — экспериментальными и моделированными данными.

Найденный минимум евклидовой нормы составил 0.18, что можно считать довольно хорошим результатом, особенно учитывая сложность и многомерность задачи, а также начальные ограничения, связанные с качеством и объемом данных. Это значение указывает на то, что модель достаточно хорошо аппроксимирует экспериментальные данные, учитывая динамику изменений в векторах.

Таким образом, достижение минимальной евклидовой нормы на уровне 0.18 является указанием на то, что модель и экспериментальные данные имеют схожую динамику изменения параметров. Это свидетельствует о том, что модель может быть эффективно использована для предсказания поведения системы в условиях, схожих с экспериментальными. Полученные результаты подтверждают адекватность выбранной модели и методов анализа для описания процессов в системе газ-нефть, несмотря на некоторые упрощения, которые были сделаны в моделировании.

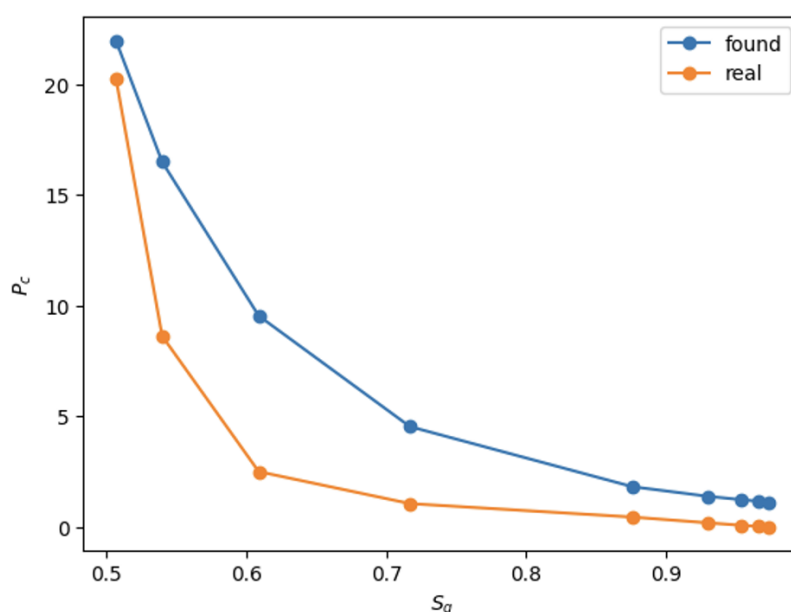


Рисунок 4.10 – Сравнение полученной и экспериментальной капиллярных кривых

В рамках анализа полученных данных особое внимание было уделено сравнению капиллярных кривых, результаты которого представлены на рисунке 4.10. Важным показателем при оценке соответствия модели экспериментальным данным является коэффициент детерминации R^2 , который в данном случае составил 0.639. Этот коэффициент отражает долю вариации зависимой переменной, объясняемой независимыми переменными модели. Значение $R^2 = 0.639$ указывает на то, что примерно 63.9% изменчивости экспериментальных данных могут быть объяснены с помощью предложенной

модели. Хотя это значение не является идеальным, оно свидетельствует о значительной степени соответствия между моделью и реальными данными, что делает модель достаточно адекватной для первоначального анализа.

Однако, в ходе анализа было замечено, что экспериментальную кривую нельзя точно воспроизвести, используя простую функциональную зависимость вида S_g^m , где S_g — насыщенность газа, а m — эмпирический коэффициент. Это наблюдение предполагает, что в модели должны присутствовать дополнительные множители и константы, которые могут учитывать такие аспекты системы, как геометрическая неоднородность породы, различные пороги проницаемости или другие физико-химические параметры, влияющие на капиллярные свойства.

