

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт вычислительной математики

Математическое моделирование Земной системы

Монография

Под редакцией Н.Г. Яковлева



МОСКВА — 2016

УДК 519.6+519.8+551.3+551.5+551.465+574.4+574.5

ББК 22.18:26.3:26.23:26.221:28.080.3:28.082

М33

Под редакцией
д.ф.-м.н., в.н.с. *Н.Г. Яковлева*
(Институт вычислительной математики РАН, Москва)

Коллектив авторов:

*Володин Е.М., Галин В.Я., Грицун А.С., Гусев А.В., Дианский Н.А.,
Дымников В.П., Ибраев Р.А., Калмыков В.В., Кострыкин С.В., Кулямин Д.В.,
Лыкосов В.Н., Мортиков Е.В., Рыбак О.О., Толстых М.А., Фадеев Р.Ю.,
Чернов И.А., Шашкин В.В., Яковлев Н.Г.*

Математическое моделирование Земной системы / Володин Е.М.,
М33 Галин В.Я., Грицун А.С. и др. Под ред. Яковлева Н.Г. — М.: МАКС
Пресс, 2016. — 328 с.
ISBN 978-5-317-05435-9

Цель авторов данной коллективной монографии заключалась в представлении некоторых результатов работы, проводимой в Институте вычислительной математики РАН, по созданию численной модели земной системы, отвечающей современным требованиям и находящейся на переднем крае мировой научно-технологической деятельности в этом направлении. Эта модель используется как для прогноза будущих изменений климата, так и для исследования последствий этих изменений для экосистем суши и моря, газового состава атмосферы, земной электрической цепи и т.п.

Читателю предоставлена возможность ознакомиться с основами численных моделей климата, позволяющих находить с помощью средств вычислительной математики решение систем полных трехмерных уравнений гидротермодинамики атмосферы и океана с учетом всего разнообразия энергетически значимых процессов, а также с постановками и методами решения задач, связанных с эволюцией компонент биогеохимической составляющей Земной системы.

Книга предназначена для широкого круга метеорологов, океанологов, климатологов, географов и вычислительных математиков, а также студентов и аспирантов перечисленных выше специальностей.

Ключевые слова: климат, численная модель, земная система, атмосфера, океан, криосфера, биогеохимия, Институт вычислительной математики РАН, CMIP, IPCC.

УДК 519.6+519.8+551.3+551.5+551.465+574.4+574.5

ББК 22.18:26.3:26.23:26.221:28.080.3:28.082

Работа выполнена
в Институте вычислительной математики РАН
при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 14-27-00126)

ISBN 978-5-317-05435-9

© Коллектив авторов, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----|
| Введение | 4 |
| Базовая модель Земной системы | |
| Динамика атмосферы | |
| <i>Володин Е.М.</i> Базовая модель динамики атмосферы | 13 |
| <i>Кулямин Д.В., Дымников В.П.</i> Модель общей циркуляции атмосферы с гибридной вертикальной координатой | 20 |
| <i>Кулямин Д.В., Дымников В.П.</i> Совместная модель циркуляции нейтральной атмосферы и D слоя ионосферы | 45 |
| <i>Кулямин Д.В., Дымников В.П., Галин В.Я.</i> Модель общей циркуляции термосферы | 65 |
| Параметризации процессов подсеточного масштаба в атмосфере | |
| <i>Володин Е.М.</i> Облака и конденсация | 85 |
| <i>Галин В.Я.</i> Вычисление потоков радиации в атмосфере | 91 |
| <i>Володин Е.М., Кострыкин С.В.</i> Аэрозоли | 110 |
| <i>Лыкосов В.Н.</i> Взаимодействие атмосферы и подстилающей поверхности | 125 |
| Модель Мирового океана | |
| <i>Гусев А.В., Дианский Н.А., Володин Е.М.</i> Модель Мирового океана | 151 |
| Биогеохимические процессы | |
| <i>Володин Е.М.</i> Цикл метана | 172 |
| <i>Володин Е.М.</i> Цикл углерода | 182 |
| <i>Чернов И.А., Яковлев Н.Г.</i> Биохимия океана | 205 |
| Модели компонент криосферы | |
| <i>Рыбак О.О.</i> Материковые ледниковые щиты | 213 |
| <i>Яковлев Н.Г., Гусев А.В.</i> Морской лед | 238 |
| Особенности программной реализации моделей Земной системы | |
| <i>Мортиков Е.В.</i> Особенности реализации параллельной версии модели ИВМ РАН (базовая версия) | 256 |
| Воспроизведение современного климата с помощью модели климатической системы INMCM5 | |
| <i>Володин Е.М., Мортиков Е.В., Кострыкин С.В., Галин В.Я., Лыкосов В.Н., Грицун А.С., Дианский Н.А., Гусев А.В., Яковлев Н.Г.</i> Воспроизведение современного климата с помощью модели климатической системы INMCM5 | 263 |
| Модули перспективной модели климата | |
| <i>Толстых М.А., Фадеев Р.Ю., Шашкин В.В.</i> Полулагранжева модель динамики атмосферы | 279 |
| <i>Калмыков В.В., Ибраев Р.А.</i> Параллельный программный комплекс совместного моделирования для модели Земной системы высокого пространственного разрешения | 309 |
| Заключение | 320 |
| Список сокращений | 324 |
| Сведения об авторах | 325 |

ВВЕДЕНИЕ

В представленной монографии рассматриваются особенности современного подхода мирового научного сообщества к проблемам исследования земного климата и прогнозирования его изменений. Как известно, в настоящее время центральной проблемой климатических исследований является предсказание изменений климата, вызванных антропогенной деятельностью. Для ее решения Всемирной метеорологической организацией (ВМО, 1975) в рамках Программы ООН по окружающей среде в 1988 году создана Межправительственная группа экспертов по изменению климата (МГЭИК/ИРСС), активность которой базируется на тесном взаимодействии ведущих экспертов из научных институтов и центров, решающих задачи прогноза погоды, а также из политических организаций. Основной задачей группы является предоставление мировому сообществу ясного научного мнения о текущем состоянии знаний об изменении климата и его потенциальных экологических и социально-экономических последствиях. Результаты активности МГЭИК лежат в основе планирования деятельности человечества в изменяющихся климатических условиях, в том числе, по компенсации нежелательных природных эффектов.

Согласно определению Всемирной метеорологической организации, климатическую систему планеты Земля образуют взаимодействующие между собой атмосфера, Мировой океан, суша, криосфера и биота. В основу настоящей монографии положен тезис о том, что общепризнанным базовым методом решения современных фундаментальных и прикладных геофизических задач, связанных с междисциплинарным описанием глобальных процессов в окружающей среде, является математическое моделирование. Это обусловлено тем, что с научной точки зрения проблема исследования климатических процессов не может быть решена традиционными методами, многократно опробованными в естественных науках – лабораторными экспериментами, поскольку климатическая система как физический объект обладает рядом специфических особенностей.

История создания моделей климатической системы восходит к классической работе Нормана Филлипса (Phillips, 1956). В настоящее время такие модели развиваются во многих научно-исследовательских центрах по изучению погоды и климата. Список климатических моделей, приведенный в главе 9 пятого Оценочного доклада Межправительственной группы экспертов по изменению климата (Flato et al., 2013), содержит 39 наимено-

ваний вместе со ссылками на научно-исследовательские организации (общим числом 21), в которых эти модели разрабатывались, и на 13 государств, где эти научные учреждения расположены. Традиционно климатическая модель описывает взаимодействие атмосферы и океана и включает в себя две основные составляющие (два «блока»): модель общей циркуляции атмосферы и модель общей циркуляции океана (с морским льдом). Кроме этого, модель может включать множество других блоков, описывающих различные процессы, влияющие на климат. К ним относятся, например, блок углеродного цикла (расчет содержания углерода в атмосфере, океане, почве и растительности), блок химии атмосферы, аэрозольный блок, модели динамической растительности, ледниковых щитов, электрических явлений и некоторые другие.

В СССР климатическое моделирование началось в 1973 году с поручения Отделения океанологии, физики атмосферы и географии АН СССР приступить в Вычислительном центре СО АН СССР к разработке под руководством Г.И. Марчука совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана. Эта модель должна была стать основой для дальнейшего развития моделей климата Земли. Это поручение было выполнено. Результаты проделанной работы опубликованы в книге Г.И. Марчука, В.П. Дымникова, В.Б. Залесного, В.Н. Лыкосова и В.Я. Галина (Марчук и др., 1984) – первой в мире монографии, в которой была дана детальная постановка задачи совместного моделирования динамики атмосферы и океана и описаны методы ее решения. Дальнейшее развитие этого направления происходило в Отделе вычислительной математики АН СССР, который впоследствии стал Институтом вычислительной математики (ИВМ) РАН. Важным аспектом всей работы было и остается то, что она является частью крупных международных научных программ, отражающих принципиальную важность климатических проблем для всего мирового сообщества.

В мировом научном сообществе регулярно проводятся сравнения климатических моделей, состоящие в том, что с моделями проводятся скоординированные численные эксперименты. Программа по сравнению климатических моделей получила название CMIP (Coupled Model Intercomparison Project – проект по сравнению совместных моделей). Стоит отметить, что в данных проектах от Российской Федерации участвует единственная глобальная модель климата, развиваемая в Институте вычислительной математики (ИВМ) РАН.

Последнее на сегодняшний день сравнение, CMIP5, проходило в 2010–2013 годах. Структура численных экспериментов, предложенных для этого сравнения, описана в публикации (Taylor и др., 2012). Все численные экспе-

рименты подразделялись на 2 типа: «длинные» и «короткие». Под «короткими» подразумевались численные эксперименты продолжительностью в 5–10 лет модельного времени (декадные или десятилетние прогнозы), учитывающие реальное начальное состояние как атмосферы, так и океана, а также расчеты в рамках реального сценария изменения внешних по отношению к климатической системе воздействий (антропогенных выбросов или концентраций малых газовых составляющих, вариации солнечного излучения, параметров землепользования и др.).

В «длинных» экспериментах продолжительностью от сотни до нескольких сотен лет традиционно изучалась реакция климата на внешние воздействия. Эти эксперименты подразделялись по приоритету. Самый высокий приоритет имели следующие эксперименты.

1. Преиндустриальный контрольный эксперимент, в котором моделируется климат в предположении, что все внешние воздействия фиксированы на преиндустриальном уровне и соответствуют 1850 году. Продолжительность такого эксперимента должна была составлять не менее 500 лет, чтобы можно было судить о том, насколько климат, полученный в модели, является равновесным, и какова естественная изменчивость в климатической системе.

2. Моделирование изменений климата с 1850 по 2005 годы с заданным временным ходом концентрации малых газовых составляющих и солнечного излучения, соответствующих наблюдавшимся в эти годы.

3. Моделирование возможных изменений климата в 2006–2100 гг. по сценариям RCP8.5 (экстремально теплый) и RCP4.5 (умеренно теплый). Числа в конце сценариев означают величину радиационного форсинга, обусловленного изменением концентрации малых газовых составляющих на 2100 год по сравнению с концом XX века.

4. Моделирование изменений климата при увеличении концентрации углекислого газа CO_2 в атмосфере на 1% в год до ее учетверения (продолжительность – 140 модельных лет). Моделирование изменений климата при мгновенном учетверении концентрации CO_2 и сохранении ее неизменной в течение 150 лет.

5. Моделирование климата 1979–2008 гг. с помощью модели общей циркуляции атмосферы с предписанным наблюдаемым распределением температуры поверхности океана, морских льдов и концентрации малых газовых составляющих.

6. Преиндустриальный контрольный эксперимент и эксперименты по моделированию изменений климата как для условий 1850–2005 гг., так и по сценарию RCP8.5 в 2006–2100 гг. Эксперименты необходимо было про-

вести аналогично пунктам 1–3, но с рассчитываемой, а не заданной концентрацией CO_2 в атмосфере. В этом случае задавался сценарий антропогенной эмиссии CO_2 вследствие сжигания топлива и землепользования, а потоки CO_2 из наземных экосистем и океана рассчитывались моделями. Именно такие модели назывались в протоколе СМIP5 моделями климатической системы Земли, хотя, вообще говоря, четкого определения того, что должна включать такая модель, на настоящий момент не существует.

Кроме перечисленных расчетов, участники СМIP могли проводить и другие эксперименты, чей приоритет, однако, был ниже. Количество предложенных экспериментов составляло несколько десятков. Это были, например, эксперименты, направленные на: исследование вклада отдельных воздействий в изменение климата XX века (за счет изменения концентрации парниковых газов, аэрозолей, а также вариаций естественных факторов); моделирование климата прошлых эпох; моделирование изменений климата, связанных с различными геоинженерными воздействиями, компенсирующими глобальное потепление.

Согласно работе (Flato и др., 2013), все климатические модели, использованные в СМIP5, включали в себя следующие модели: общей циркуляции атмосферы, общей циркуляции океана, поверхности суши и морского льда. Почти все модели (33 из 39) имели аэрозольный блок. Примерно в половине из моделей интерактивно вычислялись компоненты углеродного цикла, а интерактивная динамика атмосферных химических процессов рассчитывалась лишь в 11 моделях. Характерное разрешение составляло 1–3 градуса по долготе и широте в атмосферном блоке и 0.5–2 градуса в океане. В цитированной выше работе представлена оценка качества современных климатических моделей, полученная по нескольким десяткам параметров, в основном, характеризующих термодинамику атмосферы и океана. Всего же различными научными группами качество моделей анализируется по многим сотням различных показателей, принадлежащих порой различным научным областям.

До сих пор мировым научным сообществом поощряется развитие новых независимых климатических моделей, поскольку непосредственно проверить многие прогнозы изменений климата, в отличие от прогнозов погоды, в ближайшее время затруднительно или не представляется возможным. В связи с этим возникает вопрос о том, насколько представленные в проекте СМIP5 модели независимы. Ведь нередко в нескольких моделях использован один и тот же блок динамики атмосферы или динамики океана, или же в этих блоках сделаны лишь небольшие модификации. В работе (Knutti и др., 2013) показано, что такие модели обычно имеют весьма похожие результаты как при воспроизведении современного климата, так и при оценке ожидаемых в

ближайшее столетие его изменений. Показано также, что многие модели климата, участвовавшие в СМIP5, основаны на несколько улучшенных версиях моделей, участвовавших в СМIP3. При этом в работе подтверждается тот факт, что климатическая модель Института вычислительной математики РАН не похожа на любую из других современных моделей климата, что и обуславливает ее ценность для мировой науки.

Структура следующей фазы сравнения климатических моделей, СМIP6, несколько отличается от того, как были устроены предыдущие. Планируется, что на этом этапе проект будет состоять из обязательной части и подпроектов. Если какой-либо климатический центр собирается участвовать со своей моделью в каком-либо подпроекте, то он должен предварительно провести с ней следующие расчеты.

1. Преиндустриальный контрольный эксперимент продолжительностью не менее 500 лет модельного времени.

2. Моделирование изменений климата в 1850–2015 гг. с заданными концентрациями малых газовых составляющих.

3. Моделирование изменений климата вследствие увеличения концентрации CO_2 от преиндустриального значения со скоростью 1% в год в течение 140 лет (до учетверения первоначальной концентрации).

4. Моделирование изменений климата вследствие мгновенного учета начальной величины концентрации CO_2 и поддержания ее на этом уровне в течение 150 лет.

5. Моделирование климата и его изменений в 1979–2015 гг. с помощью атмосферного блока климатической модели с предписанной температурой поверхности океана и концентрацией морских льдов, а также предписанного по измерениям изменения состава атмосферы.

Каких-либо обязательных требований к климатическим моделям (пространственное разрешение, наличие тех или иных блоков, степень сложности описания тех или иных процессов) не выдвигается. Однако, по мнению разработчиков климатических моделей (<http://www.wcrp-climate.org/modelling-wgcm-meetings/64-unifying-themes/modelling-wgcm/modelling-wgcm-sessions/371-wgcm18>), в большинстве ведущих климатических центров будут использоваться либо модели с горизонтальным разрешением в атмосфере примерно 1 градус, либо две версии – с разрешением в диапазоне 0.5–1 и около 2 градусов; в океане разрешение составит, в основном, также около 1 градуса, также будут использоваться две версии модели – с разрешением около 1 и в диапазоне 0.25–0.5 градуса.

После проведения серии обязательных экспериментов модель может участвовать в любых подпроектах. Список подпроектов можно найти по адресу: http://www.wcrp-climate.org/images/modelling/WGCM/CMIP/CMIP6-EndorseMIPs_Summary_150819_Sent.

Ниже приведены лишь названия подпроектов и дана их очень краткая характеристика.

1. **AerChemMIP (Aerosols and Chemistry Model Intercomparison Project)**. Проект посвящен исследованию обратных связей в системе климат-химия атмосферы. Подразумевает наличие химического и аэрозольного блоков.

2. **C4MIP (Coupled Climate Carbon Cycle Model Intercomparison Project)**. В проекте рассматриваются модельные расчеты, в которых концентрация CO_2 вычисляется по предписанным антропогенным выбросам вследствие сжигания топлива и землепользования. Рассматриваются обратные связи между климатом и углеродным циклом.

3. **CFMIP (Cloud Feedback Model Intercomparison Project)**. Проект посвящен исследованию обратных связей между изменениями климата и вариациями облачности, которая, как известно, вносит основной вклад в неопределенность величины равновесного глобального потепления при заданном внешнем воздействии, например, при удвоении концентрации CO_2 в атмосфере.

4. **Detection and Attribution Model Intercomparison Project**. В проекте рассматривается вклад различных воздействий в наблюдавшиеся в последние 100–200 лет изменения климата. К ним относятся изменения концентрации парниковых газов и содержания естественных и антропогенных аэрозолей и их предшественников, вариации приходящего солнечного излучения, землепользование и др.

5. **DCPP (Decadal Climate Intercomparison Project)**. Проект направлен на исследование возможности предсказания изменения климата на ближайшие 10 лет, учитывая не только изменения внешних воздействий, но и начальное состояние климатической системы, прежде всего, океана.

6. **FAFMIP (Flux Anomaly Forced Model Intercomparison Project)**. В проекте предполагается исследовать роль изменений плотности и динамики океана в будущих изменениях уровня океана.

7. **GeoMIP (Geoengineering Model Intercomparison Project)**. Проект посвящен моделированию различных геоинженерных воздействий с целью смягчения глобального потепления: внесению в стратосферу серосодержащих веществ, распылению в воздухе морской воды, изменению свойств облачности различных ярусов и т.п.

8. **GMMIP (Global Monsoon Model Intercomparison Project)**. Предполагается исследование различных механизмов, ответственных за межгодовую изменчивость муссонов, прежде всего, летнего азиатского муссона.

9. **HighResMIP (High Resolution Model Intercomparison Project)**. Исследуется роль увеличения пространственного разрешения в моделировании изменений климата. Проект предполагает проведение численных экспериментов продолжительностью порядка 100 лет модельного времени с моделью общей циркуляции атмосферы горизонтального разрешения в 30–40 км.

10. **ISMIP6 (Ice Sheet Model Intercomparison Project for CMIP6)**. Проект предполагает моделирование поведения гренландского и антарктического ледяных щитов в ближайшие столетия в двух режимах: автономном и интерактивном (совместно с климатической моделью).

11. **LS3MIP (Land, Surface, Snow and Soil moisture Model Intercomparison Project)**. Численные эксперименты с блоком поверхности суши, снежного покрова и почвы как в автономном режиме, так и совместно с моделью климата. Проект направлен на уточнение обратных связей между состоянием поверхности суши и изменениями климата.

12. **LUMIP (Land Use Model Intercomparison Project)**. В рамках проекта будут проведены эксперименты по влиянию на изменения климата различных аспектов землепользования: изменения альбедо, эвапотранспирации, шероховатости поверхности, влияния на биогеохимические циклы.

13. **OMIP (Ocean Model Intercomparison Project)**. Предполагаются эксперименты с океанским блоком климатической модели для выяснения качества модели океана и его роли в динамике совместной системы.

14. **PMIP (Paleoclimate Model Intercomparison Project)**. Моделирование климата различных эпох прошлого: 6 тыс. лет назад (оптимум голоцена), 21 тыс. лет назад (максимум последнего оледенения), 127 тыс. лет назад (максимум межледниковья), 3.2 млн. лет назад (плиоцен, климат намного теплее современного), а также моделирование изменений климата в последнее тысячелетие.

15. **Radiative Forcing Model Intercomparison Project**. Предполагает исследование радиационного форсинга различных веществ в различных спектральных интервалах.

16. **ScenarioMIP (Scenario Model Intercomparison Project)**. В проекте будут промоделированы изменения климата в 2015–2300 гг. согласно различным сценариям воздействий на климатическую систему.

17. **VolMIP (Volcanic forcing Model Intercomparison Project)**. Проект посвящен исследованию изменений климата вследствие извержений вулканов, выбрасывающих в стратосферу большой объем различных веществ.

18. **CORDEX (Coordinated Regional Climate Downscaling Experiment)**. Предполагает сохранение прогностических переменных модели атмосферы каждые 6 часов для использования в качестве граничных условий в региональных моделях. Позволит получить региональную детализацию ожидаемых изменений климата.

19. **DynVar (Dynamics and Variability of the troposphere – stratosphere system)**. Проект направлен на исследование по данным моделирования современного и будущего климата особенностей динамики атмосферы, прежде всего, взаимодействия стратосферы и тропосферы, и не предполагает проведения дополнительных экспериментов.

20. **SIMIP (Sea Ice Model Intercomparison Project)**. Проект посвящен диагностике эволюции морского льда в климатических моделях и не предполагает проведения дополнительных экспериментов.

21. **VIASC AB (VIASC Advisory Board for CMIP6)**. Направлен на исследования по выявлению наиболее чувствительных к изменению климата областей человеческой деятельности и выработке адаптационных мер к этим изменениям. Проект не предполагает проведения дополнительных экспериментов.

Считается, что выполнение предложенной программы приведет к достижению нового уровня в понимании механизмов формирования и изменения климата.

Рассмотренный выше подход, основанный на том, что глобальные климатические модели создаются «параллельно» в различных странах и различными научными группами, оказался востребованным не только для контроля «воспроизводимости» получаемых с их помощью результатов. Он необходим и в силу того, что обработка данных численных экспериментов по воспроизведению современного климата в рамках международных проектов показала любопытную закономерность. Выяснилось, что основные климатические характеристики, полученные с помощью различных моделей и затем усредненные по всему их набору, оказываются ближе к реально наблюдаемым, чем характеристики, полученные с помощью отдельных, даже лучших, моделей. В настоящее время наблюдается естественный переход от моделей климата, целью которых является воспроизведение и прогноз чисто термогидродинамических характеристик, к моделям Земной системы. Термин «Земная система» расширяет понятие «климатическая система» как введением в рассмотрение дополнительных геосфер (литосфера, гелиосфера и др.), так и за счет описания более широкого круга физических, химических, биологических взаимодействий. Такого рода модели позволяют решать целый класс новых задач, связанных, например, с проблемой деградации придонного слоя мета-

ногидратов в Арктике (Archer, 2007), солнечно-земными связями, космической погодой и др.

Данная коллективная монография посвящена рассмотрению современного состояния модели Земной системы, разработанной в Институте вычислительной математики РАН.

Литература

Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б., Лыкосов В.Н., Галин В.Я. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана. 1984. Л.: Гидрометиздат. 320 с.

Archer D. Methane hydrate stability and anthropogenic climate change. *Biogeosciences*. 2007. V. 4. P. 521–544.

Flato G.M. Earth system models: an overview. *WIREs Clim Change*. 2011. V. 2. P. 783–800. doi:10.1002/wcc.148.

Flato G., Marotzke J., Abiodun B., Braconnot P., Chou S.C., Collins W., Cox P., Driouech F., Emori S., Eyring V., Forest C., Gleckler P., Guilyardi E., Jakob C., Kattsov V., Reason C., Rummukainen M. Evaluation of Climate Models. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex and P.M. Midgley (eds.)]. 2013. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.

Heavens N.G., Ward D.S., Natalie M.M. Studying and Projecting Climate Change with Earth System Models. *Nature Education Knowledge*. 2013. 4(5):4.

Knutti R., Masson D., Gettelman A. Climate model genealogy: Generation CMIP5 and how we got there. *Geophys. Res. Lett.* 2013, V. 40, P. 1194–1199, doi:10.1002/grl.50256.

Phillips N.A. The general circulation of the atmosphere: A numerical experiment. *Q.J.R. Meteorol. Soc.* 1956. V. 82. P. 123–164. doi:10.1002/qj.49708235202.

Taylor K.E, Stouffer R.J., Meehl G.A. An overview of CMIP5 and the experimental design. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2012. V. 93, P. 485–498, doi:10.1175/BAMS-D-11-00094.1.

WMO: World Meteorological Organization. *The Physical Basis of Climate and Climate Modelling*. GARP Publications. 1975. Series No. 16. WMO, Geneva. (Физические основы теории климата и его моделирования/Перевод под ред. А.С. Мониной. Л.: Гидрометеиздат, 1977).

Базовая модель Земной системы

Динамика атмосферы

Базовая модель динамики атмосферы

Е.М. Володин

1. Уравнения и граничные условия

В модели общей циркуляции атмосферы решается система нелинейных уравнений гидротермодинамики атмосферы, записанная в сферической системе координат в приближении гидростатики. В качестве вертикальной координаты используется сигма. Уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right) &= F_u, \\ \frac{dv}{dt} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} &= F_v, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} &= - \frac{RT}{\sigma}, \\ \frac{dT}{dt} - \frac{RT}{\pi C_p} \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \frac{\pi \dot{\sigma}}{\sigma} \right) &= F_T + \varepsilon, \\ \frac{dq}{dt} &= F_q - (C - E), \\ \frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \pi u}{\partial \lambda} + \frac{\partial \pi v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \pi \dot{\sigma}}{\partial \sigma} &= 0,\end{aligned}$$

$$\text{где } \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \dot{\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}.$$

Здесь λ – долгота, φ – широта, a – радиус Земли, $\sigma = p/\pi$ – вертикальная координата, p – давление, π – его значение на поверхности Земли, t – время, T – абсолютная температура, u , v – зональная и меридиональная составляющие скорости ветра, q – удельная влажность, f – параметр Кориолиса, Φ – геопотенциал, R – газовая постоянная воздуха, C_p – его теплоемкость при постоянном давлении, F_u , F_v , F_T , F_q – физические тенденции изменения импульса, температуры и влаги, C и E – члены, описывающие процессы кон-

денсации и испарения влаги. В качестве краевых условий для динамического оператора ставятся условия периодичности по долготе, а также условие ограниченности решения на полюсах. По вертикали ставятся следующие краевые условия:

$$\dot{\sigma} = 0 \text{ при } \sigma = 0, \sigma = 1;$$

$$\Phi = g Z_S \text{ при } \sigma = 1,$$

где g – ускорение силы тяжести, Z_S – высота поверхности над уровнем моря.

Первые два уравнения движения выражают баланс импульса, третье уравнение записано в приближении гидростатики, четвертое представляет собой уравнение притока тепла (первое начало термодинамики), а последнее – уравнение неразрывности (или закон сохранения массы).

2. Пространственная аппроксимация

Для построения разностных уравнений используется С-сетка (по классификации Аракавы), скалярные переменные определены в полуцелых узлах по долготе и широте, а компоненты скорости сдвинуты на пол-узла по отношению к скалярным переменным в соответствующем направлении. Пусть $nlev$, $nlat$, $nlon$ – число узлов по вертикали, вдоль широты и долготы. Введем обозначения:

$$m_{j+1/2} = a \cos \varphi_{j+1/2} \Delta \lambda,$$

$$m' = a \Delta \varphi,$$

$$m_j = (m_{j+1/2} + m_{j-1/2}) / 2,$$

$$u_{i,j+1/2,k+1/2}^* = (\pi u)_{i,j+1/2,k+1/2} m',$$

$$v_{i+1/2,j,k+1/2}^* = (\pi v)_{i+1/2,j,k+1/2} m_j,$$

$$\Pi_{i+1/2,j+1/2} = m_{j+1/2} m' \pi_{i+1/2,j+1/2},$$

$$D_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} = u_{i+1,j+1/2,k+1/2}^* - u_{i,j+1/2,k+1/2}^* +$$

$$+ v_{i+1/2,j+1,k+1/2}^* - v_{i+1/2,j,k+1/2}^*.$$

Тогда уравнение для приземного давления примет следующий вид:

$$\frac{\partial \Pi_{i+1/2,j+1/2}}{\partial t} + \sum_{k=1/2}^{nlev-1/2} D_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} \Delta \sigma_{k+1/2} = 0,$$

а вертикальная скорость будет вычисляться из соотношения

$$\begin{aligned} (\pi \dot{\sigma})_{i+1/2,j+1/2,k+1} &= (\sigma_{k+1} \sum_{l=1}^k D_{i+1/2,j+1/2,l+1/2} \Delta \sigma_{l+1/2} - \\ &- \sum_{l=1}^{nlev-1} D_{i+1/2,j+1/2,l+1/2} \Delta \sigma_{l+1/2}) / (m_{j+1/2} m') \end{aligned}$$

Горизонтальные составляющие поля скорости u и v рассчитываются из уравнений (если опущен третий индекс, то он предполагается равным k)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} u_{i,j+1/2} m_{j+1/2} m' + \frac{1}{6} [(u_{i,j+1/2} + u_{i+1,j+1/2}) (u_{i+1,j+1/2} - u_{i,j+1/2}) + (u_{i,j+1/2} + u_{i-1,j+1/2}) (u_{i,j+1/2} - u_{i-1,j+1/2})] m' + \\ & + (v_{i-1/2,j} + v_{i+1/2,j}) (u_{i,j+1/2} - u_{i,j-1/2}) m_j + (v_{i-1/2,j+1} + v_{i+1/2,j+1}) (u_{i,j+3/2} - u_{i,j+1/2}) m_{j+1} + \\ & + \frac{1}{12} [(\bar{u}_{i+1/2,j+1} m' + v_{i+1/2,j+1} m_{j+1}) (u_{i+1,j+3/2} - u_{i,j+1/2}) + (\bar{u}_{i-1/2,j} m' + v_{i-1/2,j} m_j) (u_{i,j+1/2} - u_{i-1,j-1/2}) + \\ & + (-\bar{u}_{i-1/2,j+1} m' + v_{i-1/2,j+1} m_{j+1}) (u_{i-1,j+3/2} - u_{i,j+1/2}) + (-\bar{u}_{i+1/2,j} m' + v_{i+1/2,j} m_j) (u_{i,j+1/2} - u_{i+1,j-1/2})] - \\ & - \frac{1}{4} (r_{i+1/2,j+1/2} (v_{i+1/2,j} + v_{i+1/2,j+1}) + r_{i-1/2,j+1/2} (v_{i-1/2,j} + v_{i-1/2,j+1})) + \\ & + \frac{m' m_{j+1/2}}{\bar{\pi}_{i,j+1/2}} ((\bar{\pi}\bar{\sigma})_{i,j+1/2,k+1} (u_{i,j+1/2,k+3/2} - u_{i,j+1/2,k+1/2}) + (\bar{\pi}\bar{\sigma})_{i,j+1/2,k} (u_{i,j+1/2,k+1/2} - u_{i,j+1/2,k-1/2})) / (2\Delta\sigma_{k+1/2}) + \\ & + m' (\Phi_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} - \Phi_{i-1/2,j+1/2,k+1/2}) + m' RT_{i,j+1/2,k+1/2} (\ln \pi_{i+1/2,j+1/2} - \ln \pi_{i-1/2,j+1/2}) = F_u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} v_{i+1/2,j} m_j m' + \frac{1}{6} [(u_{i+1,j-1/2} + u_{i+1,j+1/2}) (v_{i+3/2,j} - v_{i+1/2,j}) + (u_{i,j-1/2} + u_{i,j+1/2}) (v_{i+1/2,j} - v_{i-1/2,j})] m' + \\ & + (v_{i+1/2,j+1} + v_{i+1/2,j}) (v_{i+1/2,j+1} - v_{i+1/2,j}) m_{j+1/2} + (v_{i+1/2,j} + v_{i+1/2,j+1}) (v_{i+1/2,j} - v_{i+1/2,j-1}) m_{j-1/2} + \\ & + \frac{1}{12} [(u_{i+1,j+1/2} m' + \bar{v}_{i+1,j+1/2} m_{j+1/2}) (v_{i+3/2,j+1} - v_{i+1/2,j}) + (u_{i,j-1/2} m' + \bar{v}_{i,j-1/2} m_{j-1/2}) (v_{i+1/2,j} - v_{i-1/2,j-1}) + \\ & + (-u_{i,j+1/2} m' + \bar{v}_{i,j+1/2}) (v_{i-1/2,j+1} - v_{i+1/2,j}) + (-u_{i+1,j-1/2} m' + \bar{v}_{i+1,j-1/2} m_{j-1/2}) (v_{i-1/2,j+1} - v_{i+3/2,j-1}) + \\ & + \frac{1}{4} (r_{i+1/2,j+1/2} (u_{i,j+1/2} + u_{i+1,j+1/2}) + r_{i+1/2,j-1/2} (u_{i,j-1/2} + u_{i+1,j-1/2})) + \\ & + \frac{m' m_j}{\bar{\pi}_{i+1/2,j}} ((\bar{\pi}\bar{\sigma})_{i+1/2,j,k+1} (v_{i+1/2,j,k+3/2} - v_{i+1/2,j,k+1/2}) + (\bar{\pi}\bar{\sigma})_{i+1/2,j,k} (v_{i+1/2,j,k} - v_{i+1/2,j,k-1})) / (2\Delta\sigma_{k+1/2}) + \\ & + m_j (\Phi_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} - \Phi_{i+1/2,j-1/2,k+1/2}) + m_j RT_{i+1/2,j,k+1/2} (\ln \pi_{i+1/2,j+1/2} - \ln \pi_{i+1/2,j-1/2}) = F_v \end{aligned}$$

где i, j, k – индексы по долготе, широте и высоте, а

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i+1/2,j} &= \frac{1}{4} (u_{i,j+1/2} + u_{i+1,j+1/2} + u_{i,j-1/2} + u_{i+1,j-1/2}), \\ \bar{v}_{i,j+1/2} &= \frac{1}{4} (v_{i+1/2,j} + v_{i+1/2,j+1} + v_{i-1/2,j} + v_{i-1/2,j+1}), \\ r_{i+1/2,j+1/2} &= 2\omega \sin \varphi_{j+1/2} m' m_{j+1/2} - \frac{1}{2} (u_{i,j+1/2} + u_{i+1,j+1/2}) (m_{j+1} - m_j), \end{aligned}$$

где ω – угловая скорость вращения Земли. Сетка построена таким образом, что на полюсах определена только переменная v . На полюсах полагается $v_{i,p} \cos \varphi_p = 0$, где p – широтный индекс на полюсе, а при вычислении конечных разностей через полюс величины u, v берутся с противоположным знаком.

Уравнение для влаги имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial m_{j+1/2} m'(\pi q)_{i+1/2, j+1/2}}{\partial t} + (\bar{q} u^*)_{i+1, j+1/2, k+1/2} - \\ & - (\bar{q} u^*)_{i, j+1/2, k+1/2} + (\bar{q} v^*)_{i+1/2, j+1, k+1/2} - \\ & - (\bar{q} v^*)_{i+1/2, j, k+1/2} + m_{j+1/2} m'((\bar{q} \pi \dot{\sigma})_{i+1/2, j+1/2, k+1} - \\ & - (\bar{q} \pi \dot{\sigma})_{i+1/2, j+1/2, k}) / \Delta \sigma_{k+1/2} = 0. \end{aligned}$$

Здесь \bar{q} – среднее по трем направлениям.

Уравнение для температуры имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial m_{j+1/2} m' T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2}}{\partial t} + \frac{0.5}{\pi_{i+1/2, j+1/2}} \cdot \\ & \cdot (u_{i+1, j+1/2, k+1/2}^* (T_{i+3/2, j+1/2, k+1/2} - T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2}) + \\ & + u_{i, j+1/2, k+1/2}^* (T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} - T_{i-1/2, j+1/2, k+1/2}) + \\ & + v_{i+1/2, j+1, k+1/2}^* (T_{i+1/2, j+3/2, k+1/2} - T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2}) + \\ & + v_{i+1/2, j, k+1/2}^* (T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} - T_{i+1/2, j-1/2, k+1/2})) + \\ & + \frac{0.5 m_{j+1/2} m'}{\Delta \sigma_{k+1/2}} (\dot{\sigma}_{i+1/2, j+1/2, k+1} (T_{i+1/2, j+1/2, k+3/2} - T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2}) + \\ & + \dot{\sigma}_{i+1/2, j+1/2, k} (T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} - T_{i+1/2, j+1/2, k-1/2})) - \\ & - \frac{R T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2}}{2 c_p \pi_{i+1/2, j+1/2}} (u_{i, j+1/2, k+1/2}^* (\ln \pi_{i+1/2, j+1/2} - \ln \pi_{i-1/2, j+1/2}) + \\ & + u_{i+1, j+1/2, k+1/2}^* (\ln \pi_{i+3/2, j+1/2} - \ln \pi_{i+1/2, j+1/2}) + \\ & + v_{i+1/2, j, k+1/2}^* (\ln \pi_{i+1/2, j+1/2} - \ln \pi_{i+1/2, j-1/2}) + \\ & + v_{i+1/2, j+1, k+1/2}^* (\ln \pi_{i+1/2, j+3/2} - \ln \pi_{i+1/2, j+1/2})) - \\ & - \frac{0.5}{c_p \pi_{i+1/2, j+1/2} \Delta \sigma_{k+1/2}} ((\Phi_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} - \Phi_{i+1/2, j+1/2, k-1/2}) \cdot \\ & \cdot \sum_{l=1/2}^{k-1/2} D_{i+1/2, j+1/2, l} \Delta \sigma_l + (\Phi_{i+1/2, j+1/2, k+3/2} - \\ & - \Phi_{i+1/2, j+3/2, k+1/2}) \sum_{l=1/2}^{k+1/2} D_{i+1/2, j+1/2, l} \Delta \sigma_l) = F_T \end{aligned}$$

Уравнение гидростатики принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \Phi_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} = \Phi_{i+1/2, j+1/2, k+3/2} + \\ & + \frac{1}{2} R (T_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} + T_{i+1/2, j+1/2, k+3/2}) \ln(\sigma_{k+3/2} / \sigma_{k+1/2}). \end{aligned}$$

3. Аппроксимация по времени

При решении эволюционных уравнений типа

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = F(\Psi)$$

используется схема центральных разностей по времени:

$$\frac{(\Psi^{n+1} - \Psi^{n-1})}{2\Delta t} = F(\Psi^n),$$

где верхний индекс означает номер шага по времени. Кроме того, полуявно рассматриваются слагаемые, ответственные за линейное распространение гравитационных волн. Полуявное описание слагаемых, ответственных за распространение гравитационных волн, позволяет ослабить ограничение на шаг по времени по сравнению с чисто явной схемой в 4–5 раз.

Опишем подробнее использование этой техники. Для этого преобразуем первое уравнение системы (1), записанное в конечных разностях, к виду:

$$\begin{aligned} \delta_t \bar{u}^t + \frac{1}{m} \delta_x ((\Phi^{n+1} + \Phi^{n-1}) / 2 - \Phi^n) + \\ + \delta_x \frac{RT_0}{m} ((\ln \pi^{n+1} - \ln \pi^{n-1}) / 2 - \ln \pi^n) = A_u. \end{aligned}$$

Здесь и далее используются обозначения:

$$\begin{aligned} \delta_t \bar{\varphi}_{i,j}^t &= (\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n) / 2\tau, \\ \delta_u \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j}^{n+1} - 2\varphi_{i,j}^n + \varphi_{i,j}^{n-1}, \\ \delta_x \varphi_{i,j} &= \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}, \\ \delta_x \bar{\varphi}_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}, \\ \delta_y \varphi_{i,j} &= \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}, \\ \delta_y \bar{\varphi}_{i,j} &= \varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}, \\ \Delta_h &= \delta_x \delta_x \delta_y \delta_y, \end{aligned}$$

где A_u – конечно-разностный оператор, описывающий динамическую тенденцию для зональной компоненты скорости, Δ_h – оператор Лапласа. Суть проведенного преобразования в том, что мы выделили слагаемые, непосредственно отвечающие за распространение гравитационных волн, и рассматриваем их полуявно. Уравнения для тенденций прогностических переменных можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_t \bar{u}^t + \frac{1}{m} \delta_x \left(\frac{1}{2} \delta_u P \right) &= A_u, \\ \delta_t \bar{v}^t + \frac{1}{m} \delta_y \left(\frac{1}{2} \delta_u P \right) &= A_v, \end{aligned}$$

$$\delta_i \bar{T}^t + D \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} d \right) = A_T,$$

$$\delta_i \ln \bar{\pi}^t + \nu \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} d \right) = A_\pi.$$

Здесь D – матрица вклада дивергенции для уравнения температуры, ν – вектор с элементами $\Delta \sigma_{k+1/2}$, $d = (\partial_x m'u + \partial_y mv) / m'm$ – дивергенция, $P = \Phi + RT_0 \ln \pi$, $T_0 = const$, A_u , A_v , A_T , A_π – явные динамические тенденции соответствующих переменных. Систему можно свести к одному уравнению. Для этого из первых двух уравнений, дифференцируя первое по x , а второе по y , получаем после их сложения:

$$\delta_i \bar{d}^t + \Delta_h \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} P \right) = \delta_{\bar{x}} A_u + \delta_{\bar{y}} A_v.$$

Следующий шаг – исключение P из оставшихся трех уравнений. Для этого из уравнения для температуры получим уравнение для геопотенциала, умножив его на матрицу, представляющую собой оператор численного интегрирования уравнения гидростатики по вертикали до заданного уровня. Обозначим эту матрицу G :

$$\Phi_l = GT_l, \quad l = 1, \dots, nlev.$$

Данное уравнение является матричной записью уравнения гидростатики. Уравнение для геопотенциала примет вид:

$$\delta_i \bar{\Phi}^t + GD \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} d \right) = GA_T.$$

Уравнение для тенденции логарифма давления умножим на RT_0 и сложим его с уравнением для геопотенциала. В результате имеем:

$$\delta_i \bar{P}^t + (GD + RT_0 \nu) \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} d \right) = GAT + RT_0 A_\pi.$$

Замечая, что

$$\delta_i \bar{P}^t = \frac{P^{n+1} - P^{n-1}}{2\tau} = \frac{1}{2\tau} \delta_{tt} P + \frac{P^n - P^{n-1}}{\tau},$$

перепишем уравнения для P и d в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\tau} \delta_{tt} d + \Delta_h \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} P \right) &= \delta_{\bar{x}} A_u + \delta_{\bar{y}} A_v - \frac{d^n - d^{n-1}}{\tau}, \\ \frac{1}{2\tau} \delta_{tt} P + (GD + RT_0 \nu) \frac{1}{2} \delta_{tt} d &= GAT + RT_0 A_\pi - \frac{P^n - P^{n-1}}{\tau}. \end{aligned}$$

Подставляя выражение для $\delta_{tt} P$ в уравнение для $\delta_{tt} d$, получаем:

$$\frac{1}{2} \delta_{tt} d - \tau^2 B \Delta_h \left(\frac{1}{2} \delta_{tt} d \right) = RHS,$$

приходя, таким образом, к уравнению Гельмгольца, где правая часть RHS зависит от явных динамических тенденций u , v , T , π :

$$RHS = -(d^n - d^{n-1}) + \tau(\delta_x A_u^n + \delta_y A_v^n) + \tau\Delta_h(P^n - P^{n-1} - \tau(GAT - RT_0 A_\pi)),$$

$$B = GD + RT_0 v.$$

Для решения уравнения Гельмгольца можно применить метод разделения переменных. Для этого решаем полную проблему собственных значений для матрицы B :

$$B\psi_m = \lambda_m \psi_m, \quad m = 1, \dots, nlev.$$

Из полученных собственных векторов составляем матрицу преобразований S . Умножая уравнение для $\delta_{tt}d$ слева на S^{-1} , а справа на S , приходим к уравнению:

$$\frac{1}{2} \delta_{tt} d - \tau^2 \lambda_m \Delta_h d = S^{-1} (RHS) S.$$

Существует большое количество методов для решения этого уравнения. В зависимости от архитектуры компьютера можно применить либо прямой, либо итерационный метод. В настоящей модели реализован прямой метод. Суть его состоит в осуществлении преобразований Фурье вдоль кругов широты с последующим решением разреженных, почти трехдиагональных систем для коэффициентов Фурье. После решения уравнения для $\delta_{tt} d$ получаем тенденции для всех прогностических переменных. Таким образом, последовательность действий на каждом шаге полунявной схемы будет следующей.

1. Вычисление явных тенденций для всех прогностических переменных.
2. Вычисление полунявной добавки, состоящее из таких этапов:
 - формирование правой части уравнения Гельмгольца RHS ;
 - решение уравнений Гельмгольца методом разделения переменных.
3. Собственно осуществление шага по времени.

Описанная техника является стандартной при использовании полунявных схем.

4. Пространственная и временная фильтрация

Для подавления двухшаговой моды при численном интегрировании применяется временной фильтр Роберта–Асселина:

$$\tilde{x}^n = x^n + \alpha(x^{n+1} - 2x^n + x^{n-1}) \text{ с параметром } \alpha = 0.1.$$

Вблизи полюса во всех полях прогностических переменных подавляются коротковолновые гармоники. Переменные раскладываются в ряд Фурье:

$$\Psi_j = \sum_{k=1}^{nlon/2} C_{k,j} \exp(ik\lambda).$$

Фильтрация ряда осуществляется следующим образом:

$$\tilde{\Psi}_j = \sum_{k=1}^{nlon/2} \Lambda_{k,j} C_{k,j} \exp(ik\lambda),$$

где коэффициенты подавления $\Lambda_{k,j}$ определяются следующим образом:

$$\Lambda_{k,j} = \min \left(1, \frac{\cos \varphi_j}{\cos \tilde{\varphi} \sin(k\Delta\lambda/2)} \right),$$

а $\tilde{\varphi}$ – параметр фильтра, который обычно равен 69° .

Модель общей циркуляции атмосферы с гибридной вертикальной координатой

Д.В. Кулямин, В.П. Дымников

1. Введение

В развитии большинства современных моделей атмосферы и климата важным направлением является все более точное воспроизведение верхних слоев атмосферы. Эта задача важна как с точки зрения моделирования климатических процессов, так и в связи с переходом от климатических моделей к моделям Земной системы с включением все более детального описания физических процессов в верхней атмосфере. Следуя этому направлению, в России разрабатывается модель термосферы и совершенствуется атмосферный блок существующей климатической модели.

В геофизических моделях используются преимущественно сферическая система горизонтальных координат (λ, φ) , а для вертикальной координаты используется координата, связанная с давлением p (Kasahara, 1974). Это позволяет значительно упростить запись основных уравнений и их решение. Изобарическая p -система координат была предложена ввиду двух обстоятельств. Во-первых, при измерениях вертикальных профилей метеорологических величин в качестве вертикальной координаты используется, как правило, давление (в первую очередь, имеются в виду аэрологические наблюдения). Поэтому в модели с p -системой координат эти данные могут быть использованы при их усвоении без перехода, вносящего ошибки, к другой системе координат и для формирования начальных условий. И во-вторых, в этой системе координат, в предположении гидростатики, удается получить линейное стационарное уравнение неразрывности, формально исключающее образование акустических волн.

Неудобство же p -системы заключается в том, что нижняя граница области интегрирования, соответствующая подстилающей поверхности, меняется во времени и пространстве, поскольку во времени и пространстве меняется приземное давление p_s . Это затруднение проявляется в первую очередь при моделировании нижних слоев тропосферы, поэтому традиционным подходом для описания тропосферы в климатических моделях стало использование σ -координаты (Phillips, 1957), определяемой отношением p/p_s . Данный подход дает хорошие результаты в области тропосферы, однако с возрастанием высоты в численных моделях нарастают ошибки расчета градиента давления в уравнениях движения над областями с сильно меняющейся орографией. Так как уже в стратосфере перенос массы осуществляется в основном вдоль поверхностей с постоянным давлением, а орографические воздействия приходят уже отфильтрованные тропосферой, то более подходящей вертикальной координатой в этом случае является давление.

Сегодня в мире существует несколько подходов к решению проблемы выбора вертикальной координаты в процессе описания верхних слоев атмосферы. Для того чтобы использовать преимущества σ -координаты в тропосфере, а p -координаты в стратосфере, в работе (Simmons, Burridge, 1981) была предложена гибридная координата, которая осуществляет плавный переход от σ к p в нескольких общих формах. Эта координата является совместной взвешенной σ - p координатой, совпадающей с σ на нижней границе (поверхности Земли) и с p в верхних слоях. Для этой координаты преимущества изобарической p -системы координат становятся доступны уже на высотах стратосферы и мезосферы. Впервые такая координата была использована в модели Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды (Великобритания) (Simmons, Burridge, 1981; ECMWF, 1985), и было отмечено количественное улучшение воспроизведения стратосферной динамики. Современные модели (Stevens et al., 2013) Европейского центра, Института метеорологии общества Макса Планка (Германия), а также Национального центра атмосферных исследований США (Boville, Gent, 1998), японского метеорологического общества (Yukimoto et al., 2001) и другие используют подобную координату.

2. Постановка задачи

Новая версия модели верхней атмосферы базируется на стандартной версии модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН, алгоритм численной реализации которой взят за основу. Однако при изменении системы координат требуется переформулировка уравнений модели и численных схем их решения.

В моделях общей циркуляции атмосферы решается система нелинейных примитивных уравнений гидротермодинамики атмосферы, записанная в сферической системе координат. Рассмотрим привязанную к поверхности обобщенную вертикальную координату η как монотонную функцию давления

$$\eta = \eta(p, p_s), \quad (1)$$

где $p_s(x, y, t)$ – приземное давление, p – давление на рассматриваемом уровне.

При замене $p = p(\eta)$ используются следующие условия:

$p(1, p_s) = p_s$, $p(0, p_s) = 0$, функция $p = p(\eta, p_s)$ является строго монотонной при $0 < \eta < 1$ и фиксированном p_s . Этим условиям удовлетворяет $\sigma = p/p_s$ -координата как частный случай данного представления.

В обобщенном виде с описанными условиями система уравнений гидротермодинамики атмосферы в сферических координатах запишется в виде (подробный вывод можно найти, например, в работе (Лыкосов и др., 2012))

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right) &= F_u, \\ \frac{du}{dt} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} &= F_v, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} &= - \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \eta}, \\ \frac{dT}{dt} - \frac{RT}{pc_p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) &= F_T + \varepsilon, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \eta} \cos \varphi \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}$.

Первые два уравнения движения выражают баланс импульса, третье уравнение записано в приближении гидростатики, четвертое представляет собой уравнение притока тепла (первое начало термодинамики), а пятое – уравнение неразрывности (или закон сохранения массы).

Уравнение переноса влаги имеет стандартный вид:

$$\frac{dq}{dt} = F_q - (C - E). \quad (3)$$

В системе (2) F_u и F_v – скорости изменения импульса за счет физических тенденций (напряжений Рейнольдса и др.); F_T и F_q – слагаемые, опи-

сывающие процессы мелкомасштабной диффузии тепла и влаги; ε – неадиабатический приток тепла; C и E – члены, описывающие процессы конденсации и испарения влаги соответственно; $a = 6.375 \cdot 10^6$ м – радиус Земли, $f = 2\Omega_0 \sin \varphi$ – параметр Кориолиса (угловая скорость вращения Земли $\Omega_0 = 2\pi / 86400$ сек⁻¹). Независимыми переменными (координатами) для уравнений модели являются $\lambda, \varphi, t, \eta$, зависимые переменные: горизонтальные скорости u, v , аналог вертикальной скорости $\dot{\eta} = \frac{d\eta}{dt}$, температура T , геопотенциал $\Phi = gz$, а также давление на нижней границе p_s (уравнение для которого получено ниже).

В качестве краевых условий для этой системы уравнений предполагается периодичность решения по долготе λ и его ограниченность на полюсах $\varphi = \pm\pi/2$. Подстилающая поверхность $\eta = 1$ как твердое тело одновременно является координатной поверхностью. Соответствующее кинематическое условие записывается в виде $\dot{\eta} = 0$ при $\eta = 1$. Аналогичное условие ставится на верхней границе: $\dot{\eta} = 0$ при $\eta = 0$. При $\eta = 1$ задается также распределение геопотенциала $\Phi = \Phi_s = gz_s$, где z_s – превышение земной поверхности над уровнем моря.

Проинтегрируем уравнение неразрывности по η от 0 до 1 с учетом граничных условий. Для приземного давления p_s получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^1 \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \eta} \cos \varphi \right) \right) d\eta. \quad (4)$$

Если положить для уравнений (2)–(4) $p(\eta, p_s) = \eta p_s$, то полученная система уравнений будет соответствовать системе, используемой в ранее разработанных версиях модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН в σ -координате (Алексеев и др., 1998; Volodin, Schmitz, 2001). Однако в обобщенном случае решение данной системы представляет собой более сложную задачу.

Для конкретной численной реализации решения уравнений (2)–(4) необходимо выбрать форму координаты η и описать методы расчета уравнений для данной формы. Как отмечено во введении, для уменьшения ошибок воспроизведения динамики атмосферы на верхних уровнях и сохранения хорошего воспроизведения нижних уровней нужно, чтобы вертикальная координата вблизи поверхности вела себя как σ , а на больших высотах как p . Этим условиям удовлетворяет следующая замена:

$$p(\eta, p_s) = a(\eta) + b(\eta) p_s. \quad (5)$$

Здесь $b(\eta)$ должна быть возрастающей функцией, причем $b(\eta) \sim \eta$ при $\eta \rightarrow 1$ (так, чтобы обеспечить близость гибридной координаты к σ -координате у поверхности) и $b \rightarrow 0$ при $\eta \rightarrow 0$ (для задания p -координаты на верхних уровнях), $a(\eta) \sim \eta$ при $\eta \rightarrow 0$ и $a \rightarrow 0$ при $\eta \rightarrow 1$.

Отметим, что общая форма (5) задания гибридной координаты как функции давления позволяет с указанными выше условиями выбрать определяющие коэффициенты $a(\eta)$, $b(\eta)$ в широких пределах. В частности, при $a(\eta) = 0$ гибридная координата формально совпадает с σ -координатой, а при $b(\eta) = 0$ – с p -координатой. В данном случае этот факт использован для верификации численной реализации модели в гибридной координате с помощью сравнения результатов расчетов ранней версии модели ОЦА ИВМ РАН с σ -координатой и расчетов с новой версией модели при $a(\eta) = 0$. Для осуществлений этой проверки численные схемы и методы расчета уравнений модели для гибридной координаты построены с условиями эквивалентности алгоритмов более ранней версии модели при формальной замене $a(\eta) = 0$.

Вместе с тем, форма выражения давления (5) в общем случае не определяет явный вид вертикальной координаты η , которая задается неявно через значения $a(\eta)$, $b(\eta)$. До перехода к описанию численной реализации необходимо представить методологию расчетов уравнений (2)–(4) при неявном задании гибридной вертикальной координаты.

Приведем систему уравнений модели (2)–(4) в гибридной координате к виду, доступному для непосредственной дискретизации и дальнейшего численного расчета.

Уравнение неразрывности используется в модели для как расчета для уравнения давления (4), так и для вычисления аналога вертикальной скорости в гибридной системе координат, входящего в адвективные слагаемые и уравнение притока тепла.

Проинтегрируем уравнение неразрывности по η от 0 до η с учетом граничных условий:

$$\begin{aligned} & \left[\dot{\kappa} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right]_0^\eta + \int_0^\eta \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^\eta \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa = \\ & = \eta \frac{\partial p}{\partial \eta} + \int_0^\eta \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^\eta \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa = 0. \end{aligned}$$

Отсюда получаем выражение для вертикальной скорости в гибридной координате:

$$\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = -\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa. \quad (6)$$

С учетом формы выражения давления (5) получим

$$\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = -b(\eta) \frac{\partial p_s}{\partial t} - \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa.$$

Используя (4), запись вертикальной скорости в выбранной нами гибридной координате преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} &= b(\eta) \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^1 \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \eta} \cos \varphi \right) \right) d\eta - \\ &- \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa. \end{aligned} \quad (7)$$

При вычислении вертикальной адвекции для уравнения переноса влаги (3) преобразуем потоковую форму $\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial q}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial q}{\partial \eta} = F_q - (C - E)$ в дивергентную. Умножив данное уравнение на $\left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right)$, уравнение неразрывности на q и сложив, получаем уравнение переноса влаги для гибридной системы координат в дивергентной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} q \right) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(qu \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(qv \cos \varphi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(q \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial p}{\partial \eta} [F_q - (C - E)]. \quad (8)$$

Уравнения для горизонтальных скоростей записываются в потоковой форме следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + RT \frac{\partial \ln(p)}{\partial \lambda} \right) &= F_u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + RT \frac{\partial \ln(p)}{\partial \varphi} \right) &= F_v. \end{aligned} \quad (9)$$

Для вычисления вертикального переноса используем следующее соотношение:

$$\dot{\eta} \frac{\partial q}{\partial \eta} = \dot{\eta} \frac{\partial q}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \eta} = \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \frac{\partial q}{\partial p}, \quad (10)$$

в котором аналог вертикальной скорости $\left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)$ рассчитывается по формуле (7).

С помощью аналогичного преобразования для дискретизации уравнения гидростатики используется следующий вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -\frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial \ln(p)} = -RT. \quad (11)$$

Уравнение для температуры записывается в потоковой форме в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{RT}{c_p p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = F_T + \varepsilon,$$

используя полученный выше интеграл уравнения неразрывности для члена, описывающего адиабатический подъем, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} = \\ = \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa. \end{aligned}$$

Применяя условие гидростатики и формы записи производной по вертикальной координате (11), уравнение притока тепла можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{RT}{c_p} \left(\frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \ln p}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \ln p}{\partial \varphi} \right) - \\ - \frac{1}{c_p a \cos \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial p} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa = F_T + \varepsilon. \end{aligned} \quad (12)$$

Выражения (8), (9), (11), (12) вместе с (7) составляют систему основных решаемых уравнений модели ОЦА в гибридной координате. Отметим, что уравнения были преобразованы к виду, традиционно используемому в модели ОЦА ИВМ РАН в σ -координате (Алексеев и др., 1998), полностью соответствующему ранней версии модели в случае $\eta = \sigma$.

Забегая вперед, отметим, что по результатам оценок основное улучшение численной схемы решения уравнений модели с гибридной вертикальной координатой по сравнению с σ -координатой состоит в уменьшении ошибок расчета члена сил плавучести $\frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)$ и $\frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)$ в уравнениях системы (9). В случае зависимости поля температуры только от давления, эти слагаемые должны быть равны нулю в дифференциальной постановке. В ряде работ (Simmons, Burridge, 1981; Simmons et al., 1978) показано, что использование гибридной координаты в форме (5) значительно уменьшает ошибку расчета этого члена для области выше тропосферы.

3. Численная реализация

В соответствии с версией модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН, включающей стратосферу и мезосферу (Кулямин и др., 2009), в ее новом варианте также используется регулярная по долготе и широте сетка с шагами $\Delta\varphi = 2^\circ$ по широте и $\Delta\lambda = 2.5^\circ$ по долготе.

Модель содержит 80 вертикальных уровней в новой гибридной координате η . Давление на каждом уровне k , где $1 < k < 80$, вычисляется в соответствии с (5) как:

$$p_k = a_k + b_k p_s. \quad (13)$$

Построенная в данной работе численная схема не накладывает формальных ограничений на выбор значений a_k, b_k , за исключением указанных в первом параграфе условий. Фактически, эти коэффициенты являются весами и характеризуют близость гибридной координаты к σ или p . Исходя из целей работы, вертикальные уровни для модели ОЦА в гибридной координате заданы так, чтобы верхние слои атмосферы рассчитывались фактически в координате давления, а нижние слои, содержащие тропосферу, в σ -координате, с плавным переходом в промежуточной области.

Кроме того, выбор вертикальной сетки производился так, чтобы гибридная координата формально совпадала по уровням давления с исходной σ -координатой в случае $a_k = 0$. Для этого задавались вертикальные уровни p_k^0 по давлению (в соответствии с (Кулямин и др., 2009)). Соотношение для вычисления a_k и b_k принимается при некотором реперном значении приземного давления $p_s = 1013$ гПа:

$$a_k + 1013 \cdot b_k = p_k^0. \quad (14)$$

На нижних 13 уровнях до высоты 230 гПа $a_k = 0$ и гибридная координата совпадает с σ , на верхних 26 уровнях $b_k = 0$ (для высот от 7.27 гПа до 0.003 гПа), гибридная координата совпадает с p . В целом методология выбора коэффициентов соответствует работам (Simmons, Burridge, 1981; Trenberth et al., 1993).

Дискретные значения функций в узлах сетки обозначим $x_{i,j,k}^n$, где n – номер временного слоя, i, j, k – номера узлов пространственной сетки по долготе λ , широте φ и гибридной координаты η соответственно.

3.1. Пространственная аппроксимация

Опишем методологию аппроксимации дифференциальной формы системы уравнений модели (7)–(9), (11), (12).

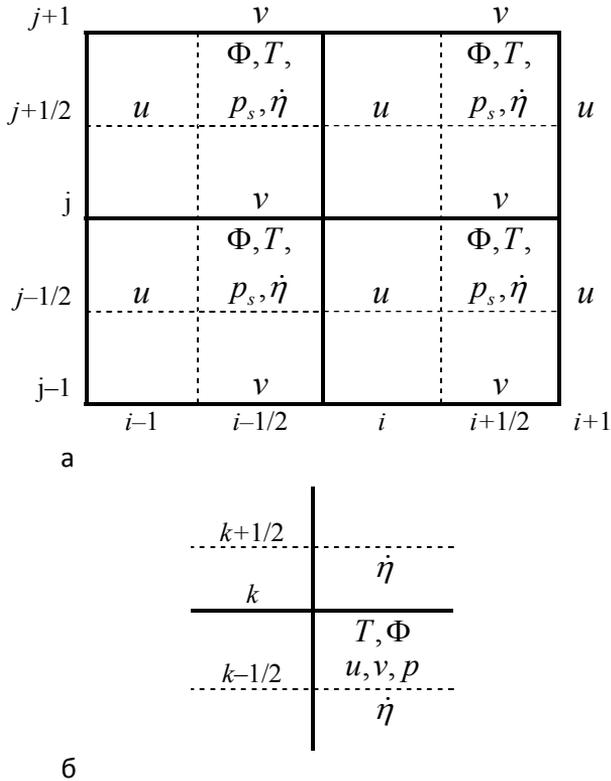


Рис. 1. Шаблон горизонтальной (а) и вертикальной (б) пространственной дискретизации (сетка С), используемый в моделях ОЦА ИВМ РАН

Горизонтальная конечномерная аппроксимация выполнена центральными разностями на сетке Аракавы С в терминологии работы (Arakawa, Lamb, 1977). Сеточный шаблон в целом полностью соответствует версии модели общей циркуляции атмосферы в σ -координате, описанной в предыдущей главе, поскольку конкретный вид вертикальной координаты не сказывается на приближении горизонтальных производных. Используемый в различных версиях модели ОЦА ИВМ РАН обобщенный шаблон сетки С в горизонтальной плоскости (λ, φ) (для каждого вертикального уровня) схематично представлен на рис. 1а.

Численная схема горизонтальной адвекции для уравнений движения (9) и представление силы Кориолиса не использует массовое представление скоростей и соответствует различным версиям модели ОЦА ИВМ РАН в σ -координате, данная схема подробно описана в разделе «Базовая модель динамики атмосферы».

Горизонтальная сетка построена таким образом, что на полюсах определена только меридиональная составляющая скорости v . При разно-

стном дифференцировании по долготе используется условие периодичности, при дифференцировании по широте на полюсах опускаются члены вида $v_{i,jp} \cos \varphi_{jp} = 0$, jp – широтный индекс полюса.

Основную сложность для конечномерной постановки модели циркуляции атмосферы при переходе к обобщенной гибридной координате представляет дискретизация по вертикали. Вертикальный шаблон пространственной дискретизации, используемый в модели ОЦА ИВМ РАН, представлен на рис. 1б.

Для первого уровня (на верхней границе) $\eta_{1/2} = 0$, $\dot{\eta}_{1/2} = 0$, геопотенциал Φ рассчитывается снизу по разностному уравнению гидростатики, горизонтальные составляющие вектора скорости и температура задаются при $k = 1$. Для последнего уровня ($k = K$, нижняя граница) в соответствии с граничными условиями считается $p_{K+1/2} = p_s$, $\Phi_{K+1} = \Phi_s$, $\dot{\eta}_{K+1/2} = 0$, скорости и температура задаются при $k = K$.

Запишем конечномерный аналог интегралов соответствующих членов уравнения неразрывности в общем виде для переменной X (горизонтальные скорости), применяя суммирование по уровням (используя теорему о среднем в соответствии):

$$\int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \left(\frac{\partial}{\partial s} \left(X \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) \right) d\kappa = \frac{\partial}{\partial s} \left(\int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \left(X \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa \right) = \frac{\partial}{\partial s} \left(X_k^* \int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \left(\frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa \right) = \frac{\partial}{\partial s} (X_k^* \Delta p_k) \approx \frac{\partial}{\partial s} (X_k \Delta p_k).$$

Таким образом, получаем аппроксимационные соотношения:

$$\int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \left(\frac{\partial}{\partial s} \left(X \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) \right) d\kappa \rightarrow \frac{\partial}{\partial s} (X_k \Delta p_k), \quad (15)$$

$$\int_0^{\eta_k} \left(\frac{\partial}{\partial s} \left(X \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) \right) d\kappa \rightarrow \sum_{k=1}^K \left(\frac{\partial}{\partial s} (X_k \Delta p_k) \right). \quad (16)$$

Шаг вертикальной координаты рассчитывается в виде:

$$\Delta p_k = p_{k+1/2} - p_{k-1/2} = \Delta a_k + \Delta b_k p_s. \quad (17)$$

Используя соотношение (16), получаем уравнения для приземного давления (4) в дискретной по вертикали форме:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \frac{1}{a \cos \varphi} \sum_{k=1}^K \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} (u_k \Delta p_k) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k \Delta p_k \cos \varphi) \right). \quad (18)$$

Уравнение (7) для вертикальной скорости в дискретном виде записывается следующим образом:

$$\left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_{k+1/2} = \frac{1}{a \cos \varphi}. \quad (19)$$

$$\cdot \left(b_{k+1/2} \sum_{k=1}^K \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} (u_k \Delta p_k) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k \Delta p_k \cos \varphi) \right) - \sum_{l=1}^k \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} (u_l \Delta p_l) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_l \Delta p_l \cos \varphi) \right) \right).$$

Для расчета значений геопотенциала интегрируем уравнение гидростатики (11):

$$\int_{\eta_k}^{\eta_{k+1}} \frac{\partial \Phi}{\partial \kappa} d\kappa = - \int_{\eta_k}^{\eta_{k+1}} \left(\frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa.$$

Используя соотношения:

$$\int_{\eta_k}^{\eta_{k+1}} \frac{\partial \Phi}{\partial \kappa} d\kappa = \Phi_{k+1} - \Phi_k,$$

$$\int_{\eta_k}^{\eta_{k+1}} \left(\frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa = RT_k^* \int_{\eta_k}^{\eta_{k+1}} \left(\frac{\partial \ln(p)}{\partial \kappa} \right) d\kappa = RT_k^* (\ln p_{k+1} - \ln p_k) \approx RT_{k+1/2} (\ln p_{k+1} - \ln p_k),$$

получаем конечно-разностное уравнение:

$$\Phi_{k+1} - \Phi_k = -RT_{k+1/2} (\ln p_{k+1} - \ln p_k). \quad (20)$$

С учетом граничного условия имеем:

$$\Phi_K = \Phi_S + RT_K \ln \frac{p_S}{p_K},$$

$$\Phi_k = \Phi_{k+1} + R \frac{T_k + T_{k+1}}{2} \ln \frac{p_{k+1}}{p_k}; k = K-1, \dots, 1.$$

В конечномерной форме по вертикальной координате уравнения для прогностических переменных записываются на целом уровне k с помощью интегрирования (аналогично описанному выше для уравнения неразрывности способу) между полуцелыми уровнями $k-1/2$, $k+1/2$.

По аналогии с (15) получаем для соответствующих членов уравнений (8), (9), (11), (12) конечномерные аналоги интегральных форм:

$$\int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \left(X \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa \rightarrow X_k \Delta p_k,$$

$$\int_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(X \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) d\kappa = \left(X \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) \Big|_{\eta_{k-1/2}}^{\eta_{k+1/2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} [X_k + X_{k+1}] \left[\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right]_{k+1/2} - \frac{1}{2} [X_{k-1} + X_k] \left[\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right]_{k-1/2}. \quad (21)$$

Для получения дивергентной формы адвективных слагаемых уравнения влажности (8) дискретизация по вертикали осуществляется интегрированием между полуцелыми уровнями по приведенным выше соотношениям в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(q_k \Delta p_k) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda}(q_k u \Delta p_k) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(q_k v \cos \varphi \Delta p_k) \right) + \\ & + \frac{1}{2} [q_k + q_{k+1}] \left[\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right]_{k+1/2} - \frac{1}{2} [q_{k-1} + q_k] \left[\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right]_{k-1/2} = \\ & = \Delta p_k [F_q - (C - E)]. \end{aligned} \quad (22)$$

Вертикальный перенос в дифференциальной форме описывается адвективным слагаемым $\dot{\eta} \frac{\partial X}{\partial \eta}$ соответствующих уравнений. В модели ОЦА используется следующий вид дискретизации этого слагаемого:

$$\left(\dot{\eta} \frac{\partial X}{\partial \eta} \right)_k = \left(\left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \frac{\partial X}{\partial p} \right)_k = \frac{1}{2 \Delta p_k} \left[\left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_{k+1/2} (X_{k+1} - X_k) + \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_{k-1/2} (X_k - X_{k-1}) \right]. \quad (23)$$

Данная форма допускает условия сохранения энергии в конечномерной постановке, поскольку выполняются конечно-разностные аналоги соотношений:

$$\int_0^1 \frac{\partial X}{\partial \eta} \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} d\eta = - \int_0^1 X \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\eta, \quad \int_0^1 \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} X \frac{\partial X}{\partial \eta} d\eta = - \int_0^1 \frac{1}{2} X^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\eta.$$

Подобное представление традиционно использовалось во многих моделях ИВМ РАН при создании консервативных численных схем.

В ранних версиях модели общей циркуляции атмосферы с σ -координатой для вычисления горизонтального переноса в потоковой форме традиционно используются массовые скорости, определяющие направление передачи импульса и позволяющие строить схемы, сохраняющие энергию и массу в конечномерном виде. Скорости потока массы в гибридной системе координат задаются соотношениями

$$u^* = u \frac{\partial p}{\partial \eta}, \quad v^* = v \frac{\partial p}{\partial \eta}. \quad (24)$$

В настоящей версии модели массовые скорости используются для расчета горизонтального переноса в уравнении для температуры (12) как в σ -координате, так и для гибридной координаты (с целью сохранения эквивалентности алгоритма расчета). С учетом соотношений (24) преобразуем уравнение (12) к виду:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial p}{\partial \eta}\right)^{-1} \frac{u^*}{a \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \left(\frac{\partial p}{\partial \eta}\right)^{-1} \frac{v^*}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \dot{\eta} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \left(\frac{\partial p}{\partial \eta}\right)^{-1} \frac{RT}{c_p} \left(\frac{u^*}{a \cos \varphi} \frac{\partial \ln p}{\partial \lambda} + \frac{v^*}{a} \frac{\partial \ln p}{\partial \varphi} \right) -$$

$$- \frac{1}{c_p a \cos \varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial p} \int_0^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial p}{\partial \kappa} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(v \frac{\partial p}{\partial \kappa} \cos \varphi \right) \right) d\kappa = F_T + \varepsilon.$$

Конечномерный вид этого уравнения для целого уровня k запишется как:

$$\frac{\partial T_k}{\partial t} + \frac{1}{\Delta p_k} \frac{u_k^*}{a \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{1}{\Delta p_k} \frac{v_k^*}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{1}{2\Delta p_k} \left[\left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_{k+1/2} (T_{k+1} - T_k) + \left(\dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_{k-1/2} (T_k - T_{k-1}) \right] -$$

$$- \frac{RT_k}{c_p \Delta p_k} \frac{1}{a \cos \varphi} \left(u_k^* \frac{\partial \ln p_k}{\partial \lambda} + v_k^* \cos \varphi \frac{\partial \ln p_k}{\partial \varphi} \right) - \quad (25)$$

$$- \frac{1}{2c_p \Delta p_k} \left[\left((\Phi_k - \Phi_{k-1}) \sum_{l=0}^{k-1} (D_l) + (\Phi_{k+1} - \Phi_k) \sum_{l=0}^k (D_l) \right) \right] = [F_T + \varepsilon]_k,$$

где $D_k = \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} (u_k \Delta p_k) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k \Delta p_k \cos \varphi) \right)$ – конечномерное представление горизонтальной дивергенции, а аналоги массовых скоростей записываются в виде $u_k^* = u_k \Delta p_k$, $v_k^* = v_k \Delta p_k$.

Для построения конечномерной формы уравнений движения (9) особую роль играют члены, отвечающие за аппроксимацию градиента давления. Их конечномерное представление в вертикальной дискретизации является отдельным предметом обсуждения (Simmons, Burridge, 1981). В данной модели эти члены дискретизируются аналогично слагаемым, описывающим адиабатический подъем в уравнении для температуры (25).

$$\left[\frac{\partial \Phi}{\partial s} + RT \frac{\partial \ln p}{\partial s} \right]_k \rightarrow \frac{\partial \Phi_k}{\partial s} + RT_k \frac{\partial \ln p_k}{\partial s}, \quad s = (x, y).$$

Вблизи полюсов (начиная с широты 69° Северного и Южного полушарий) применяется пространственная Фурье-фильтрация высокочастотных гармоник вдоль круга широты для полей всех прогностических переменных (Burridge, Haseler, 1977).

Для устранения систематических вычислительных ошибок в динамической части численной схемы, которые могут приводить к ложному каскаду энергии в коротковолновой области спектра, используется подавление высокочастотных пространственных мод с помощью оператора горизонтальной диффузии восьмого порядка (Галин и др., 2003), записываемого для прогностических переменных u, v в общем виде:

$$\frac{\partial X_{i,j}}{\partial t} = -c \Delta (\Delta (\Delta (\Delta X_{i,j}))), \quad (26)$$

где конечномерный оператор Лапласа представляется в виде

$$\Delta X_{i,j} = (X_{i+1,j} + X_{i-1,j} + X_{i,j+1} + X_{i,j-1} - 4X_{i,j}) / 4. \quad (27)$$

Для переменных T, q вводится поправка на несовпадение p - и η -поверхностей в вертикальной гибридной координате.

$$\frac{\partial X_{i,j}}{\partial t} = -c\Delta(\Delta(\Delta_p X_{i,j})), \quad (28)$$

где $\Delta_p X_{i,j} = \Delta X_{i,j} - \frac{\partial X_{i,j}}{\partial p} [\Delta_1(p_k)_{i,j}]$.

В конечномерном виде с учетом формы записи давления (13) в гибридной координате эта поправка принимает вид

$$\Delta_p X_{i,j} = \Delta X_{i,j} - \Delta_p \psi_{i,j} = \Delta_1 \psi_{i,j}^n - \frac{b_k}{2[\Delta p_k]} (X_{i,j,k+1} - X_{i,j,k-1}) [\Delta_1(p_s)_{i,j}]. \quad (29)$$

Коэффициент c выбирается так, чтобы амплитуда самой высокочастотной пространственной гармоника была в 4 раза меньше, чем до фильтрации.

3.2. Аппроксимация по времени

Основой используемой в модели дискретизации по времени является метод расщепления по физическим процессам (Марчук, 1967). В качестве базовой схемы для данного метода применяется явная трехслойная схема второго порядка точности «чехарда» (Duttan, 1999). Для подавления ложной двухшаговой моды, возникающей при использовании данной схемы, при интегрировании по времени применяется временной фильтр (Asselin, 1972):

$$\hat{X}^n = X^n + A(X^{n+1} - 2X^n + X^{n-1}) \quad (30)$$

с параметром фильтрации $A = 0.1$.

Для преодоления ограничений, связанных с распространением быстрых гравитационных волн и накладываемых на шаг по времени при использовании явных схем, в модели применяется полуявная схема интегрирования по времени (Robert и др., 1972). В данной работе проведена модификация используемой в моделях общей циркуляции ИВМ РАН полуявной схемы для обобщения на гибридную вертикальную координату η (с условием эквивалентности алгоритма расчета в случае $\eta \equiv \sigma$).

Опишем применение данного метода для уравнений модели гидротермодинамики атмосферы в гибридной координате вида (13). Линеаризируем дискретизованные по вертикали (методами, описанными выше) уравнения

модели, записанные для горизонтальных компонент вектора скорости (9), температуры (25), поверхностного давления (18) и уравнения гидростатики (20) относительно некоторого основного состояния, заданного через отклонения от некоторых реперных значений температуры T^0 и поверхностного давления, $\ln p_s^0$: $T' = T - T^0$, $\ln p_s' = \ln p_s - \ln p_s^0$. Уравнения движения можно записать тогда в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (\Phi + h_1 \ln p_s')}{\partial \lambda} &= U'', \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{a} \frac{\partial (\Phi + h_1 \ln p_s')}{\partial \varphi} &= V'',
 \end{aligned} \tag{31}$$

Геопотенциал выражается через линеаризованную форму уравнения гидростатики:

$$\Phi = H'' + \gamma T' + h_2 \ln p_s'. \tag{32}$$

Здесь U'' , V'' , H'' – члены, содержащие нелинейные слагаемые соответствующих уравнений, h_1 – вектор линейной по логарифму p_s части члена градиента давления, h_2 – вектор линейного вклада $\ln p_s$ в уравнение гидростатики. Используя соотношение (13) и обозначив реперное давление как $p_k = a_k + p_s^0 b_k$, для каждого вертикального уровня можно записать:

$$(h_1)_k = RT^0 \left[\frac{1}{p_k} \left(\frac{\partial p}{\partial \ln p_s} \right)_k \right] = RT^0 \frac{1}{p_k} b_k p_s^0, \tag{33}$$

$$\begin{aligned}
 (h_2)_k &= RT^0 \left(\sum_{l=k}^{K-1} \left[\frac{1}{p_{l+1}} \left(\frac{\partial p}{\partial \ln p_s} \right)_{l+1} - \frac{1}{p_l} \left(\frac{\partial p}{\partial \ln p_s} \right)_l \right] + 1 - \frac{1}{p_K} \left(\frac{\partial p}{\partial \ln p_s} \right)_K \right) = \\
 &= RT^0 - RT^0 \frac{1}{p_k} \left(\frac{\partial p}{\partial \ln p_s} \right)_k = RT^0 \left(1 - \frac{1}{p_k} b_k p_s^0 \right).
 \end{aligned} \tag{34}$$

Заметим, что $h_1 + h_2 = RT^0$. Матрица γ отражает линейный вклад температуры в конечноразностное уравнение гидростатики и в случае гибридной координаты в форме (13) для данной версии модели записывается в виде:

$$\gamma_{ik} = \begin{cases} 0, & k < l \\ \frac{1}{2} R \ln \frac{p_{k+1}}{p_k}, & k = l \\ \frac{1}{2} R \left(\ln \frac{p_{k+1}}{p_k} + \ln \frac{p_{k+2}}{p_{k+1}} \right), & k > l \\ R \ln \frac{p_s^0}{p_k}, & k = K \end{cases} \tag{35}$$

Дифференцируя первое из уравнений (31) по λ , второе по φ и складывая, получим следующее уравнение для дивергенции:

$$D \doteq \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right),$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = D'' - \Delta_\eta (\Phi + h_1 \ln p_s'), \quad (36)$$

где $D'' \doteq \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial U''}{\partial \lambda} + \frac{\partial V'' \cos \varphi}{\partial \varphi} \right)$ – нелинейный вклад в тенденцию для дивергенции, Δ_η – аналог горизонтального оператора Лапласа для гибридной вертикальной координаты.

Используя выражение для дивергенции, можно записать дискретный по вертикали аналог уравнения для температуры (25) и поверхностного давления (18) следующим образом:

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = T'' - \tau D,$$

$$\frac{\partial \ln p_s'}{\partial t} = \frac{1}{p_s} P'' - \nu^T D. \quad (37)$$

Для этих уравнений T'' , P'' – члены, содержащие нелинейные слагаемые, ν – вектор линейного вклада дивергенции в уравнение (18):

$$(\nu)_k = \Delta p_k / p_s^0, \quad (38)$$

где $\Delta p_k = \Delta a_k + p_s^0 \Delta b_k$, τ – матрица линейного вклада дивергенции в конечно-разностное уравнение притока тепла (25):

$$\tau_{lk} = \frac{\Delta p_k}{\Delta p_l} \frac{RT^0}{c_p} \cdot \gamma_{kl}. \quad (39)$$

Преобразуем полученную линеаризованную систему уравнений модели к уравнению для дивергенции. Подставляя выражение для геопотенциала (32) в уравнения движения (36), выражаем эволюцию дивергенции через линейное слагаемое $\Phi' \doteq \gamma T' + (h_2 + h_1) \ln p_s'$ и нелинейную часть:

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \Delta_\eta \Phi' = D'' - \Delta H''. \quad (40)$$

Умножив первое уравнение системы (37) на матрицу γ , а второе на сумму векторов $h_1 + h_2$, получим уравнение для Φ' :

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} + [\gamma \tau + (h_1 + h_2) \nu^T] D = \gamma T'' + (h_1 + h_2) \frac{1}{p_s} P''. \quad (41)$$

Продифференцировав (40) по времени, получаем уравнение относительно переменной D для гравитационных волн с нелинейной правой частью в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} - \Delta_\eta (BD) = \frac{\partial (D'' - \Delta H'')}{\partial t} - \Delta_\eta \left(\gamma T'' + (h_1 + h_2) \frac{1}{P_s} P'' \right), \quad (42)$$

где матрица $B = \gamma\tau + (h_1 + h_2)\nu^T$ может быть выражена через реперные значения приземного давления и температуры, следуя (33), (34), (38), (39):

$$B_{ik} = \frac{\Delta p_k}{\Delta p_l} \frac{RT^0}{c_p} \gamma_{lk} \gamma_{kl} + \frac{RT^0}{P_s} \Delta p_l. \quad (43)$$

Полунеявная дискретизация по времени уравнений (40), (41) осуществляется на основе трехслойной схемы «чехарда» таким образом, что линейные члены вычисляются средним арифметическим между неявным $n+1$ и явным $n-1$ временными слоями, а нелинейные – на слое n . Система этих уравнений в дискретизированном по времени виде для полунеявной схемы запишется следующим образом (δt – шаг по времени):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\delta t} (D^{n+1} - D^{n-1}) + \frac{1}{2} \Delta_\eta (\Phi^{m+1} + \Phi^{m-1} - 2\Phi^m) &= [D'' - \Delta_\eta H'']^n, \\ \frac{1}{2\delta t} (\Phi^{m+1} - \Phi^{m-1}) + \frac{1}{2} B (D^{n+1} + D^{n-1} - 2D^n) &= \left[\gamma T'' + (h_{20} + h_{10}) \frac{1}{P_s} P'' \right]^n. \end{aligned} \quad (44)$$

Используя обозначение для полунеявной добавки $\overline{\overline{D}} = \frac{1}{2} (D^{n+1} + D^{n-1} - 2D^n)$ и подставив выражение для неявных членов Φ' из второго уравнения (44) в первое, получаем для этой величины конечноразностное по времени уравнение Гельмгольца:

$$\overline{\overline{D}} - \delta t^2 \Delta_\eta \left[\overline{\overline{BD}} \right] = \delta t D''' - D'' + D^{n-1} + \delta t \Delta_\eta \left[\Phi^m - \Phi^{m-1} - \delta t \left(H'' + \gamma T'' + RT_0 \frac{1}{P_s} P'' \right)^n \right]. \quad (45)$$

Диагонализирующее преобразование, примененное к матрице B в уравнении (43), позволяет факторизовать (45) в вертикальном направлении и решать полученную систему двумерных уравнений прямым методом, основанном на быстром преобразовании Фурье по долготе и решении трехдиагональных линейных систем по широте (Алексеев и др., 1998, Robert et al., 1972). По известной полунеявной добавке дивергенции вычисляются полунеявная добавка для Φ' , а затем прогностические переменные исходной системы в соответствии с уравнениями (31), (37).

Таким образом, на каждом шаге полунявной схемы осуществляется вычисление явных тенденций, расчет правой части уравнения Гельмгольца, решение этого уравнения для вычисления полунявной добавки для D и определение всех переменных на следующем шаге по времени с использованием этой добавки (используя схему «чехарда»).

В данной версии модели общей циркуляции используется реперное значение приземного давления $p_s^0 = 1013$ гПа, постоянное значение $T^0 = 287$ К. Отметим, что в работе (Simmons et al., 1978) было показано, что при использовании переменного по высоте профиля реперной температуры метод становится неустойчивым.

3.3. Вычисление физических тенденций

Физические тенденции, определяющие притоки в правых частях уравнений модели ε , F_u , F_v , F_T , F_q , рассчитываются с помощью отдельных параметризаций и фактически соответствуют модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН в σ -координате (Алексеев и др., 1998; Володин, Лыкосов, 1998), но с модификацией вертикальной координаты в новой версии модели ОЦА. Дискретизация проводится в соответствии с описанным выше методом расщепления по физическим процессам.

Более подробное описание используемых в моделях ИВМ РАН параметризаций приведено в отдельной главе монографии. Коротко обозначим, что конкретная рассматриваемая в данной части версия модели включает в себя параметризацию турбулентных процессов в пограничном слое. Процессы в почве и растительности рассчитываются в соответствии с работой (Володин, Лыкосов, 1998). Радиационные процессы параметризованы согласно публикации (Галин, 1998). Вычисление радиационных потоков осуществляется в 10 спектральных интервалах для длинноволновой части спектра и в 18 спектральных интервалах для коротковолновой части. Учитывается поглощение излучения газовыми составляющими H_2O , CO_2 , O_2 , O_3 , CH_4 , N_2O , а также облачностью и аэрозолем. Используются заданные постоянные распределения концентраций составляющих. Поле концентрации озона задается зависящим только от широты и давления (Wang et al., 1995), поглощение O_3 коротковолнового излучения рассчитывается в 8 спектральных интервалах, длинноволновое излучение O_3 рассматривается отдельно. Облачность, количество облачного льда и воды считаются диагностически. В модели включены параметризации глубокой и мелкой конвекции (Betts, 1986). Температура поверхности океана и морского льда считаются заданными, температура поверхности суши, количество снега, температура почвы и влажность рассчитываются прогностически.

В модель включены параметризации воздействия мелкомасштабных гравитационных волн. Орографическое гравитационно-волновое сопротивление задается параметризацией, предложенной Палмером (Palmer et al., 1986). Неорографическое волновое сопротивление, определяющее воздействие гравитационных волн в верхних слоях атмосферы, рассчитывается через параметризацию Хайнса (Hines, 1997).

Для версии модели ОЦА в гибридной координате в описанных параметризациях модифицировался расчет вертикальных уровней давления в соответствии с уравнением (13).

Вертикальный турбулентный перенос в пограничном слое и в результате процессов неорографического обрушения гравитационных волн для прогностических переменных модели рассчитывается в модели с помощью следующего замыкания:

$$F_{\psi} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{\psi' w'}) \cong \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D_{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = g^2 \frac{\partial}{\partial p} \left(\rho^2 D_{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial p} \right),$$

где $\psi = u, v, \theta, q$, а D_{ψ} имеет смысл соответствующих коэффициентов турбулентности. Численный расчет турбулентной процесса вертикальной диффузии осуществляется с помощью неявной схемы, для которой нелинейные коэффициенты D_{ψ} рассчитываются явным образом. В случае температуры вычисления ведутся для потенциальной температуры $\theta = T(p_s/p)^{R/c_p}$. Аппроксимация соответствующих тенденций записывается в следующем виде:

$$\frac{\psi_k^{n+1} - \psi_k^n}{2\delta t} = \frac{g^2}{\Delta p_k} \left[\rho_k^n D_{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{\psi_{k+1}^{n+1} - \psi_k^{n+1}}{\Delta p_k} \right) - \rho_{k-1}^n D_{k-\frac{1}{2}} \left(\frac{\psi_k^{n+1} - \psi_{k-1}^{n+1}}{\Delta p_k} \right) \right], \quad (46)$$

где $\rho_k^n = \left(\frac{p_{k+1/2}}{RT_{k+1/2}} \right)^n$ – плотность на k -ом вертикальном уровне, шаг вертикальной сетки Δp_k рассчитывается в соответствии с (17). Конечномерные уравнения вида (46) для каждой прогностической переменной решаются относительно неявных слагаемых с помощью обращения трехдиагональных матриц методом прогонки.

Программная реализация данной версии модели атмосферы традиционно для моделей атмосферы ИВМ создана с использованием параллельных вычислительных систем с распределенной памятью (MPI). Главное затруднение в распараллеливании атмосферной модели было связано с полунявным алгоритмом интегрирования по времени, описанным выше. Для ее распараллеливания использован метод двумерной декомпозиции расчетной области

по широте и долготе. Для решения дискретного уравнения Гельмгольца (45) данные транспонируются два раза: сначала в плоскости высота–долгота, затем – в плоскости широта–долгота. При вычислении производных методом конечных разностей и интерполяции значений горизонтальных компонент скорости в центральные точки ячеек смещенной C-сетки Аракавы процессы обмениваются значениями полей в граничных точках подобластей.

4. Воспроизведение климатических характеристик версии модели ОЦА с гибридной координатой

Для валидации построенной модели общей циркуляции атмосферы в первую очередь сравнивались результаты аналогично поставленных численных экспериментов для η - и σ -версий. Для анализа вычислительных характеристик и работы динамического ядра новой версии модели были проведены численные эксперименты без дополнительных источников и диссипаций в виде правых частей уравнений (8), (9), (12). Поскольку модернизация алгоритмов численного блока модели, проведенная в данной работе, соответствовала алгоритмам ранних версий модели общей циркуляции атмосферы (Кулямин и др., 2009), для проверки правильности реализации программных кодов были проведены эквивалентные численные эксперименты с обеими версиями модели ОЦА в σ -координате (была использована версия в гибридной координате при условии $\eta \equiv \sigma$, алгоритмы формально эквивалентны в этом случае). Было показано, что результаты практически идентичны (относительная ошибка расчета прогностических переменных через сутки модельного счета примерно 10^{-8}).

Перейдем к краткому сравнению воспроизведения климата версиями моделей ОЦА в η - и σ -координатах. В работе (Кулямин и др., 2009) представлено достаточно подробное обсуждение результатов воспроизведения климата моделью атмосферы с разрешением $2 \times 2.5 \times 80$ в σ -координате.

С обеими версиями были проведены контрольные численные эксперименты по воспроизведению современного климата продолжительностью 5 лет. В качестве нижних граничных условий задавался климатический годовой ход температуры поверхности океана и распределения морского льда. Распределение радиационно-активных газов в атмосфере соответствовало концу 20 века и задавалось в соответствии с наблюдениями. Численные эксперименты проводились с шагом по времени $\delta t = 2$ мин. Представим несколько основных результатов по воспроизведению климата этими моделями и сравним их с данными климатологии наблюдений. Поскольку основные изменения в результатах модели касаются верхних слоев, для сравнения

среднеклиматических параметров средней и верхней атмосферы в качестве данных наблюдений использовались данные эмпирической модели CIRA (Fleming et al., 1988), охватывающие высоты от 0 до 120 км.

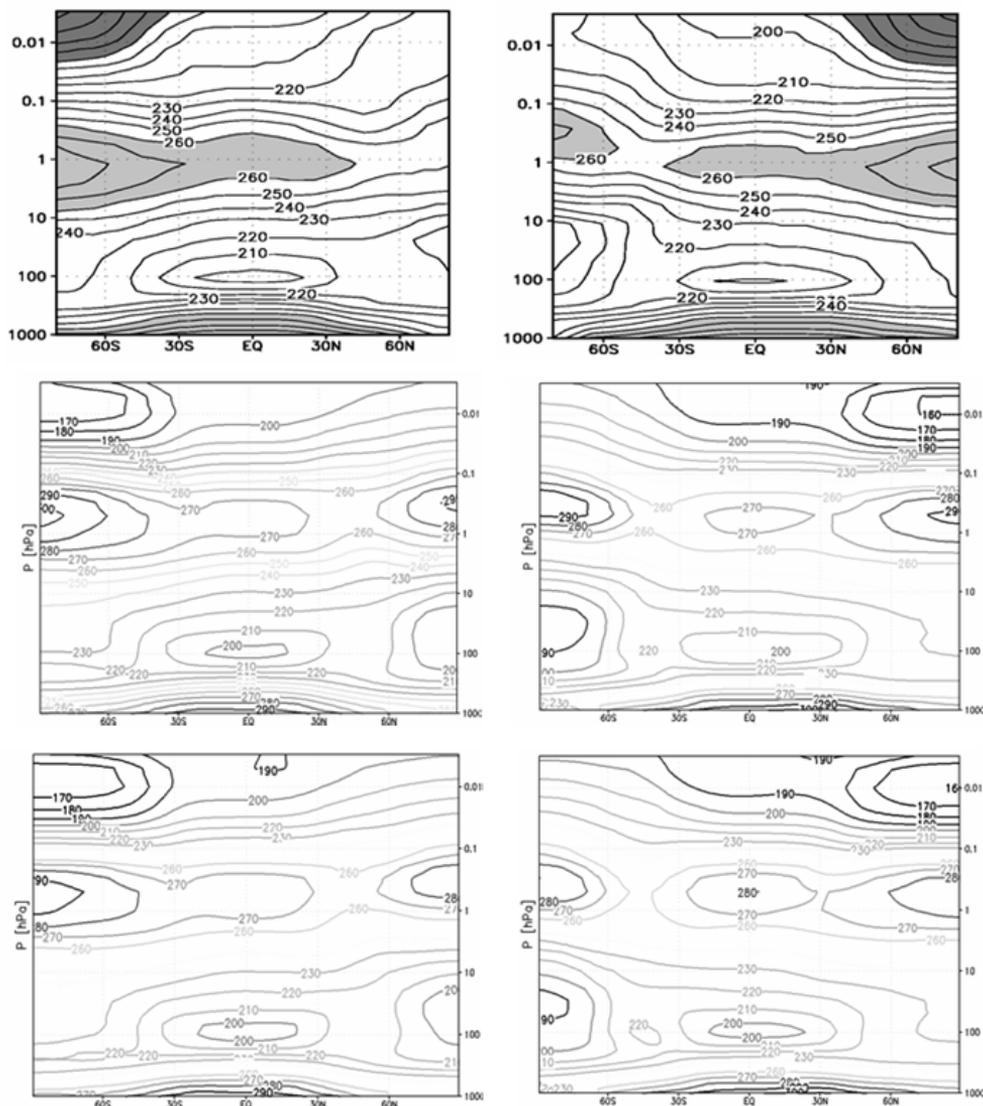


Рис. 2. Зонально осредненная температура T (K) в январе (слева) и июле (справа) по данным CIRA86 (вверху) и моделей общей циркуляции атмосферы в σ -вертикальной координате (в середине) и гибридной координате (внизу). Изолинии проведены через 10 K

На рис. 2 представлена зональная температура в январе и июле, осредненная для каждого месяца по времени за период исследования, по данным

двух моделей и наблюдений CIRA86. В целом обе версии модели правильно воспроизводят наблюдаемое распределение температуры и ее градиент в верхних слоях атмосферы. Климат в обеих версиях модели практически одинаков. Сохранились общие недостатки предыдущих версий модели ОЦА: в частности, занижение разности температур между зимним и летним полушариями в верхней мезосфере, связанное с недостатками радиационного блока в верхней атмосфере. Вместе с тем, завышение температуры вблизи стратопазы, особенно в высоких широтах, снизилось для модели в гибридной координате, величины максимумов температуры на полюсах стали близкими к наблюдаемым. Результаты прямого сравнения климатологии по данным разных версий модели показывают улучшение воспроизведения температуры вблизи стратопазы и тропопазы, особенно вблизи южного полюса. Снизились перегрев полюсов в стратосфере и переохлаждение температуры тропопазы в высоких широтах.

Осредненные по времени скорости зонального ветра по данным обеих версий модели ОЦА и наблюдений в январе и июле представлены на рис. 3. Обе модели в целом правильно воспроизводят основные особенности зонального ветра в атмосфере. Величины максимумов восточных и западных ветров в модели соответствуют наблюдениям, хорошо реализованы градиенты скоростей в средних широтах и экваториальная смена направлений средней скорости. Общим недостатком является более низкое расположение максимальных восточных и особенно западных ветров в моделях по сравнению с наблюдениями. Улучшилось воспроизведение области тропопазы для модели в гибридной координате в сравнении с σ -координатой: величины тропических ветров ближе к наблюдениям. При этом воспроизведение зональных ветров стратосферы для января несколько улучшилось, а для июля, наоборот, ухудшилось. По данным детального сравнения между результатами расчетов двух версий модели ОЦА было выявлено улучшение общего воспроизведения зонального ветра в мезосфере, поскольку ранние версии модели ОЦА в целом занижали величины зональной скорости в этой области.

Существенные различия в воспроизведении стратосферы (особенно в июле) связаны прежде всего с изменением характеристик квазидвухлетних колебаний (КДК), чувствительных в том числе к модификации численных схем в средней и верхней атмосфере. По результатам численных экспериментов при сравнении двух версий модели наблюдались КДК в области экваториальной стратосферы с периодом, равным примерно 2.5 года, однако после двух модельных лет расчета произошла пересинхронизация фаз, так что восточная фаза КДК по версии модели в σ -координате соответствовала западной фазе КДК для версии в η -координате (Кулямин и Дымников, 2010). Для более точного сравнения средних характеристик двух версий модели требуется перенастрой-

ка параметров вертикальной диффузии и гравитационно-волнового сопротивления, а также более длительные численные эксперименты (Dymnikov, Kulyamin, 2010).

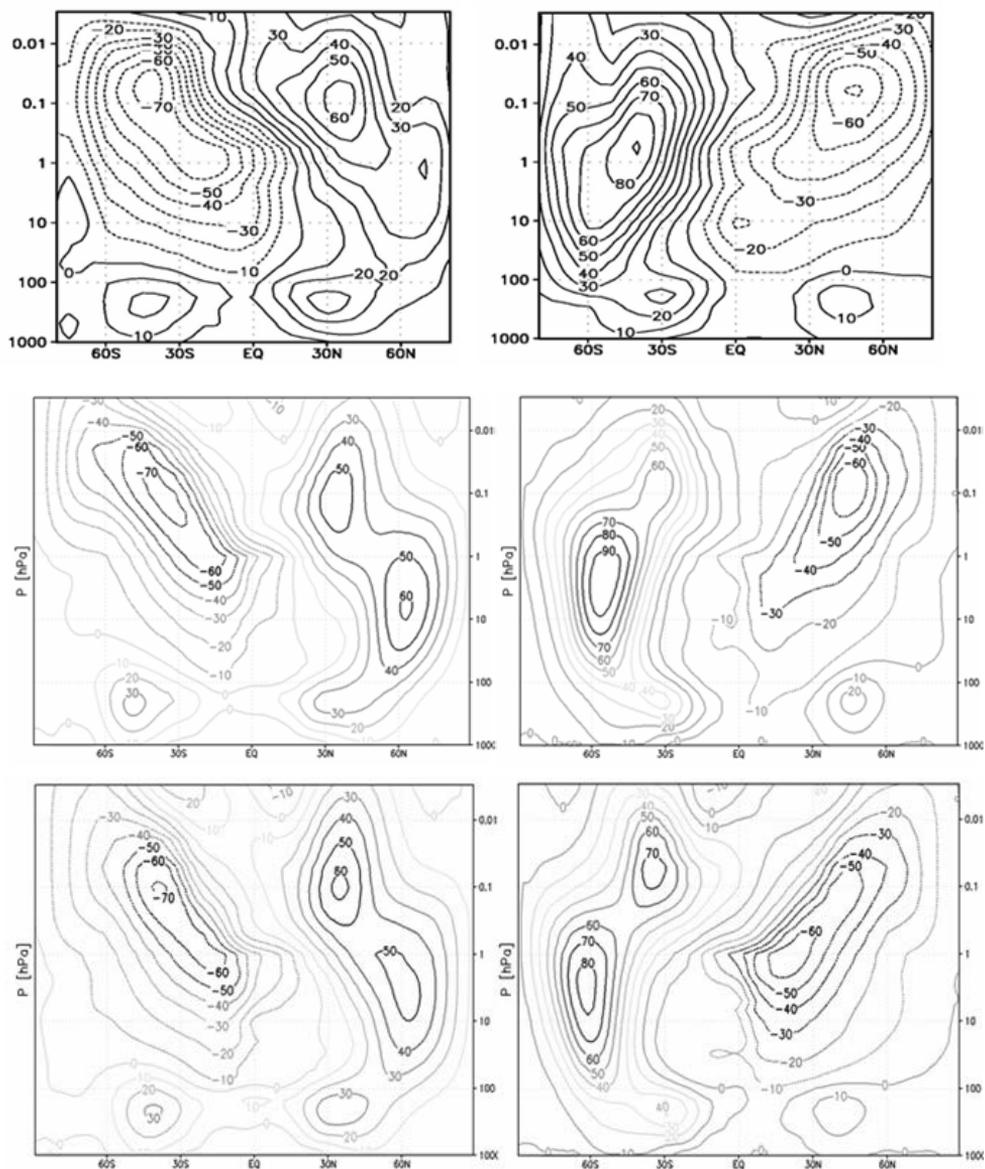


Рис. 3. Зонально осредненная скорость зонального ветра U (м/с) в январе (слева) и июле (справа) по данным CIRA86 (вверху) и моделей общей циркуляции атмосферы в σ -вертикальной координате (в середине) и гибридной координате (внизу). Изолинии проведены через 10 м/с, отрицательные изолинии выделены штрихом

В целом можно отметить, что обе модели достаточно хорошо воспроизводят климатические особенности атмосферы, при этом в сравнении с данными наблюдений многие общие проблемы сохранились. Изменение вертикальной координаты положительно сказалось на воспроизведении климатических характеристик в стратосфере и мезосфере.

Поскольку цели данной работы (Kulyamin, Dymnikov, 2013) были связаны как с развитием моделей верхней атмосферы, так и с усовершенствованием климатической модели, дальнейшая работа по развитию модели в направлении усовершенствования воспроизведения верхних слоев атмосферы была направлена на создание совместных моделей тропосферы–стратосферы–мезосферы и термосферы.

Литература

Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. М.: ИВМ РАН, 1998. 121 с.

Галин В.Я., Володин Е.М., Смышляев С.П. Модель общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН с динамикой озона // Метеорология и гидрология. – 2003. – № 5. – С. 13–21.