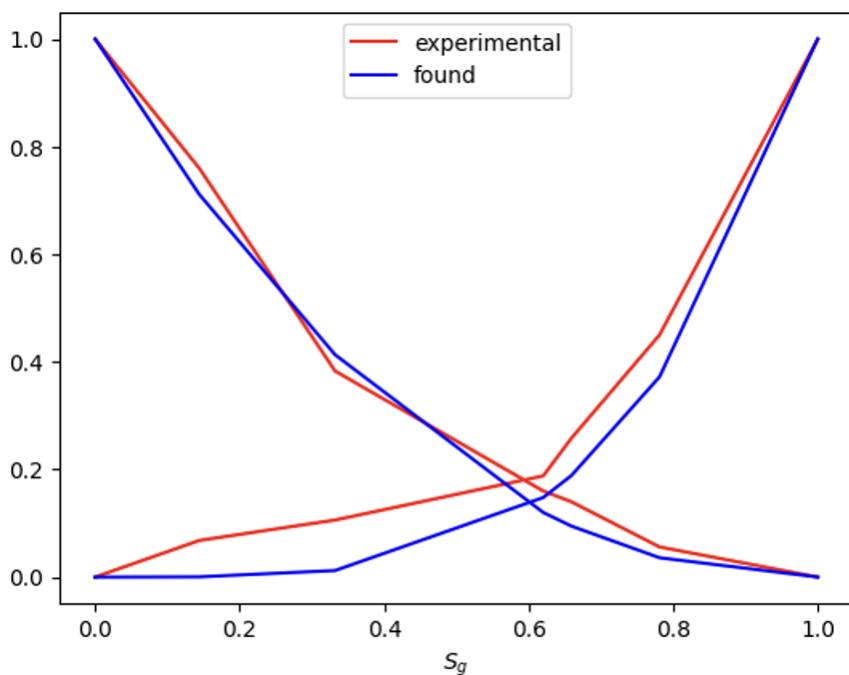


Рисунок 4.11 – Сравнение относительных фазовых проницаемостей

При детальном анализе и сравнении оригинальных фазовых проницаемостей (ОФП) для нефти и газа, использование текущей математической модели показывает различную степень соответствия с экспериментальными данными. На представленном графике чётко видны кривые, описывающие зависимость фазовых проницаемостей от насыщенности газом S_g .

Кривая, обозначенная как «experimental», демонстрирует экспериментальные данные по фазовой проницаемости для нефти, которая показывает плавное уменьшение проницаемости с увеличением насыщенности газом. В тоже время, кривая «found», которая отражает найденные значения проницаемости по модели, показывает, что для нефти модель достаточно хорошо совпадает с экспериментальными данными в большинстве диапазона S_g , за исключением начальных и конечных точек, где наблюдаются некоторые отклонения.

Однако, для газа картина иная. Форма кривой «found» значительно отличается от «experimental», особенно в средней части графика, где модель предсказывает более низкую проницаемость по сравнению с экспериментальными данными. Возможно, одной из причин является слабый учет сжимаемости газа в модели.

4.7 Недостатки подхода

В процессе анализа и сравнения капиллярных кривых и относительных фазовых проницаемостей (ОФП) в исследовании выявлены определённые недостатки существующего подхода, которые необходимо учесть для дальнейшего улучшения результатов.

Основным недостатком является необходимость проведения дополнительных экспериментов для более точной верификации и калибровки модели. Научные исследования показывают, что вид функции капиллярного давления и кривых ОФП может существенно различаться в зависимости от характеристик породы, условий эксплуатации и физико-химических свойств флюидов. Например, существуют разные модели для оценки ОФП: LET-модель предлагает дополнительные эмпирические параметры в модель Брукса-Кори [36].

$$k_{row} = k_{ro}^x \frac{(1 - S_{wn})^{L_o^w}}{(1 - S_{wn})^{L_o^w} + E_o^w S_{wn}^{T_o^w}} \quad (4.12)$$

$$k_{rw} = k_{rw}^x \frac{(1 - S_{wn})^{L_w^o}}{(1 - S_{wn})^{L_w^o} + E_w^o S_{wn}^{T_w^o}} \quad (4.13)$$

$$S_{wn} = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \quad (4.14)$$

где параметры L , E , T носят эмпирический смысл.

Аналогичных моделей для ОФП и капиллярной кривой существует достаточно много, все они обладают разной описательной способностью, однако не существует какой-либо универсальной модели для описания всех случаев, что наводит на мысль о смене метода подбора коэффициентов на подбор функций. В этом контексте перспективным направлением является использование подходов, основанных на искусственном интеллекте, таких как нейросеть Колмогорова-Арнольда (KAN). Эта модель нейронной сети способна качественно аппроксимировать непрерывную функцию с требуемой точностью, что делает её хорошим инструментом для подбора функциональной формы по данным.

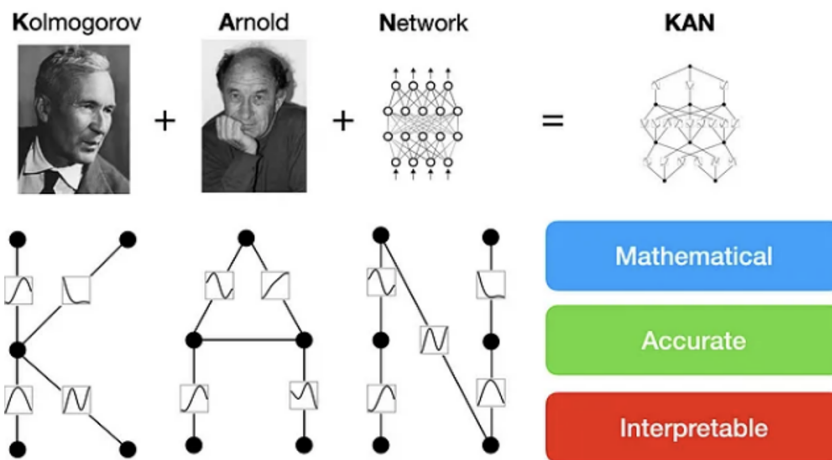


Рисунок 4.12 – Архитектура нейросети Колмогорова-Арнольда [37]

Применение нейросети Колмогорова-Арнольда (рис. 4.12) позволяет

определять структурный вид функций, что критически важно при анализе сложных многофазных систем, таких как газ-нефть. Внедрение таких технологий может существенно повысить точность предсказательных моделей и обеспечить более глубокое понимание процессов, происходящих в пористых средах.