Галин В.Я. Параметризация радиационных процессов в атмосферной модели ИВМ // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 1998, Т. 34. № 3. С. 380–389.

Володин Е.М., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность – почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных данных наблюдений // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 4. С. 453–465.

Кулямин Д.В., Володин Е.М., Дымников В.П. Моделирование квазидвухлетних колебаний зонального ветра в экваториальной стратосфере. Часть II. Модели общей циркуляции атмосферы. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 1. С. 43–61.

Кулямин Д.В., Дымников В.П. Спектральные характеристики квазидвухлетних колебаний экваториального стратосферного ветра и проблема синхронизации. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 4. С. 1–19.

Лыкосов В.Н., Глазунов А.В., Кулямин Д.В., Мортиков Е.В., Степаненко В.М. Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы. Учебн. пособ. – М.: Издательство Московского университета, 2012.

Марчук Г.И. Численные методы в прогнозе погоды // Л.: Гидрометеиздат, 1967. – 356 с.

Arakawa A. and Lamb V.R. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model // Methods in computational physics. 1977. V. 17. P. 173–265.

Asselin R. Frequency filter for time integrations // Mon. Wea. Rev., 1972. V. 100. P. 487–490.

Betts A.K. A new convective adjustment scheme. Part 1. Observational and theoretical basis // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1986. V. 112. № 473. P. 677–691.

Boville B.A., Gent P.R. The NCAR Climate System Model, Version One // *J. Climate*. 1998. V.11. P. 1115–1130.

Burridge D.M., Haseler J. A model for medium range weather forecasting – adiabatic formulation // *Technical Report 4, ECMWF*. 1977. Reading, UK. 46 p.

Durran D.R. Numerical methods for wave equations in geophysical fluid dynamics // New York, Springer-Verlag, 1999. 465 p.

Dymnikov V.P., Kulyamin D.V. Structural stability of quasi-biennial oscillations of zonal wind in the equatorial stratosphere // *Rus. J. Numer. Anal. and Math. Modelling*. 2010. V. 25. № 3. P. 235–251.

ECMWF Forecast model, Research Manual 2, Adiabatic Part // *European Center for medium Range Weather Forecast, Meteorological Bulletin*. 1985.

Fleming E.L., Chandra S., Shoeberl M.R., Barnett J.J. Monthly Mean Global Climatology of Temperature, Wind, Geopotential Height and Pressure for 0–120 km // *NASA Technical Memorandum 100697*, 1988.

Hines C.O. Doppler spread parameterization of gravity wave momentum deposition in the middle atmosphere. Part 1, Basic formulation // *J. Atm. Terr. Phys*. 1997. V. 59. № 4. P. 371–386.

Kasahara A. Various Vertical Coordinate Systems Used for Numerical Weather Prediction // *Mon. Wea. Rev.* 1974. V. 102. P. 509–522.

Kulyamin D.V., Dymnikov V.P. A three-dimensional model of general thermospheric circulation // *Rus. J. Numer. Anal. and Math. Modelling*. 2013. V. 28. № 4. P. 353–380.

Palmer T.N., Shutts G.J., Swinbank R. Alleviation of a systematic westerly bias in general circulation and numerical weather prediction models through an orographic gravity wave drag parameterization // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* 1986. V. 112. № 474. P. 1001–1031.

Phillips N.A. A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting. // *J. Meteor.* 1957. V. 14. P. 184–185.

Robert A.J., Henderson J., Turnbull C. An implicit time integration scheme for baroclinic modes in the atmosphere // *Mon. Wea. Rev.*, 1972. V. 100. P. 329–335.

Simmons A.J., Hoskins B., Burridge D. Stability of the semi-implicit method of time integration // *Mon. Wea. Rev.*, 1978. V. 106, P. 405–412.

Simmons A.J., Burridge D.M. An energy and angular momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates. // *Mon. Wea. Rev.* 1981. V. 109. P. 758–766.

Stevens B. et al. Atmospheric component of the MPI-M Earth System Model: ECHAM6 // *J. Adv. Model. Earth Syst.* 2013. V. 5. P. 146–172

Trenberth K.E., Berry J.C., Buja L.E. 1993: Vertical interpolation and truncation of model-coordinate data. *NCAR Technical Note NCAR/TN-396+STR*, 54 pp.

Volodin E.M., Schmitz G.A. Troposphere-stratosphere-mesosphere general circulation model with parameterization of gravity waves: climatology and sensitivity studies // *Tellus*. 2001. V. 53a. P. 300–316.

Wang W.-C., Liang X.-Z., Dudek M.P., Pollard D., Thompson S.L., Atmospheric ozone as a climate gas // *Atmosph. Res*. 1995. V. 37. № 1–3. P. 247–256.

Yukimoto S., Noda A., Kitoh A., Sugi M., Kitamura Y., Hosaka M., Shibata K., Maeda S., Uchiyama T. The new Meteorological Research Institute global ocean-atmosphere coupled GCM (MRI-CGCM2)-Model climate and variability // *Papers Meteor. and Geophys.* 2001. V. 51. P. 47–88.

Совместная модель циркуляции нейтральной атмосферы и D слоя ионосферы

Кулямин Д.В., Дымников В.П.

1. Введение

Проблема моделирования средней и верхней атмосферы представляет отдельный интерес, обусловленный как проблемами изменений климатических характеристик всей атмосферы, так и вопросами, связанными с верхними слоями, в том числе прикладными задачами радиофизики и космической погоды (Kulyamin, Dymnikov, 2013; Kulyamin, Dymnikov, 2014; Кулямин, Дымников, 2015). Эти задачи диктуют необходимость включения в комплексную модель Земной системы описания ионосферы. При численной реализации совместной модели можно сформулировать ряд задач, требующих отдельного рассмотрения.

Как отмечено выше, правильное описание глобальной циркуляции атмосферы в верхних слоях требует использования специального типа вертикальных координат. В рассматриваемой модели ОЦА использовалась гибридная вертикальная координата, обеспечивающая плавный переход от сигма-координаты в тропосфере к изобарической в мезосфере (Kulyamin, Dymnikov, 2014). Это особенно важно с той точки зрения, что крупномасштабный перенос пассивных химических примесей, необходимый для учета при рассмотрении задач моделирования ионосферы, в верхних слоях атмосферы осуществляется в основном вдоль уровней постоянного давления, что соответствует изобарической системе. Как описано в предыдущем разделе, это условие выполняется для использованной в моделях атмосферы ИВМ РАН гибридной координаты.

Задача построения и реализации фотохимической модели D слоя ионосферы представляет отдельную проблему с точки зрения как физической постановки, так и методов решения. Подробный обзор физических механизмов формирования D слоя и существующих физико-химических моделей среды представлен в работе (Кулямин, Дымников, 2015). Определяющими для D слоя являются локальные фотохимические процессы с участием молекулярных ионов и нейтральных составляющих (Schunk, 2009). В ионном составе нижней ионосферы присутствуют как положительные, так и отрицательные ионы, представленные в основном ионными кластерами (они образуются на молекулах воды в результате процессов гидратации молекулярных ионов). Составляющие нейтральной атмосферы играют определяющую роль фоновой среды для процессов ионизации (поскольку средняя плот-

ность нейтрального газа на этих высотах на десятки порядков превосходит плотности заряженных частиц). При этом особую трудность для моделирования D-области ионосферы представляет существенная роль в локальной химической кинетике так называемых малых нейтральных составляющих (прежде всего оксида азота, водяного пара, а также углекислого газа, озона и др.).

Отдельной проблемой на сегодняшний день остается систематическое описание глобального состояния D-области ионосферы на основе эмпирических наблюдений. Традиционным подходом исследования D слоя является построение эмпирических моделей локальных профилей электронной концентрации (в зависимости от зенитного угла Солнца и других параметров внешнего ионизирующего излучения), в основе которых лежит некоторый набор местных наблюдений за состоянием ионосферы на разных высотах, сопоставленный с состоянием солнечной активности в это время. При этом в большинстве случаев влияние внутренних метеорологических факторов не учитывается. Появление сетей непрерывного мониторинга радиосигналов в наши дни придало новый импульс возможностям исследования D слоя ионосфере средствами радиофизики. Появившиеся в последнее десятилетие чувствительные радары некогерентного рассеяния, а также риометры и станции СДВ-ДВ диапазона позволяют получать непрерывные ряды измерений локального состояния D-области с хорошей точностью. Особо отметим, что существенное своеобразие D-области ионосферы заключается в относительной простоте описания ее глобального состояния в условиях сильных возмущений (таких как солнечные вспышки или вбросы частиц в полярной шапке) и сложности физико-химических процессов в спокойных условиях (Кулямин, Дымников, 2015; Schunk, 2009; Chau, Woodman, 2005).

В то же время, идентификация относительной роли процессов нейтральной атмосферы (как определяющих ее фоновый газовый состав, так и динамических характеристик) остается до конца не исследованной. В силу локальности существующих моделей, практически отсутствуют систематические исследования эффектов динамических процессов в нижней ионосфере, включающие возможный отклик на возмущения разной физической природы, приходящие как из верхних слоев ионосферы и термосферы, так и из нижних слоев атмосферы.

За рубежом и в нашей стране разработан ряд локальных плазмохимических моделей D слоя ионосферы, однако глобальных моделей атмосферы, включающих расчет состояния нижней ионосферы, на сегодняшний день единицы (Roble, 1994; Кулямин, Дымников, 2015). При решении задачи моделирования нижней ионосферы в контексте разработки совместной модели атмосферы-ионосферы в качестве первой версии модели D слоя ионосферы

рассматривается предложенная группой из ИДГ РАН 5-компонентная локальная фотохимическая модель, успешно применяемая для решения прикладных задач распространения радиоволн СДВ-ДВ диапазона в условиях спокойной ионосферы (Егошин, 2012). Целью применения данной простой ионосферной модели в первоначальной постановке совместного моделирования нейтральной и заряженной компонент является задача оценки взаимодействия термогидродинамики средней атмосферы и глобального состояния D-области, которое можно назвать климатом D слоя (включая как среднее состояние, так и изменчивость среды).

Переходя к реализации данной модели, отметим ключевые особенности численного решения подобных плазмохимических систем:

- а) незамкнутость системы из-за наличия внешних источников и стоков химических элементов (нейтральных составляющих),
- б) дополнительный закон сохранения заряда, связанный с локальной квазинейтральностью плазмы,
- с) малые характерные времена трансформации ионизированных примесей.

2. Моделирование D слоя ионосферы в рамках модели общей циркуляции атмосферы

В общем случае согласованный учет транспортных и химических процессов требует решения уравнения переноса как для каждой из заряженных компонент газа, так и для нейтральных составляющих, определяющих состояние ионосферы в рассматриваемой области. Как показано выше, при рассмотрении нижних областей ионосферы в рамках общей циркуляции атмосферы динамику заряженных компонент можно описывать переносом пассивной примеси. В рассматриваемой совместной модели уравнение переноса решается в дивергентном виде (преобразованном с учетом уравнения неразрывности), записанном в гибридной системе координат для всей атмосферы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} X_i \right) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(X_i u \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(X_i v \cos \varphi \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(X_i \dot{\eta} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial p}{\partial \eta} [f_i], \quad i = 1, \dots, 5. \quad (1)$$

В уравнении (1) все скорости определяются нейтральной динамикой $f_i = (R_i + F_D) / n$, где R_i представляет собой член, который описывает химические источники и стоки и определяется для компонент ионосферы локальной плазмохимической моделью, а диссипативный член F_D в правой части соответствует диффузионным процессам и определяется характеристиками циркуляции.

Сразу отметим, данная версия модели ионосферы основывается на решении плазмохимических преобразований, т.е. не рассматриваются преобразования нейтральных составляющих и их изменчивость, но в совместной модели задаются объемные доли участвующих в плазмохимических процессах нейтральных компонент (Кулямин, Дымников, 2015).

В рассматриваемой модели атмосферы при дискретизации по времени используется метод расщепления по физическим процессам, при построении численного метода для расчета ионосферного блока можно выделить из (1) систему уравнений, описывающую процессы фотоионизации и рекомбинации. При этом для пространственной дискретизации при численном решении естественным образом используется сетка модели ОЦА (фотохимическая модель решается локально в каждой точке пространственной сетки). В общем виде локальную плазмохимическую модель можно записать в виде нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = R(\bar{\varphi}). \quad (2)$$

Через $\bar{\varphi}$ обозначен вектор концентрации ионосферных составляющих φ_i (положительные и отрицательные ионы, электроны, $\varphi_i = nX_i$). Для непосредственного решения (2) требуется постановка задачи Коши, т.е. помимо знания значений параметров системы нужны начальные условия для ионных компонент.

В данной работе в качестве модели плазмохимии в D-области рассматривается простая 5-компонентная модель, физические обоснования и используемые параметры которой подробно изложены в работе (Кулямин, Дымников, 2015). Модель основана на процессе ионизации оксида азота, поскольку для высот 50–85 км ключевой вклад (~90%) вносит процесс ионизации оксида азота NO спектральной линией Лайман- α солнечного ультрафиолетового излучения (длина волны 121.6 нм, энергия фотона 10.196 эВ). Акцент поставленной задачи на моделирование среднего состояния в спокойных условиях позволяет исключить из рассмотрения ионизацию молекулярных кислорода и азота жестким излучением, характерную для области перехода в E слой выше 90 км и для возмущенных геомагнитных условий (вспышечный рентген, экстремальный ультрафиолет). Ионизация космическими лучами, преобладающая на высотах 30–50 км, играет относительно малую роль в средноклиматической картине D-области и не рассматривается в данной версии модели.

Учитываемые в модели фотохимические преобразования для ионизированных составляющих и соответствующие константы скоростей приведены в таблице.

Учитываемые в плазмохимической модели D слоя ионосферы реакции

| Обозначение | Реакции | Константы скоростей | |
|----------------|---|---|-----------------------------|
| P | $\text{NO} + h\nu \rightarrow e + \text{NO}^+$ | | |
| D ₁ | $\text{O}_2 + h\nu \rightarrow \text{O}(^3\text{P}) + \text{O}(^1\text{D})$ | | |
| R ₁ | $\text{NO}^+ + \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O}) + \text{N}_2$ | $1,8 \cdot 10^{-28} (300/T)^{4,7}$ | $\text{см}^6 \text{с}^{-1}$ |
| R ₂ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n + \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{N}_2 + \text{N}_2$ | $2 \cdot 10^{-31} \cdot (300/T)^{4,4}, n=0-2$ | $\text{см}^6 \text{с}^{-1}$ |
| R ₃ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{N}_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{CO}_2 + \text{N}_2$ | $10^{-9}, n=0-2$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| R ₄ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_{n+1} + \text{N}_2$ | $10^{-9}, n=0-2$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| R ₅ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_{n+1} + \text{CO}_2$ | $10^{-9}, n=0-2$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| R ₆ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n + \text{CO}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+(\text{H}_2\text{O})_n \text{CO}_2 + \text{N}_2$ | $7 \cdot 10^{-30} (300/T)^3, n=0-2$ | $\text{см}^6 \text{с}^{-1}$ |
| R ₇ | $\text{NO}^+ \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2$ | $1,5 \cdot 10^6 T^{-5,4} \exp(-2450/T)$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| R ₈ | $\text{NO}^+ \text{CO}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{CO}_2 + \text{N}_2$ | $3,1 \cdot 10^4 T^{-4} \exp(-4590/T)$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| E ₁ | $\text{NO}^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{O}$ | $4 \cdot 10^{-7} (300/T)^{0,5}$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| E ₂ | $\text{NO}^+(\text{H}_2\text{O}) + e \rightarrow \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ | $2 \cdot 10^{-5}$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| L ₁ | $e + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^- + \text{O}_2$ | $1,4 \cdot 10^{-29} (300/T) \exp(-600/T)$ | $\text{см}^6 \text{с}^{-1}$ |
| L ₂ | $\text{O}_2^- + \text{O}_3 \rightarrow \text{O}_3^- + \text{O}_2$ | $6 \cdot 10^{-10}$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| L ₃ | $\text{O}_2^- + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_4^- + \text{O}_2$ | $4 \cdot 10^{-31}$ | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |
| L ₄ | $\text{O}_2^- + h\nu \rightarrow e + \text{O}_2$ | 0,33 | с^{-1} |
| I ₁ | $\text{X}^- + \text{Y}^+ \rightarrow \text{нейтралы}$ | 10^{-7} | $\text{см}^3 \text{с}^{-1}$ |

В основе рассматриваемых ионизационно-рекомбинационных процессов лежит источник ионизации оксида азота NO до образования NO⁺ (реакция P). Далее описываются цепочки преобразования NO⁺ в водные положительные кластеры C⁺. В данной работе рассматривается канал NO⁺ → NO⁺(H₂O) (соответственно C⁺ содержит гидрат NO⁺(H₂O)) с участием молекулярного азота и углекислого газа (реакции R₁–R₈), вторая и третья стадии гидратации не учитываются (n = 0). Отдельно рассмотрены процессы рекомбинации положительных ионов NO⁺ (реакция E₁), C⁺ (реакция E₂). В то же время для отрицательных ионов рассматривается прилипание электронов к молекулам кислорода в тройных соударениях с образованием первичного иона O₂⁻ (реакция L₁) и его вторичные преобразования в группу отрицательных ионов C⁻ (в данном случае объединяет O₃⁻, O₄⁻, реакции L₂ – L₃). Также модель включает быстрое фотоотлипание электрона от O₂⁻ (реакция L₄), относительно медленные взаимные ион-ионные рекомбина-

ции, скорость которых предполагается одинаковой для всех типов ионов (реакция I₁). Исключено лишь существенное для высот ниже 70 км фотоотлипание электронов от C⁻ из-за неопределенности типа конечного иона и соответствующих скоростей.

Процесс преобразования NO⁺ → NO⁺(H₂O) может быть описан эффективной скоростью *B* с учетом условия квазиравновесия для промежуточных виртуальных ионов NO⁺CO₂, NO⁺N₂ (см. реакции R₂ – R₆), поскольку время их жизни много меньше времени жизни кластеров. Из представленных реакций нетрудно получить условия баланса:

$$R_2[N_2]^2[NO^+] - L_N[NO^+N_2] = 0,$$

$$R_3[CO_2][NO^+N_2] + R_1[H_2O][N_2] + R_6[CO_2][NO^+] - L_C[NO^+CO_2] = 0,$$

где скорости потерь виртуальных ионов выражаются следующим образом:

$$L_N = R_7[N_2] + R_3[CO_2] + R_4[H_2O],$$

$$L_C = R_8[N_2] + R_5[H_2O].$$

Отсюда (см. реакции R₄ – R₅) выражается скорость перехода *B*:

$$B = R_1[H_2O][N_2] + \frac{R_2[N_2]^2 \times R_4[H_2O]}{L_N} + \frac{R_5[H_2O]}{L_C} \left(R_6[CO_2][N_2] + \frac{R_2[N_2]^2 \times R_3[CO_2]}{L_N} \right).$$

В данных соотношениях в квадратных скобках стандартно обозначены концентрации соответствующих составляющих в см⁻³, константы соответствующих скоростей *R_i* реакций и их размерности приведены в таблице, размерность скорости кластерного преобразования *B* и скоростей потерь виртуальных ионов – с⁻¹.

Таким образом, решаемые в модели уравнения плазмохимии записываются для ионов NO⁺, водных положительных кластеров C⁺ (содержит гидрат NO⁺(H₂O)), группы отрицательных ионов C⁻ (в данном случае объединяет O₃⁻, O₄⁻) и иона O₂⁻.

Обозначая φ₁ = [NO⁺], φ₂ = [C⁺], φ₃ = *n_e*, φ₄ = [O₂⁻], φ₅ = [C⁻], можно записать систему модельных уравнений в виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\varphi_1}{dt} &= P - B\varphi_1 - k_{13}\varphi_1\varphi_3 - k_c\varphi_1(\varphi_4 + \varphi_5), \\
 \frac{d\varphi_2}{dt} &= B\varphi_1 - k_{23}\varphi_2\varphi_3 - k_c\varphi_2(\varphi_4 + \varphi_5), \\
 \frac{d\varphi_3}{dt} &= P - k_{13}\varphi_1\varphi_3 - k_{23}\varphi_2\varphi_3 - k_3\varphi_3 + k_4\varphi_4, \\
 \frac{d\varphi_4}{dt} &= k_3\varphi_3 - (k_4 + k_5)\varphi_4 - k_c\varphi_4(\varphi_1 + \varphi_2), \\
 \frac{d\varphi_5}{dt} &= k_5\varphi_4 - k_c\varphi_5(\varphi_1 + \varphi_2).
 \end{aligned} \tag{3}$$

В системе (3) $k_{13} = E_1$, $k_{23} = E_2$, $k_3 = L_1[O_2]^2$, $k_4 = L_4$, $k_5 = L_2[O_3] + L_3[O_2]^2$, $k_c = I_1$.

Как отмечено выше, в данной работе в качестве источника ионизации рассматривается только дневное ультрафиолетовое излучение Солнца на спектральной линии $L\alpha$ (реакция P), которое поглощается верхними слоями за счет диссоциации молекулярного кислорода (реакция вида D₁). Скорость ионообразования P иона NO^+ из оксида NO за счет такого монохроматического излучения определяется в зависимости от высоты z следующим выражением:

$$P(z) = I_{L\alpha} \cdot \sigma_{NO}^i \cdot [NO] \cdot \exp(-\tau(z)), \tag{4}$$

где $[NO]$ – концентрация частиц ионизируемого NO, σ_{NO}^i – сечение ионизации NO, $I_{L\alpha}$ – поток излучения $L\alpha$ на верхней границе атмосферы, τ – оптическая толщина для данной линии, которая определяется полным сечением взаимодействия излучения (в данном случае – молекулярным кислородом σ_{O_2}) и числом молекул в столбе атмосферы выше рассматриваемого уровня вдоль направления излучения ($Sum(z, \chi)$, где χ – зенитный угол Солнца):

$$\tau(z, \chi) = \sigma_{O_2} \cdot Sum_{O_2}(z, \chi) = \sigma_{O_2} \cdot \int_z^{z_0} \frac{[O_2]}{\cos \chi} dz. \tag{5}$$

Используемые для расчета ионизации сечения взаимодействия задаются как $\sigma_{NO}^i = 1.86 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$, $\sigma_{O_2} = 1.13 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$. Поток солнечного излучения линии $L\alpha$ на верхней границе атмосферы принимается следующим: $I_{L\alpha} = 0.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, что соответствует среднему уровню солнечной активности (Кулямин и Дымников, 2015). Все параметры нейтральной атмосферы, необходимые для расчета (4–5) и решения (3), могут быть взяты из модели общей циркуляции.

3. Исследование дифференциальной постановки

Прежде чем переходить к непосредственному описанию численного решения задачи (3), необходимо исследовать основные свойства дифференциальной постановки. Особенностью фотохимических систем вида (2) является разделение компонент на положительно заряженные ионы φ_i^+ , отрицательные ионы φ_i^- и электроны n_e , при этом должно выполняться условие локальной квазинейтральности плазмы (закон сохранения заряда):

$$\sum_i \varphi_i^+ - \sum_i \varphi_i^- - n_e = 0. \quad (4)$$

Помимо этого, подобные системы обладают свойством неотрицательности компонент: $\varphi_i \geq 0$. Однако в описанной выше постановке нет закона сохранения массы, так как система не включает согласованные уравнения для нейтральных компонент. Поэтому к данной системе непосредственно не применимы разработанные методы решения локальных задач химической кинетики.

Перейдем к рассмотрению свойств описанной модели D-области ионосферы в дифференциальной форме. Сформулируем ряд утверждений по отношению к системе (3).

Утверждение 1. Система сохраняет неотрицательность компонент в любой момент времени $\varphi_i \geq 0$ в случае неотрицательности их в начальный момент. Это можно показать, положив в правой части i -ого уравнения $\varphi_i = 0$, тогда оставшаяся сумма должна быть положительна (Takeuchi et al., 1978).

Утверждение 2. Система диссипативна, так как след матрицы Якоби отрицателен: $\sum_i \frac{\partial R(\varphi_i)}{\partial \varphi_i} < 0$.

Утверждение 3. Система имеет поглощающее множество в норме $\|\bar{\varphi}\| = \sum_i \varphi_i$, (т.к. $\varphi_i \geq 0$) $\|\bar{\varphi}\| \leq 2\sqrt{\frac{P}{k_c}}$. Следовательно, система имеет глобальный аттрактор на неотрицательном фазовом полупространстве $\varphi_i \geq 0$.

Действительно, для $\varphi_1 + \varphi_2 = q$ имеем оценку $\frac{dq}{dt} \leq P - k_c q^2$. Отсюда в силу закона сохранения заряда следует искомое утверждение.

4. Полуявная численная схема

При моделировании сложной нелокальной системы Земной атмосферы требуются эффективные численные схемы (аппроксимационная сетка содержит порядка миллиона узлов). Для эффективного численного решения фотохимической системы уравнений D слоя предложена устойчивая полуявная схема (3). Идея построения схемы основана на выделении компонент с быстрыми характерными временами сходимости к стационарному решению, эволюция которых рассчитывается с помощью неявной схемы, и компонент с медленной сходимостью, вычисляемых явно.

На основе численных оценок было показано, что для нижних уровней D слоя характерные времена сходимости к стационарному решению при фиксированных параметрах для φ_1 , φ_3 и φ_4 намного меньше, чем для кластеров φ_2 , φ_5 . При повышении уровня характерные времена сходимости выравниваются.

Запишем оператор системы вида (2) как сумму двух операторов, описывающих быстрые и медленные процессы: $R(\bar{\varphi}) = A_1\bar{\varphi} + A_2\bar{\varphi}$. Выделим в первом операторе линейную часть и запишем его в виде $A_1\bar{\varphi} = M\bar{\varphi}$, где $M(\bar{\varphi})$ – матрица быстрых слагаемых для неявного счета, содержащая нелинейные коэффициенты, рассчитываемые явно. Остальная часть слагаемых $\bar{a}(\bar{\varphi}) = A_2\bar{\varphi}$ представляет собой вектор нелинейной части (описывающий медленные слагаемые), вычисляемый явным образом.

Аппроксимируя дифференциальный оператор простой одношаговой схемой Эйлера, конечно-разностное приближение системы для n -ого шага по времени запишем в виде (Δt – шаг по времени):

$$\frac{\bar{\varphi}^{n+1} - \bar{\varphi}^n}{\Delta t} = M(\bar{\varphi}^n)\bar{\varphi}^{n+1} + \bar{a}(\bar{\varphi}^n). \quad (5)$$

Таким образом, система для нахождения значений $\bar{\varphi}^{n+1}$ имеет вид:

$$(I - \Delta t M)\bar{\varphi}^{n+1} = \Delta t \bar{a} + \bar{\varphi}^n, \quad (6)$$

где

$$M = \begin{pmatrix} -B & 0 & -k_{13}\varphi_1 & 0 & 0 \\ B & 0 & -k_{23}\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{13}\varphi_1 - k_{23}\varphi_2 - k_3 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & -k_4 - k_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{a} = \begin{pmatrix} P - k_c\varphi_1(\varphi_4 + \varphi_5) \\ -k_c\varphi_2(\varphi_4 + \varphi_5) \\ P \\ -k_c\varphi_4(\varphi_1 + \varphi_2) \\ -k_c\varphi_5(\varphi_1 + \varphi_2) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Из вида неявной и явной (7) частей системы видно, что конечно-разностная постановка точно сохраняет начальный суммарный заряд на каждом шаге по времени (как и дифференциальная постановка).

Для данной конечно-разностной постановки справедливы следующие утверждения.

Утверждение 4. Пусть $k_c \Delta t (\varphi_1^n + \varphi_2^n) < 1$, $\Delta t [k_{13} \varphi_3^{n+1} + k_c (\varphi_4^n + \varphi_5^n)] < 1$. Тогда, если $\varphi_i^n \geq 0$, то $\varphi_i^{n+1} \geq 0$.

Первое условие обеспечивает неотрицательность φ_3^{n+1} , φ_4^{n+1} , φ_5^{n+1} , которые рассматриваются независимо от φ_1 и φ_2 . Второе обеспечивает неотрицательность φ_1^{n+1} и φ_2^{n+1} .

Утверждение 5. Решение разностной схемы ограничено в норме $\|\bar{\varphi}\| = \sum_i \varphi_i$, $\|\bar{\varphi}\| \leq 2 \sqrt{\frac{P}{k_{\min}}}$, где $k_{\min} = \min(k_{13}, k_{23}, k_c)$, если начальные данные удовлетворяют условиям $\|\bar{\varphi}_0\| \leq 2 \sqrt{\frac{P}{k_{\min}}}$ с условиями утверждения 4.

5. Исследование численного решения

Для изучения конкретной формы решений системы (3), асимптотического поведения и формы аттрактора, а также свойств устойчивости по начальным условиям и параметрам, исследовалось численное решение для некоторых типичных условий, при которых можно фиксировать числовые значения коэффициентов и источника в системе (3) и изучать сходимость решения к аттрактору.

Для количественных оценок параметров модели удобно выбрать два характерных высотных уровня, отражающих специфику областей нижнего и верхнего D слоев: 50 км и 85 км. Проведя числовые оценки (Кулямин, Дымников, 2015), можно сразу сделать вывод, что главными быстрыми процессами для нижней области D слоя являются преобразования группы отрицательных ионов и образование положительных гидратов, а для верхних слоев на первый план выходит фотоотлипание электронов и положительные ионы, при этом скорости практически всех процессов сравнимы. Это соответствует ключевым механизмам, регистрируемым по данным наблюдений.

Экспериментально установлено, что глобальным аттрактором системы (в широком интервале параметров) для всех начальных значений с единым суммарным зарядом является стационарная точка. При этом ее положение

непрерывно меняется в зависимости от величины суммарного заряда, но остается неизменным при фиксированном заряде. Таким образом, можно предположить, что глобальным аттрактором для всей области неотрицательного фазового полупространства служит поверхность, точки которой разделены суммарной величиной заряда. Физический интерес представляет квазинейтральное решение (4).

Для обеих исследуемых высот в численном решении наблюдается сходимость к одной точке фазового пространства. При этом для нижних слоев характерны быстрое установление решения $\varphi_1 = \frac{P}{B}$, и соответственно $\varphi_3 = \frac{B}{k_{13}}$ (времена сходимости порядка секунд), и очень медленная сходимость для величин кластеров φ_2, φ_5 . (см. утв. 5). Скорость сходимости к стационарному решению в верхних слоях для разных компонент выравнивается, время сходимости в данном случае составляет величину порядка часа. Экспериментально для локальной постановки были показаны сходимость решения к стационарной точке, определяющейся суммарным зарядом (и являющейся глобальным аттрактором на неотрицательном полупространстве), а также непрерывная зависимость решения от параметров системы при их разумных значениях.

На основе построенной локальной модели отдельно рассмотрена проблема чувствительности стационарного решения для электронной концентрации n_e в D слое к параметрам нейтральной атмосферы и внешних источников ионизации. Этот вопрос имеет существенное значение для определения механизмов изменчивости D слоя, регистрируемой по имеющимся данным наблюдений.

Для характерных значений на высотах около 85 км наиболее чувствительным параметром модели (3) оказалась температура (относительная чувствительность $\frac{\delta n_e / \overline{n_e}}{\delta T / T} \approx 8$), а также скорость ионизации P (зависящая от солнечного излучения на линии $L\alpha$ и концентрации NO, относительная чувствительность $\frac{\delta n_e / \overline{n_e}}{\delta P / P} \approx 4$) и концентрация влаги, необходимой для процесса формирования кластеров (относительная чувствительность $\frac{\delta n_e / \overline{n_e}}{\delta H_2O / \overline{H_2O}} \approx 1.5$).

Отметим, что ни в одном численном эксперименте бифуркации не наблюдались.

Для проверки точности построенного полуявного метода и исследования системы уравнений проведено сравнение результатов численного моделирования при большом шаге по времени и с помощью метода высокого порядка, при параметрах системы для двух исследуемых высот. Во втором случае система решалась многшаговым методом, основанным на формулах численного дифференцирования с выбором размера шага в зависимости от требуемой точности, который применяется при исследовании жестких систем (Shampine, Reichelt, 1997). Установлено фактическое совпадение траектории решения во втором знаке уже через несколько шагов при шаге по времени порядка минут, что позволяет говорить о существенной эффективности предложенной схемы.

Переходя к описанию общего метода решения уравнений переноса заряженных компонент и результатов численных экспериментов с совместной моделью циркуляции ТСМ и D слоя ионосферы, отметим, что особенностью рассматриваемой системы является наличие линейного закона сохранения, соблюдение которого требуется при численном решении уравнений переноса (1). Если используются монотонные схемы высокого порядка точности, условие квазинейтральности выполняться не будет и нужна коррекция в том или ином виде. В данной работе для решения уравнения переноса (1) компонент ионосферы использовалась немонотонная схема решения уравнения переноса пассивной примеси в дивергентной форме второго порядка точности, в которой проводится нелинейная коррекция поля (аналогично уравнению переноса влаги). Для более точной оценки роли динамики в формировании D слоя ионосферы заряженные компоненты не делились по оценкам времени жизни, и уравнение (1) решалось для NO^+ , C^+ , C^- и электронов. При этом для выполнения условия локального сохранения заряда концентрация O_2^- рассчитывалась непосредственно как разность концентраций остальных заряженных составляющих с соответствующими знаками.

6. Моделирование характеристик средней атмосферы и D слоя ионосферы на основе построенной совместной модели

Представим несколько результатов по воспроизведению основных наблюдаемых характеристик глобальной циркуляции средней атмосферы для рассматриваемой в данной статье модели ОЦА ИВМ РАН. Климатические характеристики средней атмосферы по данным совместной модели в целом соответствуют описанным в предыдущем разделе результатам для версии модели ОЦА в гибридной системе координат, поскольку блок модели нейтральной составляющей не изменился (Kulyamin, Dumnikov, 2014). Перейдем

к описанию результатов моделирования глобального среднего состояния и изменчивости D слоя по данным совместной модели общей циркуляции тропосферы–стратосферы–мезосферы и ионосферы.

Для локальной идентификации совместной модели по воспроизведению характеристик D слоя ионосферы в качестве базовых данных наблюдений использовались каталоги профилей электронной концентрации (объединяющих данные ракетных измерений) эмпирических и полуэмпирических моделей (Кулямин, Дымников, 2015; Friedrich, Torkar, 2001; Mathews et al., 1982) и современные данные радарных установок (Chau, Woodman, 2005). При этом для соответствия экспериментальных данных и постановки модели для исключения аномальных явлений в полярной области выбирались измерения в среднеширотных и низкоширотных точках в спокойных условиях. На рис. 1 представлено сопоставление профилей электронной концентрации в D слое по данным численного моделирования и ряда эмпирических и полуэмпирических моделей (Friedrich, Torkar, 2001; Chau, Woodman, 2005). Обобщая детали проведенного сравнительного анализа, можно сделать вывод, что построенная совместная модель в целом правильно воспроизводит климатические характеристики верхнего D слоя для дневных спокойных условий (высоты 70–90 км) и занижает электронную концентрацию в нижнем D слое ионосферы (50–70 км) днем, а также ночью в целом. Это обусловлено прежде всего неучетом в фотохимическом блоке ионизации атмосферы галактическими космическими лучами (основной источник ионизации на высотах стратосферы и в ночное время), а также отсутствием более детального описания вторичных источников ионизации и стратосферных химических процессов.

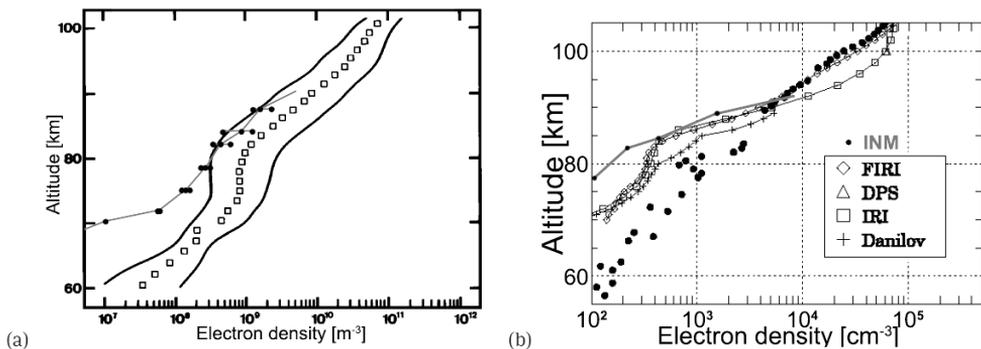


Рис. 1. Средний профиль концентраций электронов n_e (cm^{-3}) с оценкой изменчивости по данным эмпирической модели FIRM (Friedrich, Torkar, 2001) и данным численного моделирования с помощью модели TCM-ионосферы (светло-серая сплошная линия с точками) для условий солнечного зенита (а), а также по данным эмпирических моделей и данных радара НКР (Chau, Woodman, 2005) в сравнении с данными моделирования (для условий экваториальной области) (б)

Для демонстрации влияния основных характеристик циркуляции нейтральной атмосферы на формирование D слоя на рис. 2 показаны осредненные для января широтно-долготные распределения отклонений температуры для высотного уровня 0.01 гПа (демонстрирующие хорошо различимые аномалии в поле температуры, определяемые термическими приливами) и согласованные распределения электронной концентрации по результатам численного эксперимента с совместной моделью. Хорошо видна положительная корреляция между этими величинами с существенными вариациями дневных значений электронной концентрации при относительно небольших вариациях температуры.

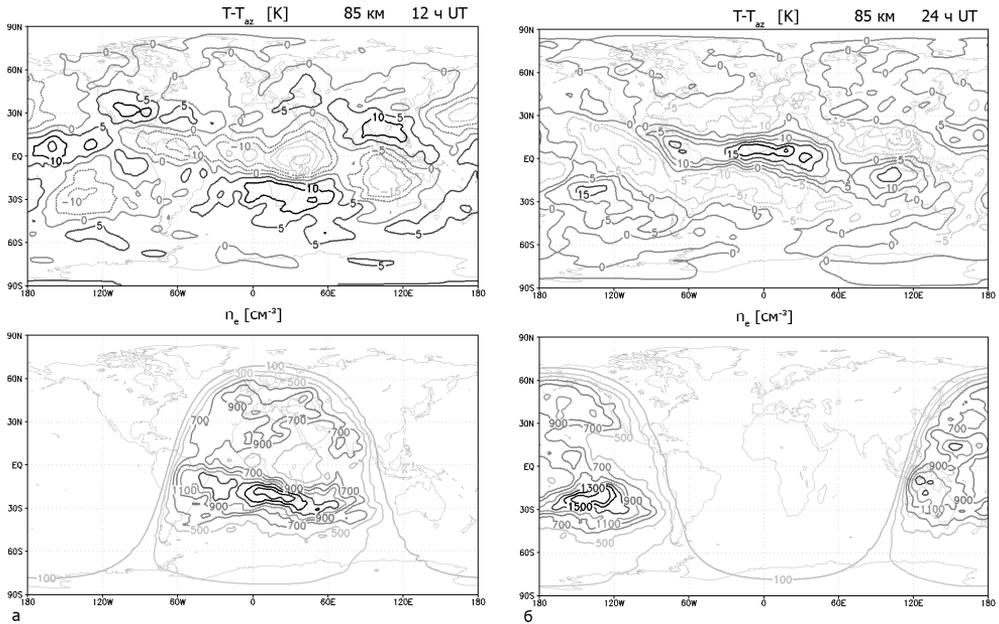


Рис. 2. Среднемесячные распределения отклонений полей температуры T (K) (вверху) и концентраций электронов n_e (см⁻³) (внизу) в 12-00 UT (а) и 24-00 (б) за январь для высотного уровня 0.01 гПа по данным совместной модели общей циркуляции атмосферы и D слоя ионосферы

Другим подходом к изучению ионосферы является не прямое сопоставление данных о состоянии D-области ионосферы, а косвенный анализ измерений характеристик распространения радиоволн (с дополнительным их расчетом по данным моделирования).

Рассмотрим методологию исследования ионосферы с помощью решения задач радиосвязи, поскольку вопросы распространения радиоволн представляют основной практический интерес к ионосфере Земли. Для большинства задач распространение электромагнитной волны в ионосфере с хорошим

приближением описывается линейной теорией (Davies, 1990; Budden, 1961). Обозначим $\omega_R = 2\pi f_R$ – круговую частоту сигнала (f_R – частота в Гц), $\omega_B = \frac{eB}{m_e}$ – циклотронную частоту для электронов, $\omega_0 = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}}$ – электронную плазменную частоту. Здесь e , m_e – заряд и масса электрона, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, c – скорость света в вакууме, ν_{en} – частота соударения электронов с нейтралими, B – внешнее магнитное поле. Не учитывая влияния геомагнитного поля ($\omega_R \gg \omega_B$), для D слоя ионосферы комплексный показатель преломления $n_R = \frac{c\tilde{k}}{\omega_R}$ в этих приближениях можно вычислить согласно формуле Эпплтона–Хартри (Wait, 1970) для распространения электромагнитной волны в холодной плазме:

$$n_R^2 = (\mu_R - i\kappa_R)^2 = 1 - \frac{X}{1+Z^2} - \frac{iXZ}{1+Z^2}, \quad (8)$$

где \tilde{k} – комплексное волновое число, $X = \frac{\omega_0^2}{\omega_R^2}$, $Z = \frac{\nu_{en}}{\omega_R}$. Распространение радиоволн определенной частоты в выбранном направлении z (обычно вертикальном) можно описывать стандартным уравнением плоской электромагнитной волны, записав зависимость для амплитуды сигнала в следующем виде (для колебаний электрического поля с начальной амплитудой E_0):

$$E(t, z) = \text{Re}\left(\tilde{E}_0 \exp[-i(\omega_R t - \tilde{k}z)]\right) = E_0 \exp[-\kappa z] \cdot \exp\left[-i\omega_R\left(t - \frac{\mu_R z}{c}\right)\right], \quad (9)$$

где величина нарастающего поглощения среды $\kappa = \frac{\omega_R}{c} \kappa_R \equiv \frac{\omega_R}{c} \text{Im}(n_R)$ определяет экспоненциальное затухание амплитуды (закон Бугера–Ламберта–Бера (Wait, 1970) за единицу пройденного расстояния (в Нп/м, переход к дБ $\kappa_{dB} = (20/\ln 10)\kappa$). Следуя (8, 9), для условия неотклоняющегося распространения волны в D слое ионосферы ($n_e \nu_{en} \gg 1$, $\mu_R \equiv \text{Re}(n_R) \approx 1$) коэффициент κ запишется в виде:

$$\kappa = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 m_e c} \cdot \frac{n_e \nu_{en}}{\omega_R^2 + \nu_{en}^2}. \quad (10)$$

Как следует из (10), помимо определения профиля электронной концентрации отдельной проблемой является вычисление величины частоты соударения электронов с нейтралими. Из общих оснований ясно, что $\nu_{en} \sim n, T_e$, где n , – как и ранее, – суммарная концентрация нейтрального газа (в см⁻³),

T_e – электронная температура (т.к. $(T_e)^{0.5}$ определяет среднюю скорость теплового движения электронов). В общем случае расчет v_{en} требует знания дифференциальных сечений упругих соударений электронов с каждой компонентой нейтрального газа и вычисления интеграла столкновений. В спокойных условиях для D слоя ионосферы среднее значение v_{en} может быть рассчитано с помощью следующей распространенной на сегодняшний день оценки:

$$v_{en} = 2 \cdot 10^{-11} \cdot n \cdot T_e \left(1 + \frac{2}{(T_e)^{0.5}} \right) \text{ с}^{-1}. \quad (11)$$

Первое слагаемое определяется столкновениями электронов с молекулярным азотом, а второе – с молекулярным кислородом. Поскольку в нижней ионосфере нейтральные молекулы доминируют и столкновения частые, электронная температура в невозмущенном D слое фактически совпадает с нейтральной $T_e = T$. Таким образом, для задач распространения радиоволн в нижних слоях ионосферы распределение поля температуры всей среды принимает еще большее значение.

Отдельного рассмотрения требует вопрос распространения радиоволн с отражением от D слоя ионосферы. Из соотношения (8) в приближении слабого затухания ($Z \sim 0$) следует равенство нулю коэффициента преломления при критической частоте радиосигнала $X = \frac{\omega_0^2}{\omega_R^2} = 1$, т.е. хорошо известное условие

отражения вертикальной волны от ионосферы $\omega_R = \omega_0$. Общая схема распространения наклонной радиоволны в ионосфере с отражением представлена на рис. 3. При угловом падении из известного условия полного отражения ($n_R = \sin \theta_0 = \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_R^2}}$) имеем частоту отражаемого сигнала $f_R = \frac{\omega_0}{\cos \theta}$.

Исходя из характерных величин n_e , нетрудно оценить, что в дневных условиях от D-области отражаются радиоволны СДВ (длины волн более 10 км) и ДВ диапазона (длины волн 1–10 км). При передаче СДВ-ДВ радиосигнала из точки в точку по определенной трассе полученный сигнал в общем случае является суммой поверхностной и многократно отраженных волн, проходящих в данную точку. Согласно (10), (11) реалистичное описание отражения волны требует учета преломления и затухания сигнала при прохождении в стратифицированной ионосфере, а также расчета отражения от поверхности Земли вторичных волн, учета эффектов ее сферичности, внеионосферного ослабления сигнала (эффекты орографии и т.п.), однако на практике используются более простые подходы (Ferguson, 1998). В целом отметим,

что системы непрерывного мониторинга СДВ и ДВ диапазона получили распространение по всему миру (Егошин и др., 2012), а анализ характеристик непрерывного сигнала ряда радиостанций предоставляет уникальные возможности по мониторингу долгопериодной изменчивости нижней ионосферы.

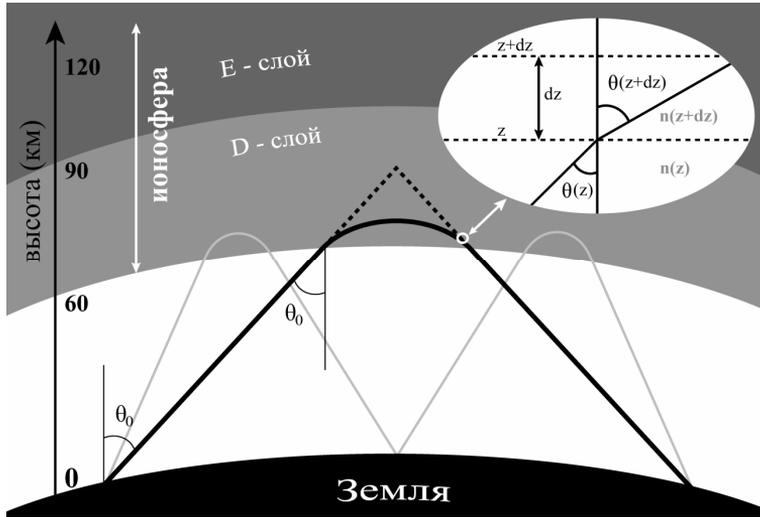


Рис. 3. Схема распространения наклонной радиоволны в ионосфере Земли

В рамках данной работы в целях первичной идентификации разработанной совместной модели проведен статистический анализ длинных временных рядов по данным мониторинга СДВ-ДВ радиоволн. Следуя работе (Егошин и др., 2012), была проведена оценка статистики амплитуд сигналов по данным мониторинга для двух европейских трасс ДВ диапазона (центр России–Германия: DCF–Михнеево, 77.5 кГц и НВГ–Михнеево, 75 кГц) за трехлетний период для определения относительного среднего сезонного цикла, а также межсуточных вариаций. Проведено сравнение с расчетами амплитуды по данным моделирования с помощью совместной модели циркуляции ТСМ и D слоя ионосферы. Полученные по результатам климатических численных экспериментов на несколько лет средние ионосферные параметры использовались для расчета ослабления сигнала (вдоль рассматриваемых трасс) с помощью модели, предложенной в (Ferguson, 1998).

В целом, модель удовлетворительно воспроизводит средние значения амплитуд сигнала (около 37 дБ по данным наблюдений, 43 дБ по данным моделирования), однако существенно занижает изменчивость (среднеквадратичные отклонения 7 и 1.5 дБ соответственно). Распределение амплитуды бимодально по обоим типам данных, что связано со спецификой распростра-

нения сигнала (моды 36 и 39 дБ по данным наблюдений, 43 и 44 дБ по данным модели). Ошибки модели могут быть связаны с неполным воспроизведением изменчивости внешних факторов (прежде всего вариаций солнечного излучения и полярных источников возмущений в D слое, а также отсутствием фильтрации вариаций, вызванных высокочастотными гравитационными волнами, не воспроизводимыми моделью). Детальный анализ и сравнение рядов данных о распространении СДВ-ДВ радиосигнала требует отдельной работы.

Остановимся теперь подробнее на задаче оценки поглощения коротких волн, проходящих D слой без отражения. Расчет полного затухания радиосигнала выполняется с помощью интегрирования величины κ вдоль траектории движения. Для одноразового прохождения ионосферы волной, падающей под углом θ , можно записать:

$$K(z) = \int_0^z \frac{\kappa(z')}{\cos \theta} dz'. \quad (12)$$

В общем случае вследствие постепенного изменения показателя преломления угол падения $\theta(z)$ при прохождении ионосферы будет зависеть от высоты (в приближении бесконечно малой стратификации ионосферы по закону Снелла (Wait, 1970) имеем $n_R(z) \sin \theta(z) = n_R(z + dz) \sin \theta(z + dz)$, см. рис. 3).

Используя уравнение гидростатики $\frac{dp}{dz} = -\rho g$, интеграл (11) можно записать по давлению, получив формулу расчета полного поглощения непосредственно в координатах рассматриваемой совместной модели:

$$K(p) = - \int_{p_s}^p \frac{\kappa(p')}{\cos \theta} \left(g \frac{RT}{p'} \right) dp' = \frac{e^2}{2\epsilon_0 m_e c} \cdot \left[\int_p^{p_s} \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{n_e V_{en}}{\omega_R^2 + \nu_{en}^2} \left(g \frac{RT}{p'} \right) \right] dp'. \quad (13)$$

Особо отметим, что в лаборатории ИВМ РАН разработан отдельный, полезный в практическом отношении, вычислительный блок, позволяющий строить карты полного поглощения и трехмерные поля коэффициентов затухания радиосигнала в области нижней ионосферы. Задача поглощения коротких радиоволн, проходящих D слой без отражения, и результаты моделирования соответствующего процесса представлены в работе (Кулямин, Дымников, 2015), где проведено сравнение полученных статистических результатов с точечными временными рядами данных измерений для условий января.

Для примера на рис. 4 приведены осредненные для января среднесуточные широтно-долготные карты полного поглощения вертикального КВ сигнала 30 МГц в D слое ионосферы, рассчитанного по данным модели-

рования (согласованным с данными, представленными на рис. 2). Хорошо видно влияние немигрирующих приливов на дневное ослабление сигнала. Таким образом показано, что динамическая изменчивость среды играет для ослабления транссионосферного сигнала КВ диапазона значительную роль в периоды слабой активности Солнца.

Дополнительную трудность в сопоставлении результатов моделирования с имеющимися данными наблюдений составляет тот факт, что условия спокойного D слоя ионосферы находятся на пределе чувствительности радиотехники. Более низкий диапазон КВ частот поглощается гораздо сильнее, однако непрерывных рядов данных измерений по поглощению в этом диапазоне гораздо меньше.