Таким образом, для повышения эффективности исследований и улучшения точности моделей необходимо рассмотреть возможность интеграции современных искусственно-интеллектуальных подходов с традиционными методами анализа данных. Это позволит не только адекватно описывать сложные процессы в пористых средах, но и адаптироваться к меняющимся условиям эксплуатации и новым вызовам научно-исследовательской деятельности.

Заключение

В ходе данной работы были тщательно проанализированы существующие методики лабораторных испытаний керна, направленные на получение оригинальных фазовых проницаемостей (ОФП) и капиллярных кривых. Основное внимание уделено разработке усовершенствованного метода проведения экспериментов, который позволяет значительно сократить время и ресурсы, требуемые для испытаний. Данный метод предполагает проведение лишь нескольких измерений профиля насыщенности, что обосновано проведённым анализом критериев достоверности результатов.

Для реализации и тестирования нового подхода был разработан специализированный программный код на языке Python, который позволяет автоматизировать процесс обработки данных и вычисления необходимых параметров. В рамках исследования было реализовано два основных пайплайна для решения задачи: первый основан на использовании уравнения Бакли-Леверетта в сочетании с методом градиентного спуска, а второй включает улучшенную модель с применением алгоритма BFGS — метода оптимизации, который является одним из наиболее эффективных для решения задач, требующих нахождения минимума функции без ограничений.

Дополнительным значимым преимуществом предложенного метода является его экономическая эффективность. Реализация нового подхода позволяет значительно сократить время, необходимое для проведения лабораторных испытаний, а также уменьшить затраты, связанные с анализом и обработкой данных. Эти аспекты особенно важны в условиях современной экономики, где скорость получения результатов и оптимизация расходов играют решающую роль в управлении проектами. Сокращение времени испытаний обеспечивается за счёт использования метода, требующего меньшего количества измерений для получения достоверных результатов, что напрямую влия-

яет на продолжительность экспериментального цикла.

Несмотря на достигнутые результаты, были выявлены некоторые недостатки предложенного подхода, включая необходимость дополнительной калибровки модели и адаптации алгоритма под другие типы многофазных систем.

Для дальнейшего улучшения алгоритма и расширения его применимости предлагается провести серию дополнительных экспериментов, а также интегрировать новейшие достижения в области искусственного интеллекта и машинного обучения в дополнение к традиционным численным методам. Эти шаги позволят повысить точность и универсальность метода, а также обеспечить более широкую его адаптацию для комплексного анализа многофазных потоков в пористых средах, что будет способствовать углублению научных исследований и оптимизации процессов добычи.

Список использованных источников

1. *Jahn F., Cook M., Graham M.* The field life cycle // *Developments in Petroleum Science*. — 2008. — Т. 55. — С. 1—7.
2. *McPhee C., Reed J., Zubizarreta I.* Core analysis: a best practice guide. — Elsevier, 2015.
3. *Monicard R.* Properties of reservoir rocks: core analysis: Houston // *Gulf Pub, Co.* — 1980. — С. 34.
4. *Mitchell J., Fordham E. J.* Contributed review: Nuclear magnetic resonance core analysis at 0.3 T // *Review of Scientific Instruments*. — 2014. — Т. 85, № 11.
5. Improved petrophysical core measurements on tight shale reservoirs using retort and crushed samples / D. A. Handwerger, R. Suarez-Rivera, K. Vaughn, J. Keller // *SPE Annual Technical Conference and Exhibition?* — SPE. 2011. — SPE—147456.
6. *Dake L. P.* Fundamentals of reservoir engineering. — Elsevier, 1983.
7. Relative Permeability Measurements: An Inter-Laboratory Comparison. All Days. — 10.1994. — SPE-28826—MS. — (SPE Europec featured at EAGE Conference and Exhibition). — DOI: [10.2118/28826-MS](https://doi.org/10.2118/28826-MS).
8. *Harrison B.* Technology Focus: Formation Evaluation (August 2009) // *Journal of Petroleum Technology*. — 2009. — Т. 61, № 08. — С. 34—34.
9. *Amabeoku M. O., Nakagawa F., BinNasser R. H.* Quality control/quality assurance assessments of core analysis data from multiple commercial laboratories // *SPWLA Annual Logging Symposium*. — SPWLA. 2011. — SPWLA—2011.