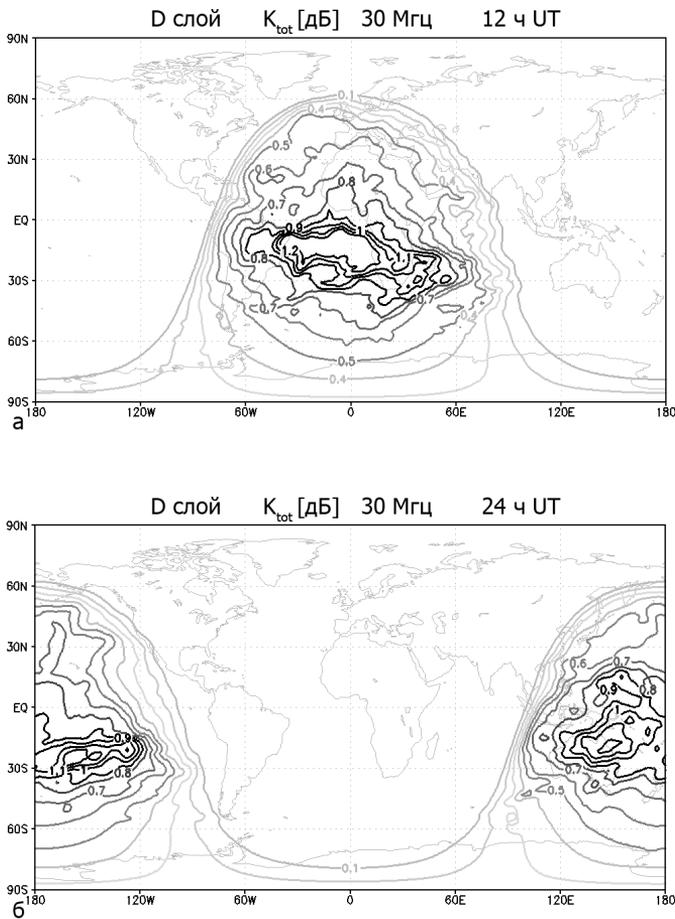


Рис. 4. Пространственное распределение полного поглощения вертикального КВ сигнала 30 МГц в D слое ионосферы в 12-00 UT (а) и 24-00 (б) в среднем для зимы по данным совместной модели общей ОЦА и D слоя ионосферы

Дальнейшее развитие разрабатываемой модели предполагает решение нескольких важных проблем. Поскольку в ряде работ на основе эмпирических данных показано, что атмосферная динамическая изменчивость отражается в аномалиях нижней ионосферы через вариации пространственного распределения оксида азота, включение механизмов его производства и согласованного блока химии нейтральной атмосферы в верхних слоях имеет первостепенное значение в изучении факторов, определяющих явления зимней аномалии D слоя, ионосферного отклика на аномалии в нижней атмосфере, на общие изменения климата и т.п.

Задачи моделирования ионосферы требуют развития плазмохимической части модели как за счет учета дополнительных источников ионизации (галактическими космическими лучами, солнечным рентгеновским излучением, аномальных забросов частиц в полярной шапке и связанных с ними явлений), так и за счет рассмотрения более высоких слоев атмосферы, включая E-область ионосферы и динамически связанную с ней нижнюю термосферу.

Литература

Егошин А.А. и др. Влияние метеорологических и волновых процессов на нижнюю ионосферу в условиях минимума солнечной активности по экспериментальным данным о распространении СДВ–ДВ в средних широтах. *Физика Земли*, 2012. 48(3): p. 101–112.

Кулямин Д.В., Дымников В.П. Моделирование климата нижней ионосферы. *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*, 2015. 51(3): p. 317–337.

Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. 1987, Ленинград: Гидрометеоздат. 296.

Budden K.G. *Radio waves in the ionosphere: the mathematical theory of the reflection of radio waves from stratified ionised layer*. 1961, Cambridge University Press. p. 542.

Chau J.L., Woodman R.F. D and E region incoherent scatter radar density measurements over Jicamarca. *Journal of Geophysical Research*, 2005. 110(A12).

Davies K. *Ionospheric Radio*. IEE Electromagnetic Waves Series. 1990, London: Peregrinus Ltd. 590.

Ferguson J.A. *Computer Programs for Assessment of Long-Wavelength Radio Communications, Version 2.0*. 1998, Space and Naval Warfare Systems Command: San Diego, CA.

Friedrich M., Torkar K.M. FIRI: A semiempirical model of the lower ionosphere. *Journal of Geophysical Research*, 2001. 106(A10): p. 21409–21418.

Kulyamin D.V., Dymnikov V.P. A three-dimensional model of general thermospheric circulation. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 2013. 28(4): p. 353–380.

Kulyamin D.V., Dymnikov V.P. Atmospheric general circulation model with hybrid vertical coordinate. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2014. 29(6): p. 355–373.

Mathews J.D., Breakall J.K., Ganguly S. The measurement of diurnal variations of electron concentration in the 60–100 km ionosphere at Arecibo. Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 1982. 44(5): p. 441–448.

Roble R.G., Ridley E.C. A thermosphere-ionosphere-mesosphere-electrodynamics general circulation model (TIME-GCM): Equinox solar cycle minimum simulations (30–500 km) // Geophys. Res. Lett., 1994, V. 21, p. 417–420.

Schunk R.W., Nagy A. Ionospheres: Physics, Plasma Physics, and Chemistry // Cambridge University Press, 2009, 586 p.

Shampine L.F., Reichelt M.W. The MATLAB ODE Suite. SIAM Journal on Scientific Computing, 1997. 18(1): p. 1–22.

Takeuchi Y., Adachi N., Tokumaru H. The stability of generalized Volterra equations. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1978. 62(3): p. 453–473.

Wait J.R. Electromagnetic waves in stratified media. 1970, Oxford: Pergamon Press.

Модель общей циркуляции термосферы

Д.В. Кулямин, В.П. Дымников, В.Я. Галин

1. Введение

Группой сотрудников лаборатории моделирования Земной системы ИВМ РАН была создана отдельная версия глобальной трехмерной модели динамики термосферы Земли (для высот от 90 км до 500 км) с высоким пространственным разрешением (как перспективный вычислительный блок разрабатываемой общей модели), в которой использованы простые приближения для расчета ключевых физических процессов (Kulyamin, Dymnikov, 2013).

Рассматриваемая область представляет собой нейтральную газовую среду в верхних слоях атмосферы, для которых еще применимы приближения сплошной среды и идеального газа. Основной характеристикой этого слоя является резкое увеличение температуры с высотой от мезопаузы (примерно от 90 км до 300 км) и ее постоянство в верхних слоях. Вместе с тем плотность газа значительно падает не только вследствие падения давления, но и за счет ионизации газовых составляющих и их перераспределения по высоте в соответствии с атомной массой (без турбулентного перемешивания). Основной движущей силой атмосферных процессов в этой области является поглощение коротковолнового солнечного излучения, которое запускает процессы ионизации и рекомбинации частиц (фактически создавая особую область атмосферы, состоящую из заряженных частиц – ионов и электронов), а также

передавая значительное количество тепла нейтральным частицам. Считается, что средний температурный профиль верхних слоев атмосферы определяется балансом между этим нагревом и молекулярной теплопроводностью.

Моделирование термосферы в мировых центрах на сегодняшний день развито намного меньше, чем моделирование нижних слоев атмосферы. В первую очередь это связано с нехваткой наблюдательной базы, не позволяющей проводить обоснованную идентификацию всех моделируемых глобальных процессов. В начале 80-х годов в США и Великобритании были разработаны первые глобальные численные теоретические модели термосферы (Dickinson, 1981; Fuller-Rowell, 1980). В Советском Союзе аналогичные модели появились в Москве, Томске и Калининграде (Колесник, 1983; Surotkin et al., 1989). Томская и калининградская модели термосферы были впоследствии совмещены с глобальными теоретическими моделями ионосферы.

Наиболее развитая на сегодня, основанная на первых принципах глобальная модель верхней атмосферы Земли разрабатывается в Национальном центре атмосферных исследований США (NCAR). Направление ее развития видно уже из эволюции названия этой модели от первоначального Thermosphere Global Circulation Model (Dickinson, 1981) до сегодняшнего Thermosphere-Ionosphere-Mesosphere-Electrodynamics Global Circulation Model (TIME-GCM, Richmond et al., 1992), в современном состоянии перешедшую в модель земной системы Whole Atmosphere Community Climate Model (WACCM, Liu et al., 2010) и развивающаяся в сторону как улучшения вычислительной базы, так и включения элементов космической физики.

Основные тенденции развития современных моделей верхней атмосферы заключаются в наращивании сложности описания физических процессов и включения различных блоков (отвечающих за многочисленные оболочки верхней части атмосферы, представляющих различную физическую природу). В то же время физическая основа описания циркуляции термосферы – стандартные уравнения геофизической гидродинамики – не меняются с точки зрения общей формулировки, а модифицируются с учетом ключевых физических процессов, характерных для этих высот. Это позволяет взять за основу для новой модели термосферы разработанные динамические ядра моделей ОЦА ИВМ РАН. Таким образом, одной из основных первичных проблем при создании новой модели является численная реализация динамического ядра модели и удовлетворительное воспроизведение основных особенностей общей циркуляции термосферы (Kulyamin, Dymnikov, 2013).

В то же время, поскольку основным движущим источником гидротермодинамики термосферы является поглощение коротковолновой солнечной радиации, определяющее как резкий рост температуры с высотой, так и газо-

вый состав, а также специфику движущих динамических сил, второй приоритетной задачей является правильное воспроизведение радиационных процессов, по сути определяющих структуру глобальной циркуляции термосферы (рост температуры с высотой, доминирующие в динамике приливы и т.д.), а также энергетику фотохимических преобразований, обуславливающих формирование ионосферы, непостоянство газового состава и другие явления. Построение точной параметризации расчета скоростей нагрева и выхолаживания нейтральной термосферы за счет процессов переноса излучения является отдельной проблемой.

Основная трудность заключается в правильном описании сложных механизмов преобразования энергии в верхней атмосфере. Исследование радиационного баланса термосферы и построение численных оценок притока и стока тепла за счет различных физических механизмов ведутся с 1970-х годов с помощью анализа аэрономических и спутниковых измерений, построения простых эмпирических моделей и моделей общей циркуляции (Killeen, 1987; Roble, 1970; Schunk, 2009; Fomichev et al., 1998). Ключевым для энергетики термосферы является процесс поглощения коротковолновой части спектра солнечного излучения (Kutepov, Fomichev, 1993; Richards, 2012). Данный тип излучения может ионизировать или диссоциировать основные газовые составляющие (молекулярный кислород и азот, атомарный кислород), таким образом, запуская цепочки фотохимических преобразований, создает ионосферу (взаимодействующую с нейтральными частицами).

Нагрев нейтрального газа в верхней термосфере (выше 170 км) определяется процессами перераспределения энергии жесткого ионизирующего излучения в первую очередь через упругие и неупругие столкновения фотоэлектронов и ионов с нейтральными составляющими, а также неадиабатические химические ион- и нейтрал-нейтральные взаимодействия, переизлучение метастабильных возбужденных состояний компонент при неупругих столкновениях и др. (Chandra et al., 1973; Roble, 1970). При численном расчете суммарной скорости нагрева нейтрального газа за счет этих процессов традиционно используются различные оценки эффективной части поглощаемой энергии солнечной радиации, переходящей в тепло (Kutepov, Fomichev, 1993; Richards, 2012; Roble, 1970; Mlynczak, Solomon, 1993).

Нагрев нижней термосферы (для высот примерно от 90 до 170 км) определяется фотодиссоциативным поглощением солнечного излучения в дальнем ультрафиолетовом (УФ) диапазоне молекулярным кислородом, а также процессами рекомбинации атомарного кислорода и поглощением мезосферного озона (Strobel, 1978; Shine, Ricaby, 1989). Здесь необходимо отметить существенную разницу между оптическими свойствами нижних и верхних

слоев термосферы: верхние слои фактически являются оптически прозрачными и приток тепла там нелокален и равномерен с сильным контрастом между днем (при освещении Солнцем) и ночью, а радиационные процессы в оптически плотных нижних слоях определяются сложным, более локализованным балансом.

Длинноволновое излучение атмосферными составляющими в термосфере в целом относительно мало, однако играет ключевую роль на высотах средней атмосферы (от 90 до 150 км) и, в силу существенной молекулярной и турбулентной теплопроводностей, в поддержании общего радиационного баланса (Roble, 1970; Killeen, 1987; Fomichev et al., 1998). Выхолаживание в нижней термосфере определяется инфракрасным излучением в условиях нарушения локального термодинамического равновесия (НЛТР) (в первую очередь излучением углекислого газа, а также оксида азота и других газовых составляющих ближе к области мезосферы) (Fomichev et al., 1998).

Таким образом, можно сформулировать несколько первичных задач, для решения которых требуется построение модели термосферы с согласованным расчетом радиационных процессов: правильное воспроизведение радиационного баланса в модели термосферы и исследование относительной роли радиационных, диссипативных и динамических процессов в формировании глобального состояния термосферы. Здесь в первую очередь речь идет о формировании среднего температурного профиля и его временной и структурной изменчивости; воспроизведении структуры общей циркуляции термосферы и исследовании роли радиационных процессов в формировании ее пространственных и временных характеристик.

2. Основные уравнения модели термосферы

Разрабатываемая в данной работе версия модели термосферы основана на динамическом блоке модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН (Kulyamin, Dymnikov, 2013). Решается система нелинейных примитивных уравнений гидротермодинамики атмосферы, записанная в сферической системе координат с нормированной изобарической вертикальной координатой.

Для обеспечения непрерывного по вертикали расчета атмосферных характеристик в качестве нижней границы для модели термосферы была взята величина $p_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ гПа, что соответствует верхней границе модели ТСМ. Верхняя граница для модели термосферы взята на уровне $p = 3.5 \cdot 10^{-9}$ гПа (примерно 450–500 км).

Разработаны две различные версии глобальной модели термосферы ИВМ РАН: первая версия использует простые параметризации радиационных

источников с заданным уровнем притоков и стоков тепла, так что в общих уравнениях температура и геопотенциал рассчитываются в отклонениях от некоторого среднего термосферного профиля, зависящего только от высоты. Поскольку рассматриваемая версия модели термосферы включает параметризацию расчета полного радиационного баланса, переменные температуры T и геопотенциала Φ рассчитываются в полной форме, а не в отклонениях от некоторого профиля (Kulyamin, Dumnikov, 2013). Система основных решаемых уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right) &= g^2 \frac{\partial}{\partial p} \mu \rho \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{RT}{p} (D_{xx} u + D_{xy} v), \\ \frac{dv}{dt} + \left(f + \frac{u}{a} \operatorname{tg} \varphi \right) u + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) &= g^2 \frac{\partial}{\partial p} \mu \rho \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{RT}{p} (D_{yy} v - D_{xy} u), \\ \frac{\partial \Phi}{\partial p} &= -\frac{RT}{p}, \\ \frac{dT}{dt} - \dot{p} \frac{RT}{pc_p} &= \frac{g^2}{c_p} \left[\frac{\partial}{\partial p} \chi \rho \frac{\partial T}{\partial p} \right] + \varepsilon, \\ \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \dot{p} \frac{\partial}{\partial p}$, $\dot{p} = dp / dt$.

В системе (1) независимыми переменными являются долгота, широта, время и давление (λ, φ, t, p) , u, v – горизонтальные скорости, $\rho = \frac{p}{RT}$ – плотность газа. В правых частях уравнений движения и притока тепла учитываются скорости изменения импульса и внутренней энергии за счет физических процессов подсеточного масштаба, определяющих глобальное состояние термосферы и задаваемых соответствующими параметризациями. Слагаемое ε описывает суммарный нагрев за счет радиационных процессов, рассчитываемый с помощью разработанного радиационного блока.

На верхней границе термосферы заданы краевые условия твердой крышки. Вертикальная скорость находится из уравнения неразрывности интегрированием:

$$\dot{p}_n = -\frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^{p_n} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \varphi}{\partial \varphi} \right) dp_n'. \tag{2}$$

Расчет динамического взаимодействия термосферы и ионосферы осуществляется через параметризацию силы ион-нейтрального сопротивления

для горизонтальных компонент скорости ветра в так называемом диффузионном приближении (второе слагаемое в правых частях уравнений движения) (Kulyamin, Dumnikov, 2013). В общем случае эта сила представляет собой интеграл столкновений при выводе уравнений движения из кинетических уравнений. В первом (так называемом диффузионном) приближении для ионов с хорошей точностью ион-нейтральные столкновения локально уравновешиваются силой Лоренца:

$$-en_i \left(\vec{E}_0 + [\vec{u}_i \times \vec{B}] \right) = \vec{F}_{in} = n_i m_i \nu_{in} (\vec{u} - \vec{u}_i), \quad (2)$$

где \vec{E}_0 – напряженность электрического поля, \vec{u} – трехмерный вектор скорости термосферы (нейтрального газа), \vec{u}_i – дрейфовая скорость ионов в системе отсчета Земли, ν_{in} – частота столкновений ионов и нейтралов, e – средний заряд ионного газа, равный заряду электрона, m_i – средняя атомная масса ионного газа. Тогда сила ион-нейтрального взаимодействия $\vec{F}_{ni} = \vec{F}_{in}$ (по третьему закону Ньютона).

Поскольку термосфера (вместе с ионосферой) фактически является средой проводимости заряженных частиц в магнитном поле Земли, для малого объема проводящего газа в данных приближениях сила Лоренца может быть выражена через проводимость, так что

$$\vec{F}_{in} = [\vec{J} \times \vec{B}], \quad (3)$$

где \vec{J} – плотность тока, \vec{B} – магнитное поле Земли. В данных приближениях применим закон Ома в обобщенной форме: плотность тока в среде определяется как (Schunk, 2009)

$$\vec{J} = \overset{\equiv}{\sigma} \left(\vec{E}_0 + [\vec{u} \times \vec{B}] \right), \quad (4)$$

член $[\vec{u} \times \vec{B}]$ описывает поле динамо-эффекта (индуцированного движением атмосферы в магнитном поле Земли). $\overset{\equiv}{\sigma}$ представляет собой тензор проводимости, определяемый мгновенными характеристиками среды.

В среднем можно считать $\vec{E}_0 = 0$. Магнитное поле Земли $\vec{B} = (B \cos I \sin D, B \cos I \cos D, -B \sin I)$ рассчитывается в дипольном приближении с географическими полюсами, следуя (Kulyamin and Dumnikov, 2013) ($I \approx \arctan(2 \tan \varphi)$ – угол наклоения и $D \approx 0$ – угол склонения). По величине магнитное поле в каждой точке может быть вычислено как $B(\varphi) = \frac{P_m}{(a+z)^3} \sqrt{1+3\sin^2 \varphi}$, где высота z рассчитывается по давлению в соот-

ветствии с условием гидростатики, $(90 - \theta)$ – угол между магнитной осью и местом наблюдения (магнитная широта), $P_m = 7.8 \cdot 10^{15}$ Тл·м³ – магнитный дипольный момент Земли.

После некоторых преобразований из (3–4) несложно получить, что приток количества движения для горизонтальных компонент скорости, обусловленный столкновениями с зарядами, может быть выражен как:

$$\overline{F_{uv}} = \frac{1}{\rho} \overline{F_{ni}} = -\overline{Du}.$$

$\overline{D} = \begin{pmatrix} \sigma_p B^2 & \sigma_H B^2 \sin I \\ -\sigma_H B^2 \sin I & \sigma_p B^2 \sin^2 I \end{pmatrix}$ – двумерный тензор ионного сопротивления, записанный только для горизонтальных компонент, σ_p – продольная электропроводность Педерсена, σ_H – поперечная электропроводность Холла.

Следуя (2), в данных приближениях проводимости могут быть выражены в следующем виде:

$$\sigma_p = \frac{n_i e}{B} \left[\frac{v_{in}/\omega_i}{1 + (v_{in}/\omega_i)^2} \right], \quad \sigma_H = \frac{n_i e}{B} \left[\frac{(v_{in}/\omega_i)^2}{1 + (v_{in}/\omega_i)^2} \right]. \quad (5)$$

В представленных выражениях ω_i – циклотронная ионная частота. Циклотронная частота ионов рассчитывается как $\omega_i = \frac{eB}{m_i}$. В первом приближении можно оценить $m_i \approx 2 \cdot 10^{-26}$ кг, $B \approx 3 \cdot 10^{-5}$ Тл, т.е. средняя для ионосферы оценка $\omega_i \approx 2 \cdot 10^2$ с⁻¹. Частота ν_{ni} в общем случае определяется отдельно для взаимодействия разных газовых компонент с заряженными частицами. В первом приближении для односоставной термосферы данную величину можно обобщить следующей средней оценкой: $\nu_{ni} = 5 \cdot 10^{-16} (n_i + n_n)$ с⁻¹. Здесь n_n – суммарная концентрация нейтральных частиц. Величина ионосферной электронной концентрации, определяющая проводимости, является внешним параметром в рассматриваемой модели и задается в простом приближении кусочно-линейного профиля, следуя (Kulyamin, Dumnikov, 2013). Поскольку в разработанной версии модели термосферы используется новый радиационный блок, отдельный расчет притока джоулева тепла за счет столкновений ионов с нейтралами не ведется.

Таким образом, рассчитываемые в данной версии модели термосферы с помощью представленных оценок величины проводимостей Педерсена и Холла представлены на рис. 1 и численно соответствуют общепринятым данным (Schunk, 2009; Richmond et al., 1992). Составляющие ион-нейтрального

взаимодействия, определяющиеся слагаемыми с D_{xx} и D_{yy} , действуют как сила аэродинамического сопротивления, а слагаемые с D_{xy} – как закручивающая сила (аналогично силе Кориолиса).

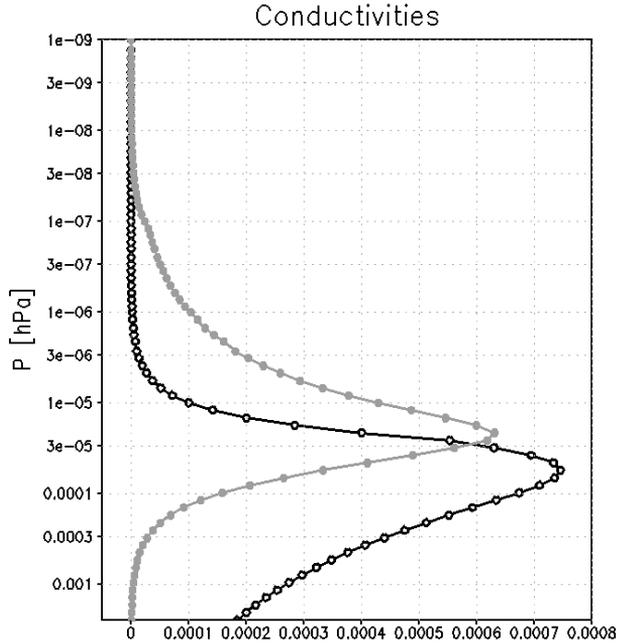


Рис. 1. Вертикальные профили значений продольной σ_p (серая линия) и поперечной электропроводностей σ_n (черная линия), по координате ρ ГПа в логарифмическом масштабе. Величины приведены в см/м

Первое слагаемое в правых частях уравнений для скоростей и температуры (1) описывает диффузионные процессы. Учитываются определяющая для верхних слоев термосферы молекулярная вязкость и теплопроводность, соответствующие коэффициенты задаются как $\mu = 4.5 \cdot 10^{-5} (T/10^3)^{0.71}$ и $\chi_{Mol} = 7 \cdot 10^{-2} (T/10^3)^{0.69}$ (Schunk, 2009).

Поскольку в новой версии модели согласованно решается уравнение для полной температуры, для более правильного воспроизведения глобального термического баланса в нижних слоях термосферы требуется учитывать значительное влияние турбулентного перемешивания, связанного с обрушением внутренних гравитационных волн (ВГВ), распространяющихся из мезосферы (Chandra et al., 1973). Построение соответствующей параметризации является отдельной задачей и выходит за рамки данной работы, в то же время

данный процесс играет определяющую роль в формировании глобальной циркуляции на высотах от 50 до 120 км (Chandra et al., 1973; Roble, 1970; Killeen, 1987). Так как в данной версии модели динамическое взаимодействие с мезосферой не учитывается, в первом приближении процесс турбулентного перемешивания в нижних слоях термосферы рассчитывается только для температуры введением добавочного члена в теплопроводность, так что полный коэффициент задается как $\chi = \chi_{Mol} + \rho D(p)$. Эффективный коэффициент турбулентной вязкости D зависит только от высоты и взят равным $10^3 \text{ м}^2/\text{с}$ на нижней границе и линейно уменьшается с высотой до 0 в районе 120 км, что соответствует эмпирическим и модельным оценкам (Chandra et al., 1973; Hines, 1997).

Отдельной проблемой также является правильная постановка краевых условий в уравнении теплопроводности для полной температуры. Нижнее краевое условие в данной работе задается в первом приближении постоянным значением средней мезосферной температуры $T_0 = 180 \text{ К}$. Постановка краевого условия на верхней границе представляет особый интерес, поскольку для уравнений подобного типа в изобарической системе координат традиционно используется вырожденный верхний уровень $p = 0$, соответствующий бесконечному удалению от Земли (высота пропорциональна $\ln p$).

Хорошо известно, что наблюдаемый средний профиль температуры в верхних слоях термосферы в первом приближении соответствует стационарному решению уравнения баланса нагрева и теплопроводности, которое можно записать исходя из четвертого уравнения системы (1) в следующем виде:

$$\frac{g^2}{c_p} \left[\frac{\partial}{\partial p} \chi \cdot \frac{p}{RT} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial p} \right] = -\varepsilon_0. \quad (6)$$

Предполагая $\varepsilon_0 = \text{const}$ и задавая краевые условия на некотором нижнем высотном уровне $p = p_b$ (обычно около 120 км): $\bar{T} = T_b$ и на верхнем уровне $p = 0$: $\bar{T} = T_\infty$ (где T_∞ – экзосферная температура, при этом считается $(T_\infty - T_b) / T_\infty \ll 1$), решение задачи (6) выражается линейной зависимостью $\bar{T}(p) = T_\infty - \frac{(T_\infty - T_b)}{p_b} p$ (Hedin, 1991). При этом сингулярность на верхней границе определяет нелинейную связь экзосферной температуры и уровня радиации в верхней термосфере:

$$\varepsilon_0 = \frac{(T_\infty - T_b)}{p_b} \cdot \frac{g^2 \chi}{RT_\infty} \quad (7)$$

Эмпирические оценки экзосферной температуры $T_{\infty} \sim 500 + 3.4 \cdot F_{10.7}$ связаны с индексом солнечной активности $F_{10.7}$, хорошо скоррелированным с уровнем жесткого ультрафиолетового излучения (равным множителю при 10^{-22} Вт·с/м² от потока радиоизлучения на длине волны 10.7 см, $70 < F_{10.7} < 250$).

Таким образом, при моделировании глобального состояния термосферы для вырожденного верхнего уровня нельзя ставить явного условия вида Дирихле $T = T_{\infty}$. В данной работе используется условие излучения, а температура верхних слоев определяется из соотношения параметров модели вида (7).

Основные особенности численной реализации модели термосферы подробно изложены в работе (Kulyamin, Dumnikov, 2013) и соответствуют изложенным выше особенностям реализации моделей ОЦА ИВМ РАН. В данной версии модели термосферы, в соответствии со вторым этапом работы, используется регулярная по долготе и широте сетка с шагами $\Delta\varphi = 2^\circ$ по широте и $\Delta\lambda = 2.5^\circ$ по долготе. Модель также содержит 80 вертикальных уровней. Шаг между вертикальными уровнями задан примерно равномерным в логарифмической шкале, так что $\Delta \ln(p) \approx 0.2$, т.е. в среднем $\Delta z = \frac{RT}{g} \ln\left(\frac{p + \Delta p}{p}\right) \approx 4$ км.

Расчет ключевых термосферных физических тенденций (записанных в правой части системы (1)) проводится в соответствии с методом расщепления по физическим процессам. Вычисление ион-нейтрального сопротивления осуществляется также с помощью неявной схемы. Притоки импульса в конечномерном виде можно выразить как:

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1} - u^{n-1}}{2\Delta t} &= -\frac{1}{\rho^n} (D_{xx}^n u^{n+1} + D_{xy}^n v^{n+1}), \\ \frac{v^{n+1} - v^{n-1}}{2\Delta t} &= -\frac{1}{\rho^n} (D_{yy}^n v^{n+1} - D_{xy}^n u^{n+1}). \end{aligned} \quad (8)$$

$\rho^n = \left(\frac{p_0(p_n)}{RT} \right)^n$ – аппроксимация значения плотности.

При этом нелинейные коэффициенты сопротивления вычисляются явным образом. Из полученной линейной системы уравнений относительно неявных переменных несложными преобразованиями можно выразить значения u^{n+1} , v^{n+1} через явные тенденции на двух предыдущих шагах по времени.

Численная реализация процессов вертикальной диффузии и теплопроводности также осуществляется с помощью неявной схемы, для которой нелинейные коэффициенты рассчитываются явным образом. Аппроксимация

соответствующих тенденций в уравнениях движения записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{u_k^{n+1} - u_k^{n-1}}{2\Delta t} &= \frac{g^2}{p_0^2 (\Delta p_n)_k} \left[\rho_k^n \mu_{k+\frac{1}{2}}^n \left(\frac{u_{k+1}^{n+1} - u_k^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) - \rho_{k-1}^n \mu_{k-\frac{1}{2}}^n \left(\frac{u_k^{n+1} - u_{k-1}^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) \right], \\ \frac{v_k^{n+1} - v_k^{n-1}}{2\Delta t} &= \frac{g^2}{p_0^2 (\Delta p_n)_k} \left[\rho_k^n \mu_{k+\frac{1}{2}}^n \left(\frac{v_{k+1}^{n+1} - v_k^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) - \rho_{k-1}^n \mu_{k-\frac{1}{2}}^n \left(\frac{v_k^{n+1} - v_{k-1}^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $\rho_k^n = \left(\frac{p_0 (p_n)_{k+1/2}}{RT_{k+1/2}} \right)^n$ – плотность на k -ом вертикальном уровне, шаг вертикальной сетки рассчитывается как $(\Delta p_n)_k = (p_n)_{k+\frac{1}{2}} - (p_n)_{k-\frac{1}{2}}$.

Аналогичным образом записывается аппроксимация уравнения теплопроводности:

$$\frac{T_k^{n+1} - T_k^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{g^2}{c_p p_0^2 (\Delta p_n)_k} \left[\rho_k^n \chi_{k+\frac{1}{2}}^n \left(\frac{T_{k+1}^{n+1} - T_k^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) - \rho_{k-1}^n \chi_{k-\frac{1}{2}}^n \left(\frac{T_k^{n+1} - T_{k-1}^{n+1}}{(\Delta p_n)_k} \right) \right]. \quad (10)$$

Конечномерные уравнения (9–10) решаются относительно неявных переменных с помощью обращения трехдиагональных матриц методом прогонки.

3. Расчет радиационных процессов

Проблема включения согласованного описания процессов нагревания и выхолаживания в термосфере требует отдельного рассмотрения, для ее решения использован радиационный блок, развиваемый в модели средней и верхней атмосферы (Pogoreltsev et al., 2007). Реализация новой версии радиационного блока в модели общей циркуляции нижней атмосферы (0–90 км) рассматривается отдельно в следующей главе монографии. В данном параграфе остановимся на расчете радиационных процессов в термосфере.

При расчете притока тепла за счет поглощения солнечного излучения в радиационном блоке с небольшими изменениями использована классическая параметризация (Strobel, 1978) с уточнениями из работы (Shine, Ricaby, 1989). Вычисление суммарной скорости нагрева в тонком слое на определенной высоте z ведется без привлечения непосредственного решения уравнений переноса коротковолновой радиации с помощью аналитических выражений в следующей обобщенной форме:

$$E(z) = \sum_i F_\lambda \cdot \sigma_{abs} \cdot \left(\frac{hc}{\lambda} \cdot eff^i \right) \cdot \exp(-\tau^i(z)), \quad (11)$$

где сумма взята по всем поглощающим компонентам термосферы, F_λ – поток солнечной радиации на данной длине волны λ на верхней границе, σ_{abs} – пол-

ное сечение поглощения на данной длине волны, $\frac{hc}{\lambda}$ – энергия кванта монохроматического излучения, eff^i – параметр эффективности нагрева нейтрального газа (определяемый различными механизмами перераспределения поглощенной энергии). $\tau^i(z)$ – оптическая толщина для данной линии, которая определяется сечением поглощения излучения σ_{abs}^i (на данной длине волны для конкретной составляющей) и числом молекул в столбе атмосферы выше рассматриваемого уровня вдоль направления излучения ($Sum^i(z, \chi)$, где χ – зенитный угол Солнца, $[n]_i$ – концентрация поглотителя):

$$\tau^i(z) = \sum_i \sigma_{abs}^i \cdot Sum^i(z, \chi) = \sum_i \sigma_{abs}^i \cdot \int_z^{z_0} \frac{[n]_i}{\cos \chi} dz. \quad (12)$$

В данной версии радиационного блока для высот термосферы учитывается нагрев за счет поглощения экстремального ультрафиолетового (ЭУФ) излучения (5–105 нм) молекулярным кислородом O_2 и азотом N_2 , атомарным кислородом O ; нагрев за счет фотодиссоциативного поглощения O_2 в ультрафиолетовых полосах Шумана–Рунге (175–205 нм), в континууме Шумана–Рунге (125–175 нм), на линии Лаймана-альфа (121 нм), а также в континууме Герцберга (205–245 нм); для мезосферного O_3 учитываются поглощения в полосах Хартли (200–300 нм) и континууме Герцберга (205–245 нм). Также для молекулярного и атомарного кислорода отдельно учитывается нагрев, связанный с химическими преобразованиями (Stolarski, 1975).

Поток солнечной радиации ЭУФ-излучения F_{EUV} и соответствующие сечения поглощения рассчитываются в 37 спектральных интервалах с помощью параметризации солнечного ЭУФ-излучения EUVAC (Richards, 2012). Солнечная активность взята на среднем уровне ($F_{10.7} = 120$). В данной работе использовались разные значения эффективности процесса нагрева за счет ЭУФ-излучения: $eff_{EUV} = 0.366$, что соответствует используемой в работах (Roble, 1970; Dickinson et al., 1981) и упрощает прямое сравнение результатов с (Kulyamin, Dymnikov, 2013), и $eff_{EUV} = 0.5$, что соответствует данным более поздних исследований оценки этого параметра (Kutepov, Fomichev, 1993; Richards, 2012). Эффективности нагрева за счет поглощения в полосах дальнего ультрафиолета рассчитываются в соответствии с работой (Mlynczak, Solomon, 1993). Отметим, что в данной версии радиационного блока сечения ослабления солнечной радиации не зависят от температуры.

Расчет глобальных процессов радиационного выхолаживания в верхней атмосфере представляет собой отдельную проблему. Хорошо известно, что в разреженных слоях атмосферы (выше 90 км) вследствие условия НЛТР закон Больцмана о распределении энергии в равновесных системах не выполняется, и функция Планка для излучения неприменима. Для этих условий в ряде работ была разработана теория населенности колебательных уровней изотопов, найдена замена функции Планка и рассчитаны спектральные характеристики поглощения в разреженной атмосфере (Fomichevet al., 1998; Kutepov, Fomichev, 1993).

В рассматриваемом радиационном блоке используется быстрая параметризация расчета выхолаживания в предположении, что основную роль на этих высотах играет только излучение CO_2 на фундаментальной инфракрасной полосе 15 мкм, а, исходя из свойства малости оптической толщины верхних слоев, влиянием верхних слоев на нижние пренебрегается. Для вычисления величины выхолаживания используется рекуррентная формула вида (Kutepov, Fomichev, 1993):

$$I(z) = C_I \cdot [CO_2] \cdot (1 - L_z) \cdot \tilde{\epsilon}_z / \mu_z, \quad (13)$$

где C_I – эмпирическая константа, $[CO_2]$ – концентрация CO_2 в слое, μ_z – молекулярный вес, L_z – эмпирическая функция плотности атмосферы, температуры, концентраций N_2 , O_2 , O . Функция $\tilde{\epsilon}_z$ характеризует влияние нижних слоев атмосферы. Таким образом, в данной версии модели учитывается влияние переноса длинноволнового излучения из слоев стратосферы и мезосферы, для вычисления которого используется эмпирический профиль средней температуры в нижней атмосфере.

Отметим, что в радиационном блоке при расчете концентраций атмосферных составляющих, а также плотности и теплоемкости воздуха, учитывается непостоянство газового состава с высотой вследствие диффузионного расслоения (Kulyamin, Dymnikov, 2013; Schunk, 2009). В данной версии задаются вертикальные профили объемных долей основных газовых составляющих в соответствии с эмпирической моделью (Hedin, 1991).

4. Воспроизведение общей циркуляции термосферы

На рис. 2 представлены результаты воспроизведения радиационного и термического балансов для новой версии модели термосферы. Глобально осредненный суммарный радиационный нагрев термосферы $\bar{\epsilon}$, вертикальный профиль которого для разных значений параметра эффективности eff_{EUV} по-

казан на рис. 2(а), в целом соответствует эмпирическим и модельным оценкам (Chandra et al., 1973; Roble, 1970; Dickinson et al., 1981).

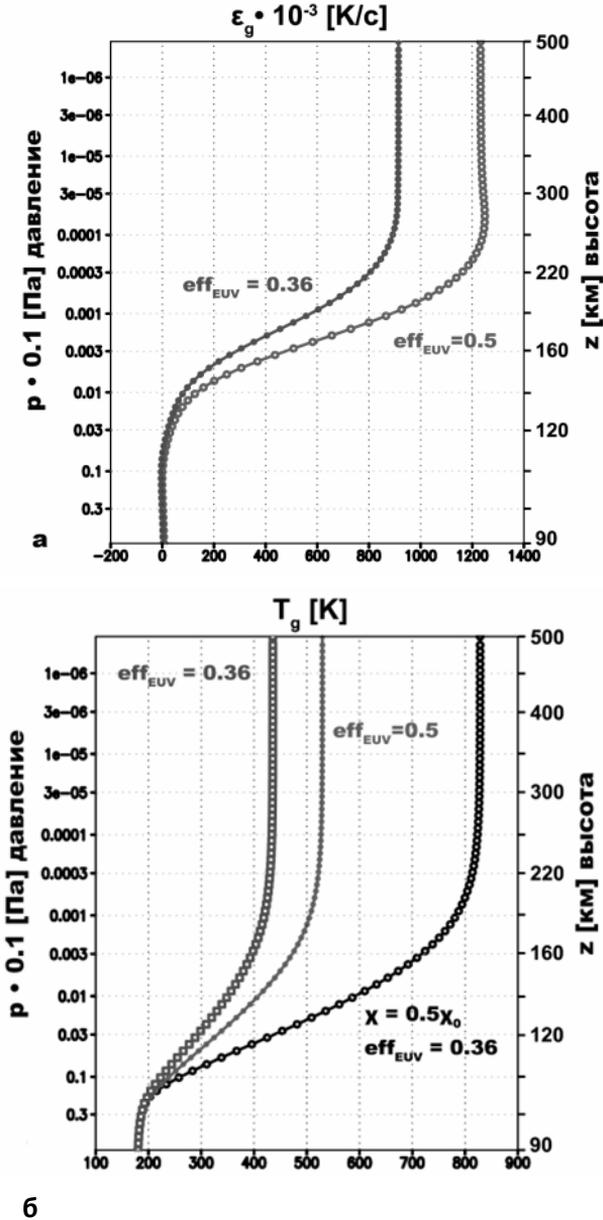


Рис. 2. Вертикальные профили глобально осредненных значений скорости нагрева $\bar{\epsilon}$ (K/c) (а) и температуры T (К) (б) по данным моделирования общей циркуляции термосферы для различных параметров модели eff_{EUV} , χ

Диагноз вклада различных составляющих радиационного форсинга по данным моделирования показал доминирующую роль поглощения ЭУФ-излучения выше уровня $p = 10^{-5}$ гПа (120 км, нагрев примерно 100 К/сут) с максимальными значениями скорости нагрева в верхней термосфере около 1000 К/сут (сильно зависящими от настроек параметризации). Нагрев за счет поглощения УФ-излучения в полосах и континууме Шумана–Рунге играет роль для высот $10^{-3} < p < 3 \cdot 10^{-6}$ гПа (от 90 до 160 км), с максимумом нагрева 30 К/сут на уровне $p = 10^{-4}$ гПа и 40 К/сут на уровне $p = 10^{-5}$ гПа соответственно. Нагрев за счет поглощения на линии Лаймана-альфа максимален в узком диапазоне высот $p = 10^{-4}$ гПа (100 км) с величинами порядка 1 К/сут. Поглощение излучения кислородом и озоном в континууме Герцберга и в полосах Хартли и химический нагрев играют роль в высотной области 90–100 км со значениями нагрева 1–5 К/сут.

Рассчитываемое в модели длинноволновое выхолаживание за счет излучения CO_2 определяет радиационный баланс нижней термосферы для высот от 90 до 150 км с максимумом стока тепла до 40 К/сут, что выше параметрически задаваемой в первой версии модели величины ньютоновского выхолаживания в 10 К/сут (Kulyamin, Dymnikov, 2013; Shine, Ricaby, 1989).

Вертикальный профиль глобально осредненной температуры \bar{T} для разных значений ключевых параметров термического баланса представлен на рис. 2(б). Показано, что глобальное состояние термосферы определяется соотношением притока тепла за счет поглощения ЭУФ излучения и стока тепла за счет процесса молекулярной диффузии (что соответствует аналитическим оценкам (7), представленным выше). При этом наиболее близкий к эмпирическому профиль \bar{T} получен при уменьшении теплопроводности в 2 раза (Hedin, 1991; Codrescu et al., 2008). Результаты ряда численных экспериментов показали, что для глобального термического баланса нижней термосферы в данной версии модели определяющим является граничное условие для температуры на уровне мезосферы, при этом величина коэффициентов молекулярной χ_{Mol} и турбулентной теплопроводности D не играет существенной роли.

Пространственные распределения аномалии скорости нагрева $\varepsilon' = \varepsilon - \bar{\varepsilon}$ для двух модельных уровней (соответствующих высотам 120 км и 300 км) представлены на рис. 3 (см. для сравнения рис. 1 работы (Kulyamin, Dymnikov, 2013)). В целом видно хорошее соответствие воспроизводимых новой версией модели характеристик радиационных процессов данным моделирования и эмпирических оценок (Kulyamin and Dymnikov, 2013; Roble, 1970; Shine, Ricaby, 1989).

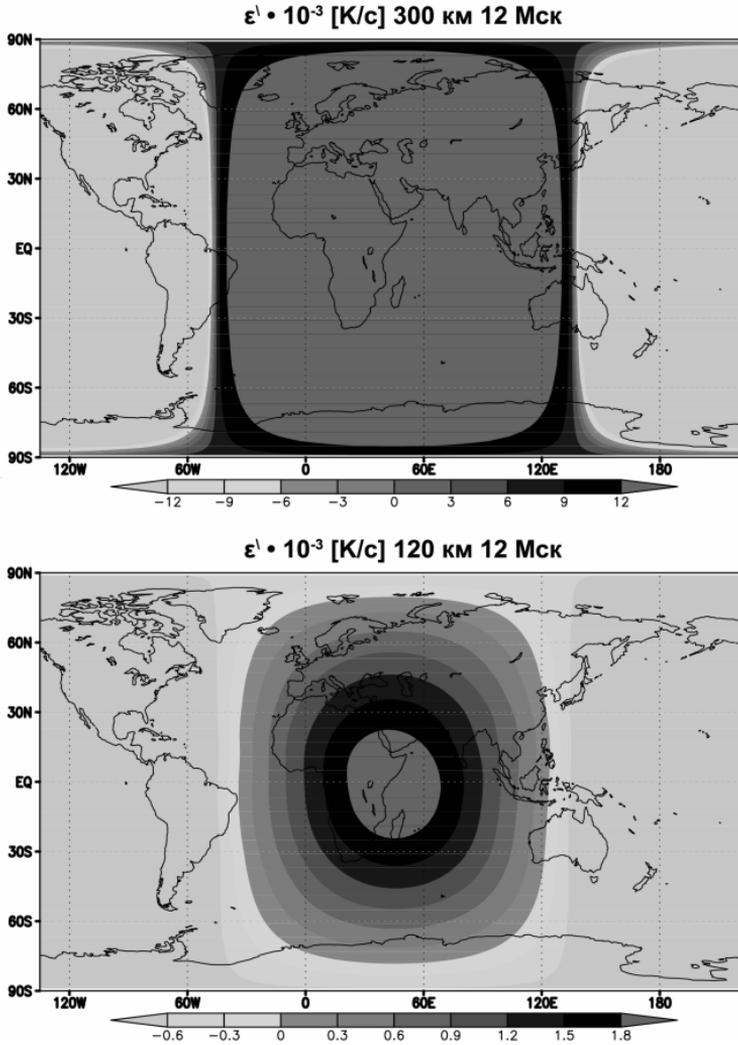


Рис. 3. Широтно-долготное распределение значений отклонений скорости нагрева ϵ' (10^{-3} К/с) на высотном уровне $p = 4 \cdot 10^{-6}$ Па (~ 300 км) (вверху) и $p = 2 \cdot 10^{-3}$ Па (~ 120 км) (внизу) (при $eff_{EUV} = 0.5$) для 12 ч мск

На рис. 4(а, б) приведены зонально осредненные вертикальные профили средней зональной скорости и отклонений температуры от глобального значения (рис. 1(б)), полученные по результатам численных экспериментов с новой версией модели термосферы. В целом установившаяся глобальная циркуляция ближе к данным моделирования и эмпирическим оценкам по сравнению с первой версией модели (см. рис. 2 статьи (Kulyamin, Dymnikov, 2013) и рис. 2 работы (Roble, 1970)). Отсутствует сильное переохлаждение

полюсов в нижних слоях, меридиональный градиент температуры хорошо соответствует эмпирическим оценкам (Hedin, 1991; Codrescu et al., 2008), вследствие чего более правильно воспроизводится зональный перенос в нижних слоях термосферы.

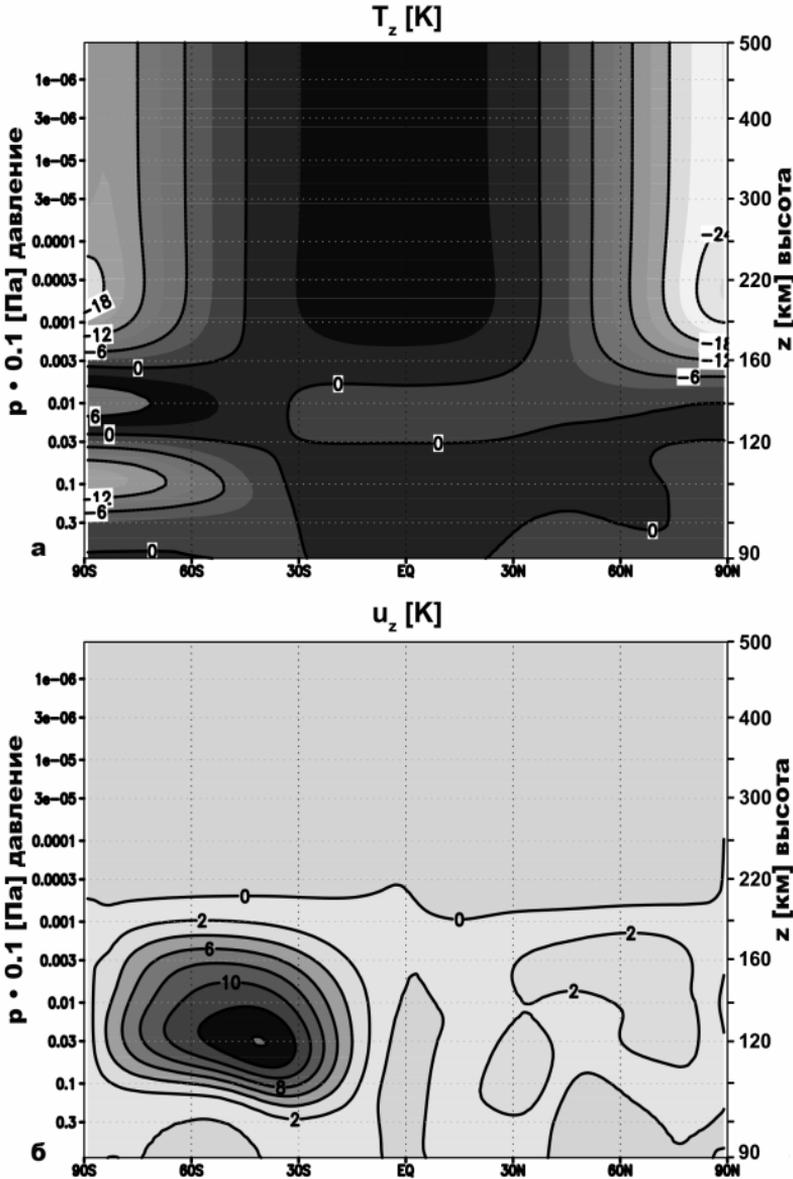


Рис. 4. Вертикальные профили зонально осредненных значений температуры T (К) (а) и зональной скорости U (м/с) (б), а также широтно-долготное распределение значений отклонений скорости нагрева по данным моделирования общей циркуляции термосферы

На рис. 5 представлены широтно-долготные распределения отклонений температуры от среднеглобальной для высотных уровней 120 и 300 км, демонстрирующие воспроизведение термических приливов (см. рис. 3 в работе (Kulyamin, Dymnikov, 2013) и рис. 4 статьи (Roble, 1970)).

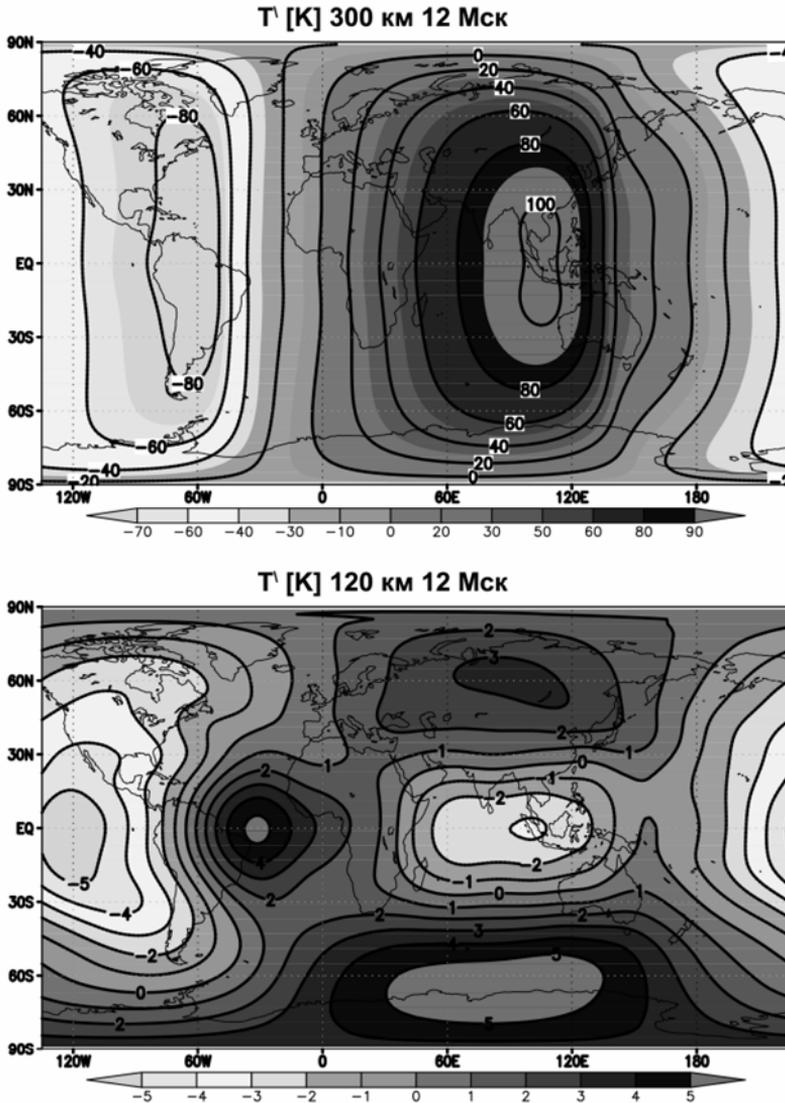


Рис. 5. Широтно-долготное распределение значений отклонений температуры T' (K) на высотном уровне $p = 4 \cdot 10^{-6}$ Па (~ 300 км) и $p = 2 \cdot 10^{-3}$ Па (~ 120 км) для 12 ч мск по данным моделирования общей циркуляции термосферы

Амплитуда суточного прилива (около 100 К на экваторе) и его структура в верхней атмосфере хорошо соответствует эмпирическим оценкам для рассматриваемых условий (Hedin, 1991; Codrescu et al., 2008), что говорит о хорошем воспроизведении баланса радиационных и динамических процессов. Амплитуды приливов в нижней термосфере существенно занижены (максимумы до 10 К в сравнении с 25–30 К) по сравнению с результатами первой версии (Kulyamin, Dymnikov, 2013) и другими данными (Roble, 1970), при этом правильно воспроизводится пространственная структура суточной и полусуточной моды. Основные ошибки воспроизведения циркуляции нижних слоев термосферы (отсутствие немигрирующих приливов и т.п.) связаны в первую очередь с неточностью описания распределения стока тепла за счет турбулентной диффузии и неучетом влияния возмущений, распространяющихся из мезосферы. Общие недостатки воспроизведения глобальной структуры циркуляции термосферы также связаны с неучетом суточного хода ионосферных параметров, явлений высыпания энергичных частиц в полярной шапке, а также отсутствием согласованного описания фотохимических преобразований (Codrescu et al., 2008; Roble, 1970; Roble et al., 1987).

Отметим, что неточности воспроизведения циркуляции нижних слоев термосферы связаны в первую очередь с неучетом в данной версии динамического взаимодействия с нижележащей мезосферой, что приводит к проблеме построения совместной модели термосферы и нижних слоев атмосферы, решению которой будет посвящена дальнейшая работа по развитию модели. Наличие глобальной атмосферной модели высокого уровня, объединяющей слои тропосферы–стратосферы–мезосферы и термосферы, позволит ставить задачи исследования динамического взаимодействия нижних и верхних слоев атмосферы, солнечно-земных связей.

Литература

- Колесник А.Г., Королев С.С. Трехмерная модель термосферы // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23. № 4. С. 774–780.
- Кулямин Д.В., Дымников В.П. Моделирование климата нижней ионосферы // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 2015. – Т. 51, № 3.
- Chandra S., Sinha A.K. The role of eddy turbulence in the development of self-consistent models of the lower and upper thermospheres // J. Geophys. Res., 1973. V. 79, N. 3. P. 1799–2006.
- Codrescu M.V., Fuller-Rowell T.J. et al. Validation of the Coupled Thermosphere Ionosphere Plasmasphere Electrodynamics model: CTIPE-Mass Spectrometer Incoherent Scatter temperature comparison // Space Weather, 2008. V. 6, N. 9 S09005, doi:10.1029/2007SW000364.
- Dickinson R.E., Ridley E.C., Roble R.G. A three dimensional general circulation model of the thermosphere // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 1499–1512.

Fomichev V.I., Blanchet J.-P., Turner D.S. Matrix parameterization of the 15 mkm CO₂ band cooling in the middle and upper atmosphere for variable CO₂ concentration // *Journal Geophys. Res.*, 1998. V. 103, N. D10. P. 11505–11528.

Fuller-Rowell T.J., Rees D. A three-dimensional, time dependent global model of the thermosphere // *J.Atmosph. Sci.* 1980. V. 37. P. 2545–2567.

Gordiets B.F., Kulikov Yu.N., Markov M.N., Marov M.Ya. Numerical modeling of the thermospheric heat budget // *J. Geophys. Res.*, 1982.V. 87, 4504–4514.

Hedin A.E. Extension of the MSIS Thermosphere Model into the middle and lower atmosphere // *J. Geophys. Res.*, 1991, V. 96, N. A2. P. 1159–1172.

Hines C.O. Doppler spread parameterization of gravity wave momentum deposition in the middle atmosphere. Part 1, Basic formulation // *J. Atm. Terr. Phys.* 1997. V. 59. № 4. P. 371–386.

Killeen T.L. Energetics and dynamics of the Earth's thermosphere // *Rev. of Geophys.*1987; V.25, N 3, P. 433–454.

Kulyamin D.V., Dymnikov V.P. A three-dimensional model of general thermospheric circulation // *RJNAMM*, 2013. V. 28. N. 4. P. 353–380.

Kulyamin D.V., Dymnikov V.P. The atmospheric general circulation model with a hybrid vertical coordinate // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* – 2014. – Vol. 29, N. 6. – P. 355–373.

Kutepov A.A., Fomichev V.I. Application of the second-order escape probability approximation to the solution of the NLTE vibration-rotation band radiative transfer problem // *Journal of Atmospheric and Solar-terrestrial Physics*, 55, 1–6, 1993.

Mlynczak M.G., Solomon S. A detailed evaluation of the heating efficiency in the middle atmosphere // *J. Geophys. Res.*, 1993., V.98, N.D6., P. 10517–10541.

Liu H.-L. et al. Thermosphere extension of the Whole Atmosphere Community Climate Model // *J. Geophys. Res.*, 2010. V. 115. A12302. doi:10.1029/2010JA015586.

Pogoreltsev A.I., Vlasov A.A. , Fröhlich K., Jacobi Ch. Planetary waves in coupling the lower and upper atmosphere // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, 2007. V. 69. P. 2083–2101.

Reise M., Offermann D., Brasseur G. Energy released by recombination of atomic oxygen and related species at mesopause heights // *J. Geophys. Res.*, 1994. V. 99. N. D7. P. 14585–14593.

Richards P.G. Re-evaluation of thermosphere heating by solar EUV and UV radiation // *Canadian Journal of Physics*, 2012. V. 90, N. 8. P. 759–767.

Richards P.G., Fennelly J.A., Torr D.G. EUVAC: A solar EUV Flux Model for aeronomic calculations // *J. Geophys. Res.*, 1994. V. 99, N. A5. P. 8981–8992.

Richards P.G., Torr M.R., Torr, D.G. Solar EUV energy budget of the thermosphere // *Advances in Space Research*, 1981. V. 1, N. 12. P. 53–61.

Richmond A.D., Ridley E.C., Roble R.G. A thermosphere/ionosphere general circulation model with coupled electrodynamics // *Geophys. Res. Lett.* 1992. V. 19. № 6. P. 601–604.

Roble R.G., Ridley E.C., Dickinson R.E. On the global mean structure of the thermosphere // *J. Geophys. Res* 1987. V. 92. P. 8745–8758.

Roble R.G. The calculated and observed diurnal variation of the ionosphere over Millstone Hill on March 23–24, 1970 // *Planetary and Space Science*, 1975. V. 23, N. 7. P. 1017–1033.

Schunk R.W., Nagy A. Ionospheres: Physics, Plasma Physics, and Chemistry // Cambridge University Press, 2009, 586 p.

Shine K.P., Ricaby J.A. Solar radiative heating due to absorption by ozone // Department of Atmospheric, Oceanic and Planetary Physics. University of Oxford. Oxford OX1 3PU, UK. 1989.

Stolarski R.S., Hays P.B., Roble R.G. Atmospheric heating by solar EUV radiation // J. Geophys. Res., 1975. V. 80, N. 16. P. 2266–2276.

Strobel D.F. Parameterization of the Atmospheric Heating Rate from 15 to 120 km due to O₂ and O₃ absorption of Solar Radiation // J. Geophys. Res., 1978. V. 83, N. 12. P. 6225–6230.

Surotkin V.A., Klimenko V.V., Namgaladze A.A. A numerical model of the equatorial ionosphere // Investigation of the ionospheric dynamics, Moscow, IZMIRAN, p. 58–68, 1979.

Параметризации процессов подсеточного масштаба в атмосфере

Облака и конденсация

Е.М. Володин

1. Общие положения

Параметризация облачности и конденсации представлена в работе (Tiedtke, 1993). Согласно этой работе рассматриваются облака трех типов: погранслоиные, конвективные и слоистые. Прогностическими переменными модели являются доля объема воздуха, занятая облаками a , и водность облаков l . Для прогностических переменных решаются следующие уравнения:

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial t} &= A(a) + S(a)_{CV} + S(a)_{BL} + S(a)_C - D(a), \\ \frac{\partial l}{\partial t} &= A(l) + S_{CV} + S_{BL} + C - E - G_P - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_{ENTR}}{\partial z},\end{aligned}$$

где A – перенос, C – скорость конденсации, E – скорость испарения, G_P – скорость образования осадков из облачных капель, S_{CV} и S_{BL} – источник облачной влаги вследствие работы параметризации конвекции и пограничного слоя соответственно, F_{ENTR} – поток вследствие вовлечения на верхней границе пограничного слоя, $S(a)_{CV}$, $S(a)_{BL}$, $S(a)_C$ – скорости изменения объема облаков вследствие конвекции, турбулентности в пограничном слое и конденсации, $D(a)$ – скорость уменьшения площади облачности вследствие испарения облачных капель.

Для полноты приведем уравнения для удельной влаги q и сухой статической энергии $s = C_p T + gz$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial q}{\partial t} &= A(q) - S_{BL} - C + E + E_p - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F(q)_{ENTR}}{\partial z}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} &= A(s) + L(S_{BL} + C - E - E_p) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F(s)_{ENTR}}{\partial z},\end{aligned}$$

где $A(s)$ – перенос, адиабатическое нагревание и источники тепла вследствие других параметризаций, E_p – испарение падающих осадков. Опишем, как вычисляются слагаемые в формулах.

2. Конвективная облачность

В работе (Tiedtke, 1993) слагаемые, связанные с глубокой конвекцией, вычисляются с использованием скорости растекания восходящего потока воздуха при конвективном подъеме D_U :

$$\begin{aligned}S_{CV} &= \frac{D_U}{\rho} l_U, \\ S(a)_{CV} &= (1-a) \frac{D_U}{\rho},\end{aligned}$$

где индекс U обозначает величины в поднимающемся потоке воздуха в условиях конвекции. Предполагается, что эти величины вычислены заранее в параметризации глубокой конвекции типа «mass flux». Однако в данной модели в качестве параметризации конвекции используется конвективное приспособление (Betts, 1986), где эти величины не вычисляются. Поэтому они вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}D_U &= \frac{\alpha P_{CV}}{q_{U,DET} (Z_{TOP} - Z_{DET})}, \\ Z_{DET} &= (Z_{TOP} \beta + Z_{BOT} (1 - \beta)),\end{aligned}$$

где P_{CV} – осадки вследствие глубокой конвекции, индексы TOP , BOT , DET соответствуют верхней границе конвекции, нижней границе и уровню, где начинается растекание, q_U вычисляется в предположении, что воздух поднимается от нижней границы конвекции, и влага, превышающая насыщенную при данных условиях, мгновенно конденсируется. Здесь α , β – безразмерные подгоночные параметры порядка 1, значения которых в последней версии модели принимаются следующими: $\alpha = 2.5$, $\beta = 0.6$. Водность растекающегося воздуха l_U полагается равной $2 \cdot 10^{-4}$ кг/кг.

3. Облачность пограничного слоя

Чтобы вычислить вклад турбулентности пограничного слоя в образование облачности, оценивается нижняя граница погранслоевой облачности в предположении, что воздух поднимается адиабатически с нижнего модельного уровня без вовлечения. Нижней границей считается тот модельный уровень, где воздух, поднимающийся снизу, станет насыщенным. Поток массы на этом уровне ρw^* вычисляется по формуле:

$$F_{BASE} = \frac{Fq_{BASE}}{q_{BOT} - (a(q_{max} + l)_{TOP} + (1-a)q_{TOP})},$$

где Fq_{BASE} – поток влаги вверх, рассчитываемый в параметризации погранслоя, на нижней границам облачности. Индексы *BOT* и *TOP* соответствуют верхней и нижней границе пограничного слоя. Предполагая, что поток массы в облачном слое линейно уменьшается с высотой, становясь нулевым на верхней границе, получим выражения для вклада погранслоевой турбулентности в тенденции водности и объема облаков:

$$S_{BL} = -\frac{1}{\rho} F_{BASE} l_U / (Z_{TOP} - Z_{BASE}),$$

$$S(a)_{BL} = -\frac{1}{\rho} F_{BASE} (1-a) / (Z_{TOP} - Z_{BASE}),$$

где l_U вычисляется в предположении, что при подъеме воздуха от нижнего уровня вся избыточная влага становится облачной влагой, с ограничением $l_U < 2 \cdot 10^{-4}$ кг/кг.

4. Вовлечение на верхней границе пограничного слоя

Для вычисления тенденций, связанных с вовлечением на верхней границе погранслоя, определяется скорость вовлечения w_E :

$$w_E = -\gamma F_S / \Delta s,$$

где γ – безразмерный множитель, равный в данной версии модели 0.2, F_S – поток сухой статической энергии на поверхности, Δs – скачок сухой статической энергии на верхней границе пограничного слоя. Тогда потоки сухой статической энергии, удельной влажности и облачности, связанные с вовлечением, будут равны соответственно

$$F(s)_{ENTR} = -w_E \Delta s,$$

$$F(q)_{ENTR} = -w_E \Delta q,$$

$$F(l)_{ENTR} = -w_E \Delta l,$$

где Δ обозначает разность соответствующих величин на верхнем уровне пограничного слоя и на следующем модельном уровне. При вычислении тенденций, связанных с вовлечением, считается, что поток вовлечения уменьшается с высотой линейно от максимального значения на верхней границе пограничного слоя до нуля на нижней границе облачности.

5. Слоистая облачность

Образование слоистых облаков происходит при подъеме и адиабатическом охлаждении воздуха, или при охлаждении вследствие физических процессов, например, длинноволнового выхолаживания. Эти эффекты могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{dq_{\max}}{dt} = \left(\frac{dq_{\max}}{dp} \right)_{ma} \cdot \tau + \frac{dq_{\max}}{dT} \left(\frac{dT}{dt} \right)_{diab},$$

где τ – вертикальная скорость, индекс *ma* означает производную вдоль влажной адиабаты, индекс *diab* означает притоки тепла вследствие физических параметризаций, кроме конденсации. В нашей схеме мы различаем два способа конденсации: конденсация в уже существующих облаках и образование новых облаков:

$$C = C_1 + C_2.$$

Конденсация в уже существующих облаках вычисляется по формуле:

$$C_1 = -a \frac{dq_{\max}}{dt}, \quad \frac{dq_{\max}}{dt} < 0.$$

Новые облака образуются, если относительная влажность превышает критическую, равную 80% на 650 гПа и увеличивающуюся до 100% в пограничном слое атмосферы и в верхней тропосфере. Увеличение облачности зависит от того, как распределена влажность в той части ячейки, которая свободна от облаков. Здесь используется простое предположение, что влажность распределена равномерно на отрезке от $q_E - (q_{\max} - q_E)$ до q_{\max} , где q_E – ее среднее значение в безоблачной части ячейки. Тогда увеличение доли ячейки, занятой облаками, будет равно

$$S(a) = -(1-a) \frac{\left(\frac{dq_{\max}}{dt} \right)}{q_{\max} - q}, \quad \frac{dq_{\max}}{dt} < 0.$$

Чтобы избежать нереалистичных значений величины a , вводится ограничение $S(a) < (1-a)\Delta t$. Заметим, что критическая относительная влажность используется как пороговое значение только при образовании новой слоистой облачности. Вообще говоря, ненулевая облачность может существовать

и при более низкой относительной влажности в ячейке. Генерация облачной влаги будет равна соответственно:

$$C_2 = -\Delta a \frac{dq_{\max}}{dt}, \quad \frac{dq_{\max}}{dt} < 0,$$

где Δa – изменение объема облаков в ячейке за шаг по времени.

6. Испарение облаков

Считается, что облака могут испаряться в результате двух процессов:

- (1) крупномасштабного опускания воздуха и адиабатического нагревания,
- (2) турбулентного перемешивания облачного воздуха и ненасыщенного окружающего воздуха:

$$E = E_1 + E_2.$$

Первый процесс учитывается тем же способом, что и формирование облачности вследствие конденсации поднимающегося и охлаждающегося воздуха:

$$E_1 = a \frac{dq_{\max}}{dt}, \quad \frac{dq_{\max}}{dt} > 0.$$

Обычно распределение облачной влаги внутри облаков близко к однородному по горизонтали, поэтому мы предполагаем, что при испарении облачности доля, занятая облаками, остается неизменной, за исключением, конечно, окончания испарения, когда доля, занятая облаками, становится равной нулю.

При учете уменьшения количества облаков вследствие перемешивания с ненасыщенным окружением считается, что испарение облаков пропорционально дефициту влаги в окружении:

$$E_2 = aK(q_{\max} - q),$$

где численное значение коэффициента K равно 10^{-6} с^{-1} . Уменьшение объема облаков вычисляется как

$$D(a) = E_2 / l_c,$$

где l_c – влажность облачного объема, которая связана с облачной влагой, осредненной по ячейке, соотношением

$$l_c = \frac{l}{a}.$$

При таком турбулентном перемешивании уменьшается объем облаков и, пропорционально этому, облачная влага ячейки, но облачная влага единичного объема облака остается неизменной.

7. Формирование осадков

Переход облачной влаги в осадки вычисляется по следующей формуле:

$$G_p = a \cdot C_0 \cdot l_c \cdot (1 - \exp(-\left(\frac{l_c}{l_{crit}}\right)^2)),$$

где C_0^{-1} – характерный временной масштаб конверсии облачных капель в осадки, а l_{crit} – типичное содержание воды в облаках, при котором начинают эффективно образовываться осадки. Выражения для параметров записаны так, чтобы учесть увеличение скорости конверсии при наличии падающих дождевых капель (множитель F_1) и увеличение скорости конверсии при наличии как льда, так и жидкой воды в облачной влаге при $250\text{K} < T < 268\text{K}$ или в перистых облаках при $T < 250\text{K}$ (множитель F_2 , формулы записаны согласно (Sundquist et al., 1989)):

$$\begin{aligned} C_0 &= F_1 \cdot F_2, \quad l_{crit} = l_{crit}^* / (F_1 \cdot F_2), \\ F_1 &= C_3 \sqrt{(1 + C_1 \cdot P)}, \\ F_2 &= (1 + C_2 \sqrt{(268 - T)}), \quad 250 < T < 268, \\ F_2 &= \frac{1}{(0.15 \cdot (1.07 \pm Y(1 + Y)))}, \quad T < 250, \\ Y &= X \cdot (1 + X + 4/3 \cdot X^2), \quad X = |T - 233| / 17. \end{aligned}$$

Здесь P – поток осадков, а значения параметров принимаются равными $C_1=300$ (кг м⁻² с⁻¹)^{-0.5}, $C_2=0.5$ К^{-0.5}, $C_3=10^{-4}$ с⁻¹, $l_{crit} = 3 \cdot 10^{-4}$ кг/кг.

8. Испарение падающих осадков

Испарение падающих осадков E_p учитывается согласно схеме (Kessler, 1969):

$$E_p = (1 - a) \cdot 5.44 \cdot 10^{-4} (q_{max} - q) \sqrt{\frac{P}{5.9 \cdot 10^{-3}}} \sqrt{P/p_0}.$$

Здесь p – давление, p_0 – давление на уровне моря, P – поток осадков сверху.

Литература

Kessler E. On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation. Meteor. Monogr. 1969, V. 10, N 32, 84 p.

Sundqvist H., Berge E., Kristjansson J. Condensation and cloud parameterization studies with a mesoscale numerical weather prediction model. Mon. Wea. Rev. 1989, V. 117. P. 1641–1657.

Tiedtke M. Representation of clouds in large-scale models. Mon. Wea. Rev. 1993, V. 121. P. 3040–3061.

Вычисление потоков радиации в атмосфере

В.Я. Галин

1. Тропосфера и нижняя стратосфера

Радиационные источники тепла в модели формируются в результате взаимодействия теплового и солнечного излучений с атмосферными газами, аэрозолем, облаками и с подстилающей поверхностью. Из поглощающих газовых компонент атмосферы в модель включены H_2O , CO_2 , O_3 , O_2 , CH_4 , N_2O , фреоны и аэрозоль. Радиационный блок модели состоит из двух крупных частей: первая часть относится к процессам в тропосфере и стратосфере до высоты примерно 60 км, вторая часть выше этого уровня, включая термосферу. Число атмосферных вертикальных уровней может достигать 50–60 в первой части радиационного блока и порядка 100 во второй части.

Происхождение облаков связывается с конвективными и крупномасштабными процессами, по составу допускаются жидкокапельные, кристаллические или смешанные типы облаков, по мощности они могут занимать несколько модельных слоев по всей тропосфере. Радиационный блок является многоспектральным, а именно, в тепловой области спектра рассматриваются отдельно 10 спектральных участков, в солнечной – 18. В модель включены суточный и сезонный ход высоты Солнца.

Радиационные блоки моделей атмосферы, как правило, являются весьма затратными в смысле машинного времени. Затраты связаны, главным образом, с необходимостью учета сложной спектральной зависимости радиационных характеристик атмосферных газов и перекрытия облаков различных ярусов. Облака в тропосфере могут образовываться на каждом модельном слое. По вертикали эти облачные слои подразделяются на три группы: облака верхнего яруса, среднего и нижнего. Границы ярусов задаются по климатическим данным. Внутри каждого яруса облака в модели расположены друг под другом с максимальным перекрытием. Облака различных ярусов относительно друг друга располагаются случайным образом. В таком случае вся ячейка ин-

тегрирования модели по горизонтали может быть покрыта 8-ю конфигурациями перекрывания облаков: первая – это безоблачная часть, долю которой в ячейке обозначим как p_1 , вторая часть – это часть ячейки с облаками верхнего яруса с долей p_2 , третья часть – облака среднего яруса с долей p_3 , четвертая часть – облака нижнего яруса с долей p_4 , далее аналогично двойные и тройные перекрывания. Если обозначим балл облаков различных ярусов через c_1, c_2, c_3 , то доли различных конфигураций в случае гипотезы случайного перекрывания ярусов будут определяться по формулам:

$$\begin{aligned} p_1 &= (1-c_1)(1-c_2)(1-c_3), \\ p_2 &= c_1(1-c_2)(1-c_3), \\ p_3 &= (1-c_1)c_2(1-c_3), \\ p_4 &= (1-c_1)(1-c_2)c_3, \\ p_5 &= c_1c_2(1-c_3), \\ p_6 &= c_1(1-c_2)c_3, \\ p_7 &= (1-c_1)c_2c_3, \\ p_8 &= c_1c_2c_3. \end{aligned}$$

Сумма всех p_i равна единице. Каждая такая конфигурация является однородной по горизонтали, и по каждой из них мы теперь вправе применять обычные уравнения переноса излучения в неслучайной среде. Чтобы получить полное решение уравнения переноса излучения в ячейке, мы образуем результирующую комбинацию:

$$F = \sum p_i F_i,$$

где F_i – любая радиационная характеристика i -ой конфигурации, например, потоки и притоки радиации. Такая методика является весьма удачным предположением для расчета радиации в атмосфере с частичными облаками, результаты ее применения вполне удовлетворительны (Алексеев и др., 1997, Галин, 1998).

1.1. Тепловое излучение

Для расчета нисходящих и восходящих потоков теплового излучения в модельной атмосфере используются формулы:

$$\begin{aligned} F_{\Delta v}^{\downarrow}(p) &= -\int_0^p B_{\Delta v}[T(p')] \frac{\partial \tau_{\Delta v}(p, p')}{\partial p'} dp', \\ F_{\Delta v}^{\uparrow}(p) &= B_{gr} \tau_{\Delta v}(p, p_s) + \int_p^{p_s} B_{\Delta v}[T(p')] \frac{\partial \tau_{\Delta v}(p, p')}{\partial p'} dp', \\ B_{gr} &= \delta_{\Delta v} B_{\Delta v}(T_s) + (1 - \delta_{\Delta v}) F_{\Delta v}^{\downarrow}(p_s), \end{aligned}$$

где p, p_s – давление в атмосфере и на подстилающей поверхности, $T_s, \delta_{\Delta\nu}$ – температура и излучательная способность этой поверхности, $B_{\Delta\nu}(T)$ – функция Планка, проинтегрированная по спектральному участку $\Delta\nu$, $\tau_{\Delta\nu}(p, p')$ – функция пропускания диффузного излучения между уровнями p и p' .

Замена интегралов в приведенных выше выражениях конечными суммами приведет к достаточно простым выражениям для нисходящего и восходящего потоков в виде таких сумм (индексы $\Delta\nu$ для простоты опущены):

$$F_n^\downarrow = -\sum_{m=1}^{n-1} B_m^* (\tau_{nm} - \tau_{nm+1}), n = 2, N,$$

$$F_n^\uparrow = B_{gr} \tau_{nN} + \sum_{m=n}^{N-1} B_m^* (\tau_{nm} - \tau_{nm+1}), n = 1, N-1,$$

где $F_n^\downarrow, F_n^\uparrow$ – потоки на уровне n , где индекс n относится к границе слоя, τ_{nm} – функция пропускания всех поглотителей атмосферы в рассматриваемом спектральном участке между уровнями n и m , N – число границ слоев, B_m^* – некоторая средняя величина функции Планка в слое, B_{gr} – излучение подстилающей поверхности.

Вся сложность выражений для потоков $F_n^\downarrow, F_n^\uparrow$ заключена в функциях пропускания τ_{nm} . Эти функции в каждом спектральном интервале $\Delta\nu$ по своему зависят от температуры, давления, массы поглощающих веществ. Единообразного вида этих функций, к сожалению, нет. Если даже известны спектроскопические параметры множества линий поглощения в полосе $\Delta\nu$, то для получения средних по полосе функций τ_{nm} требуется выполнять огромные исследовательские работы в специальных лабораториях. В результате этих работ могут быть получены таблицы функций пропускания τ_{nm} в зависимости от некоторых средних значений температуры, давления и эффективных масс поглощающих газов путем приведения неоднородной по высоте атмосферы к приближенной однородной с учетом различных гипотез о взаимном влиянии слоев. В модели мы используем такого рода таблицы из работ (Chou et al., 1991; Chou, Kouvaris, 1993; Chou et al., 1993). Точность этих таблиц удовлетворительна до высоты примерно в 60 км. Более детальное изложение алгоритма расчета радиации можно найти в работах (Алексеев и др., 1997; Галин, 1998).

1.2. Солнечное нагревание

Для расчета потоков радиации в солнечном спектре мы применяем приближенные схемы учета эффектов рассеяния и поглощения в атмосфере на основе метода δ -Эддингтона (Briegleb, 1992). Поглощающие компоненты

в атмосфере представлены H_2O , CO_2 , O_3 , O_2 , аэрозолем, облаками. В модели учтены релейское и аэрозольное ослабления, рассеяние в облаках, отражение от подстилающей поверхности с рассчитываемым альбедо в зависимости от меняющегося характера поверхности. Исходя из свойств поглощения и рассеяния облаков, солнечный спектр первоначально разбивается на 4 крупных интервала (Slingo, 1989). Облака могут быть капельными, кристаллическими и смешанного типа. Для каждого типа облаков рассчитываются оптические толщины слоев τ , альбедо однократного рассеяния ω , параметр асимметрии индикатрисы рассеяния g в зависимости от водозапаса облаков и радиуса капель или кристаллов. Оптические параметры аэрозоля τ, ω, g рассчитываются в самостоятельном аэрозольном блоке модели и используются здесь.

Для учета селективного поглощения газовых компонент атмосферы H_2O , CO_2 , O_3 , O_2 требуется ввести дополнительное разбиение каждого из 4-х введенных интервалов на частичные подинтервалы в зависимости от поглощающих свойств рассматриваемых газов. В работе (Briegleb, 1992) приведены такие подинтервалы вместе с коэффициентами поглощения атмосферных газов и методом вычисления эффективных масс и оптических толщин в каждом из них. В итоге общее число интервалов в солнечном спектре вырастает до 18. Из них 8 первых полностью охватывают область поглощения озона в ультрафиолетовом и видимом диапазонах спектра 0.2–0.7 мкм. Последние три интервала относятся к слабому поглощению углекислого газа. Водяной пар представлен остальными 7 интервалами, для которых коэффициенты поглощения получены из представления функции пропускания в виде k -распределений. В нашей модели мы используем эти результаты. Следует отметить, что необходимость такого способа учета поглощения газовых компонент увеличивает время расчета притоков.

Для того чтобы получить суммарные оптические характеристики τ, ω, g каждого конкретного модельного слоя от присутствия в нем совокупности различных рассеивающих и поглощающих субстанций, мы используем формулы из работы (Cess, 1985):

$$\begin{aligned}\tau &= \sum \tau_i, \\ \omega &= \frac{\sum \omega_i \tau_i}{\tau}, \\ g &= \frac{\sum g_i \omega_i \tau_i}{\omega \tau},\end{aligned}$$

где суммирование распространяется на все компоненты ослабления слоя. Для применения метода δ -Эддингтона необходимо дополнительно масштабировать найденные параметры τ, ω, g в каждом слое по формулам (Cess, 1985):

$$\begin{aligned}\tau' &= \tau(1 - \omega f), \\ \omega' &= \omega \frac{(1-f)}{(1-\omega f)}, \\ g' &= \frac{(g-f)}{(1-f)}, \\ f &= g^2.\end{aligned}$$

Метод δ -Эддингтона сводится к необходимости решения следующей системы линейных дифференциальных уравнений для потоков нисходящей Q и восходящей U радиации в каждом отдельном спектральном интервале (King, Harshvardhan, 1986):

$$\begin{aligned}\frac{dD}{d\tau} &= \gamma_2 U - \gamma_1 D + f_1, \\ \frac{dU}{d\tau} &= \gamma_1 U - \gamma_2 D + f_2, \\ f_1 &= \pi S_0 \omega \gamma_4 e^{-\tau/\mu_0}, \\ f_2 &= -\pi S_0 \omega \gamma_3 e^{-\tau/\mu_0}\end{aligned}$$

с граничными условиями при $\tau=0$ и $\tau=\tau_0$ соответственно:

$$\begin{aligned}D_1 &= 0, \\ U_{L+1} &= A_{dif} D_{L+1} + A_{dir} \pi S_0 \mu_0 e^{\tau_0/\mu_0}.\end{aligned}$$

Здесь A_{dif} и A_{dir} – альbedo подстилающей поверхности для диффузного и прямого излучений, S_0 – доля солнечной энергии в рассматриваемом спектральном интервале, μ_0 – косинус зенитного угла Солнца, τ_0 – полная оптическая толщина атмосферы с учетом всех компонент ослабления, свойственных для данного спектрального интервала, τ – оптическая толщина атмосферы, рассчитываемая от верхней границы атмосферы до данного уровня, $L = N - 1$ число слоев, N – число границ слоев.

В зависимости от способа выбора коэффициентов $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ как функций от τ, ω, g, μ_0 различают целый ряд приближенных способов решения задачи. Однако ни один из них не дает универсально точные результаты для всех возможных ситуаций в атмосфере. И все же в большинстве современных климатических моделей выбор пал на метод, в котором коэффициенты определяются по формулам (King, Harshvardhan, 1986):

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= (7 - \omega(4 + 3g))/4, \\ \gamma_2 &= -(1 - \omega(4 - 3g))/4, \\ \gamma_3 &= (2 - 3g\mu_0)/4, \\ \gamma_4 &= 1 - \gamma_3.\end{aligned}$$

Решение будем искать в виде суммы общего решения однородных уравнений с постоянными интегрирования A, B и частного решения неоднородной системы. Такое решение может быть записано в виде (Алексеев и др., 1997; Галин, 1998):

$$\begin{aligned} D &= Ag_1 e^{-p\tau} + Bg_2 e^{+p\tau} + f_3, \\ U &= Ag_2 e^{-p\tau} + Bg_1 e^{+p\tau} + f_4, \\ f_3 &= \frac{\mu_0^2}{1 - \mu_0^2 p^2} (-f_1 / \mu_0 - \gamma_1 f_1 + \gamma_2 f_2), \\ f_4 &= \frac{\mu_0^2}{1 - \mu_0^2 p^2} (-f_2 / \mu_0 - \gamma_1 f_2 + \gamma_2 f_1), \\ p &= \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} = \sqrt{3(1 - \omega)(1 - g\omega)}, \\ g_1 &= \gamma_1 + \gamma_2 + p, \\ g_2 &= \gamma_1 + \gamma_2 - p, \\ \gamma_1 + \gamma_2 &= \frac{3}{2}(1 - g\omega). \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что функции f_3 и f_4 имеют особенность при $1 - \mu_0^2 p^2 = 0$. Хотя и редко, но в модели эти ситуации реализуются, что приводит к ненужным последствиям (авосту). Чтобы избежать их, применяется способ небольшого изменения μ_0 в том слое, где возникает опасность переполнения.

Заметим также, что выражения для D и U содержат экспоненциальные слагаемые с $\exp(-p\tau)$ и $\exp(+p\tau)$, где τ – оптическая толщина атмосферы от верхней границы до рассматриваемого уровня. В облачной атмосфере эти слагаемые быстро приводят к переполнению или к потере точности из-за роста τ . Чтобы избежать этого, переопределяем коэффициенты A и B системы для каждого слоя по формулам:

$$\begin{aligned} A_k' &= A_k \exp(-p_k \sum_{i=1}^{k-1} \tau_i), \\ B_k' &= B_k \exp(+p_k \sum_{i=1}^{k-1} \tau_i), \\ k &= 1, \dots, L, \end{aligned}$$

где τ_i – толщины отдельных слоев. Новые неизвестные A_k' и B_k' способствуют некоторому выравниванию порядка членов в выражениях для D и U , что существенно сказывается при численном решении задачи. Однако этого преобразования еще недостаточно для полного преодоления неустойчивого характера этой системы, который может проявиться при численном решении задачи, если в дальнейшем не применять дополнительных мер регуляризации.

Для нахождения постоянных интегрирования A'_k и B'_k выписываем решение для каждого k -го слоя и приравняем их на смежных границах. Таких границ всего $L-1$. Добавив к полученным уравнениям граничные условия задачи, получаем точное число уравнений, соответствующих числу неизвестных A'_k и B'_k , $k=1, \dots, L$. Результирующая система линейных алгебраических уравнений имеет следующий пятидиагональный вид:

$$\begin{aligned} a_m y_{m-2} - b_m y_{m-1} + c_m y_m - d_m y_{m+1} + c_m y_{m+2} &= f_m, \\ m &= 0, \dots, (2L-1). \end{aligned}$$

Здесь искомые неизвестные A'_k и B'_k связаны с вектором y следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} A'_k &= y(2k-2), \\ B'_k &= y(2k-1), \\ k &= 1, \dots, L. \end{aligned}$$

Коэффициенты уравнений и правая часть определяются выражениями:

$$\begin{aligned} a_{m-1} &= 0, a_m = g_2^{(k)} e^{-p_k \tau_k}, \\ b_{m-1} &= -g_1^{(k)} e^{-p_k \tau_k}, b_m = -g_2^{(k)} e^{+p_k \tau_k}, \\ c_{m-1} &= g_2^{(k)} e^{+p_k \tau_k}, c_m = -g_2^{(k+1)}, \\ d_{m-1} &= g_1^{(k+1)}, d_m = g_1^{(k+1)}, \\ e_{m-1} &= -g_2^{(k+1)}, e_m = 0, \\ f_{m-1} &= (f_3^{(k+1)} - f_3^{(k)}) \exp\left(-\sum_{i=1}^k \tau_i / \mu_0\right), \\ f_m &= (f_4^{(k+1)} - f_4^{(k)}) \exp\left(-\sum_{i=1}^k \tau_i / \mu_0\right), \\ k &= 1, \dots, L-1, m = 2k. \end{aligned}$$

Из граничных условий при $\tau = 0$ имеем $c_0 = -g_1^{(1)}$, $d_0 = g_2^{(1)}$, $f_0 = f_3^{(1)}$. При $\tau = \tau_0$ имеет место:

$$\begin{aligned} b_{2L-1} &= -(g_2^{(L)} - g_1^{(L)} A_{dif}) \exp(-p_L \tau_L), \\ c_{2L-1} &= (g_1^{(L)} - g_2^{(L)} A_{dif}) \exp(+p_L \tau_L), \\ f_{2L-1} &= (A_{dir} \mu_0 + A_{dif} f_3^{(L)} - f_4^{(L)}) \exp\left(-\sum_{i=1}^L \tau_i / \mu_0\right). \end{aligned}$$

Остальные элементы являются нулевыми. Матрица полученной системы уравнений плохо обусловлена. Обычная монотонная прогонка приводит к неприемлемо большим ошибкам в облачной атмосфере. Поэтому для устойчивого решения системы применяем метод немонотонной пятидиагональной

прогонки, предварительно масштабировав систему делением каждого уравнения на максимальную экспоненту среди слагаемых этого уравнения. Немонотонная прогонка позволяет получать гладкие решения без резких колебаний, характерных для неустойчивых решений.

Такова схема получения притоков тепла от солнечного излучения в климатической модели ИВМ РАН. В дополнение к изложенному 2-потокковому алгоритму была составлена программа 4-потоккового метода дискретных ординат для решения уравнения переноса солнечного излучения. При этом уже требуется не простая прогонка, как в изложенном выше алгоритме, а матричная прогонка, с необходимостью обращения множества матриц 4-го порядка на каждом уровне. Однако затраты машинного времени для этого метода оказались столь высокими, что использование новой схемы в модели не представляется возможным, хотя сопоставление результатов 2-потоккового приближения и 4-потоккового различаются не столь существенно для климатической модели. Сравнение результатов используемого в модели 2-потоккового метода с результатами 8-потоккового метода, предполагаемого практически точным, показало, что наш метод хорошо работает в коротковолновом диапазоне, но дает большие ошибки у Земли в ультрафиолетовом участке спектра при больших коэффициентах поглощения озона, на длинах волн меньше 300 нанометров. Но на больших высотах, где важна точность в этом диапазоне, наши результаты вполне приемлемы.

2. Верхняя стратосфера, мезосфера и термосфера

Эта часть радиационного блока составлена профессором А.И. Погорельцевым из РГГМУ.

В области стратосферы, мезосферы и термосферы не учитывается облачность, поскольку облаков на этих высотах нет, нет и учета аэрозоля. Это сильно упрощает геометрию атмосферного столбца. Но на первый план выдвигаются сложности учета спектральных характеристик взаимодействия излучения с атмосферными газами. Хотя результаты работы второй части требуются лишь выше 60 км, алгоритм расчета в ней охватывает всю высоту атмосферы от земной поверхности до термосферы, но, как отмечали выше, без учета облаков, аэрозоля и эффектов рассеяния. Просто отключить всю нижнюю часть нельзя, так как при этом в нижней части вычисляются необходимые граничные условия для верхней атмосферы, учитываются облака.

В 2-й части радиации учитываются дополнительно к водяному пару, озону и углекислому газу еще и атомарный кислород, азот, молекулярный кислород и множество изотопов углекислого газа. Рассматриваются процессы пере-

носа излучения и в условиях локального термодинамического равновесия (LTE) до 70 км высоты, и в условиях его нарушения (NLTE) выше этого уровня.

2.1. Длинноволновая часть спектра новой радиации

Основную роль в длинноволновом выхолаживании верхней атмосферы играет углекислый газ. Огромный вклад в исследование проблемы CO₂ внесла ленинградская школа Г.М. Шведа. Густав Моисеевич и его ученики из ленинградского университета В.И. Фомичев, А.А. Кутепов, Р.А. Акмаев, В.П. Огибалов и другие разработали теорию и создали методику параметризации выхолаживания атмосферы в сложной полосе 15 мкм углекислого газа и в полосе 9.6 мкм озона. Работа коллектива получила мировое признание, и результаты их исследований используются весьма широко (Швед, 1974; Кутепов, Швед, 1978; Kutepov, Fomichev, 1993; Fomichev et al., 1993; Fomichev et al., 1998; Fomichev, Blanchet, 1995; Огибалов и др., 2000).

Согласно этому методу, названному авторами матричной параметризацией, рассматриваются 3 атмосферных слоя с характерной физикой взаимодействия углекислого газа CO₂ с тепловым излучением. Это слой от высоты 15 км до 70 км, где выполняются условия локального термодинамического равновесия (LTE), слой выше 93 км, где уже полностью преобладают условия нарушения локального термодинамического равновесия (NLTE), и промежуточный слой между ними, где имеются процессы, характерные и для LTE, и для NLTE.

2.2. Слой LTE

В слое LTE, где справедливы классические представления о законах излучения, решается задача переноса излучения в весьма узких спектральных участках (метод «линия за линией») по известным распределениям центров линий поглощения, их полуширины и интенсивности с учетом перекрывания линий множества всевозможных изотопов CO₂ для ряда вертикальных распределений углекислого газа. Затем найденные в каждом малом спектральном интервале притоки на данном уровне k выражаются через матрицу Куртиса A_{jk} (матрица Куртиса – простое конечно-разностное представление интеграла по высоте от дивергенции полного потока излучения, притока тепла):

$$\varepsilon_k = \sum_j A_{jk} \varphi(T_j),$$

$$\varphi(T_j) = \exp(-c_1 / T_j),$$

где $\varphi(T_j)$ – известная экспоненциальная часть функции Планка, сумма по j – вертикальное суммирование по слоям, T_j – температура j -го слоя атмосферы,

c_1 – не зависит от высоты. Все переменные ε_k , A_{jk} , c_1 зависят от длины волны, для простоты опущенной в обозначениях. Матрица Куртиса A_{jk} при этом также неявно зависит от температуры, так как характеристики линий поглощения зависят от нее. Для частичного выделения главной части этой температурной зависимости коэффициентов матрицы применяется еще одно разложение матрицы A_{jk} на два слагаемых:

$$A_{jk} = a_{jk} + b_{jk}\varphi(T_k),$$

где $\varphi(T_k)$ – известная функция уже для данного k -го слоя.

Далее решается задача осреднения элементов a_{jk} , b_{jk} матрицы Куртиса по спектру. Эти очень трудоемкие вычисления связаны с интегрированием по тысячам спектральных линий с учетом их интенсивности и других спектроскопических параметров. Затем результаты суммируются по всей полосе поглощения, и в итоге получаются формулы матричной параметризации для выхолаживания, уже не зависящие от длины волны:

$$\varepsilon_k = \sum_j (a_{jk} + b_{jk}\varphi_k)\varphi_j.$$

Суммирование по j проводится не по всей высоте атмосферы, а оптимизируется суммой по нескольким ближайшим слоям, около 3 слоев с каждой стороны уровня k .

В работе (Fomichev et al., 1998) приведено детальное описание алгоритма расчета коэффициентов, описан метод осреднения по спектру, приведены таблицы элементов матрицы и даны рекомендации по интерполяции функции ε_k для заданных значений концентрации CO_2 . Таблицы коэффициентов составлены для подробных фиксированных уровней в атмосфере. Для перевода результатов на свою вертикальную сетку требуется еще одна интерполяция по вертикали.

В работе (Fomichev, Blanchet, 1995) к элементам матрицы Куртиса для CO_2 добавлены еще и слагаемые для учета поглощения озоном, приведены таблицы элементов, которые и используются в этой части программы.

Предложенная параметризация была подвергнута детальному сравнению с точными расчетами и подтвердила пригодность для использования в климатических моделях. Она быстрая, не требует интегрирования по спектру излучения.

Приведенный метод матричной параметризации длинноволнового излучения в полосе поглощения 15 мкм CO_2 был предложен еще в далеком 1952 году Р.М. Гуди (1956), когда Куртис и Годсон занимались разработкой методов построения радиационных номограмм для расчета притоков тепла с

помощью логарифмических линеек. Предложенный метод удалось осуществить только сейчас, с развитием вычислительной техники и базы спектроскопических данных. Но и номограммы позволили понять многое в поведении радиационных притоков тепла в атмосфере.

2.3. Слой NLTE

В сильно разреженных слоях атмосферы выше 93 км нарушаются условия локального термодинамического равновесия (NLTE), закон Больцмана о распределении энергии в равновесных системах не выполняется, функция Планка для излучения несправедлива. В этих условиях требуется найти замену функции Планка, разработать теорию населенности колебательных уровней изотопов CO_2 , рассчитать спектр поглощения в разреженной атмосфере. Такая работа также была проделана учениками Г.М. Шведа (Швед, 1974; Кутепов, Швед, 1978; Kutepov, Fomichev, 1993; Fomichev et al., 1993; Fomichev et al., 1998; Fomichev, Blanchet, 1995; Огибалов и др., 2000). Сравнение функции Планка и аналогичной функции источника из работ данного коллектива показывает существенное различие между ними, зависящее от высоты.

Для использования полученных детальных спектральных результатов в климатических моделях авторами предложена быстрая параметризация расчета выхолаживания в предположении, что основную роль на этих высотах играет только фундаментальная полоса CO_2 , другие колебательные переходы не оказывают существенного влияния, исходя из свойства малости оптической толщины верхних слоев. Влиянием верхних слоев на нижние слои пренебрегается. Эти предположения упрощают параметризацию выхолаживания, и в работе (Kutepov, Fomichev, 1993) предложена рекуррентная формула для вычисления выхолаживания верхних слоев:

$$\varepsilon_k = \text{const } N_{\text{CO}_2}(k)(1 - \lambda_k) \tilde{\varepsilon}_k / \mu_k,$$

где N_{CO_2} – концентрация CO_2 в слое k , μ_k – молекулярный вес, λ_k – многомерная интерполяционная формула вероятности квантового перехода, найденная по результатам теоретических исследований. Она является функцией плотности атмосферы, температуры, концентраций азота, кислорода, атомарного кислорода (Kutepov, Fomichev, 1993). Функция $\tilde{\varepsilon}_k$ характеризует влияние нижних слоев атмосферы и рассчитывается шаг за шагом по вертикали, начиная с верхней границы LTE слоя, где вычисляется начальное значение последовательности $\tilde{\varepsilon}_k$. Формула для вычисления последовательности $\tilde{\varepsilon}_k$ имеет вид:

$$[1-\lambda_j(1-D_j)] \tilde{\epsilon}(x_j) = [1-\lambda_{j-1}(1-D_{j-1})] \tilde{\epsilon}(x_{j-1}) + D_{j-1}\varphi_{j-1} - D_j\varphi_j,$$

где D_j – некоторые параметры сетки (Kutepov, Fomichev, 1993; Fomichev et al., 1993; Fomichev et al., 1998). Авторы назвали ее рекуррентной формулой.

2.4. Промежуточный слой

В промежуточном слое 70–93 км, в нижней его части, преобладают условия LTE, в верхней – условия NLTE. Если в нижней части можно применять матричную параметризацию с некоторыми модификациями коэффициентов матрицы Куртиса, то в верхней применяется рекуррентная формула, также с некоторыми изменениями вида функций. Так, в новой радиации завершается параметризация выхолаживания атмосферы верхних слоев благодаря наличию углекислого газа и озона. Изложенная выше методика параметризации работает выше уровня 15 км. Ниже этого уровня, в тропосфере, хорошо работают обычные классические формулы расчета притоков длинноволновой радиации с использованием функций пропускания газов. В рассматриваемой части программы (часть 2) водяной пар оказывает влияние на выхолаживание атмосферы до высоты примерно 20 км, озон до 40 км, углекислый газ до 140 км. Выше может быть только нагревание.

2.5. Коротковолновая часть спектра новой радиации

В коротковолновой части спектра на этих высотах нет таких физических сложностей, как в тепловом диапазоне. Алгоритмы расчета притоков солнечной радиации без учета облаков и рассеяния разработаны хорошо. В новой радиации с небольшими изменениями использован алгоритм расчета, разработанный еще в 1978 году Даррелем Штробелем (Strobel, 1978) с уточнениями из работы (Shine, Ricaby, 1989). В этой части спектра солнечную радиацию поглощают водяной пар, углекислый газ, озон, кислород, атомарный кислород, азот.

Водяной пар поглощает в полосах 0.94, 1.1, 1.38, 1.87, 2.7, 3.2 мкм. Из важных полос поглощения озона отметим полосы с именами Herzberg (205–245 nm) для высот 40–100 км, Hartley (200–300 nm) для высот 30–100 км, Huggins (300–350 nm) для высот 20–100 км, Chappius (450–700 nm) – высоты 20–60 км. Для кислорода и атомарного кислорода учитываются полосы Schumann-Runge (175–205 nm), Schumann-Runge continuum (125–175 nm), Lyman- α line (121 nm). Экстремальное ультрафиолетовое излучение (EUV) учитывается в полосе 5–105 nm.

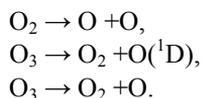
Все расчеты ведутся по достаточно простым аналитическим формулам без привлечения уравнений переноса коротковолновой радиации, хотя сами

перечисленные полосы являются далеко не простыми. Очень подробное изложение способа параметризации в коротковолновом спектре можно найти в работе (Strobel, 1978). Надо отметить, что сечения ослабления солнечной радиации, используемые в этой работе, не зависят от температуры. Это означает, что в верхних слоях, где существует только коротковолновое нагревание атмосферных слоев без длинноволнового излучения, температурной зависимости нагревания не будет. Она может появиться только в результате изменений концентрации радиационно-активных газов из-за химических процессов и/или динамики.

3. Химико-климатическая модель атмосферы

Химические процессы в атмосфере воспроизводятся в модели в специальном химическом блоке, разработанном профессором С.П. Смышляевым из РГГМУ (г. Санкт-Петербург).

Основная цель разработки связана с необходимостью воспроизведения процессов формирования озона в атмосфере и его изменений. В этом блоке учитывается взаимодействие более 70 химических элементов атмосферы между собой, из которых около 30 являются долгоживущими и переносятся по пространству динамической частью модели, а оставшиеся короткоживущие элементы приспособляются к переносимым в результате химических реакций. В итоге практически все входные параметры изложенного выше радиационного блока оказываются динамичными, меняющимися по времени и пространству. Важнейшую роль в атмосферной химии играют фотодиссоциационные процессы, т.е. первичные химические реакции, при которых химические соединения разлагаются под действием фотонов солнечного излучения. В рассматриваемой модели число таких реакций равно 51. Например, первые 3 из них такие:



Эти реакции являются важнейшими реакциями фотодиссоциации. Они связаны с образованием атомарного кислорода, который затем взаимодействует с кислородом и образует озон. Процессы фотодиссоциации формируют суточный ход множества элементов вслед за суточным ходом Солнца, сезонный ход. Ярким примером влияния сезонного хода является образование полярных стратосферных облаков весной южного полушария с появлением первых лучей Солнца в холодном воздухе приполярного вихря.

И таких реакций, возбуждающихся с восходом Солнца, в модели более 50, весь список их здесь приводить нет возможности. Под действием солнеч-

ного излучения образуется множество химически активных составляющих атмосферы, например радикал гидроксильный OH, хлор Cl, которые затем играют большую роль в озоносфере. Влиянием процессов фотодиссоциации можно объяснить большой суточный ход концентрации ряда короткоживущих элементов в верхней атмосфере, к которым относятся, в частности, интересующий нас озон O₃, оксид азота NO, атомарный и возбужденный кислород O и O(¹D). В ночное время часть из них отсутствует совершенно.