10. *McPhee C., Arthur K.* Relative permeability measurements: an inter-laboratory comparison // SPE Europec featured at EAGE Conference and Exhibition? — SPE. 1994. — SPE—28826.
11. Core Cleaning for Wettability Restoration-How Clean is Clean? / H. Al Qatari, S. M. Ma, A. Hafez, T. Okashah // SPWLA Annual Logging Symposium. — SPWLA. 2024. — D031S002R005.
12. *Tavakoli V., Tavakoli V.* Core analysis: an introduction // Geological Core Analysis: Application to Reservoir Characterization. — 2018. — C. 1—13.
13. *Klinkenberge L.* The permeability of porous media to liquids and gases // Drilling and production practice. — 1941. — C. 200—213.
14. *Kazak E. S., Kazak A. V.* A novel laboratory method for reliable water content determination of shale reservoir rocks // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2019. — T. 183. — C. 106301.
15. *Hensel W.* An improved summation-of-fluids porosity technique // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1982. — T. 22, № 02. — C. 193—201.
16. New and rapid analytical procedure for water content determination: microwave accelerated Dean–Stark / S. Veillet, V. Tomao, F. Visinoni, F. Chemat // Analytica chimica acta. — 2009. — T. 632, № 2. — C. 203—207.
17. *Arora K.* Soil mechanics and foundation engineering: In si units. — Standard Publishers Distributors, 2000.
18. *Baptist O. C., Sweeney S.* The effect of clays on the permeability of reservoir sands to waters of different saline contents // Clays and Clay Minerals. — 1954. — T. 3. — C. 505—515.

19. *Ramstad T., Øren P.-E., Bakke S.* Simulation of two-phase flow in reservoir rocks using a lattice Boltzmann method // *Spe Journal*. — 2010. — T. 15, № 04. — C. 917—927.
20. *Tanikawa W., Shimamoto T.* Klinkenberg effect for gas permeability and its comparison to water permeability for porous sedimentary rocks // *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*. — 2006. — T. 3, № 4. — C. 1315—1338.
21. Three-phase relative permeability / A. T. Corey, C. Rathjens, J. Henderson, M. Wyllie // *Journal of Petroleum Technology*. — 1956. — T. 8, № 11. — C. 63—65.
22. *Ibrahim M. M., Koederitz L.* Two-phase relative permeability prediction using a linear regression model // *SPE eastern regional meeting*. — SPE. 2000. — SPE—65631.
23. *Honarpour M. M.* Relative permeability of petroleum reservoirs. — CRC press, 2018.
24. *Jones S., Roszelle W.* Graphical techniques for determining relative permeability from displacement experiments // *Journal of Petroleum Technology*. — 1978. — T. 30, № 05. — C. 807—817.
25. *Buckley S. E., Leverett M.* Mechanism of fluid displacement in sands // *Transactions of the AIME*. — 1942. — T. 146, № 01. — C. 107—116.
26. *Welge H. J.* A simplified method for computing oil recovery by gas or water drive // *Journal of Petroleum Technology*. — 1952. — T. 4, № 04. — C. 91—98.

27. *Johnson E., Bossler D., Bossler V. N.* Calculation of relative permeability from displacement experiments // Transactions of the AIME. — 1959. — T. 216, № 01. — C. 370—372.
28. *Trangenstein J. A.* Numerical Solution of Hyperbolic Partial Differential Equations //. — 2009.
29. *Hunter J. D.* Matplotlib: A 2D graphics environment // Computing in science & engineering. — 2007. — T. 9, № 03. — C. 90—95.
30. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python / P. Virtanen [и др.] // Nature methods. — 2020. — T. 17, № 3. — C. 261—272.
31. Array programming with NumPy / C. R. Harris [и др.] // Nature. — 2020. — T. 585, № 7825. — C. 357—362.
32. *Fletcher R.* Practical methods of optimization. — John Wiley & Sons, 2000.
33. *Dennis Jr J. E., Schnabel R. B.* Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. — SIAM, 1996.
34. *Wolfe P.* Convergence conditions for ascent methods // SIAM review. — 1969. — T. 11, № 2. — C. 226—235.
35. *Wolfe P.* Convergence conditions for ascent methods. II: Some corrections // SIAM review. — 1971. — T. 13, № 2. — C. 185—188.
36. *Lomeland F., Ebeltoft E., Thomas W. H.* A new versatile relative permeability correlation // International symposium of the society of core analysts, Toronto, Canada. T. 112. — 2005.
37. Kan: Kolmogorov-arnold networks / Z. Liu [и др.] // arXiv preprint arXiv:2404.19756. — 2024.