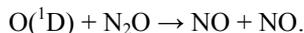
Взаимодействие фотонов с химическими элементами в модели учитывается в ультрафиолетовой части спектра в 78 спектральных интервалах (напомним, что в радиационном блоке было всего 18 интервалов). В каждом из этих интервалов снова решается задача переноса солнечной радиации в атмосфере с учетом сечений поглощения перечисленных выше элементов, участвующих в процессе фотодиссоциации, рассеяния частицами воздуха и аэрозоля с использованием все той же методики «Дельта Эддингтона». В каждый модельный момент времени в 78 узких спектральных участках решается задача переноса излучения в сферической атмосфере, и если энергии еще достаточно для возбуждения соответствующей молекулы, то молекула распадается на новые компоненты согласно рассматриваемым уравнениям фотодиссоциации.

Атомы и молекулы, возбужденные в результате процессов фотодиссоциации, вступают в химические реакции, число которых в модели превосходит 170 уравнений. В этих реакциях участвуют 74 атмосферных газовых элемента. В списке реакций есть бимолекулярные реакции, мономолекулярные реакции распада, трехмолекулярные, гетерогенные. Элементы подразделяются на долгоживущие и короткоживущие. Объединяются в семейства, рассматриваются кислородный, азотный, хлорный, бромный, серный циклы. Очень показателен в этом отношении кислородный цикл $O_x = O + O_3 + O(^1D)$, где в правой части все слагаемые являются короткоживущими. А в сумме они дают динамически переносимую долгоживущую сумму O_x .

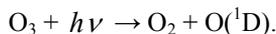
Химический блок добавляет в систему из 4-х уравнений динамики модели еще около 30 уравнений для переноса. В новых уравнениях появляются новые слагаемые в правой части, определяющие продукцию и разрушение переносимого компонента, рассчитываемые, как и все физические источники модели, через каждый час. Короткоживущие элементы в этот момент (каждый час) и приспособляются к переносимым путем решения жестких систем. Для решения жестких систем используется так называемая А-устойчивая схема с итерациями.

В качестве примера работы модели химии кратко приведем описание цикла работы только лишь азотосодержащих и водородосодержащих газов.

Азотосодержащие радикалы (NO и NO₂) появляются в стратосфере главным образом в результате реакции возбужденного атомарного кислорода с азотом, имеющей естественное земное происхождение:



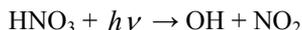
Возбужденный атомарный кислород образуется в результате фотодиссоциации озона при поглощении солнечной радиации короче 310 нм:



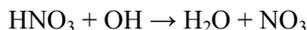
Разрушаются окислы азота при реакции NO₂ с гидроксильным радикалом и третьей молекулой с образованием азотной кислоты:



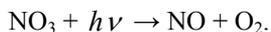
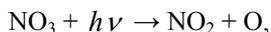
большая часть которой возвращается в азотные радикалы в результате фотодиссоциации



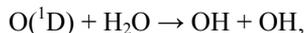
или при реакции с участием OH



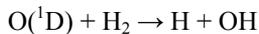
с последующей фотодиссоциацией:



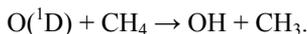
Часть азотной кислоты диффундирует в тропосферу, где быстро вымывается в облаках и осадках. Гидроксильные радикалы образуются в атмосфере при реакциях возбужденного атомарного кислорода с парами воды:



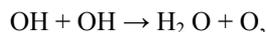
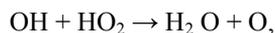
молекулярным водородом:



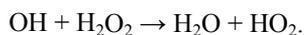
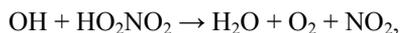
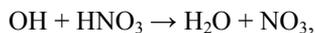
и метаном:



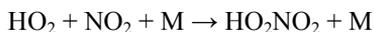
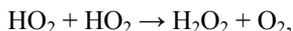
Разрушение гидроксильных радикалов происходит главным образом при их реакциях между собой:



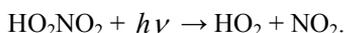
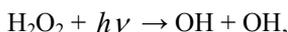
а в тропосфере и нижней стратосфере – в реакциях с другими компонентами:



Следует отметить важную роль так называемых «резервуарных компонент» HNO_3 , N_2O_5 , H_2O_2 , HO_2NO_2 и др. в химии озоносферы. Дело в том, что, с одной стороны, резервуарные компоненты химически менее активны с точки зрения разрушения озона, и, следовательно, переход в них радикалов в результате химических реакций:



ведет к уменьшению скорости разрушения озона, а с другой стороны, они являются оптически активными в видимой области спектра компонентами и при наличии солнечного излучения быстро распадаются, возвращая радикальные компоненты в оборот разрушения озона:



Кроме того, резервуарные компоненты могут вступать в химические реакции с другими компонентами, переноситься динамическими движениями, а также вымываться в облаках и осадках, что ведет к необратимому выходу некоторой части радикалов из оборота разрушения атмосферного озона.

В связи с тем, что условия освещенности атмосферы, также как и динамические параметры, сильно меняются в зависимости от широты, высоты и сезона, химические реакции с участием резервуарных компонент в сильной степени зависят от температуры, а условия вымывания зависят от распределения, природы и водности облаков и аэрозоля. Химия резервуарных компонент в значительной степени определяет наблюдаемые особенности пространственно-временного распределения озона в атмосфере. Описание работы других циклов можно найти в работе (Смышляев, 2003). Важное место в химическом блоке модели занимают гетерогенные процессы. В модель заложены схемы образования полярных стратосферных облаков, азотной и серной кислот, сульфатного аэрозоля и другие. В модель включены возможности учета изменений солнечной активности по каждому из 78 спектральных участков, что позволяет провести совместные эксперименты по влиянию эффектов солнечной активности в радиационном плане в динамической части и в химическом плане в фотодиссоциационной части.

С использованием модели было проведено большое число исследований, касающихся формирования состава и термического состояния атмосферы под влиянием изменений солнечной активности, вулканических выбросов, эмиссий загрязняющих атмосферу токсичных газов, влияния грозовой актив-

ности в различных частях земного шара, оценки изменений климата при геоинженерных экспериментах. Проводились тропосферные, стратосферные, мезосферные и частично термосферные исследования (Галин и др., 2007; Smyshlyaev et al., 1998; Yudin et al., 2000; Галин и др., 2003).

Все эти работы главным образом оценивали влияние различных факторов на изменение распределения озона, метана, окислов азота, гидроксила ОН в атмосфере. Исследовались условия формирования полярных стратосферных облаков, период их возникновения, механизмы возникновения. Изучалось влияние фреонов на межгодовые вариации концентрации озона и температуры атмосферы. Одним из первых, можно сказать, замечательных результатов было получение хорошего согласия модельных распределений озона и спутниковых наблюдений за общим содержанием озона в атмосфере за ряд лет (рис. 1).

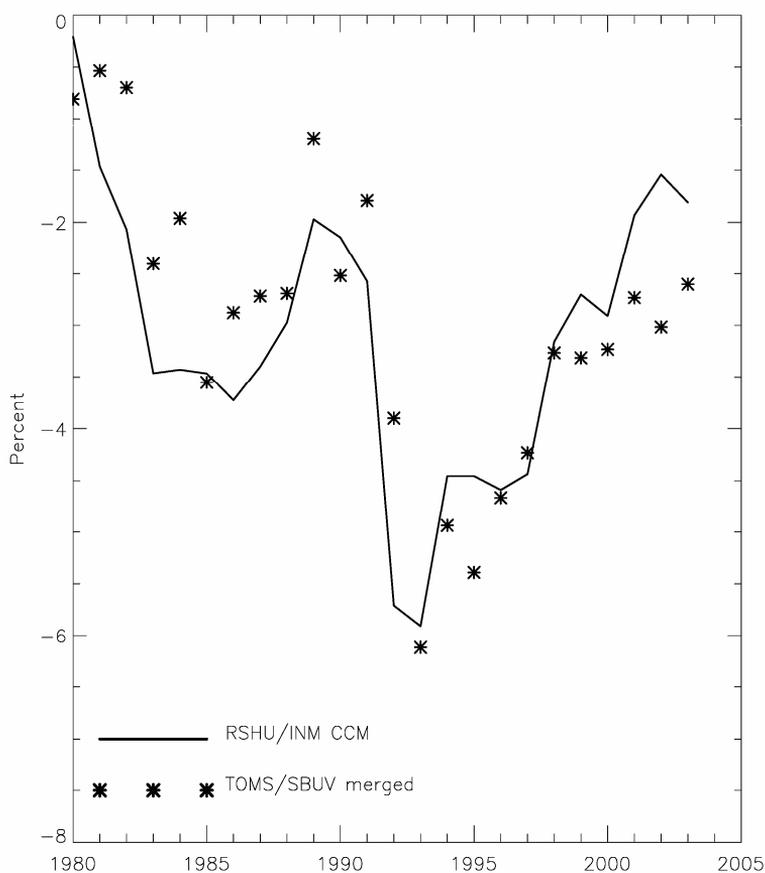


Рис. 1. Изменение общего содержания озона по отношению к уровню 1979 года по результатам моделирования с химико-климатической моделью (сплошная линия) и спутниковых измерений (звездочки)

На рис. 1 сплошной линией изображен модельный результат, звездочками отмечены данные спутниковых наблюдений. Хорошо охвачено резкое понижение общего содержания озона в 90-е годы с последующим ростом. Это восстановление ОСО по времени совпало с реализацией Монреальского протокола, однако на самом деле содержание озона контролируется не только содержанием хлорных и бромных газов, но и другими природными и антропогенными факторами. Резкое уменьшение озона к середине 90-х годов и последующее восстановление связано к тому же и с сильным аэрозольным загрязнением стратосферы, минимумом солнечной активности в это время, охлаждением нижней стратосферы. В меньшей степени в этом сказывается увеличение и последующая стабилизация хлора и брома в атмосфере. Наиболее существенным фактором восстановления озона является рост температуры стратосферы. Большую роль в правильной оценке взаимодействия температуры атмосферы и содержания парниковых газов играет наличие обратных связей в математической модели атмосферы. В нашей химико-климатической модели они присутствуют в полной мере. Изменения содержания озона, метана, водяного пара, закиси азота и других радиационно-активных газов в результате динамических и химических процессов передаются в радиационный блок, который учитывает эти изменения, рассчитывает новые радиационные источники, снова приводящие к дальнейшим изменениям циркуляции в динамическом блоке. Наличие обратных связей является важнейшим фактором в иерархии химико-климатических моделей.

В заключение хочется выразить искреннюю признательность профессорам С.П. Смышляеву и А.И. Погорельцеву из РГГМУ за их активное участие в разработке модели климата ИВМ РАН.

Литература

Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкоsov В.Н. Описание модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН, версия 1997 года // Препринт ИВМ РАН. № 2086-В98. 180 с.

Галин В.Я. Формирование радиационных притоков тепла в модели общей циркуляции атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 1998, том 34, № 3, с. 380–389.

Галин В.Я., Володин Е.М., Смышляев С.П. Модель общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН с динамикой озона. Метеорология и гидрология, 2003, № 5, с. 13–23.

Галин В.Я., Смышляев С.П., Володин Е.М. Совместная химико-климатическая модель атмосферы. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2007, том 43, № 4, с. 437–452.

Гуди Р.М. Атмосферная радиация. Основы теории. Москва, Издательство «Мир», 1956.

Кутепов А.А., Швед Г.М. Перенос излучения 15-мкм полосы CO₂ при нарушении локального термодинамического равновесия в атмосфере Земли. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1978, том 14, № 8, с. 28–43.

Огибалов В.П., Фомичев В.И., Кутепов А.А. Радиационные притоки тепла в инфракрасных полосах CO₂ в средней и верхней атмосфере. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2000, том 36, № 4, с. 493–504.

Смышляев С.П. Теоретическое исследование естественных и антропогенных воздействий на долгопериодную изменчивость атмосферного озона. Автореферат диссертации на соискание доктора физ.-мат. наук. Санкт-Петербург, ЛТА, 2003, 34 с.

Швед Г.М. Перенос излучения в колебательно-вращательных полосах линейных молекул при нарушении локального термодинамического равновесия. Астрономический журнал, 1974, том 51, № 4, с. 841–851.

Briegleb B.P. Delta-Eddington approximation for solar radiation in the NCAR community climate model. *J. Geophys. Res.*, 1992, V. 97, No. D7, p. 7603–7612.

Cess R.D. Nuclear war: illustrative effects of atmospheric smoke and dust upon solar radiation. *Climate Change*, 1985, V. 7, p. 237–251.

Chou M.-D., Kouvaris L. Calculations of transmission functions in the infrared CO₂ and O₃ bands. *J. Geophys. Res.*, 1991, V. 96, No. D5, p. 9003–9012.

Chou M.-D., Kratz D.P., Ridgway W. Infrared radiation parameterizations in numerical climate models // *J. Climate*, 1991, V. 4, p. 424–437.

Chou M.-D., Ridgway W., Yan M.-H. One-parameter Scaling and Exponential-sum fitting for water vapor and CO₂ infrared transmission functions. *J. Atm. Sci.*, 1993, V. 50, No. 14, p. 2294–2303.

Fomichev V.I., Kutepov A.A., Akmaev R.A., Shved G.M. Parameterization of the 15 mkm CO₂ band cooling in the middle atmosphere (15–115 km). *Journal of Atmospheric and Solar-terrestrial Physics*, 55, 7–18, 1993.

King M.D., Harshvardhan. Comparative accuracy of selected multiple scattering approximations. *J. Atm. Sci.*, 1986, V. 43. No. 8, p. 784–801.

Kutepov A.A., Fomichev V.I. Application of the second-order escape probability approximation to the solution of the NLTE vibration-rotation band radiative transfer problem.

Shine K.P., Ricaby J.A. Solar radiative heating due to absorption by ozone. Department of Atmospheric, Oceanic and Planetary Physics. University of Oxford. Oxford OXI 3PU, UK. 1989.

Slingo A. A GCM parameterization for shortwave radiative properties of water clouds. *J. Atm. Sci.*, 1989, V. 46, No. 10, p. 1419–1427.

Smyshlyaev S.P., Dvortsov V.L., Geller M.A., Yudin V.A. A two dimensional model with input parameters from a GCM: ozone sensitivity to different formulation for the longitudinal temperature variation. *J. Geophys. Res.*, 1998, № 21, p. 28373–28387.

Strobel D.F. Parameterization of the Atmospheric Heating Rate from 15 to 120 km due to O₂ and O₃ absorption of Solar Radiation. *JGR*, vol. 83, № C12, 1978.

Fomichev V.I., Blanchet J.-P., Turner D.S. Matrix parameterization of the 15 mkm CO₂ band cooling in the middle and upper atmosphere for variable CO₂ concentration. *Journal Geophys. Res.*, 1998, v. 103, p. 11505–11528.

Fomichev V.I., Blanchet J.-P. Development of the new CCC/GCM longwave radiation for extension into middle atmosphere. *Atmosphere-Ocean*, 1995, v. 33, p. 513–531.

Yudin V.A, Geller M.A, Smyshlyaev S.P., Dvortsov V.L., Transport diagnostics of GCMs and implications for 2-D chemistry-transport model of troposphere and stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 2000, v. 57, № 5, p. 673–699.

Аэрозоли

Е.М. Володин, С.В. Кострыкин

1. Введение

В настоящее время во многих климатических моделях, наряду с расчетом динамики атмосферы и океана, происходит интерактивный расчет концентрации и свойств основных аэрозолей. Это необходимо потому, что, во-первых, аэрозоли влияют на потоки атмосферной радиации, в первую очередь солнечной (прямой эффект), и, во-вторых, гидрофильные аэрозоли являются ядрами конденсации и определяют количество облачных капель в единице объема, а следовательно, характерный размер капли и скорость выпадения осадков из облачной влаги (первый и второй непрямой эффект). При создании аэрозольных блоков обычно используется несколько видов приближений (см., например, Seinfeld, Pandis, 1997). Самое простое приближение состоит в том, что модельные аэрозоли имеют фиксированный размер, а прогностической переменной является лишь их концентрация. Так устроены, например, модели (Liu et al., 2002; Takemura et al., 2000). Более сложной является так называемая модальная схема, когда предполагается, что аэрозольные частицы одного типа имеют многомодальное по размеру распределение.

При этом каждая мода имеет предписанную функцию распределения и описывается отдельно. В случае логнормальной функции распределения частиц по радиусу каждую моду можно описать тремя независимыми параметрами. И соответственно для ее полного описания необходимо использовать максимум три прогностических переменных, в качестве которых обычно используют моменты распределения – концентрацию, объемную концентрацию и другие. Иногда считается, что один или два параметра логнормального распределения фиксированы, тогда прогностически рассчитывается соответственно два или один момент распределения. Переходы между разными модами могут учитываться, если в аэрозольном блоке описывается процесс коагуляции частиц, принадлежащих разным модам. Этот подход применяется в моделях (Ackermann et al., 1998; Chin et al., 2002; Easter et al., 2004; Iversen, Seland, 2002; Metzger et al., 2002). Наконец, наиболее сложные модели разбивают весь диапазон возможных размеров частиц на определенное количество интервалов (обычно порядка десяти) и рассчитывают концентрацию аэрозолей в каждом интервале с учетом переходов между интервалами в результате

коагуляции и других процессов, в том числе, например, взаимодействия аэрозольных частиц с облаками (Iversen, Seland, 2002). Это самый дорогостоящий в вычислительном смысле подход, и его используют лишь некоторые модели, например, (Gong et al., 2003; Koch, Hansen, 2005; Reddy, Boucher, 2004; Tie et al., 2005). Такой подход приводит к тому, что приходится решать прогностические уравнения для нескольких десятков переменных. В настоящей работе используется смесь самого простого и модального подходов → модальная схема с одной прогностической переменной (массовая концентрация) для каждой моды, при этом дисперсия и медианное среднее логнормального распределения считаются фиксированными. Для морской соли и континентальной пыли задавались две моды, остальные четыре типа аэрозолей описывались одной модой.

Радиационные свойства аэрозолей зависят не только от размера частиц и концентрации, но и от того, сколько воды содержат частички аэрозоля. Гидрофильные аэрозоли при влажности воздуха, близкой к насыщенной, могут содержать воды в несколько раз больше, чем сухого вещества. Учет этого эффекта важен не только в радиации, но и в динамике аэрозоля, так как частицы, содержащие много воды, быстрее опускаются и захватываются поверхностью, чаще сталкиваются друг с другом. Этот эффект учитывается по-разному, в большинстве современных моделей используется относительная влажность, осредненная по ячейке. Однако есть модели (Vignati et al., 2004), где учитывается подсеточная изменчивость относительной влажности, что может быть существенно, поскольку зависимость массы воды в частице от влажности нелинейна.

Поскольку основные механизмы эволюции аэрозолей трактуются различными моделями по-разному, концентрация аэрозолей в атмосфере и их радиационный эффект в различных моделях получается разным, даже при одних и тех же заданных источниках. В то же время измерить концентрации основных аэрозолей и их распределение по размерам во всех точках атмосферы на настоящий момент не представляется возможным. Поэтому актуальной является задача сравнения существующих аэрозольных блоков друг с другом и с имеющимися данными наблюдений. С этой целью была создана программа по сравнению аэрозольных блоков AeroCom. Результаты сравнения аэрозольных блоков в рамках этой программы можно найти, например, в (Lohmann et al., 1999).

2. Описание аэрозольного блока и численного эксперимента

Модель INMCM5 в настоящее время дополнена аэрозольным блоком, в котором рассчитывается эволюция концентрации десяти веществ: мелкой и крупной морской соли, мелкой и крупной континентальной пыли, сернистого

газа, сульфатного аэрозоля, гидрофобного и гидрофильного черного углерода, гидрофобного и гидрофильного органического углерода.

Вулканический сульфатный стратосферный аэрозоль, как и другие виды вулканического аэрозоля, не рассматривается в данной версии. О включении расчета стратосферного сульфатного аэрозоля в данную климатическую модель см., например, (Израэль и др., 2013). Эволюция включает в себя перенос, горизонтальную и вертикальную диффузии, источники веществ на поверхности, предписанные или рассчитываемые, гравитационное оседание, вымывание осадками, поглощение поверхностью.

В ближайшем будущем блок будет дополнен учетом влияния аэрозоля на радиус облачных капель и на их характерное время жизни (непрямой эффект).

Источники морской соли с поверхности океана вычислялись по эмпирическим формулам согласно (Lohmann et al., 1999):

$$F_{SALT} = C \rho_{aer} V^{3.41},$$

где F_{SALT} – интенсивность эмиссии морской соли, V – модуль приводной скорости ветра, ρ_{aer} – плотность аэрозоля, C – численный множитель, получаемый из интегрирования выражения (2) в работе (Lohmann et al., 1999) по радиусу. В нашем случае, если все величины вычислять в СИ, то $C = 1.18 \cdot 10^{-17}$ для мелкой фракции и $C = 1.71 \cdot 10^{-16}$ для грубой фракции морской соли.

Источники минеральной пыли вычислялись также согласно (Lohmann et al., 1999):

$$F_{DUST} = D W U^{*4},$$

где F_{DUST} – интенсивность эмиссии минеральной пыли, D – численный множитель, равный $2.23 \cdot 10^{-15}$ для мелкой фракции и $4.46 \cdot 10^{-14}$ для крупной, если все величины брать в единицах СИ, W – доля ячейки, занятая сушей с влажностью верхнего 10-сантиметрового слоя менее 10 кг/м^2 и не покрытой растительностью или снегом, а U^* – скорость трения.

Считалось также, что источник мелкой пыли распределен в атмосфере в слое от поверхности до 600 гПа равномерно, а источник крупной пыли распределен в этом же слое линейно, с максимумом у поверхности и нулевым значением на 600 гПа. Источники органического и черного углерода, а также сернистого газа, вследствие деятельности человека, прежде всего сжигания топлива, задавались из базы данных (Lamarque et al., 2010), соответствовали 2000 году и не зависели от сезона. Считалось, что поток гидрофобного черного углерода составляет 80%, а гидрофильного – 20% от всего потока черного

углерода. Потоки гидрофобного и гидрофильного органического углерода составляли 50% полного потока органического углерода. Поток диметилсульфида из океана F_{DMS} вычислялся согласно (Putaud, Nguyen, 1996):

$$F_{DMS} = K_W C_W,$$

где C_W – концентрация диметилсульфида в океане, а K_W вычисляется в зависимости от скорости приземного ветра следующим образом:

$$\begin{aligned} K_W &= e_1 (Sc_r / Sc)^{2/3} V \text{ при } V < 3.6 \text{ м/с,} \\ K_W &= e_2 (Sc_r / Sc)^{1/2} (V - 3.6) + e_3 (Sc_r / Sc)^{2/3} \text{ при } 3.6 \text{ м/с} < V < 13.0 \text{ м/с,} \\ K_W &= e_4 (V - 13) (Sc_r / Sc)^{1/2} + e_5 (V - 3.6) (Sc_r / Sc)^{1/2} + e_6 (Sc_r / Sc)^{2/3} \text{ при } V > 13.0 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Здесь Sc – число Шмидта для диметилсульфида, вычисляемое согласно (Putaud and Nguyen, 1996):

$$Sc = 2674.0 - 147.12T + 3.726T^2 - 0.038T^3,$$

где T – температура воды в градусах Цельсия, Sc_r – значение числа Шмидта при 20°C, а $e_1 - e_6$ – численные множители, значения которых брались следующими: $e_1 = 0.17$, $e_2 = 2.85$, $e_3 = 0.612$, $e_4 = 5.9$, $e_5 = 2.679$, $e_6 = 0.612$. Среднеклиматический годовой ход концентрации диметилсульфида в приповерхностном слое океана был задан согласно (Kettle et al., 1999). Предполагалось, что поступивший в атмосферу диметилсульфид мгновенно окисляется до сернистого газа.

Считалось, что сернистый газ превращается в сульфатный аэрозоль, гидрофобный черный углерод превращается в гидрофильный черный, а гидрофобный органический углерод превращается в гидрофильный органический. Характерные времена, за которые происходят эти превращения, задавались согласно (Lohmann et al., 1999; Stier et al., 2005).

Коэффициенты абсорбции малых газовых составляющих осадками, сухой и влажной поверхностью земли, средний радиус и плотность также задавались в соответствии с этими работами. Гравитационное оседание вычислялось по формуле Стокса с поправкой Каннингама (Davis, Scheiger, 2002).

Перенос, горизонтальная и вертикальная диффузии веществ рассчитывались так же, как и в блоке динамики атмосферы, например, для концентрации водяного пара (Алексеев и др., 1998). А именно, для переноса использовалась схема центральных разностей второго порядка по пространству и по времени с фильтром Аселлина, притягивающим друг к другу решения на четных и нечетных шагах. В случае появления отрицательных значений концентрации в какой-либо ячейке модельной сетки считалось, что концентрация в данной ячейке равна нулю, а концентрация в остальных ячейках вертикального столба воздуха корректировалась так, чтобы масса вещества в столбе осталась неиз-

менной. Вертикальная диффузия применялась лишь в атмосферном пограничном слое, выше коэффициент вертикальной диффузии задавался равным нулю. В качестве оператора горизонтальной диффузии использовалась 4-я степень оператора Лапласа с поправкой на несовпадение поверхностей равного давления и модельной вертикальной сигма-координаты. Такая горизонтальная диффузия эффективно уменьшает амплитуду самых коротких пространственных гармоник, не влияя существенно на более длинные.

В модели не учитывались процессы коагуляции аэрозолей, приводящие к изменению характерного размера частиц. Это может приводить к ошибкам в распределении аэрозольных частиц по размерам и, следовательно, в их переносе, а также влиянии на радиацию и облачность. Однако это упрощение является вынужденным, поскольку учет коагуляции потребовал бы разбиения каждого аэрозоля на большее количество градаций, что несовместимо с имеющимися компьютерными ресурсами и необходимостью в ближайшем будущем счета рассматриваемой климатической модели на сроки порядка нескольких сотен модельных лет.

Оптические параметры, рассчитанные для характерных распределений аэрозолей в атмосфере, были взяты из базы данных GADS (Global Aerosol Data Set, Koepke et al., 1997). В основе этой базы данных лежат расчеты оптических характеристик взвеси шарообразных частиц с использованием теории рассеяния излучения Ми. В качестве входных параметров модели предполагается, во-первых, распределение частиц по радиусу, во-вторых, их комплексный индекс рефракции. Предполагается, что взвесь частиц каждого типа аэрозоля имеет логнормальное распределение по радиусу с известным медианным радиусом и стандартным отклонением, не зависящим от времени. Кроме того, предполагается, что аэрозольные частицы разных типов не коагулируют и, следовательно, в расчетах не учитываются частицы смешанного типа.

Для используемых девяти типов аэрозоля средний радиус r_a и плотность частиц ρ задается, исходя из табл. 1. Эффективный радиус частиц r_e , связанный с медианным радиусом и дисперсией логнормального распределения, используется при расчете оптического сечения аэрозолей, его значения также приведены в таблице.

Геометрические размеры частиц гидрофильного аэрозоля зависят от относительной влажности воздуха согласно (Koepke et al., 1997).

Как следует из результатов модели рассеяния излучения (Koepke et al., 1997), оптические параметры аэрозоля довольно сильно зависят от длины волны приходящего излучения. Поскольку в радиационном блоке климатиче-

ской модели используется четыре спектральных интервала: 0,20–0,69 мкм, 0,69–1,19 мкм, 1,19–2,38 мкм, 2,38–5,00 мкм, то все оптические параметры, полученные по модели рассеяния излучения, предварительно усредняются по соответствующим спектральным интервалам. Затем эти значения используются в качестве входных параметров в радиационном блоке модели.

Таблица 1

Средний и эффективный радиусы в 10^{-6} м, а также плотности в $г/см^3$ частиц сухого аэрозоля для разных фракций, принятые в модели

| | Пыль мелкая | Пыль крупная | Соль мелкая | Соль крупная | Сульфаты | Черный углерод гидрофобный | Черный углерод гидрофильный | Органический углерод гидрофобный | Органический углерод гидрофильный |
|--------|-------------|--------------|-------------|--------------|----------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| r_a | 0,14 | 1,2 | 0,44 | 2,9 | 0,15 | 0,02 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| r_e | 0,21 | 2,37 | 0,73 | 6,1 | 0,24 | 0,04 | 0,11 | 0,11 | 0,11 |
| ρ | 1,6 | 1,6 | 2,2 | 2,2 | 1,7 | 1 | 1 | 1,6 | 1,6 |

Программный код климатической модели был реализован таким образом, что динамика атмосферы рассчитывалась на одной группе процессоров, эволюция атмосферных аэрозолей – на другой группе, а динамика океана – на третьей группе процессоров. Задача считалась на суперкомпьютере Московского государственного университета «Ломоносов». При данном разрешении оптимальное количество процессоров для динамики атмосферы составляет 96, для аэрозольного блока – 96, а для динамики океана – 32, т.е. для всей климатической модели использовалось 224 процессора. Скорость счета при этом составляла около 12 лет за сутки.

С моделью был проведен численный эксперимент по воспроизведению современного климата, для чего концентрации всех радиационно-активных газов были заданы соответствующими 2000 году. Продолжительность эксперимента составляла 10 лет. Этого вполне достаточно для рассмотрения равновесной климатологии аэрозолей, поскольку характерное время жизни аэрозолей составляет обычно величину порядка нескольких дней.

3. Результаты моделирования

На рис. 1 изображены источники эмиссии аэрозолей. Наибольшие эмиссии сернистого газа сосредоточены на востоке США, в центральной и южной Европе, на востоке Китая и связаны со сжиганием серосодержащего топлива.

Эмиссии с поверхности океана, связанные как со сжиганием топлива при плавании кораблей, так и с эмиссией диметилсульфида естественного происхождения, окисляющегося до сернистого газа, также существенны. В целом, эмиссия диметилсульфида в пересчете на серу составляет примерно 20% от полной эмиссии серосодержащих веществ, что близко к оценкам, приведенным, например, в (Stier et al., 2005) и данным моделей, участвовавших в проекте AeroCom (Aerosol Comparisons between observation and models, Muehre et al., 2013). Предписанные эмиссии органического и черного углерода связаны, в первую очередь, с пожарами и сжиганием биомассы (в Африке, Индии, тропической части Южной Америки), а также с производственной деятельностью в первую очередь в США, Европе, России, Китае.

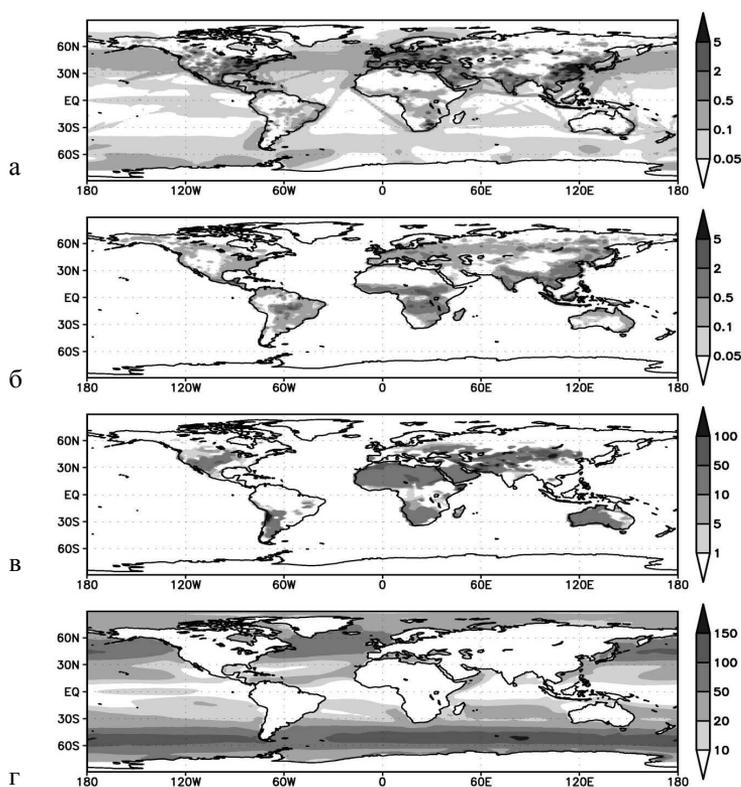


Рис. 1. Среднегодовая интенсивность эмиссии сухого аэрозоля, $\text{г}/(\text{м}^2\cdot\text{год})$: а) диоксид серы, б) органический и черный углерод, в) пыль, г) морская соль

Источники пыли расположены в пустынных и степных районах Африки, Америки, Азии и юга Европы. Источники соли имеют максимум в умеренных широтах обоих полушарий над океанами и связаны с часто повто-

ряющимися штормами. В целом, распределение источников соответствует данным других моделей (Myhre et al., 2013).

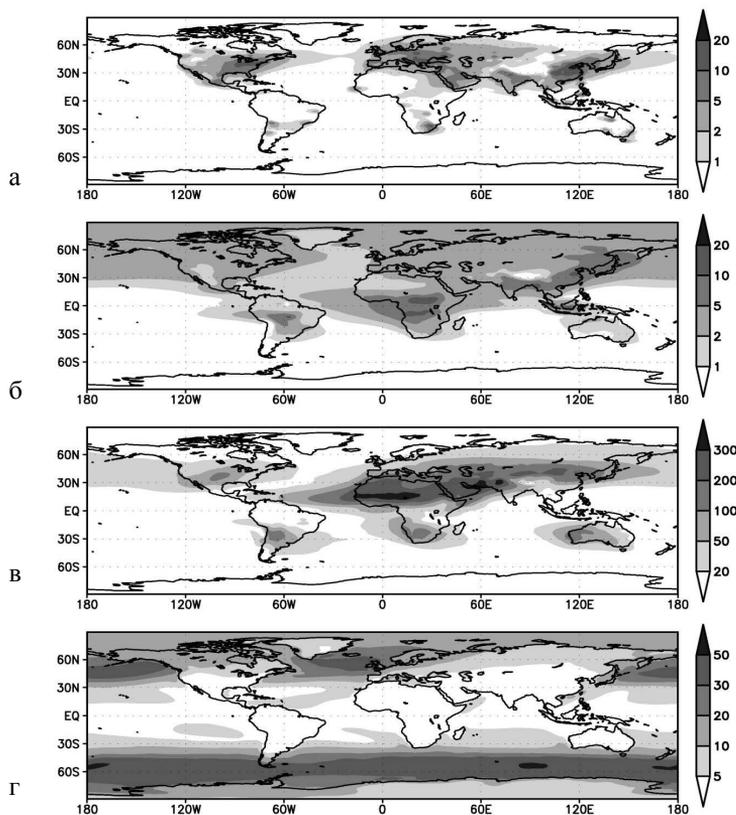


Рис. 2. Среднегодовое общее содержание сухого аэрозоля, (mg/m^3):
 а) сульфаты, б) органический и черный углерод, в) пыль, г) морская соль

На рис. 2 изображено общее содержание аэрозолей в столбе воздуха. Количество сульфатного аэрозоля больше всего в южной половине Евразии, на северо-востоке Африки и на востоке США. Максимумы содержания сульфатного аэрозоля, например, над Аравийским полуостровом, не всегда совпадают с максимумами источника сернистого газа, а связаны еще и с тем, что аэрозоль медленно удаляется из атмосферы вследствие малого количества осадков. Самое большое количество пыли в модели имеет место над пустынями северной Африки и центральной Азии. Оттуда она переносится на значительные расстояния, например, заметное количество сахарской пыли, как и по данным других моделей, достигает Америки. Максимумы содержания углерода и морской соли в основном соответствуют максимальным источникам. Их распределения тоже в основном соответствуют данным других моделей. Лишь в высоких широтах северного полушария количество морской

соли, органического и черного углерода в рассматриваемой модели больше, чем в среднем в других моделях AeroCom. Это может быть связано, например, с занижением эффективного радиуса этих аэрозолей.

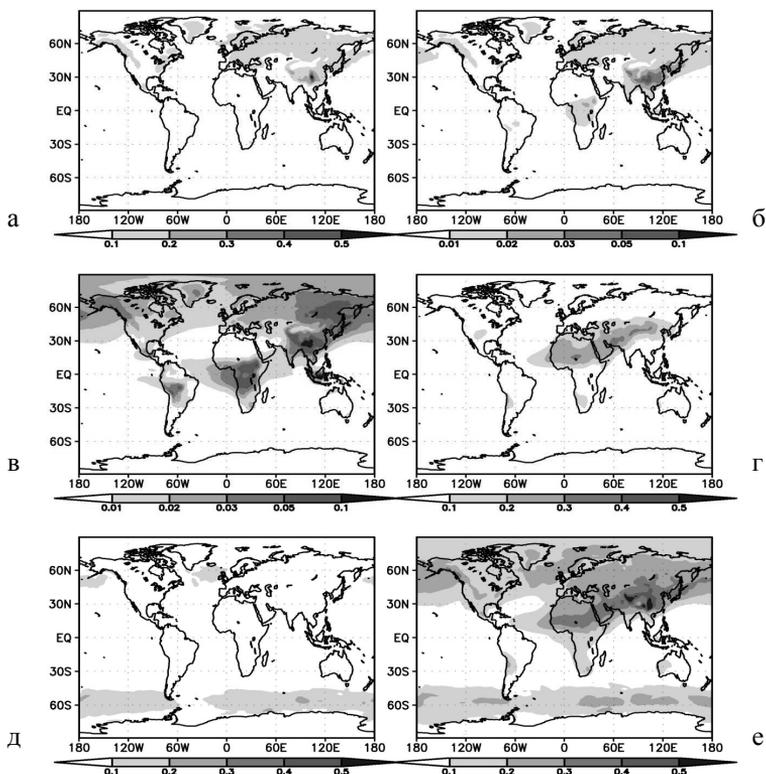


Рис. 3. Среднегодовая оптическая толщина аэрозоля для $\lambda=550$ нм: а) сульфаты, б) черный углерод, в) органический углерод, г) пыль, д) морская соль, е) суммарная

Единственной хорошо измеряемой на масштабах всего Земного шара характеристикой атмосферных аэрозолей является оптическая толщина. Сравнение суммарной оптической толщины всех аэрозолей в модели приведено на рис. 3. Наибольшая оптическая толщина, достигающая 0.6–0.7, приходится на районы, где велико количество минеральной пыли. В умеренных широтах Южного полушария, где основной вклад вносит морская соль, оптическая толщина составляет 0.15–0.20 по данным наблюдений и 0.2–0.3 по данным модели. Над районами, где концентрация аэрозолей невелика, их оптическая толщина не превышает 0.1. В целом, данные оптической толщины в модели неплохо соответствуют спутниковым наблюдениям (Bocher et al., 2013), приведенным на рис. 4.

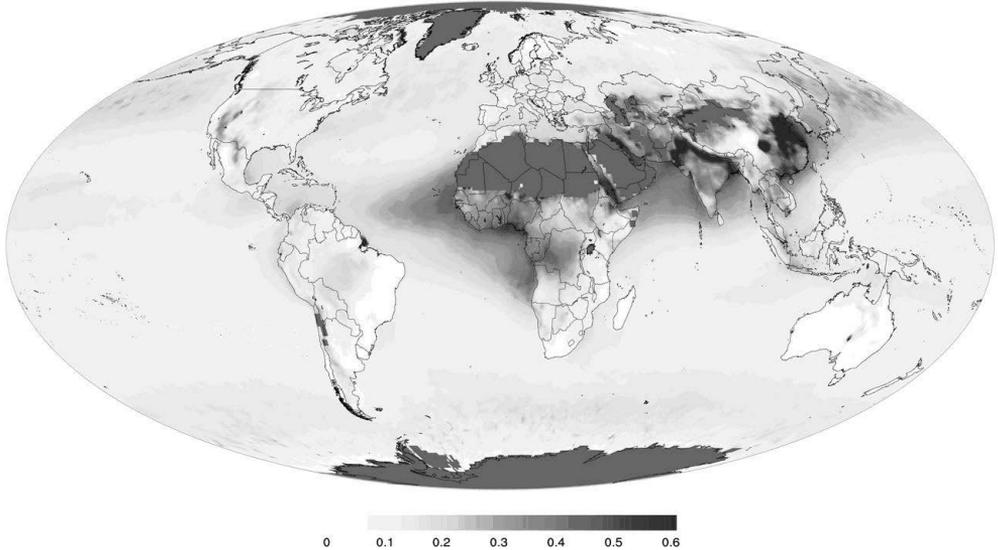


Рис. 4. Среднегодовая оптическая толщина аэрозоля для $\lambda=550$ нм по спутниковым данным (рис. 7.14 из (Bocher et al., 2013))

На рис. 3 представлен вклад в оптическую толщину каждого вида аэрозоля. Наибольшую среднюю оптическую толщину, превышающую 0.04, имеет пыль. Над пустынями вклад пыли в полную аэрозольную оптическую толщину является основным. В умеренных широтах над океанами основным является вклад морской соли. В умеренных и высоких широтах Северного полушария значителен также вклад сульфатного аэрозоля, большая часть которого является антропогенной. Вклад углерода существенен лишь в некоторых местах вблизи источников углерода (в центральной Африке и юго-восточной Азии). Обращает на себя внимание, что максимальная оптическая толщина, например, сульфатного аэрозоля не всегда соответствует максимуму содержания в атмосфере этого вещества, поскольку зависит, кроме концентрации, еще и от влажности воздуха.

В табл. 2 приведены интегральные показатели аэрозольного блока в модели и их сравнение с медианными значениями по ансамблю моделей проекта AeroCom (Chin et al., 2002; Textor et al., 2006). Из таблицы мы видим, что суммарная сухая масса аэрозоля, суммарная масса воды, содержащаяся в аэрозоле, а также масса аэрозоля каждого типа примерно соответствует данным проекта AeroCom. Небольшой дефицит массы черного углерода можно объяснить его более слабой эмиссией в модели INMCM. Аналогичный вывод можно сделать и для средней оптической толщины аэрозоля τ_i , которая связана с массой сухого аэрозоля в столбе воздуха m_{di} через коэффициент экстинкции β_i соотношением $\tau_i = \beta_i m_{di}$.

Таблица 2

Среднегодовые глобальные величины сухой массы аэрозоля, масса воды, содержащейся в аэрозоле, оптической толщины аэрозоля и массового коэффициента экстинкции по данным модели INMCM и проекта AeroCom, среднее значение и среднеквадратичное отклонение (СКО) (масса сульфатов выражается в эквиваленте SO₄)

| | Модель INMCM4 | AeroCom среднее±СКО |
|----------------------|---|----------------------------|
| | Сухая масса аэрозоля, Тг | |
| Сульфаты | 3,0 | 1,99±0,5 |
| Черный углерод | 0,18 | 0,24±0,1 |
| Органический углерод | 0,76 | 1,2±0,32 |
| Пыль | 18,7 | 19,2±7,7 |
| Морская соль | 5,6 | 7,5±4,1 |
| Суммарная | 28,2 | 30,6±8,9 |
| | Масса воды в аэрозоле, Тг | |
| Суммарная | 27,4 | 35±28,3 |
| | Оптическая толщина для 550 нм | |
| Сульфаты | 0,037 | 0,035±0,009 |
| Черный углерод | 0,005 | 0,004±0,002 |
| Органический углерод | 0,012 | 0,018±0,006 |
| Пыль | 0,040 | 0,032±0,014 |
| Морская соль | 0,029 | 0,033±0,012 |
| Суммарная | 0,126 | 0,124±0,022 |
| | Массовый коэффициент экстинкции для 550 нм, м ² /г | |
| Сульфаты | 9,5 | 11,3±6,3 |
| Черный углерод | 12,1 | 9,4±3,4 |
| Органический углерод | 7,6 | 8,0±2,1 |
| Пыль | 1,01 | 0,99±0,45 |
| Морская соль | 2,54 | 3,0±1,65 |

Как следует из табл. 2, коэффициент экстинкции в целом согласуется с данными проекта AeroCom, за исключением сульфатов и черного углерода, для которых коэффициенты экстинкции по данным модели INMCM несколько больше среднемоделных значений.

В табл. 3 представлены различные физические характеристики аэрозолей, полученные по данным моделирования с помощью модели INMCM и проекта AeroCom. Поясним определения параметров, вошедших в эту таблицу. Скорость эмиссии – это глобальная масса аэрозоля заданного типа, попавшего в атмосферу с поверхности суши или океана за год. Как уже отмечалось, она может задаваться по данным наблюдений или рассчитываться внутри самой модели. Отметим, что в наших экспериментах мы пренебрегли

авиационной эмиссией аэрозолей. Доля мелкой фракции определяется как отношение сухой массы частиц с диаметром меньше чем 1 мкм к полной сухой массе аэрозоля. Поскольку распределение по частиц радиусу предполагается логнормальным, то мы сделали весьма грубую оценку доли мелкой фракции, считая, что весь аэрозоль со средним радиусом меньше 1 мкм относится к мелкой фракции, а со средним радиусом больше 1 мкм – к крупной фракции. Время жизни аэрозолей рассчитывалось по формуле $T_i = M_i / S_i$, где M_i – масса аэрозоля соответствующего типа в атмосфере, S_i – общий сток аэрозоля данного типа. Сток аэрозоля происходит двумя способами – за счет вымывания осадками S_{wi} и за счет гравитационного оседания и захвата поверхностью S_{di} таким образом, что $S_i = S_{wi} + S_{di}$.

Таблица 3

**Среднегодовые глобальные величины
 скорости эмиссии, доли мелкой фракции, времени жизни,
 скорости вымывания и оседания (захвата) аэрозолей
 по данным модели INMCM**

(в скобках указаны средние значения и среднеквадратичные отклонения по данным проекта AeroCom. Масса сульфатов выражается в эквиваленте SO₄)

| | Пыль | Морская соль | Сульфаты | Черный углерод | Органический углерод |
|------------------------------------|---------------------|------------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------------|
| Скорость эмиссии, Тг/год | 1703 (1840±902) | 13095 (16600±33200) | 185 (179±39) | 7,7 (11,9±2,7) | 35,5 (69±18) |
| Доля мелкой фракции, % | 31,0 (20,8±23,7) | 8,0 (14,6±17,2) | 100,0 (94,8±5,7) | 100,0 (97,3±5,8) | 100,0 (97,0±5,8) |
| Время жизни, сутки | 4,0 (4,1±0,5) | 0,16 (0,48±0,07) | 5,8 (4,1±0,74) | 8,7 (7,1±1,1) | 7,8 (6,5±1,8) |
| Скорость вымывания, 1/сутки | 0,15 (0,08±0,03) | 0,35 (0,79±0,61) | 0,10 (0,22±0,05) | 0,10 (0,12±0,04) | 0,10 (0,14±0,05) |
| Скорость захвата/оседания, 1/сутки | 0,10 (0,23±0,19) | 6,1 (4,28±9,37) | 0,07 (0,03±0,02) | 0,02 (0,03±0,02) | 0,02 (0,03±0,01) |

Из данных табл. 3 можно сделать следующие выводы.

1. Время жизни описывается неплохо за исключением морской соли, для которой оно слишком мало. Это несоответствие, вероятно, можно исправить настройкой параметров скорости оседания и захвата поверхности.

2. Скорость эмиссии в целом соответствует среднемоделной за исключением морской соли, где имеется превышение в два раза, и черного и органического углерода, где имеется занижение в 1.5 и 2 раза соответственно. Это несоответствие также наблюдается в проекте AeroCom между экспериментами А и В, где в последнем случае источник задавался единообразно для всех моделей, участвующих в проекте. То есть его можно объяснить разницей в данных по эмиссии углерода.

3. Доля мелкой фракции соответствует среднемоделной за исключением пыли, для которой доля мелкой фракции больше среднемоделной в 3 раза. Впрочем, эта разница находится в допустимых пределах.

4. Скорость вымывания меньше в 2 раза для сульфатов и морской соли и больше в 2 раза для пыли, для остальных аэрозолей находится в норме.

5. Скорость захвата/оседания существенно больше для морской соли и сульфатов в 5 раз и в 2 раза соответственно, и меньше в 2 раза для черного углерода, в 1.5 раза для пыли и органического углерода.

Последние два несоответствия, видимо, можно исправить настройкой параметров аэрозольного блока.

Наконец, приведем значение прямого радиационного форсинга всех аэрозолей в модели. Он составляет около -4 Вт/м^2 на поверхности земли и около -2 Вт/м^2 на верхней границе модельной атмосферы. Вклад антропогенных аэрозолей (черный углерод, органический углерод, 80% сульфатного аэрозоля) в радиационный форсинг составляет -0.70 Вт/м^2 на поверхности и -0.45 Вт/м^2 на верхней границе атмосферы. Непосредственно эти величины не измеряются, поэтому их можно сравнить лишь с косвенными оценками. Например, по данным (Bocher et al., 2013) радиационный форсинг антропогенных аэрозолей на верхней границе атмосферы составляет от -0.85 до 0.15 Вт/м^2 .

Литература

Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. М., Препринт ИВМ РАН. 1998. 180 с.

Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение и прогноз климатических изменений в XIX–XXI веках с помощью модели земной климатической системы ИВМ РАН. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 4, С. 379–400.

Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM4.0. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46, № 4, С. 448–466.

Израэль Ю.А., Володин Е.М., Кострыкин С.В., Ревокатова А.П., Рябошапка А.Г. Возможность геоинженерной стабилизации глобальной температуры в XXI веке с использованием стратосферных аэрозолей и оценка возможных негативных последствий. Метеорология и гидрология, 2013, № 6, с. 9–23.

Ackermann I.J., Hass H., Ebel M.M., Binkowski F.S., and Shankar U. Modal Aerosol Dynamics for Europe: Development and first applications. Atmos. Environ. 1998, V. 32, P. 2981–2999.

Bocher O., Randall D., Artaxo P., Bretherton C., Feingold G., Forster P., Kerminen V.-M., Kondo Y., Liao H., Lohmann U., Rasch P., Satheesh S.K., Sherwood S., Stevens B., Zhang X.Y. Clouds and Aerosols. In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex and P.M. Midgley (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA. 2013, 1000 p.

Chin M., Ginoux P., Kinne S., Torres O., Holben B.N., Duncan B.N., Martin R.V., Logan J.A., Higurashi A., Nakajima T. Tropospheric aerosol optical thickness from the GOCART model and comparisons with satellite and Sun photometer measurements. J. Atmos. Sci. 2002, V. 59, № 3. P. 461–483.

Davis E.J., Scheiger G. The airborne microparticle. Its physics, chemistry, optics and transport phenomena // Springer, Berlin. 2002, 817 p.

Easter R.C., Ghan S.J., Zhang Y., Saylor R.D., Chapman E., Laulainen N.S., Abdul-Razzak H., Leung L.R., Bian X., Zaveri R.A. MIRAGE: Model description and evaluation of aerosols and trace gases. J. Geophys. Res., 2004, V. 109(D20), 210, doi:10.1029/2004JD004571.

Gong S.L., Barrie L.A., Blanchet J.-P., Salzen K.V., Lohmann U., Lesins G., Spacek L., Zhang L.M., Girard E., Lin H., Leitch R., Leighton H., Chylek P., Huang P. Canadian Aerosol Module: A size-segregated simulation of atmospheric aerosol processes for climate and air quality models 1. Module development. J. Geophys. Res. 2003, V. 108(D1), 4007, doi:10.1029/2001JD002002.

Iversen T., Seland O. A scheme for process-tagged SO₄ and BC aerosols in NCAR CCM3: Validation and sensitivity to cloud processes. J. Geophys. Res. 2002. V. 107(D24), 4751, doi:10.1029/2001JD000885.

Kettle A., Andreae M., Amourou D. et al. A global database of sea surface dimethylsulfide (DMS) measurements and a procedure to predict sea surface DMS as a function of latitude, longitude, and month. Global Biogeochem. Cyc. 1999, V. 13, No 2, 399–444.

Kinne S. et al. An AeroCom initial assessment – optical properties in aerosol component modules of global models. *Atmos. Chem. Phys.* 2006. V. 6, 1815–1834.

Koch D., Hansen J. Distant origins of Arctic Black Carbon: A GISS ModelE experiment. *J. Geophys. Res.* 2005, V110, D04204, doi:10.1029/2004JD005296.

Koepke P., Hess M., Schult I., Shettle E. Global aerosol data set. Tech. Report Max Planck Institute for Meteorology, 1997, N 243.

Lamarque J.-F., Bond T.C., Eyring V., Granier C., Heil A., Klimont Z., Lee D., Liousse C., Mieville A., Owen B., Schultz M.G., Shindell D., Smith S.J., Stehfest E., van Aardenne J., Cooper O.R., Kainuma M., Mahowald N., McConnell J.R., Naik V., Riahi K., van Vuuren D.P. Historical (1850–2000) gridded anthropogenic and biomass burning emissions of reactive gases and aerosols: Methodology and application. *Atmos. Chem. Phys.*, 2010, V. 10, 7017–7039, doi:10.5194/acp-10-7017-2010.

Liu X., Penner J.E. Effect of Mt. Pinatubo H₂SO₄/H₂O aerosol on ice nucleation in the upper troposphere using a global chemistry and transport model (IMPACT), *J. Geophys. Res.* 2002. V. 107, N 12D, doi:10.1029/2001JD000455.

Lohmann U., Penner E., Feichter J., Chuang C., Penner J. Prediction of the number of cloud droplets in the ECHAM GCM. *J. Geophys. Res.* 1999, V. 104, No. D8, 9169–9198.

Metzger S., Dentener F., Krol M., Jeuken A., Lelieveld J. Gas/aerosol partitioning II: global modeling results, *J. Geophys. Res.* 2002, V. 107(D16), 4313, doi:10.1029/2001JD001103.

Myhre G. et al. Radiative forcing of the direct aerosol effect from AeroCom Phase II simulations. *Atmos. Chem. Phys.*, 2013, V. 13, 1853–1877.

Putaud J., Nguyen C. Assessment of dimethylsulfide sea-air exchange rate. 1996. *J. Geophys. Res.* V. 101, No. D2, 4403–4441.

Reddy M.S., Boucher O. Global carbonaceous aerosol transport and assessment of radiative effects in the LMDZ GCM. *J. Geophys. Res.* 2004, V109, ND14, D14202, doi:10.1029/2003JD004048.

Seinfeld J.H., Pandis S.N. Atmospheric chemistry and physics, Wiley-Interscience publication, 1360 p., 1997.

Stier P., Feichter J., Kinne S., Kloster S., Vignati E., Wilson J., Ganzeveld L., Tegen I., Werner L., Balkanski Y, Schulz M., Boucher O., Minikin A., Petzold A. 2005. The aerosol-climate model ECHAM5-HAM. *Atmos. Chem. Phys.*, 5, 1125–1156.

Takemura T., Okamoto H., Maruyama Y., Numaguti A., Higurashi A., Nakajima T. Global three-dimensional simulation of aerosol optical thickness distribution of various origins. *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105. P. 17 853–17 873.

Textor C. et al. Analysis and quantification of the diversities of aerosol life cycles within AeroCom, *Atmos. Chem. Phys.*, 2006, V6, 1777–1813.

Tie X.X., Madronich S., Walters S., Edwards D.P., Ginoux P., Mahowald N., Zhang R.Y., Lou C., Brasseur G. Assessment of the global impact of aerosols on tropospheric oxidants. *J. Geophys. Res.* 2005, V. 110, D03204, doi:10.1029/2004JD005359.

Vignati E., Wilson J., Stier P. M7: An efficient sizeresolved aerosol microphysics module for large-scale aerosol transport models. *J. Geophys. Res.* 2004, V. 109 N D22, D22202, doi:10.1029/2003JD004485.

Взаимодействие атмосферы и подстилающей поверхности

В.Н. Лыков

1. Введение

Глобальные численные гидродинамические модели являются в настоящее время наиболее мощным инструментом исследования климата (а также разработки методов прогноза погоды). Вместе с тем, их разрешение все еще недостаточно для воспроизведения локальных природно-климатических особенностей конкретных регионов. Параметризации процессов подсеточного масштаба требуют знания региональных особенностей процессов взаимодействия атмосферы с пространственно (термически, орографически, гидрологически и т.п.) неоднородной подстилающей поверхностью, наиболее ярко проявляющихся в пограничном слое атмосферы. Основными направлениями, по которым в настоящее время происходит совершенствование климатических моделей и методов прогноза погоды, являются повышение пространственного разрешения и совершенствование физических параметризаций процессов подсеточных масштабов.

В параметризации процессов подсеточных масштабов важное место занимает взаимодействие атмосферы с сушей, поверхность которой весьма неоднородна в широком диапазоне масштабов (растительность, орография, внутренние водоемы, урбанизированные территории и т.д.). Особый интерес представляет случай сильной гидрологической неоднородности суши – территории, покрытой густой сетью водных объектов (озера, реки, болота и т.п.), занимающих значительную ее часть (Степаненко и др., 2006). Яркими примерами такой гидрологической неоднородности может служить Западная Сибирь (доля площади, занятая водными объектами, местами превышает 50%), Карелия, Северная Америка. Вследствие различий в механизме теплообмена в водных объектах и почве (грунте) распределение температуры на такой территории очень неоднородно: в теплые сезоны водоемы днем представляют «холодные пятна», ночью – «острова тепла», что приводит к формированию бризовых циркуляций в пограничном слое атмосферы. При сильном синоптическом потоке бризовая циркуляция практически не выражена, но и в этом случае озера значительно влияют на процессы взаимодействия атмосферы с поверхностью суши (Mahrt, 2000). Дело в том, что возникающие над озерами внутренние термические пограничные слои днем характеризуются пониженным в сравнении с окружающей сушей уровнем турбулентности (в силу устойчивой термической стратификации), а ночью, напротив, повышенным.

В результате днем над озерами турбулентные потоки явного и скрытого тепла существенно меньше, а ночью, соответственно, больше, чем над окружающей территорией.

В зимний период характерную особенность географических регионов, содержащих крупные водоемы, таких как, например, Великие американские озера на территории США и Канады, представляют собой снежные бури, возникающие в результате термодинамического контраста между относительно холодным и сухим воздухом над сушей и сравнительно теплой, свободной ото льда частью поверхности озера (Vavrus, Notaro, 2013). Продолжительность таких бурь может изменяться от нескольких часов до нескольких суток. Ледяной покров при этом играет ключевую роль в рассматриваемом процессе, регулируя возникновение, развитие и интенсивность снежных бурь. Так, известно, что климатологический максимум снежного покрова достигается в районе Великих озер в декабре – январе, как раз перед наступлением пика в площади ледового покрова (Nizol et al., 1995). Во время бурь скорость ветра может достигать ураганных (до 28 м/с) значений (Kocin, Uccellini, 2004), что способствует горизонтальному переносу значительных объемов снега и, в свою очередь, может влиять на гидротермодинамику рассматриваемого явления.

В горах особый интерес представляет так называемый ветер склонов – воздушный поток над орографически и термически неоднородной подстилающей поверхностью. Это явление возникает под действием турбулентных сил и силы Архимеда над наклонной поверхностью, температура которой отлична от температуры атмосферы на той же высоте. Ветер склонов может оказывать существенное влияние на распространение загрязнений, а также играет важную роль в формировании крупномасштабных воздушных потоков. Частным случаем этого явления можно считать стоковый (или кататический) ветер, возникающий над охлажденной наклонной поверхностью. Из-за выхолаживания этой поверхности и турбулентных процессов прилегающий к ней атмосферный воздух также охлаждается и под действием силы тяжести стекает вдоль этой поверхности в сторону ее наклона на фоне более теплой окружающей воздушной среды. При этом возникает струйное течение, толщина которого может меняться от нескольких метров (на горных ледниках) до сотен метров, как, например, в Антарктиде (Казанский, 2010). Поскольку такой ветер часто возникает над заснеженными поверхностями, то в этом случае возможно образование метелей, поднятие в воздух большого количества снежных частиц и горизонтальный перенос снега, что по данным наблюдений (Kadama et al., 1985) приводит к достаточно заметному усилению скорости ветра и изменению других характеристик воздушного потока.

2. Турбулентное взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью

Каскад энергии в сторону длинных волн определяется процессами ее диссипации в турбулентном пограничном слое атмосферы, что обуславливает особые требования к правильному его описанию в крупномасштабных (в частности, климатических) моделях (Dymnikov, Filatov, 1996). Пограничный слой, располагающийся вблизи поверхности Земли и имеющий характерный вертикальный размер ~ 1 км, является ключевым звеном климатической системы. В этом слое обеспечиваются: 1) преобразование энергии солнечной радиации, поглощенной подстилающей поверхностью, в энергию крупномасштабных движений в атмосфере и океане (с помощью турбулентного переноса), 2) тепловлагоперенос в системе «растительность – (снег, лед) – (водоем) – грунт», 3) контроль уровня диссипации кинетической энергии всей климатической системы. Важно также и то, что пограничный слой – это среда обитания человека, не только непосредственно воздействующая на его жизнедеятельность, но и сама зависящая от результатов этой деятельности.

Во многих приложениях часто требуется лишь знание о важнейших интегральных параметрах турбулентных течений, таких, например, как профиль скорости, расход жидкости (или газа) и закон сопротивления. В то же время, богатый экспериментальный материал, накопленный при лабораторном изучении течений в круглых трубах и в пограничном слое на плоской пластинке, не только позволяет получить эту информацию, но и является эталоном для проверки различных теорий и гипотез о природе турбулентности. Уравнения Навье–Стокса являются подходящим математическим аппаратом для моделирования турбулентных течений. Проблема, однако, состоит в том, что невозможно предсказать в деталях движение каждого вихря, но можно попытаться описать эволюцию осредненного течения и некоторых других статистических характеристик.

Впервые такого рода общие соображения, относящиеся к произвольным турбулентным течениям и лежащие в основе всей теории турбулентности, были высказаны Рейнольдсом (1894). Вместе с тем, обычное («жизетское») определение турбулентных течений как течений, сопровождающихся беспорядочными пульсациями всех гидродинамических величин, недостаточно для построения математической теории турбулентности. С позиций такой теории турбулентными являются лишь такие течения, для которых существует статистический ансамбль аналогичных течений с некоторым определенным распределением вероятности для значений всевозможных гидродинамических полей. На практике (измерений и модельных расчетов) обычно

используются не средние по ансамблю, а временные или пространственные средние, так что следует требовать еще, чтобы случайные поля гидродинамических величин удовлетворяли условиям эргодической теоремы.

Самыми простыми статистическими характеристиками случайных гидродинамических полей являются их средние значения. Разности $u'_i = u_i - \bar{u}_i$ между индивидуальными значениями поля какой-либо компоненты скорости u_i ($i = 1, 2, 3$) и его средним значением \bar{u}_i представляют собой пульсации этого поля. Возможность разложения гидродинамических полей на их средние значения и пульсации является основным постулатом теории Рейнольдса. Средние значения гидродинамических полей обычно оказываются весьма гладкими и медленно меняющимися. Пульсации же, наоборот, характеризуются большой изменчивостью во времени и в пространстве. Минимальные масштабы и периоды турбулентных пульсаций на несколько порядков превосходят масштабы и периоды молекулярных движений. Так, например, размеры наименьших неоднородностей, наблюдающихся в воздушных и водных турбулентных потоках, имеют порядок нескольких миллиметров или, в крайнем случае, десятых долей миллиметра, а в нормальных условиях длина свободного пробега молекул воздуха имеет порядок 10^{-4} мм, молекул воды – намного меньший порядок. Более того, скорости гидродинамических потоков по порядку величины не превосходят средней скорости теплового движения молекул (близкой к 500 м/с), и потому характерные периоды турбулентных пульсаций на несколько порядков превосходят среднее время между молекулярными столкновениями. Это означает, что на пространственно-временных масштабах, сравнимых с размерами минимальных неоднородностей и минимальными периодами пульсаций, турбулентные течения могут быть описаны с помощью дифференциальных уравнений гидродинамики.

Поскольку индивидуальные реализации гидродинамических полей турбулентного потока удовлетворяют определенным дифференциальным уравнениям, то их статистические характеристики оказываются связанными рядом важных соотношений, которые впервые были установлены Рейнольдсом с помощью непосредственного осреднения уравнений Навье–Стокса гидродинамики несжимаемой жидкости постоянной плотности. Уравнения Рейнольдса позволяют сформулировать выводы о наличии связей между различными статистическими характеристиками турбулентности, но при их интегрировании возникают трудности, обусловленные проблемой замыкания и связанные с необходимостью параметризации, например, вторых моментов (подробнее об этом см. (Лыкосов и др., 2012)). При отыскании решений этих

уравнений, имеющих физический смысл, приходится задавать некоторую дополнительную информацию, например, в виде каких-то функций, описывающих свойства турбулентности. В некоторых случаях вид таких функций может быть найден, исходя из соображений теории размерности и данных экспериментов. Теории турбулентности, в которых наряду со строгими уравнениями гидромеханики используются также дополнительные эмпирические связи, установленные по экспериментальным данным или же выведенные с помощью качественных рассуждений и проверенные на опыте, называются полуэмпирическими теориями (Монин, Яглом, 1965). Хотя такого рода построения не являются строгими, они сыграли большую роль в развитии представлений о турбулентных течениях и до сих пор используются в исследованиях по турбулентности.

Наиболее простым является замыкание (в рамках так называемой K -теории), базирующееся на гипотезе Буссинеска (1877), согласно которой

$$\overline{\phi' u'_i} = -K_\phi \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_i}, \quad (1)$$

где ϕ – любая скалярная величина или компонента скорости, а K_ϕ – новая величина размерности $\text{м}^2/\text{с}$, называемая коэффициентом турбулентной диффузии (для скаляра) или турбулентной вязкости (для скорости). В отличие от молекулярных коэффициентов диффузии и вязкости коэффициенты K_ϕ характеризуют не физические свойства жидкости, а статистические свойства пульсационного движения и потому не являются постоянными величинами, а могут меняться в пространстве и во времени и даже принимать отрицательные значения. Последнее обстоятельство резко усложняет математическое моделирование турбулентных процессов в связи с возникающей при этом необходимостью решать некорректную (по Адамару) задачу, и потому, как правило, считают, что коэффициенты K_ϕ являются неотрицательными величинами. Важно также и то, что значения этих коэффициентов во многих случаях существенно (на несколько порядков) превосходят их молекулярные аналоги.

Локальное замыкание (1) имеет ограниченную область применения, поскольку в реальных геофизических пограничных слоях наряду с трехмерной мелкомасштабной турбулентностью присутствуют крупномасштабные (сравнимые и превосходящие по размеру толщину пограничного слоя) квазиупорядоченные циркуляции (например, крупные конвективные ячейки, конвективные валики и спиралевидные протяженные вихри различной природы). Эти (когерентные) структуры определяют значительную часть интегрального

переноса импульса, тепла и влаги по вертикали, приводя к тому, что соответствующие турбулентные потоки становятся нелокальными. Одним из способов учета нелокальности переноса тепла в моделях пограничного слоя является следующее обобщение формулы (1):

$$\overline{w'\theta'} = -K_\theta \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \gamma_\theta \right),$$

где γ_θ – некоторая добавка к вертикальному градиенту потенциальной температуры (Deardorff, 1966). Введение этой добавки обусловлено тем, что в лабораторных экспериментах по проникающей турбулентной конвекции, развивающейся на фоне наложенной устойчивой стратификации, были обнаружены положительные значения потока тепла $\overline{w'\theta'}$ в верхней части пограничного слоя, где $\partial \bar{\theta} / \partial z \geq 0$, т.е. имел место противогradientный перенос тепла. В работе (Deardorff, 1972), при использовании уравнения баланса потока тепла в некотором приближении была получена формула для расчета «противогradientа»:

$$\gamma_\theta = \frac{g}{\theta_0} \frac{\overline{\theta'^2}}{\overline{w'^2}}.$$

В зависимости от характерного масштаба когерентных структур l и размера пространственного фильтра (шага сетки, например) Δ , существующие методы параметризации пограничного слоя атмосферы над горизонтально неоднородной подстилающей поверхностью можно отнести к двум широким классам (Wyngaard, 2004). Если $l/\Delta \ll 1$, то в таких моделях явно воспроизводятся лишь средние характеристики турбулентных течений, а в качестве параметризаций применяются одномерные (по вертикали) подходы. Нелокальные эффекты, обусловленные наличием когерентных структур, описываются с помощью дополнительных процедур (например, учет противогradientной поправки, конвективного согласования и др.). Если $l/\Delta \gg 1$, то эффективным оказывается метод вихреразрешающего моделирования, в котором когерентные структуры (крупные вихри) воспроизводятся явно, и лишь мелкомасштабная турбулентность должна быть параметризована. В моделях же, для которых $l/\Delta \sim 1$, крупные вихри воспроизводятся лишь частично: некоторые из них попадают в подсеточный интервал. Такую ситуацию принято называть «серой зоной» пространственного разрешения в описании физических процессов в численных моделях атмосферной циркуляции (Shin, Hong, 2013). Более подробно проблема математического моделирования пограничного слоя атмосферы рассмотрена в книге (Лыкосов и др., 2012).

3. Слой постоянных потоков

Условно пограничный слой можно разбить на две области: непосредственно примыкающий к подстилающей поверхности слой, именуемый слоем постоянных потоков, и расположенный над ним переходный к свободной атмосфере слой. Известно, что в приземном слое наблюдаемые вертикальные распределения метеорологических величин имеют логарифмические асимптотики при приближении к поверхности Земли. При подходящем выборе коэффициентов турбулентного обмена выражения вида (1) обеспечивают эти асимптотики, но при их численном решении возникают чрезвычайно жесткие ограничения на вертикальное разрешение в слое постоянных потоков. В численных моделях циркуляции атмосферы принят компромиссный подход. Расчет эволюции слоя, переходного от приземного к свободной атмосфере, проводится с использованием формулы (1), а решение в слое постоянных потоков выражается в виде аналитических зависимостей, полученных в результате анализа экспериментальных данных на основе теории подобия (Монин–Обухов, 1954).

Согласно этой теории, безразмерные вертикальные профили скорости ветра, температуры и влажности в приземном слое описываются некоторыми универсальными функциями, зависящими от безразмерной переменной z/L , где L – так называемый масштаб длины Монина–Обухова. В практическом плане эта процедура эквивалентна аэродинамическому методу, сводящемуся к расчету приповерхностных потоков импульса, тепла и влаги с помощью коэффициентов обмена, значений скорости ветра и дефицитов соответствующих субстанций. Асимптотическое поведение универсальных функций (при сильно устойчивой или сильно неустойчивой стратификации плотности) изучено достаточно подробно, но требуются данные наблюдений, чтобы восстановить их поведение для промежуточных режимов. Этот подход хорошо зарекомендовал себя в условиях статистически однородной подстилающей поверхности, прост в реализации, и оказалось вполне естественным использовать его в атмосферных моделях. Вместе с тем, в пределах ячейки сетки модели подстилающая поверхность редко бывает однородной, а наличие внутренних водоемов, растительного и снежного покрова, специфика турбулентного перемешивания внутри растительности, особенно в лесу, радиационные процессы, сальтация и диффузия частиц почвы и снега в атмосферу, перенос брызг с поверхности океана, морей и внутренних водоемов в штормовых условиях – все это существенно воздействует на процессы турбулентного взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью.

Турбулентные потоки импульса τ_λ, τ_ϕ , явного тепла H_s и влаги E_s на поверхности Земли определяются с помощью аэродинамического метода (черта сверху для средних величин опущена):

$$\begin{aligned}\tau_{(\lambda,\phi)} &= \overline{\rho(u',v')w'} = -\rho_h C_d U_h (u_h, v_h), \\ H_s &= c_p \overline{\rho w' \theta'} = -c_p \rho_h C_H U_h (\theta_h - \theta_s), \\ E_s &= \overline{\rho w' q'} = -\rho_h C_E U_h [q_h - r_s q_{\max}(p_s, T_s)],\end{aligned}\quad (2)$$

где u и v – горизонтальные компоненты скорости, w – вертикальная скорость, ρ – плотность воздуха, $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ – модуль скорости ветра, $\theta = (1 + 0.61q)T(p_0/p)^{R/c_p}$ – «влажная» потенциальная температура, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, R – газовая постоянная, T – температура, q – удельная влажность, p – давление, p_0 – некоторое его стандартное значение (как правило, 1000 гПа), r – относительная влажность, q_{\max} – насыщающее значение удельной влажности, C_d, C_H, C_E – коэффициенты сопротивления, тепло- и влагообмена соответственно. Индекс h указывает, что соответствующие величины рассчитываются на верхней границе слоя постоянных потоков, в качестве которой, как правило, принимается высота над подстилающей поверхностью самого нижнего слоя атмосферной модели; индекс s относится к функциям, определенным на поверхности Земли.

Коэффициенты сопротивления C_d и тепловлагообмена C_H, C_E связаны с интегральными коэффициентами переноса импульса C_m , тепла C_θ и влаги C_q соотношениями $C_d = C_m^2$, $C_H = C_m C_\theta$, $C_E = C_m C_q$. В свою очередь, интегральные коэффициенты переноса C_i ($i = m, \theta, q$) в соответствии с теорией подобия Мони́на–Обухова представляются в виде

$$C_i = \frac{\kappa}{\ln(h/z_{0i}) - \psi_i(\zeta)}, \quad (3)$$

где $\zeta = z/L$ – безразмерная высота, ψ_i – соответствующие универсальные функции, z_{0i} – параметр шероховатости, κ – постоянная Кармана. По определению, масштаб Мони́на–Обухова имеет вид

$$L = \frac{\rho_0}{g} \frac{u_*^3}{\kappa \rho' w'}, \quad (4)$$

где $u_* = \sqrt[4]{\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2}}$ – скорость трения, $-\overline{g\rho'w'}/\rho_0$ – поток плавучести, g – ускорение силы тяжести, ρ_0 – некоторое стандартное значение плотности.

Профили скорости ветра и скаляра (например, температуры) в слое постоянных потоков могут быть записаны при этом в следующем виде:

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{0m}} \right) - \Psi_m \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_m \left(\frac{z_{0m}}{L} \right) \right], \quad (5)$$

$$\bar{T}(z) = \bar{T}(z_{0\theta}) + \frac{T_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{0\theta}} \right) - \Psi_\theta \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_\theta \left(\frac{z_{0\theta}}{L} \right) \right], \quad (6)$$

где Ψ_m и Ψ_θ – интегральные универсальные функции, z_{0m} и $z_{0\theta}$ – параметры шероховатости для импульса и скаляра (температуры в данном случае) соответственно. В качестве примера можно заметить, что в климатической модели Института вычислительной математики РАН (Дымников и др., 2005) использованы универсальные функции, представляющие собой комбинацию (Казаков, Лыкосов, 1982) получивших широкое распространение эмпирических интерполяционных функций Бусинджера–Дайера (Businger et al., 1971) с законом «степени $-1/3$ ». Эти функции асимптотически описывают режим свободной конвекции и позволяют избежать нереально заниженных значений турбулентных потоков при малых скоростях ветра.

Необходимо сделать следующее замечание по поводу универсальных функций. Взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью в высоких широтах в зимний период времени происходит на фоне, как правило, устойчивой стратификации пограничного слоя. В условиях дефицита коротковолновой радиации поверхность снега выхолаживается (особенно интенсивно – при безоблачном небе), что приводит к дальнейшему усилению устойчивости приземного слоя и, как следствие, к ослаблению компенсирующего этот процесс турбулентного переноса явного и скрытого тепла. В рамках традиционного подхода интегральные универсальные функции Ψ_i при устойчивой стратификации, то есть при $\zeta \geq 0$, задаются следующим образом (Монин, Яглом, 1965):

$$-\Psi_i = \beta(\zeta - \zeta_{0i}), \quad (7)$$

где $\zeta_{0i} = z_{0i} / L$, а $\beta \approx 5$ – эмпирический безразмерный коэффициент. Как показывают результаты обработки данных наблюдений (Businger et al., 1971), формулы (7) справедливы лишь для относительно небольших значений $0 < \zeta < 2$. В работе (Beljaars, Holtslag, 1991) предложены более общие выражения для универсальных функций:

$$-\Psi_m = a\zeta + b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) e^{-d\zeta} + \frac{bc}{d}, \quad (8)$$

$$-\Psi_{\theta} = \left[\left(1 + \frac{2}{3}a \right) \zeta \right]^{\frac{3}{2}} + b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) e^{-d\zeta} + \frac{bc}{d} - 1, \quad (9)$$

где $a = 1$, $c = 5$, $d = 0.35$, а $b = (c - a) / (c + 1)$. Нетрудно видеть, что функции (8), (9), нелинейные по ζ , близки к традиционным линейным формулам ($c \beta = c$) при малых значениях ζ . Особый интерес представляет так называемое потоковое число Ричардсона Rf , связанное с ζ и функцией Ψ_m соотношением

$$Rf = \frac{\zeta}{1 - \zeta d \Psi_m / d \zeta}.$$

Легко убедиться, что $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} Rf = Rf_{\infty}$, причем «критическое значение»

$Rf_{\infty} = \beta^{-1}$ для функции Ψ_m , задаваемой формулой (7), и $Rf_{\infty} = a^{-1}$ – в более общем случае (8). Согласно теоретическим представлениям (Монин, Обухов, 1954), стационарная развитая турбулентность над статистически однородной подстилающей поверхностью не может существовать при $Rf > 1$. Приведенные выше значения констант β и a удовлетворяют этому требованию. Следует, правда, заметить, что в реальных условиях подстилающая поверхность редко бывает однородной, а происходящие над ней процессы – стационарными. В настоящее время общепризнано, что в устойчиво стратифицированных течениях атмосферного пограничного слоя турбулентное перемешивание существует при любых числах Ричардсона, в том числе при $Ri \gg 1$, и турбулентное число Прандтля $Pr = K_m / K_{\theta}$ может возрастать с увеличением плотностной устойчивости течения (Zilitinkevich, 2010).

Вместо теоретических универсальных функций, зависящих от ζ , для расчета непосредственно коэффициентов сопротивления и тепловлагообмена часто используются экспериментальные («подгоночные») зависимости от характеристик состояния атмосферы (скорости ветра, в первую очередь) или от числа Ричардсона. В Европейском центре среднесрочных прогнозов (ЕЦСПП), например, последние 20 лет использовался подход, с помощью которого искусственно завышалась степень турбулентного перемешивания в пограничном слое атмосферы в условиях его устойчивой стратификации (Sandu et al., 2013). Обосновывалось это необходимостью учесть вклад подсеточных процессов, обусловленных неоднородностью подстилающей поверхности, гравитационными волнами или мезомасштабной изменчивостью, не разрешаемых явно прогностической моделью. С помощью такого подхода удалось улучшить качество воспроизведения температуры подстилающей поверхности и синоптических образований.

Тем не менее, дальнейшее совершенствование вычислительных технологий прогноза погоды и моделирования климата (в частности, за счет пространственного разрешения) потребует если не полного, то хотя бы частичного отказа от «подгонки» моделей и применения более оправданных с теоретической точки зрения процедур. Анализ результатов ряда 10-дневных прогностических экспериментов, проведенных в ЕЦСПП с моделью T511L91 (горизонтального разрешения около 50 км и вертикального – 91 уровень) для зимнего (январь 2011 г.) и летнего (июль 2010 г.) сезонов, показал (Sandu et al., 2013), что отказ от искусственного завышения степени турбулентного обмена в устойчиво стратифицированном пограничном слое атмосферы приводит к улучшению качества воспроизведения низкоуровневых струйных течений и суточного хода температуры поверхности и влияет (в некоторых случаях – негативно) на характеристики крупномасштабных течений – интенсивность синоптических образований и амплитуду стационарных планетарных волн. Существенную роль здесь играют как выбор турбулентного замыкания, так и, например, параметризация орографического сопротивления или описание взаимодействия атмосферы и суши.

В работе (Глазунов, 2014) при помощи вихререзающей модели детального пространственного разрешения проведены расчеты устойчиво стратифицированных турбулентных течений над поверхностями с явно заданными элементами шероховатости, имитирующими, в частности, городскую застройку, и исследована возможность применения стандартных зависимостей теории подобия Монина–Обухова для вычисления средних профилей скорости и температуры над такими объектами. Анализ пространственных спектров и коспектров турбулентных пульсаций скорости позволил выделить характерные пространственные масштабы, обеспечивающие универсальность спектральных распределений на различном удалении от поверхности. Это дало возможность предложить смешанный масштаб длины, включающий комбинацию «локального» (связанного с потоками на заданной высоте) масштаба и масштаба, вычисленного по значениям потоков вблизи поверхности. Показано, что использование такого смешанного масштаба позволяет описать параметрическим образом средние профили скорости и температуры во всей толще устойчиво интегральным образом стратифицированного пограничного слоя, находящегося в состоянии, близком к равновесному, что в особенности важно для «мелких» пограничных слоев.

Параметр шероховатости используется для того, чтобы не только исключить логарифмическую особенность при приближении к поверхности Земли, но и статистическим образом учесть эффект ее неоднородностей на динамику пограничного слоя. Шероховатость подстилающей поверхности

предполагается различной при расчете универсальных функций для импульса и для тепла и влаги. Для суши и льдов параметр динамической шероховатости z_{0m} обычно считается неизменным во времени, но, вообще говоря, зависящим от широты и долготы. Для водной поверхности величина z_{0m} может быть вычислена по формуле С.С. Зилитинкевича (1974):

$$z_{0m} = 0.0144 \frac{u_*^2}{g} + 0.111 \frac{V}{u_*},$$

параметрически учитывающей то, что морская поверхность является неполностью шероховатой (ν – коэффициент молекулярной вязкости воздуха). В пренебрежении вторым слагаемым, выражение для расчета z_{0m} совпадает с формулой Чарнока (Charnok, 1955). Любопытно, что при достаточно большой скорости ветра эта формула оказывается справедливой также для условий снежных и песчаных бурь, когда частицы снега или песка отрываются от поверхности и переносятся воздушным потоком (Chamberlain, 1983). Для расчета «термической шероховатости» $z_{0\theta}$ можно использовать, например, следующие соотношения (Казаков, Лыкосов, 1982):

$$\ln \frac{z_{0m}}{z_{0\theta}} = \begin{cases} -2.43 & \text{при } Re \leq 0.111 \\ 0.83 \ln Re - 0.6 & \text{при } 0.111 < Re \leq 16.3, \\ 0.49 Re^{0.45} & \text{при } Re > 16.3 \end{cases}$$

где $Re = u_* z_{0m} / \nu$ – «шероховатое» число Рейнольдса.

4. Влияние аэрозольных и других частиц на турбулентные потоки импульса

При большой скорости ветра (например, более 8 м/с) во взаимодействии атмосферы с подстилающей поверхностью возникают новые эффекты. Поверхность суши является одним из источников аэрозоля в атмосфере, поскольку при определенных условиях частицы почвы могут выноситься в атмосферу (например, при пыльных бурях и пылевыми смерчами) и находиться в потоке во взвешенном состоянии. Экспериментальные данные и теоретические оценки свидетельствуют о том, что отрыв частиц от поверхности почвы может происходить за счет турбулентных напряжений трения в условиях, когда динамическая скорость имеет некоторое критическое значение (см., например, (Barenblatt, Golitsyn, 1974)). В работе Гледзера с соавторами (2010) на основе данных натурных измерений в прикаспийской пустыне и оценок гидродинамических параметров в примыкающем к поверхности почвы вязком термическом слое получены асимптотические выражения для массовой

концентрации мелкодисперсного аэрозоля. Предполагается, что вынос аэрозоля из почвы пропорционален скорости воздуха на уровне термического слоя, определяемой динамической скоростью и дефицитом температуры в этом слое. В качестве возможного механизма выноса аэрозоля в цитированной статье рассмотрена модель динамики воздуха в пористом слое почвы с привлечением закона Дарси.

Над заснеженными поверхностями часто возникают метели и бури, происходит поднятие в воздух большого количества снежных частиц и наблюдается значительный горизонтальный перенос снега. На океане развитие поверхностного волнения приводит к тому, что в штормовых условиях не только меняется шероховатость поверхности, но и возникает приповерхностный слой с большим количеством капель воды. Процессы турбулентного взаимодействия атмосферы с поверхностью океана являются критически важными в теории тропических ураганов и полярных мезоциклонов (Голицын, 2012). Современные исследования показывают также, что атмосферный перенос и осаждение минеральных частиц пыли может влиять на биогеохимические процессы в океане и на климат (Schulz et al., 2012). В определенных синоптических условиях то же самое может быть, по-видимому, отнесено к проблеме взаимодействия атмосферы и внутренних водоемов.

Если концентрация частиц достаточно велика, то среду можно рассматривать как двухфазную жидкость, плотность которой определяется, в том числе, и концентрацией частиц. Наличие высокой концентрации частиц может вносить заметные изменения в характеристики воздушного потока и, в частности, вести к существенному уменьшению аэродинамического сопротивления (Barenblatt, Golitsyn, 1974). Это связано с тем, что часть кинетической энергии турбулентности расходуется на поддержание частиц во взвешенном состоянии. Для условий заснеженной поверхности это явление было исследовано в работах (Wamser, Lykossov, 1995; Lykossov, 2001b), в которых показано, что дрейфующие частицы ведут к существенному уменьшению скорости трения вблизи подстилающей поверхности.

Традиционные аэродинамические формулы, полученные на основе обобщения экспериментальных данных для скорости ветра менее 30 м/с, дают завышенные значения коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности моря C_d при ураганных ветрах. В статье (Powell et al., 2003) на основе обобщения результатов измерений с помощью падающих внутри тропических циклонов GPS-зондов показано, что коэффициент сопротивления уменьшается, если скорость приводного ветра достигает величины 30–35 м/с. Возможными причинами такого эффекта могут служить как изменение формы морской поверхности в энергонесущих волнах, сопровождаемое возник-

новением резкого переднего фронта и отрывом атмосферного пограничного слоя (Kudryavtsev, Makin, 2007), так и механизм, связанный с присутствием в потоке брызг, образующихся при срыве ветром гребней крутых волн (Lykossov, 2001a; Andreas, 2004).

Плотность ρ смеси «воздух–частицы» может быть представлена следующим образом:

$$\rho = \rho_a(1-C) + \rho_p C = \rho_a(1 + \varepsilon_e C), \quad (10)$$

где ρ_a – плотность воздуха, ρ_p – плотность частиц, $C(z)$ – объемная концентрация частиц, а $\varepsilon_e = (\rho_p - \rho_a) / \rho_a$. Масштаб Монины–Обухова для этих условий может быть записан в виде

$$L = \frac{\rho_a(1 + \varepsilon_e \bar{C})u_*^3}{\kappa g [\rho'_a \bar{w}'(1 - \bar{C}) + \rho_a \varepsilon_e \bar{w}'C']}. \quad (11)$$

В отсутствие частиц ($\bar{C} \equiv 0$ и $\overline{w'C'} \equiv 0$) формулы (10) и (11) с учетом соотношения $\rho' / \rho_0 \approx -T' / T_0$ приводят к полученному Мониним и Обуховым (1954) выражению

$$L = -\frac{T_0 u_*^3}{\kappa g w' T'}.$$

В случае же термически безразличной стратификации ($\overline{w'T'} \equiv 0$) параметр L следующим образом выражается через характеристики частиц:

$$L = \frac{(1 + \varepsilon_e \bar{C})u_*^3}{\kappa g \varepsilon_e \bar{w}'C'}. \quad (12)$$

Если воспользоваться уравнением баланса концентрации частиц в стационарном приближении

$$\frac{d}{dz} (\overline{w'C'} - w_g \bar{C}) = 0, \quad (13)$$

где w_g – скорость их гравитационного оседания и z – вертикальная координата, а также если учесть, что $\bar{C} \rightarrow 0$ и $\overline{C'w'} \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$, то $\overline{w'C'} = w_g \bar{C}$ и выражение (12) для масштаба L может быть переписано в виде

$$L = \frac{(1 + \varepsilon_e \bar{C})u_*^3}{\kappa g w_g \varepsilon_e \bar{C}}. \quad (14)$$

Поскольку в таком случае $L > 0$, т.е. стратификация плотности устойчива, то можно воспользоваться формулой (7) для универсальных функций.

Предполагая, что $\varepsilon_e \bar{C} \ll 1$, уравнение для средней скорости (5) можно записать следующим образом:

$$K \frac{d\bar{u}}{dz} = u_*^2, \quad K = \kappa u_* z \left(1 + \frac{\beta \kappa g w_g \varepsilon_e z \bar{C}}{u_*^3} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Принимая $\overline{w'C'} = -Kd\bar{C}/dz$, уравнение для средней концентрации частиц может быть переписано в виде

$$\frac{d\bar{C}}{dz} + \frac{w_g \bar{C}}{\kappa u_* z} \left(1 + \frac{\beta \kappa g w_g \varepsilon_e z \bar{C}}{u_*^3} \right) = 0. \quad (16)$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее граничному условию $\bar{C} = \bar{C}_r$ на некоторой высоте $z = z_r$, записывается следующим образом (Taylor, Dyer, 1977):

$$\bar{C}(z) = \frac{\bar{C}_r (1 - \omega) (z/z_r)^{-\omega}}{1 - \omega + \tilde{\beta} [(z/z_r)^{1-\omega} - 1]}, \quad (17)$$

где $\omega = w_g / \kappa u_*$, а $\tilde{\beta} = \beta \kappa^2 g \varepsilon_e z_r \bar{C}_r / u_*^2$. При $\omega \rightarrow 1$ решение (17) сходится к

$$\bar{C}(z) = \frac{\bar{C}_r (z/z_r)^{-1}}{1 + \tilde{\beta} \ln(z/z_r)}. \quad (18)$$

Зная распределение $\bar{C}(z)$, из уравнения (15) можно получить профиль средней скорости

$$\bar{u}(z) = \bar{u}_r + \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_r} \right) + \frac{u_*}{\kappa} \begin{cases} \omega^{-1} \ln \left(1 + \frac{\tilde{\beta} \omega^2}{1 - \omega} \left[\left(\frac{z}{z_r} \right)^{1-\omega} - 1 \right] \right), & \text{если } \omega \neq 1 \\ \ln \left[1 + \tilde{\beta} \ln \left(\frac{z}{z_r} \right) \right] & \omega = 1 \end{cases}. \quad (19)$$

Если $z_r = z_0$, $u_r = 0$ и $\tilde{\beta} = 0$, то решение (19) имеет классический вид логарифмического профиля. Эффект частиц определяется дополнительным логарифмическим слагаемым в формуле (19). Поскольку $\tilde{\beta} > 0$ и $\omega > 0$, то при одном и том же значении динамической скорости u_* значение средней скорости \bar{u} должно быть больше в случае присутствия в потоке взвешенных частиц. Это означает, что коэффициент сопротивления должен быть меньше по сравнению с тем, что имеет место для чистого потока.

Для того, чтобы оценить эффект взвешенных частиц количественно, можно положить $u_* = 0.4$ м/с в качестве типичного значения динамической скорости, $r = 10$ мкм как характерное значение радиуса частиц и $\varepsilon_e = 10^3$.

Используя формулу Стокса

$$w_g = \frac{2\varepsilon_e g r^2}{9\nu}, \quad (20)$$

можно получить $w_g = 0.016$ м/с и $\omega = 0.1$. Полагая $z_r = 0.18$ м и $z_0 = 10^{-4}$ м, а также считая, что на профиль ветра между z_0 и z_r частицы влияют не сильно, можно получить следующую оценку: при изменении значений \bar{C}_r от 10^{-5} до 10^{-4} скорость ветра на высоте 10 м возрастает на 4–35% по сравнению с течением без взвешенных частиц. Изложенный выше подход успешно зарекомендовал себя в исследовании таких мощных тропических ураганов, как «Катрина» и «Рита» (Bao et al., 2009), и использован при разработке усовершенствованных параметризаций процессов взаимодействия атмосферы и океана с учетом влияния брызг (Bao et al., 2011).

Существует также подход (см., например, (Троицкая, Рыбушкина, 2008; Troitskaya et al., 2012)), согласно которому для определения коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности океана при ураганных ветрах используется квазилинейная модель ветрового пограничного слоя, основанная на решении уравнений Рейнольдса с учетом эффектов вязкого подслоя. В рамках этой модели эффект снижения C_d при ураганных ветрах объясняется тем, что ветровая генерация волн вызывает передачу импульса от ветра к волнам, в результате чего турбулентное напряжение вблизи поверхности сильно снижается. Это приводит к уменьшению вихревой вязкости вблизи поверхности и деформации профиля скорости ветра. Сравнительный анализ результатов расчетов и экспериментальных данных для широкого диапазона скоростей ветра позволил авторам цитированных выше публикаций предложить и обосновать простую параметризацию коэффициента сопротивления для использования в численных моделях прогноза ветра и волнения.

Необходимо отметить еще одно обстоятельство, влияющее на процесс обмена импульсом между атмосферой и водным объектом и связанное с воздействием дождя на состояние его поверхности. Экспериментально найдено (Roop et al., 1992), что во время дождя высокочастотные (в диапазоне 2–5 Гц) волны существенно подавляются, а низкочастотные волны, наоборот, усиливаются. Теоретически установлено (см., например, (Le Méhauté, Khangonkar, 1990)), что скорость демпфирования высокочастотных волн может зависеть от интенсивности дождя, скорости падения дождевых капель и других факторов. В работе (Reynolds, 1900) высказано предположение, что падающие капли дождя приводят к формированию вихревых колец, которые интенсифицируют вертикальное перемешивание в верхнем слое воды. Толщина этого слоя

составляет, в зависимости от дождя, величину от 5 до 20 см, а коэффициент турбулентной вязкости по крайней мере на порядок превышает значение молекулярной вязкости для воды (Katsaros, Buettner, 1969; Poon et al., 1992).

В работе (van Dorn, 1953) продемонстрировано, что во время умеренно сильного дождя (~5 мм/час) величина измеренного потока импульса была существенно большей по сравнению с ситуацией без дождя. Добавочный вклад τ_r за счет дождевых капель в поток импульса может быть представлен следующим образом (Caldwell, Elliot, 1971):

$$\tau_r = \rho_w U_s P,$$

где ρ_w – плотность дождевой воды, U_s – горизонтальная скорость частиц вблизи контакта их с водной поверхностью, P – скорость выпадения осадков. По оценкам, приведенным в работе (Poon et al., 1992), этот вклад может достигать 7–25%, и он тем выше, чем ниже скорость ветра и чем сильнее дождь. Наведенный дождем поток импульса способствует развитию волнения и тем самым частично компенсирует эффект их демпфирования.

5. Термодинамическое взаимодействие атмосферы с суши

В первых глобальных трехмерных климатических моделях (см., например, (Manabe, Bryan, 1969; Марчук и др., 1984)) процессы тепловлагообмена между атмосферой и поверхностью суши рассматривались, следуя (интегральному) энергобалансовому подходу М.И. Будыко (1956). Использовалось лишь уравнение теплового баланса, связывающего тепловые потоки с температурой поверхности. Испарение выражалось в виде простой функции от потенциально доступного для растительности влагосодержания и некоторого коэффициента, отражающего термическое состояние почвы. Доступное влагосодержание задавалось явно и варьировалось, в зависимости от осадков и испарения, от значения, характерного для точки увядания, до значения полевой влагоемкости. Любое превышение полевой влагоемкости интерпретировалось как составляющая стока.

Дж. Дирдорф (Deardorff, 1978) предложил альтернативный подход с упором на суточный временной масштаб и явное представление растительности. В его модели впервые учтены различия между транспирацией, испарением с кроны деревьев и с оголенной почвы. Он также использовал неоднослойное представление почвы, позволявшее рассчитывать вертикальные профили температуры и влажности. Дальнейшее развитие этого подхода проводилось с учетом фазовых переходов влаги на основе рассмотрения различных ее физических состояний в почве (в том числе, в условиях сезонного

промерзания и вечной мерзлоты) и в снежном покрове (Володин, Лыков, 1998; Володина и др., 2000; Мачульская, Лыков, 2002), а также в растительном покрове (Крупчатников и др., 2000). Этот подход был использован в следующей версии модели общей циркуляции атмосферы, участвовавшей в программе АМР II, и в проектах программы СМР – сравнения совместных моделей общей циркуляции атмосферы и океана.

При математическом описании процессов тепло- и влагопереноса в почве используется одномерное приближение, поскольку вертикальные градиенты температуры и влаги в различных ее состояниях, как правило, значительно превосходят горизонтальные. Перенос тепла и влаги носит при этом диффузионный и взаимосвязанный характер; поток каждой субстанции (температура, водяной пар, жидкая влага) не только обусловлен наличием соответствующего градиента, но вызывается также неравномерностью распределения других характеристик состояния почвы. Уравнения тепло- и влагопереноса в почве с учетом корневой системы растительности могут быть записаны следующим образом (Лыков, Палагин, 1978; Володин, Лыков, 1998):

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} + \rho (L_i F_i - L_v F_v), \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_w \left(\frac{\partial W}{\partial z} + \delta \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial \gamma}{\partial z} - F_i - F_v - R_f - R_r, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_v \frac{\partial V}{\partial z} + F_v, \\ \frac{\partial I}{\partial t} &= F_i. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь z – направленная вниз вертикальная координата; T – температура, °C; W – количество жидкой влаги в долях от массы сухой почвы; V – количество водяного пара; I – количество льда; λ_T – коэффициент теплопроводности; λ_w и λ_v – коэффициенты диффузии воды и водяного пара соответственно; δ – коэффициент термовлагопроводности за счет градиента температуры; ρ – плотность почвы; c – ее теплоемкость; γ – скорость инфильтрации воды под действием силы тяжести; F_i – скорость изменения количества жидкой влаги и льда за счет процессов замерзания/таяния; F_v – скорость изменения содержания водяного пара и воды за счет процессов испарения/конденсации; R_f – изменение влагосодержания за счет горизонтального стока воды; R_r – скорость всасывания воды корневой системой растительности. Уравнения (21) решаются в слое $(0, H)$, где H соответствует горизонту в почве, на котором отсутствуют внутрисезонные изменения температуры.

Если поверхность почвы покрыта снегом толщиной h , то для описания процесса теплопереноса в слое $(-h, 0)$ можно привлечь следующие уравнения (Володина и др., 2000):

$$\begin{aligned} \rho_{sn} c_{sn} \frac{\partial T_{sn}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \lambda_{sn} \frac{\partial T_{sn}}{\partial z} + \rho_{sn} L_i F_{sn}, \\ \frac{\partial W_{sn}}{\partial t} &= \frac{\partial \gamma_{sn}}{\partial z} - F_{sn}, \end{aligned} \quad (22)$$

в которых T_{sn} – температура снега, W_{sn} – его влагосодержание, а ρ_{sn} , c_{sn} , λ_{sn} и γ_{sn} представляют собой его плотность, теплоемкость, коэффициент теплопроводности и гидравлическую проводимость соответственно. Слагаемое F_{sn} аналогично по своему физическому смыслу слагаемому F_i в уравнениях для почвы. Высота снежного покрова h связана с его водноэквивалентной толщиной, которая, в свою очередь, определяется осадками, испарением и таянием снега. При этом учитывается, что в течение всего периода существования снежного покрова плотность снега может значительно изменяться со временем вследствие процессов метаморфизма и гравитационного оседания. С этой целью рассчитывается водноэквивалентная толщина снега S_{sn} :

$$\partial S_{sn} / \partial t = P - M - L_i E_s / \rho_w, \quad (23)$$

где P – интенсивность осадков при температуре подстилающей поверхности меньше 0° , M – интенсивность снеготаяния, $L_i E_s$ – поток скрытого тепла на поверхности снега. При этом высота снежного покрова h связана с его водноэквивалентной толщиной S_{sn} соотношением

$$\rho_w S_{sn} = \int_{-h}^0 \rho_{sn} dz. \quad (24)$$

В качестве граничных условий для системы (21)–(22) выбраны следующие формулировки. На верхней границе $z = -h$ (почва покрыта снегом) или $z = 0$ (отсутствует снежный покров) предполагаются известными количество водяного пара в воздухе, поток жидкой влаги, обусловленный дождевыми осадками, таянием снега и испарением с поверхности почвы, и температура поверхности раздела «атмосфера–снег/почва». В свою очередь, эта температура находится из уравнения теплового баланса, включающего компоненты радиационного баланса, поток тепла из/в снег или почву и потоки явного и скрытого тепла. На нижней границе расчетной области $z = H$ обычно задается отсутствие диффузионных потоков воды и пара и считается известным поток тепла (равный, вообще говоря, значению геотермического потока). В последнее время в климатическом моделировании стали использоваться модели ди-

намики уровня грунтовых вод (см., например, (Koirala et al., 2014)). В качестве начальных условий используются либо наблюдаемые профили соответствующих величин, либо результаты специальной процедуры инициализации.

В отличие от классической задачи Стефана (см., например, (Палагин, 1981)), уравнение для фронта промерзания/оттаивания почвы в данной постановке не выписывается, а сам фронт отыскивается в процессе сквозного решения задачи как уровень конечно-разностной сетки с переменной знака температуры. Кроме того, для замыкания системы уравнений (21), (22) при расчете процессов, связанных с фазовыми переходами влаги, используются экспериментальные зависимости. Так, для расчета твердой фазы при $T < 0$ пренебрегается вклад водяного пара и принимается во внимание эффект гистерезиса при замерзании/оттаивании воды в почве, то есть считается, что лед тает при 0°C , но жидкая вода может находиться в почве в переохлажденном состоянии, так что процесс ее замерзания происходит постепенно при понижении температуры. С этой целью используется эмпирическая зависимость для максимального количества жидкой влаги W_{nf} , которое может оставаться незамерзшим при отрицательной температуре (Глобус, 1969):

$$W_{nf} = W_\infty + (W_0 - W_\infty) \exp(T / T_0), \quad (25)$$

где $T_0 = 3^\circ\text{C}$, W_0 – количество незамерзающей воды при 0°C , а W_∞ – при очень низкой температуре (формально при $T \rightarrow -\infty$). Эти величины зависят от типа почвы.

При прогревании промерзшей почвы в модели реализован алгоритм расчета ее оттаивания. Вклад водяного пара в фазовые переходы влаги в этом процессе также не учитывается. Если же лед отсутствует, то в рассмотрение вводятся процессы испарения воды и конденсации водяного пара в почвенных порах. При этом учитывается тот факт, что в большинстве реальных случаев даже в слабо увлажненной почве водяной пар является насыщенным (Палагин, 1981), и если влажность почвы превышает максимальную гигроскопичность ($W > 0.04$), то представляется возможным использовать эмпирическое соотношение типа уравнения Меттса–Боуэна (Mattes, Bowen, 1963):

$$V = V_{\max} = V_d \Pi_0 \exp(T / T_d), \quad (26)$$

где $V_d = 4.85 \cdot 10^{-6}$ кг/кг, $T_d = 16.7^\circ\text{C}$, $\Pi_0 = \Pi - \rho W / \rho_w$ – свободная пористость. За счет высушивания почвы W может оказаться меньше максимальной гигроскопичности, и в этом случае используется (Лыкосов, Палагин, 1978) кривая сорбции, связывающая содержание водяного пара с W :

$$V = 0.4 V_{\max} (1 + 7.9 W^{1/2}). \quad (27)$$

Кроме того, принимаются во внимание процессы, происходящие в снежном покрове: просачивание талой воды и дождя и их замерзание, уплотнение снега под действием силы тяжести и метаморфизма, проникновение солнечной радиации в снежный покров, изменение альбедо снега. Они могут заметно сказаться на результатах моделирования водно-эквивалентной и геометрической высот и плотности снега, температуры почвы и распределения воды по компонентам водного баланса (сток и испарение) в их годовом ходе. Расчет горизонтального стока влаги R_f складывается из поверхностного R_{f1} и подповерхностного стока R_{f2} . В основе схемы параметризации этих процессов лежат алгоритмы, использованные в модели (DKRZ, 1992) Института метеорологии общества Макса Планка (Гамбург, ФРГ). Все детали описанной модели тепловлагоденоса в почве и снежном покрове можно найти в публикациях (Алексеев и др., 1998; Дымников и др., 2005; Лыкосов и др., 2012).

Температура поверхности суши или снега T_s вычисляется в предположении, что скорость изменения со временем теплосодержания верхнего слоя почвы толщиной Δz (например, в 1 см) определяется бюджетом потоков тепла

$$c\rho\Delta z\partial T_s / \partial t = (1-\alpha)S_g + F_g - \varepsilon\sigma_{SB}T_s^4 - LE_s - H_s + B_{z=\Delta z}, \quad (28)$$

где S_g – приходящая коротковолновая радиация, $\varepsilon\sigma_{SB}T_s^4$ – излученная длинноволновая радиация, LE_s – поток скрытого тепла, H_s – поток явного тепла, B – поток тепла в почве, σ_{SB} – постоянная Стефана–Больцмана, ε – коэффициент серости, α – альбедо поверхности. В рассматриваемой схеме тепловлагоденоса в системе «растительность–почва» возможное влияние растительности на параметр шероховатости не учитывается и основное внимание уделяется процессу испарения.

Предполагается, что какая-либо приписанная к земле ячейка конечно-разностной сетки модели общей циркуляции атмосферы может включать участки оголенной почвы, покрытые снегом, занятые внутренними водами, содержащие сухую и увлажненную растительность различных типов. Расчет потока влаги E за счет испарения вычисляется согласно (DKRZ, 1992) по формуле

$$E = \rho_a \sum_{i=1}^N \mu_i (q_i - q_a) / R_i, \quad (29)$$

где μ_i – доля площади ячейки, занятая i -м видом поверхности, q_i – эффективная влажность на поверхности, R_i – сопротивление. Для заснеженной и водной поверхностей, а также увлажненного растительного покрова, величина q_i равна насыщающему значению удельной влажности, рассчитанному при температу-

ре поверхности $q_{\max}(T_s)$. В случае же открытой почвы q_i вычисляется аналогично (DKRZ, 1992) в зависимости от влагосодержания почвы. В обоих этих случаях величина $R_i = 1/(C_T U)$, где U – модуль скорости ветра на ближайшем к поверхности расчетном уровне в модели атмосферы, а C_T – коэффициент теплообмена. Для сухой растительности также предполагается, что $q_i = q_{\max}$, но сопротивление R_i определяется согласно (Sellers et al., 1986) в виде

$$R_i = \frac{1}{C_T U} + \frac{R(S_{ph})}{F_T F_q F_w}, \quad (30)$$

где

$$\frac{1}{R(S_{ph})} = \frac{1}{kc_i} \left[\frac{b_i}{d_i S_{ph}} \ln \left(\frac{d_i e^{kLt} + 1}{d_i + 1} \right) - \ln \left(\frac{d_i + e^{-kLt}}{d_i + 1} \right) \right]. \quad (31)$$

Здесь S_{ph} – часть достигающей поверхности коротковолновой радиации (в модели 55 процентов), используемая в процессе фотосинтеза; a_i, b_i, c_i – параметры, зависящие от типа растительности, $d_i = (a_i + b_i c_i) / c_i S_{ph}$, $k = 0.9$, Lt – листовой индекс. Функции F , определяющие зависимость сопротивления от температуры и влажности воздуха и влагосодержания почвы, приведены в (Sellers et al., 1986). Перечень всех параметров, зависящих от типов растительности, и их значения для каждого типа содержатся в публикации Алексева с соавторами (1998).

В настоящее время наблюдается переход от статических моделей распределения типов растительности к динамическим моделям растительного покрова, в которых учитывается приспособление функциональных типов растительности к изменяющимся условиям природной среды и, тем самым, «включаются» обратные связи в системе «растительность–климат». В климатическую модель ИВМ РАН интегрирован (Юрова и Володин, 2011) блок растительного покрова LPJ-DGVM (Sitch et al., 2003).

Литература

Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. Описание модели А5421 версии 1997 года и результатов эксперимента по программе АМІР II. – Деп. ВИНТИ:03.07.98, No. 2086–В98, 215 с.

Будыко М.И. Тепловой баланс поверхности Земли. – Л.: Гидрометеоздат, 1956, 255 с.

Володин Е.М., Дианский Н.А. Моделирование изменений климата в 20–22 столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2006, т. 42, с. 291–306.

Володин Е.М., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность–почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных данных наблюдений. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 1998, т. 34, с. 453–465.

Володина Е.Е., Бенгтссон Л., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов тепло-влагопереноса в снежном покрове для целей моделирования сезонных вариаций гидрологического цикла суши. – Метеорология и гидрология, 2000, № 5, с. 5–14.

Глазунов А.В. Численное моделирование турбулентных течений над поверхностью городского типа. Спектры и масштабы, параметризация профилей температуры и скорости при устойчивой стратификации. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2014, т. 50, с. 406–419.

Гледзер Е.Б., Гранберг И.Г., Чхетиани О.Г. Динамика воздуха вблизи поверхности почвы и конвективный вынос аэрозоля. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2010, т. 46, № 1, с. 35–47.

Глобус А.М. Экспериментальная гидрофизика почв. – Л.: Гидрометеиздат, 1969, 355 с.

Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений: Методы, инструментарий, результаты. – М.: КРАСАНД, 2012, 400 с. (Синергетика: от прошлого к будущему. № 68).

Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Толстых М.А., Чавро А.И. Моделирование климата и его изменений. – В кн. «Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования», т. 2 «Математическое моделирование», М.: Наука, 2005, с. 38–175.

Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя. – Л.: Гидрометеиздат, 1974, 291 с.

Казаков А.Л., Лыкосов В.Н. О параметризации взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью при численном моделировании атмосферных процессов. – Тр. Зап. Сиб. НИИ, 1982, вып. 55. – М.: Гидрометеиздат, с. 3–20.

Казанский А.Б. О стоковом ледниковом ветре. – Доклады АН СССР, 2010, т. 434, с. 248–251.

Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. – Доклады АН СССР, 1941, т. 32, с. 19–21.

Крупчатников В.Н., Володин Е.М., Галин В.Я., Лыкосов В.Н. Климатология приповерхностных потоков CO₂ в совместной модели общей циркуляции атмосферы, растительности и почвы: случай с заданной архитектурой растительности. – В сб. «Вычислительная математика и математическое моделирование» (Труды международной конференции, посвященной 75-летию академика Г.И. Марчука и 20-летию Института вычислительной математики РАН, Москва, Россия, 19–22 июня 2000 г.), т. 2, с. 97–112.

Лыкосов В.Н., Глазунов А.В., Кулямин Д.В., Мортиков Е.В., Степаненко В.М. Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы: учебн. пособ. / Предисл.: В.А. Садовничий. – М.: Издательство Московского университета, 2012, 408 с. (Серия «Суперкомпьютерное образование»).

Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г. Динамика взаимосвязанного переноса тепла и влаги в системе атмосфера – почва. – Метеорология и гидрология, 1978, № 8, с. 48–56.

Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б., Лыкосов В.Н., Галин В.Я. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984, 320 с.

Мачульская Е.Е., Лыкосов В.Н. Моделирование термодинамической реакции вечной мерзлоты на сезонные и межгодовые вариации атмосферных параметров. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2002, т. 38, с. 20–33.

Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. – Труды Геофиз. инст. АН СССР, 1954, № 24(151), с. 163–187.

Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Часть 1. – М.: Наука, 1965, 640 с.

Палагин Э.Г. Математическое моделирование агрометеорологических условий перезимовки озимых культур. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981, 191 с.

Степаненко В.М., Миранда П.М., Лыкосов В.Н. Численное моделирование мезомасштабного взаимодействия атмосферы и гидрологически неоднородной суши. – Вычислительные технологии, 2006, т. 11, вып. 3, с. 118–127.

Троицкая Ю.И., Рыбушкина Г.В. Квазилинейная модель взаимодействия поверхностных волн с сильными и ураганными ветрами. – Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2008, т. 44, № 5, с. 670–694.

Юрова А.А., Володин Е.М. Совместное моделирование климата с учетом динамики растительного покрова. – Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 2011, т. 47, с. 579–588.

Andreas E.L. Spray stress revisited. – J. Phys. Oceanogr., 2004, v. 34, p. 1429–1440.

Bao J.-W., Fairall C.W., Michelson S.A. Evaluation and improvement of spray-modified air-sea enthalpy and momentum flux parameterizations for operational hurricane prediction. – The final report of the project, 2009, Joint Hurricane Testbed Tropical Prediction Center, Miami, USA, 36 p.

Bao J.-W., Fairall C.W., Michelson S.A., Bianco L. Parameterizations of sea-spray impact on the air-sea momentum and heat fluxes. – Mon. Wea. Rev., 2011, v. 139, No. 12, p. 3781–3797.

Barenblatt G.I., Golitsyn G.S. Local structure of mature dust storms. – J. Atmos. Sci., 1974, v. 31, No. 7, p. 1917–1933.

Beljaars A.C.M., Holtslag A.A.M. Flux parameterization over land surfaces for atmospheric models. – J. Appl. Meteorol., 1991, v. 30, p. 327–341.

Boussinesq J. Essai sur la théorie des eaux courantes. – Mem. Pres. Par. Div. Savant Acad. Sci., 1877, v. 23, 46 p.

Businger J.A., Wyngaard J.C., Izumi I., Bradley E.F. Flux profile relationships in the atmospheric surface layer. – J. Atmos. Sci., 1971, v. 28, p. 181–189.

Caldwell D.R., Elliott W.P. Surface stresses produced by rainfall. – J. Phys. Oceanogr., 1971, v. 1, p. 145–148.

Chamberlain A.C. Roughness length of sea, sand, and snow. – Boundary-Layer Meteorol., 1983, v. 25, p. 405–409.

Charnock H. Wind stress on a water surface. – *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 1955, v. 81, p. 639–640.

Deardorff J.W. The counter-gradient heat flux in the lower atmosphere and in the laboratory. – *J. Atmos. Sci.*, 1966, v. 23, p. 503–506.

Deardorff J.W. Theoretical expression for the counter-gradient vertical heat flux. – *J. Geophys. Res.*, 1972, v. 77, p. 5900–5904.

Deardorff J.W. Efficient prediction of ground surface temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. – *J. Geophys. Res.*, 1978, v. 83, p. 1889–1903.

DKRZ. The ECHAM3 atmospheric general circulation model. – Technical Report No. 6, 1992, Hamburg, 188 p.

Dymnikov V.P., Filatov A.N. Mathematics of climate modelling. – Birkhäuser, Boston, 1996, 264 p.

IPCC. Climate Change 2007: The Physical Science Basis. – Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Solomon S., D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K.B. Averyt, M. Tignor and H.L. Miller (eds.)], Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2007, 996 p.

Katsaros K., Buettner K.J. Influence of rainfall on temperature and salinity of the ocean surface. – *J. Appl. Meteorol.*, 1969, v. 8, p. 15–18.

Kocin P.J., Uccellini L.W. Northeast snowstorms. Volume I: Overview. Volume II: The cases. – *Meteorological Monographs*, 2004, v. 32, No. 54, 821 p.

Kodama Y., Wendler G., Gosink J. The effect of blowing snow on katabatic winds in Antarctica. – *Ann. Glaciol.*, 1985, v. 6, p. 59–62.

Koirala S., Yeh P.J.-F., Hirabayashi Y., Kanae S., Oki T. Global-scale land surface hydrologic modeling with the representation of water table dynamics. – *J. Geophys. Res. Atmos.*, 2014, v. 119, p. 75–89.

Kudryavtsev V., Makin V. Aerodynamic roughness of the sea surface at high winds. – *Boundary-Layer Meteorol.*, 2007, v. 125, No. 2, p. 289–303.

Le Méhauté B., Khangaonkar T. Dynamic interaction of intense rain with water waves. – *J. Phys. Oceanogr.*, 1990, v. 20, p. 1805–1812.

Lykossov V.N. Atmospheric and oceanic boundary layer physics. – In: «Wind Stress over the Ocean» (Eds. Ian S.F. Jones and Yoshiaki Toba), Cambridge University Press, 2001a, p. 54–81.

Lykossov V.N. Numerical modeling of interaction between the atmospheric boundary layer and the Antarctic ice shelf. – *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, 2001b, v. 16, p. 315–330.

Mahrt L. Surface heterogeneity and vertical structure of the boundary layer. – *Boundary-Layer Meteorol.*, 2000, v. 96, p. 33–62.

Manabe S., Bryan K. Climate and the ocean circulation. – *Mon. Wea. Rev.*, 1969, v. 97, p. 739–827.

Mattes R.K., Bowen H.D. Water vapor transfer in the soil by thermal gradients and its control. – *Trans. ASAE*, 1963, v. 6, p. 244–248.

Nizol T.A., Snyder W.R., Waldstreicher J.S. Winter weather forecasting throughout the eastern United States. Part IV: Lake-effect snow. – *Wea. Forecasting*, 1995, v. 10, p. 61–77.

Poon J.-K., Tang S., Wu J. Interactions between rain and wind waves. – *J. Phys. Oceanogr.*, 1992, v. 22, p. 976–987.

Powell M.D., Vickery P.J., Reinhold T.A. Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. – *Nature*, 2003, v. 422, p. 279–283.

Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. – *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 1894, v. 186, p. 123–161 (русский перевод в сб. «Проблемы турбулентности». – М.: ОНТИ, 1936, с. 185–227).

Reynolds O. On the action of rain to calm the sea. – *Papers on Mechanical and Physical Subjects*, 1900, v. 1, Cambridge University Press, p. 86–88.

Sandu I., Beljaars A., Bechtold P., Mauritsen T., Balsamo G. Why is it so difficult to represent stably stratified conditions in numerical weather prediction (NWP) models? – *J. Adv. Model. Earth Syst.*, 2013, v. 5, p. 117–133.

Schulz M., Prospero J.M., Baker A.R., Dentener F., Ickes L., Liss P.S., Mahowald N.M., Nickovic S., Garcia-Pando C.P., Rodriguez S., Sarin M., Tegen I., Duce R.A. Atmospheric transport and deposition of mineral dust to the ocean: Implications for research needs. – *Environ. Sci. Technol.*, 2012, v. 46, p. 10390–10404.

Sellers P.J., Minth Y., Sud Y.C., Dalcher A. A simple biosphere model (Sib) for use within general circulation models. – *J. Atm. Sci.*, 1986, v. 43, p. 505–531.

Shin H.H., Hong S.-Y. Analysis of resolved and parameterized vertical transports in convective boundary layers at gray-zone resolutions. – *J. Atmos. Sci.*, 2013, v. 70, No. 10, p. 3248–3261.

Sitch S., Smith B., Prentice I.C., Arneth A., Bondeau A., Cramer W., Kaplan J., Levis S., Lucht W., Sykes M., Thonicke K., Venevsky S. Evaluation of ecosystem dynamics, plant geography and terrestrial carbon cycling in the LPJ Dynamic Global Vegetation Model. – *Global Change Biology*, 2003, v. 9, p. 161–185.

Troitskaya Yu.I., Sergeev D.A., Kandaurov A.A., Baidakov G.A., Vdovin M.A., Kazakov V.I. Laboratory and theoretical modeling of air-sea momentum transfer under severe wind conditions. – *J. Geophys. Res.*, 2012, v. 117, C00J21.

Van Dorn W. Wind stress on an artificial pond. – *J. Mar. Res.*, 1953, v. 12, p. 249–276.

Vavrus S., Notaro M. The role of ice cover in heavy lake-effect snowstorms over the Great Lakes basin as simulated by RegCM4. – *Mon. Wea. Rev.*, 2013, v. 141, p. 148–165.

Wamser C., Lykossov V.N. On the friction velocity during blowing snow. – *Beitr. Phys. Atmosph.*, 1995, v. 68, p. 85–94.

Wyngaard J.C., 2004: Toward numerical modeling in the “terra incognita”. – *J. Atmos. Sci.*, 2004, v. 61, p. 1816–1826.

Zilitinkevich S.S. Comments on numerical simulation of homogeneous stably stratified turbulence. – *Boundary-Layer Meteorol.*, 2010, v. 136, p. 161–164.

Модель Мирового океана

Модель Мирового океана

А.В. Гусев, Н.А. Дианский, Е.М. Володин

1. Введение

Разработка используемого блока динамики океана для модели климата Земли началась с работ Марчука Г.И. и Залесного В.Б. (Марчук, Залесный, 1974; Залесный, 1984), в которых приведены лежащие в ее основе уравнения и особенности применения метода расщепления при ее численной реализации. В дальнейшем модель постоянно совершенствовалась. Так, в работе (Алексеев, Залесный, 1993) процесс интегрирования по времени представлен в виде суперпозиции переноса-диффузии скорости, температуры и солёности с одной стороны и геострофического приспособления полей скорости и плотности (адаптация гидрологических полей) с другой. Впоследствии эта модель была существенно развита (Дианский и др., 2002, Дианский 2013), в международных проектах она получила название INMOM – Institute of Numerical Mathematics Ocean Model. Для климатических расчетов Мирового океана была проведена дальнейшая модернизация модели. Основные изменения заключались в следующем (Володин и др., 2010).

1. Проведена модификация модельного кода с целью возможности проведения расчетов в различных ортогональных криволинейных системах координат на неравномерных сетках.

2. Достигнуто повышение качества воспроизведения циркуляции океана за счет включения в модель новых физических параметризаций:

- (а) модуля динамики и термодинамики морского льда;
- (б) модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан;
- (в) модуля переноса для температуры и солёности, обеспечивающего сохранение содержания тепла и соли в океане.

3. Увеличено быстродействие модели за счет реализации параллельных алгоритмов на общей и распределенной памяти.

4. Разработана и реализована эффективная система обмена данными с блоком атмосферы.

2. Уравнения гидродинамики океана в обобщенной σ -системе координат на сфере

Поскольку форма Земли в большинстве случаев предполагается близкой к шарообразной, наибольший интерес для моделирования океана представляют системы координат, в которых подпространство координат (x, y) ,

представляющее собой эквипотенциальную поверхность, является сферой. Поэтому в дальнейшем речь будет идти только о таких системах координат.

Большинство моделей крупномасштабной циркуляции океана основаны на примитивной системе уравнений гидротермодинамики океана, в которой, помимо приближений гидростатики и Буссинеска, используется допущение о постоянном радиусе Земли, а все уравнения записываются в цилиндрическом слое над сферой. Следует заметить, что такого рода система координат, строго говоря, не является ортогональной (Каменкович, 1973). Но на практике, ввиду малости глубины океана по сравнению с радиусом Земли, этим фактором часто пренебрегают.

Чтобы записать систему уравнений гидротермодинамики океана в обобщенных координатах, ее бывает удобно записать в векторно-инвариантной форме. Как известно, в криволинейной ортогональной z -системе координат (x, y, z) с базисными векторами $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ (в каждой точке области океана базисный вектор \mathbf{k} сонаправлен радиусу Земли) система уравнений (в приближениях гидростатики и Буссинеска, радиус Земли считается постоянным) имеет вид:

$$\frac{\partial [\mathbf{U}]_h}{\partial t} = - \left[(\nabla \times \mathbf{U}) \times \mathbf{U} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}^2) \right]_h - l \mathbf{k} \times [\mathbf{U}]_h - \frac{1}{\rho_0} [\nabla p]_h + D^U,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\theta \mathbf{U}) + D^\theta + R^\theta,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot (S \mathbf{U}) + D^S,$$

$$\rho = \rho(T, S, p),$$

где $\mathbf{U} = (u, v, w)$ – вектор скорости течения в точке (x, y, z) в координатах $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$; θ – потенциальная температура, S – соленость, $\nabla, \nabla \cdot, \nabla \times$ – соответственно операторы градиента, дивергенции и ротора; $[\cdot]_h$ – оператор проекции на подпространство (\mathbf{i}, \mathbf{j}) ; $l = 2(\Omega, \mathbf{k})$ – параметр Кориолиса, Ω – угловая скорость вращения Земли; D^U, D^θ и D^S – операторы параметризации маломасштабной физики (диффузии и вязкости), p – давление, ρ_0 – фоновая плотность, ρ – отклонение плотности от некоторого равновесного профиля, R^θ – внутренний источник тепла, обусловленный проникающей солнечной радиацией.

Рассмотрим произвольную ортогональную систему координат с метрическими коэффициентами r_x, r_y, r_z , где x, y, z – обобщенные координаты, а $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы, направленные вдоль соответствующих координат. Для того, чтобы записать систему уравнений гидротермодинамики океана в такой произвольной системе, необходимо задать в ней операторы градиента, дивергенции и ротора для скалярной функции φ и векторного поля $\Phi = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$:

$$\nabla \varphi = \mathbf{i} \frac{1}{r_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{1}{r_y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{1}{r_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \Phi = \frac{1}{r_x r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y r_z \varphi_x) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x r_z \varphi_y) + \frac{\partial}{\partial z} (r_x r_y \varphi_z) \right), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \Phi = & \mathbf{i} \frac{1}{r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial y} (r_z \varphi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r_y \varphi_y) \right) + \mathbf{j} \frac{1}{r_z r_x} \left(\frac{\partial}{\partial z} (r_x \varphi_x) - \frac{\partial}{\partial x} (r_z \varphi_z) \right) + \\ & + \mathbf{k} \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y \varphi_y) - \frac{\partial}{\partial y} (r_x \varphi_x) \right). \end{aligned}$$

При произвольном невырожденном преобразовании вертикальной координаты система координат, вообще говоря, не является ортогональной, поэтому для корректной записи уравнений в системе с преобразованной вертикальной координатой необходимо выполнить некоторые дополнительные преобразования.

Одной из часто используемых вертикальных координат является так называемая сигма-система, в которой вертикальная координата $\sigma \in [0, 1]$ задается с помощью соотношения:

$$\sigma = \frac{z - \zeta(x, y, t)}{H(x, y) - \zeta(x, y, t)},$$

где x и y – обобщенные горизонтальные координаты (которые здесь и далее полагаются ортогональными), z – направленная вниз обычная вертикальная координата по глубине, с началом на невозмущенной поверхности океана; H – глубина океана в состоянии покоя; ζ – отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности. При переходе к новой системе (x_1, y_1, σ, t_1) :

$x_1 = x, \quad y_1 = y, \quad \sigma = \frac{z - \zeta(x, y, t)}{H(x, y) - \zeta(x, y, t)}, \quad t_1 = t$ исходные уравнения термогидродинамики океана, использующие приближения Буссинеска и гидро-

статике, переписываются путем замены частных производных согласно соотношениям:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial y_1} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial t_1} \frac{\partial}{\partial \sigma},\end{aligned}$$

где x и y – обобщенные координаты, образующие ортогональное подпространство, t – время, $H = H(x, y)$ – невозмущенная глубина океана, $h = H - \zeta$ – эффективная глубина океана, $Z = \sigma h + \zeta$ – геопотенциальная z -координата как функция новых координат. Далее мы будем опускать индекс «1» при координатах.

Используя уравнения (1) и (2), введем для нашей системы координат (x, y, σ) с единичными векторами локального базиса $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ дифференциальные операторы, являющиеся некими упрощенными аналогами (в силу неортогональности σ -системы) операторов градиента и дивергенции для скалярной функции φ и векторного поля $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$:

$$\begin{aligned}\mathit{grad}\varphi &= \mathbf{i} \frac{1}{r_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{1}{r_y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{1}{h} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma}, \\ \mathit{div}\Phi &= \frac{1}{r_x r_y h} \left(\frac{\partial(r_y h \varphi_1)}{\partial x} + \frac{\partial(r_x h \varphi_2)}{\partial y} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial \varphi_3}{\partial \sigma}.\end{aligned}\tag{3}$$

Будем использовать также обозначения grad_h и div_h для двумерных аналогов операторов боковых градиента и дивергенции, действующие на поверхностях $\sigma = \mathit{const}$, получаемые из (3) отбрасыванием членов с производными по σ . Здесь под упрощениями также понимается (о чем было сказано выше) то, что если система координат задана в сферическом слое, то в выражениях для метрических коэффициентов радиус-вектор полной сферической системы заменяется средним радиусом Земли, а частные производные по радиусу-вектору заменяются производными по σ , как это обычно делается в моделях океана (см., например, Mellor, 1998). Например, если используется система координат над стандартной сферой, метрические коэффициенты r_λ и r_ϕ имеют вид: $r_\lambda = a \cos \phi$ и $r_\phi = a$, где $a = 6370 \cdot 10^5$ см – величина среднего радиуса Земли.

Для того, чтобы определить метрические коэффициенты в криволинейной системе координат, получаемой путем преобразования сферического подпространства, достаточно иметь формулу этого преобразования, а также значения метрики для стандартной сферы. Можно показать, что если r_λ, r_ϕ – метрические коэффициенты для стандартной сферы (λ, ϕ) , то для обобщенной сферы (x, y) метрические коэффициенты рассчитываются по формулам, использующим компоненты обратного дифференциала преобразования $(\lambda, \phi) \rightarrow (x, y)$:

$$r_x = \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} r_\phi \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$r_y = \left[\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} r_\phi \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Отметим, что при условии полной свободной поверхности переход в σ -систему координат приводит к появлению в системе уравнений гидротермодинамики дополнительных нелинейных членов и усложняет ее практическую реализацию. Однако полученную полную систему уравнений можно существенно упростить, если ввести предположение о том, что отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности, за исключением узких прибрежных областей, намного меньше глубины океана, $\zeta \ll H$. Это позволяет оставить переменную по времени эффективную глубину океана h и вертикальную координату Z только в производных по времени. В пространственных же производных можно положить $h \approx H$ и $Z \approx \sigma H$. Такая система, в которой используется предложенная автором линейаризация, и лежит в основе построения численной реализации модели.

Приведем полную систему уравнений крупномасштабной гидротермодинамики океана при предположении $\zeta \ll H$:

$$D_t u - (l + \xi)vH = -\frac{H}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + Fu, \quad (4)$$

$$D_t v + (l + \xi)uH = -\frac{H}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + Fv, \quad (5)$$

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D\theta - \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \quad (6)$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_s}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + DS, \quad (7)$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_s}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + DS, \quad (8)$$

$$\rho = \tilde{\rho}(\theta, S + 35, p_w) - \tilde{\rho}(0, 0, \rho_0 g \sigma H). \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{u} = (u, v)$ – вектор горизонтальной скорости, u и v – зональный и меридиональный компоненты скорости течения; ω – вертикальная скорость в σ -системе координат, связанная с вертикальной скоростью w в обычной z -системе координат соотношением

$$\omega = w - \left(\frac{u}{r_x} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial t} \right).$$

θ – потенциальная температура; R – поток проникающей солнечной радиации; S – соленость за вычетом константы 35‰; ρ – отклонение плотности воды от некоторого среднего профиля плотности, зависящего только от давления столба жидкости $\rho_0 g z$ со средней плотностью в океане $\rho_0 = 1,025 \text{ г/см}^3$ на глубине $z = \sigma H$. Само нелинейное уравнение состояния $\tilde{\rho}(\theta, S + 35, p_w)$ для расчета плотности воды (в г/см^3), учитывающее сжимаемость за счет давления столба воды p_w взято из (Brydon et al., 1999). Далее для простоты отклонение плотности воды ρ , вычисляемое согласно (9), мы будем называть просто плотностью.

Параметр Кориолиса $l = 2\tilde{\Omega} \sin \phi$, где $\tilde{\Omega} = \frac{2\pi(1 + \frac{1}{365.24})}{86400} \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость вращения Земли с учетом годового вращения вокруг Солнца, а ϕ – географическая широта, в случае необходимости выражаемая через произвольные модельные координаты; $\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right)$ – слагаемое, возникающее из уравнения переноса импульса при преобразовании в криволинейную систему координат; ν , ν_θ и ν_S – коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости (для u и v) и диффузии (для θ и S); p_a – атмосферное давление на поверхности океана.

Коэффициенты ν , ν_θ и ν_S в случае устойчиво стратифицированного вертикального профиля потенциальной плотности рассчитываются согласно параметризации Пакановского–Филандера (Pacanowsky and Philander, 1981) или обобщению формулы Монина–Обухова (Марчук и др., 1976), а в случае неустойчивого – конвекция параметризуется как вязкость/диффузия с большими коэффициентами.

При выводе уравнений (4) и (5) для расчета компонентов горизонтального градиента давления P_x и P_y , вызванных возмущениями плотности, использовалось приближение гидростатики в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = g\rho h,$$

где p – возмущение давления. Путем несложных преобразований и вынесения производных по пространству уровня океана в отдельные слагаемые, компоненты горизонтального градиента давления P_x и P_y в (4) и (5) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{2} g \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^\sigma \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial x} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right), \\ P_y &= \frac{1}{2} g \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^\sigma \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial y} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Одна из трудностей применения σ -моделей динамики океана связана с наличием погрешности аппроксимации горизонтального градиента давления.

В геопотенциальной z -системе координат, если плотность не зависит от горизонтальных координат x и y , то бароклинных течений не возникает.

В σ -системе координат из-за погрешности разностной аппроксимации градиентов давления вдоль поверхностей $\sigma = const$ возникают ненулевые скорости. Иногда, при ярко выраженной стратификации плотности по вертикали и при больших градиентах топографии дна, эти фиктивные скорости могут быть значительными. Представление компонентов горизонтального градиента давления в виде (10) позволяет уменьшить эти погрешности, так как $P_x = P_y = 0$ для линейного по глубине профиля плотности $\rho = const \cdot \sigma H$, который может давать значительный вклад в полный вертикальный профиль.

Использование уравнения состояния в виде (9) также позволяет уменьшить эту ошибку, поскольку заранее вычитается та часть нелинейного по глубине профиля плотности, которая не дает вклада в *горизонтальный* градиент давления (под горизонтальными понимаются поверхности $z = const$), поскольку не зависит от x и y .

Оператор переноса, входящий в состав полной производной компонентов скорости в (4) и (5), используется в полудивергентной, симметризованной форме:

$$D_t \varphi = \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial h \varphi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_y H u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \varphi) + r_x H v \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \varphi) \right] + \frac{1}{2} \left(\omega \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega \varphi}{\partial \sigma} \right), \quad (11)$$

где φ – это u или v . С учетом (8) полудивергентный вид оператора переноса (11) в дифференциальной постановке эквивалентен градиентной и дивергентной формам его записи. С вычислительной точки зрения полудивергентная форма обладает следующими полезными свойствами:

- она сохраняет квадратичный интеграл переносимой величины по замкнутой области при условии непротекания на твердых границах (свойство кососимметрии оператора переноса) вне зависимости от выполнения уравнения неразрывности;
- она допускает простую конечно-разностную аппроксимацию, сохраняющую свойство кососимметрии;
- в случае, если область состоит из набора прямоугольников на сфере, из формы записи естественным образом следует разложение оператора задачи на сумму трех простых неотрицательных (в случае условия непротекания на границах) операторов переноса по координатам x , y , σ , каждый из которых в отдельности сохраняет квадратичный интеграл величины.

Данная форма записи позволяет свести трехмерную задачу к совокупности трех одномерных, каждая из которых может быть реализована с использованием неявных методов интегрирования по времени.

В новой версии модели оператор переноса, входящий в состав полной производной скалярных полей, используется в дивергентной форме (в отличие от предыдущей версии, где использовалась та же форма записи (11), что и в уравнениях движения):

$$\tilde{D}_t \varphi = \frac{\partial h \varphi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \varphi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \varphi) \right] + \frac{\partial \omega \varphi}{\partial \sigma}, \quad (12)$$

где φ – это θ , S , а также при необходимости любые другие скалярные поля, часто называемые термином «трассер». Это связано с тем, что полудивергентная форма записи, подходящая для переноса компонентов импульса и позволяющая разложить оператор на неотрицательные составляющие, при покоординатном расщеплении оператора в общем случае не сохраняет первый интеграл переносимой величины, а также способна создавать ее ложные локальные источники. Поэтому оператор переноса трассера используется без

расщепления по координатам, и соответствующие процедуры численно реализованы автором явными методами интегрирования по времени.

С целью более физического описания процессов крупномасштабной динамики океана, в работе (Дианский и др., 2002) операторы боковой вязкости F и диффузии D в уравнениях движения и эволюции трассеров были реализованы в новой форме. Здесь и ниже используется термин *боковой*, а не горизонтальной диффузии или вязкости, т.к. в σ -системе координат эти процессы необязательно должны следовать горизонтальным поверхностям.

Оператор боковой диффузии D тепла и соли выбирается одинаковым для θ и S и выписывается в универсальном виде:

$$D\varphi = \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial x} \left[K^x H \frac{r_y}{r_x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K^x H \frac{r_y}{r_x} \kappa_x \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) \right] + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left[K^y H \frac{r_x}{r_y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K^y H \frac{r_x}{r_y} \kappa_y \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) \right], \quad (13)$$

где φ есть либо θ , либо S , $K^x(x, y, \sigma H)$ и $K^y(x, y, \sigma H)$ – коэффициенты горизонтальной диффузии 2-го порядка вдоль x и y , выбираемые как некоторые функции от пространственных координат. Переменные κ_x и κ_y в данном операторе задают одну или комбинацию нескольких функций, вдоль изоповерхностей которых происходит диффузия. В общем случае предусмотрена следующая форма записи:

$$\kappa_x = \alpha \frac{\partial Z / \partial x}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial x}{\partial \rho_p / \partial \sigma},$$

$$\kappa_y = \alpha \frac{\partial Z / \partial y}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial y}{\partial \rho_p / \partial \sigma}.$$

При $\alpha = 0, \beta = 0$ оператор принимает простейший вид, описывающий диффузию вдоль сигма-поверхностей. Если $\alpha = 1, \beta = 0$, то оператор будет описывать диффузию вдоль геопотенциальных плоскостей, полностью эквивалентную таковой в обычной z -системе. Если же $\alpha = 0, \beta = 1$, то будет описываться диффузия вдоль изоповерхностей потенциальной плотности (изопикническая диффузия). Возможны также другие положительные комбинации параметров α и β .

Форма (13) оператора универсальной диффузии второго порядка в σ -системе координат может быть выписана в форме, похожей на приближен-

ную форму изопокической диффузии в пренебрежении членами второго порядка малости:

$$D = H\text{div}(\mathbf{K}\text{grad}),$$

где оператор поворота \mathbf{K} представляет собой симметричный тензор второго порядка, включающий в себя коэффициенты диффузии K^x и K^y в меридиональном и зональном направлениях. Элементы \mathbf{K} связаны с наклонами горизонтальной поверхности по отношению к поверхностям $\sigma = \text{const}$ в данной точке:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K^y & 0 & -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} \\ 0 & K^y & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} \\ -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} & K^x \left(\frac{\kappa_x}{r_x}\right)^2 + K^y \left(\frac{\kappa_y}{r_y}\right)^2 \end{pmatrix}.$$

Исходный простой вид оператора боковой вязкости 2-го порядка в (6) и (7) дополняется оператором 4-го порядка (Дианский и др., 2002) так, что F представляет собой их комбинацию:

$$F\varphi = F^1\varphi + F^2\varphi,$$

где φ есть либо u , либо v , а F^1 и F^2 имеют вид

$$F^1 = H\text{div}_h(\mathbf{A}\text{grad}_h), \quad (14)$$

$$F^2 = -H(\text{div}_h(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}}\text{grad}_h))^2. \quad (15)$$

В (14) и (15) \mathbf{A} и \mathbf{B} представляют собой диагональные тензоры второго порядка:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^x & 0 \\ 0 & A^y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B^x & 0 \\ 0 & B^y \end{pmatrix},$$

где $A^x = A^x(x, y)$, $A^y = A^y(x, y)$, $B^x = B^x(x, y)$ и $B^y = B^y(x, y)$ – коэффициенты вязкости для операторов 2-го и 4-го порядков вдоль x и y , задаваемые как некоторые функции пространственных координат.

В уравнениях движения используется простой вид боковой вязкости (4) и (5), действующей вдоль σ -поверхностей, а также опущены слагаемые, содержащие младшие производные от компонентов скоростей, которые играют роль только в непосредственной близости к полюсам расчетной системы координат.

При этом оператор 4-го порядка по сравнению с оператором вязкости 2-го порядка более эффективно подавляет высокочастотные пространственные гармоники и меньше искажает основное крупномасштабное решение.

В версии модели, используемой в модели Земной системы, в уравнениях для трассеров используется только изопикническая диффузия второго порядка, реализованная оригинальным полулагранжевым методом, обеспечивающим отрицательную определенность оператора диффузии, и имеющая высокую вычислительную эффективность.

Система уравнений динамики океана рассматривается на интервале по времени $(t_0, t_e]$ в трехмерной области $D = \Omega \times [0, 1]$, где Ω – в общем случае неодносвязная поверхность на сфере радиуса a с границей Γ . Таким образом, граница области ∂D состоит из невозмущенной поверхности моря $\sigma = 0$, боковой (береговой) поверхности $\Sigma = \Gamma \times [0, 1]$ и дна $\sigma = 1$, соответствующей поверхности $z = H(x, y)$ в обычной системе координат.

К системе уравнений присоединяются соответствующие граничные и начальные условия следующего вида.

На поверхности океана $\sigma = 0$:

- для компонентов горизонтальной скорости

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0},$$

где (τ_x, τ_y) – вектор напряжения трения ветра на поверхности океана;

- для вертикальной скорости ставится условие

$$\omega \Big|_{\sigma=0} = 0,$$

которое в z -системе соответствует линеаризованному кинематическому условию $w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$;

- для температуры и солёности

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right] \Big|_{\sigma=0} \equiv - \frac{\nu_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = q_\varphi,$$

где φ есть либо θ , либо S , а q_θ и q_S – нормированные значения потоков тепла и соли на поверхности океана, которые могут зависеть от решения на

поверхности океана. Поток q_θ рассчитывается с учетом потоков явного и скрытого тепла, длинноволновой и коротковолновой радиаций и потока, вызванного наличием льда, а q_S – с учетом баланса пресной воды, обусловленного осадками, испарением, стоком рек и образованием или таянием льда.

На дне $\sigma = 1$:

- условие непротекания, имеющее в σ -системе координат вид:

$$\omega|_{\sigma=1} = 0,$$

- квадратичное придонное трение

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = C_D (u^2 + v^2 + e_b^2)^{1/2} \mathbf{u} \Big|_{\sigma=1},$$

где $C_D = 2,5 \times 10^{-3}$ и $e_b = 5$ см/с – эмпирические константы;

- условие изоляции (отсутствие потоков тепла и соли)

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right]_{\sigma=1} = 0,$$

где φ есть либо θ , либо S .

На боковой поверхности Σ для скорости задаются условия непротекания и свободного скольжения:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \Big|_{\Sigma} = 0,$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{A} \text{grad}_h u_\tau + \mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u_\tau) \Big|_{\Sigma} = 0,$$

$$\mathbf{n} \cdot \text{grad}_h (\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u)) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \text{grad}_h (\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h v)) \Big|_{\Sigma} = 0,$$

где \mathbf{n} – единичная нормаль к береговой поверхности Σ (с учетом вида последней, \mathbf{n} также будет нормалью к Γ), u_τ – касательная к Σ составляющая горизонтальной скорости.

На участках боковой границы Σ_s для θ и S ставятся условия изоляции:

$$\mathbf{n} (\mathbf{K} \text{grad} \theta) \Big|_{\Sigma_s} = 0, \quad \mathbf{n} (\mathbf{K} \text{grad} S) \Big|_{\Sigma_s} = 0.$$

В работе (Iakovlev, 1998) показано, что такой способ задания граничных условий в задачах расчета океанической циркуляции с большими пространственными масштабами вполне оправдан.

В качестве начальных условий при $t = t_0$ задаются

$$u = u_0, \quad v = v_0, \quad \theta = \theta_0, \quad S = S_0, \quad \zeta = \zeta_0.$$

3. Основные принципы и особенности численной реализации σ -модели общей циркуляции океана

3.1. Особенности разностной аппроксимации

Для решения системы уравнений применяется техника построения конечно-разностных аппроксимаций по пространству второго порядка точности (в случае равномерной сетки) на хорошо известной разнесенной «C» сетке по классификации Аракавы. При построении схем особое место уделяется тому, чтобы сохранялись свойства симметрии и кососимметрии разностных аналогов отдельных операторов, которые выполняются для дифференциальной задачи. Это позволяет в разностной задаче автоматически удовлетворять аналогам энергетических соотношений, справедливым для дифференциальной задачи.

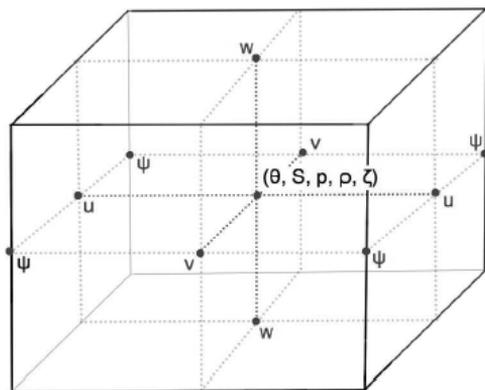


Рис. 1. Распределение прогностических переменных на ячейке модельной сетки

θ служит индикатором точки сетки, где определяются скалярные величины: температура, соленость, плотность, давление, уровень океана и дивергенция скорости.

(u, v, w) служат индикаторами точек, где определяются компоненты вектора скорости, а ψ обозначает точки, где определяется баротропная функция тока и задана топография дна

Распределения прогностических переменных в каждой сеточной ячейке показаны на рис. 1. Внутри ячейки располагаются скалярные величины $(\theta, S, p, \rho, \zeta)$. С этих точек и начинается построение координатной сетки в модели. В этих же точках рассчитывается дивергенция скорости. На соответствующих гранях распределяются потоковые переменные, такие как компоненты вектора скорости (u, v, w) , а также производные скалярных величин по

соответствующим направлениям. При этом точки скорости расположены точно в центре отрезка. Относительная завихренность определяется в центрах вертикальных ребер ячеек. Топография дна задана в точках, соответствующих этим вертикальным ребрам в проекции на поверхность $\sigma = 0$. Параметр Кориолиса l определяется в точках топографии.

3.2. Интегрирование модели по времени

На каждом интервале $(t_j, t_{j+1}]$ процесс, описываемый линеаризованной системой уравнений (4)–(9), представим в виде суперпозиции процесса переноса-диффузии для θ, S, u, v и процесса приспособления полей скорости и плотности (адаптации гидрологических полей).

Перенос-диффузия θ и S :

$$\begin{aligned}\tilde{D}_t \theta &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D\theta - \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \\ \tilde{D}_t S &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_S}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + DS.\end{aligned}$$

Оператор переноса для скалярных величин примет вид:

$$\tilde{D}_t \varphi = \frac{\partial h \varphi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y H u^j \varphi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v^j \varphi) \right] + \frac{\partial \omega^j \varphi}{\partial \sigma} \equiv \frac{\partial h \varphi}{\partial t} + \tilde{T}_{xy \sigma}^j \varphi.$$

Конечномерная задача решается в два этапа. На первом этапе делается перенос и вычисляется боковая диффузия. Учитывается только изопикническая диффузия второго порядка, которая рассчитывается по оригинальной полулагранжевой схеме. При этом используется схема Мацуно (вариант схемы предиктор–корректор):

$$\begin{aligned}\frac{h^j \varphi^* - h^j \varphi^j}{\Delta t} &= -\tilde{T}_{xy \sigma}^j \varphi^j + D \varphi^j, \\ \frac{h^j \varphi^{j+\frac{1}{2}} - h^j \varphi^j}{\Delta t} &= -\tilde{T}_{xy \sigma}^j \varphi^* + D \varphi^j.\end{aligned}$$

На втором этапе решается задача вертикальной диффузии:

$$\begin{aligned}\frac{h^j \varphi^{j+1} - h^j \varphi^{j+1/2}}{\Delta t} &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi^{j+1}}{\partial \sigma}, \\ -\frac{v_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} &= q_\varphi^j, \\ \frac{v_\varphi}{H} \frac{\partial \varphi^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} &= 0.\end{aligned}$$

Учет проникающей в воду радиации делается заданием дополнительной правой части $\frac{\partial R^j}{\partial \sigma}$ в уравнении для температуры. Эта локально-одномерная задача решается методом трехточечной прогонки.

Перенос-диффузия u и v :

$$D_t u - \xi v H = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + Fu,$$

$$D_t v + \xi u H = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + Fv,$$

где $\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right)$ – слагаемое, описывающее адвекцию, возникающую вследствие кривизны расчетной сетки. Полная производная по времени при этом переписывается следующим образом:

$$D_t \varphi = \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial h \varphi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_y H u^j \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial r_y H u^j \varphi}{\partial x} \right] + \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_x H v^j \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial r_x H v^j \varphi}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\omega^j \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega^j \varphi}{\partial \sigma} \right] \equiv h \frac{\partial \varphi}{\partial t} + T_h^j + T_x^j \varphi + T_y^j \varphi + T_\sigma^j \varphi,$$

где T_x^j , T_y^j и T_σ^j – одномерные операторы переноса, действующие на интервале времени $(t_j, t_{j+1}]$ вдоль x , y и σ соответственно, а T_h^j – слагаемое, связанное с влиянием изменения уровня океана на переносимую величину:

$$T_x^j \varphi = \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_y H u^j \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial r_y H u^j \varphi}{\partial x} \right], \quad T_y^j \varphi = \frac{1}{2 r_x r_y} \left[r_x H v^j \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial r_x H v^j \varphi}{\partial y} \right],$$

$$T_\sigma^j \varphi = \frac{1}{2} \left[\omega^j \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega^j \varphi}{\partial \sigma} \right], \quad T_h^j = \frac{1}{2} \varphi \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Эти одномерные операторы в полудивергентной форме записи адвективного члена при разностной аппроксимации на сетке «С» реализуются в центрально-разностном виде.

Метод интегрирования по времени этой задачи в точности повторяет полунявный метод для скаляров с использованием схемы Мацуно для переноса и боковой вязкости, и неявный метод для вертикальной вязкости. В результате получаются некоторые скорости $(u, v)^{j+1/2}$, которые служат начальными условиями для следующего этапа метода расщепления по физическим процессам.

Процесс адаптации (приспособления) гидрологических полей

Этот этап описывает физические процессы приспособления горизонтальных составляющих скорости u и v к градиенту давления, вызванному отклонениями плотности воды, отклонениями уровня океана и атмосферного давления:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - lv = -\frac{1}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + lu = -\frac{1}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y u H}{\partial x} + \frac{\partial r_x v H}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma}. \end{cases} \quad (14)$$

Задача решается в три этапа. Сначала по значениям θ^{j+1} и S^{j+1} рассчитывается отклонение плотности на момент времени t_{j+1} согласно уравнению состояния (9). При этом для давления столба воды используется упрощенная формула $p_w = \rho_0 g \sigma H$, что позволяет, практически не снижая точности, существенно ускорить процедуру расчета плотности.

Затем находится изменение импульса, обусловленное горизонтальным градиентом давления, вызванным, в свою очередь, плотностными неоднородностями:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{u}^{j+1} - u^{j+1/2}}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_0 r_x} P_x^{j+1}, \\ \frac{\tilde{v}^{j+1} - v^{j+1/2}}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_0 r_y} P_y^{j+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Оставшаяся часть системы (14), описывающая геострофическое приспособление, – *линейная*. Поэтому ее можно решать путем естественного разделения на баротропную и бароклинную моды. Для этого представим решение для компонентов горизонтальной скорости с предыдущего этапа в следующем виде:

$$\tilde{u}^{j+1} = \bar{u} + u', \quad \tilde{v}^{j+1} = \bar{v} + v', \quad (16)$$

где

$$\bar{u} = \int_0^1 \tilde{u}^{j+1} d\sigma, \quad \bar{v} = \int_0^1 \tilde{v}^{j+1} d\sigma. \quad (17)$$

Из (16) и (17) следует, что

$$\int_0^1 u' d\sigma = 0, \quad \int_0^1 v' d\sigma = 0. \quad (18)$$

Принимая во внимание (16) и (17), оставшаяся после решения (15) часть задачи (14) распадается на решение двух систем уравнений, описывающих бароклинную и баротропную адаптации. Система бароклинной адаптации имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{u'^{j+1} - u'}{\Delta t} - l v'^{j+1} = 0, \\ \frac{v'^{j+1} - v'}{\Delta t} + l u'^{j+1} = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Расчет вертикальной скорости производится путем интегрирования по глубине уравнения неразрывности (6) по горизонтальным составляющим бароклинной скорости, рассчитанным по уравнениям системы (19):

$$\omega^{j+1} = \int_1^\sigma \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial u'^{j+1} r_y H}{\partial x} + \frac{\partial v'^{j+1} r_x H}{\partial y} \right) d\sigma.$$

При решении уравнений системы (19), так же как и (20), используется неявная схема с методикой диагонализации (Делеклюз, Залесный, 1996) пространственного оператора для кориолисовых членов, возникающего при применении сетки «С». Методика (Делеклюз, Залесный, 1996) является наиболее приемлемой, поскольку позволяет применять неявную схему естественного фильтра, при этом схема, на которой аппроксимируются кориолисовы члены, остается компактной (методика диагонализации) и сохраняет исходное свойство кососимметричности (в определенных нормах). При разностной реализации этой методики параметр Кориолиса задавался в точках глубины H (см. рис. 1).

Уравнения баротропной адаптации наиболее сложны для решения, поскольку требуют совместного решения сразу трех уравнений, записанных с использованием неявной схемы по времени:

$$\begin{cases} \frac{\bar{u}^{j+1} - \bar{u}}{\Delta t} - l \bar{v}^{j+1} + r \bar{u}^{j+1} = \frac{1}{r_x} \left(g \frac{\partial \zeta^{j+1}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} \right), \\ \frac{\bar{v}^{j+1} - \bar{v}}{\Delta t} + l \bar{u}^{j+1} + r \bar{v}^{j+1} = \frac{1}{r_y} \left(g \frac{\partial \zeta^{j+1}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} \right), \\ \frac{\zeta^{j+1} - \zeta^j}{\Delta t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y \bar{u}^{j+1} H}{\partial x} + \frac{\partial r_x \bar{v}^{j+1} H}{\partial y} \right). \end{cases} \quad (20)$$

Здесь в первые два уравнения введены дополнительные слагаемые, которые можно рассматривать как Рэлеевское трение с коэффициентом r . Они могут быть полезны для регуляризации задачи в случае, если условие сво-

бодной поверхности заменить на условие твердой крышки (поскольку в этом случае система становится вырожденной), а также при больших шагах по времени (более нескольких часов).

Система уравнений (20), также известная как система «уравнений мелкой воды», может быть решена по неявной схеме интегрирования по времени двумя способами. Первый заключается в сведении системы трех уравнений к одному уравнению для ζ , второй же предполагает разрешение системы целиком. Ввиду удобства реализации и высокого быстродействия в нашей модели используется второй способ. Он использует специальный пакет программ по работе с разреженными матрицами и может быть реализован как прямыми (Demmel et al., 1999), так и итерационными (Saad, 1994) методами.

После решения всей цепочки задач производится суммирование бароклинных и баротропных скоростей, и решением исходной задачи в момент времени t_{j+1} объявляются функции

$$\theta^{j+1}, S^{j+1}, \omega^{j+1}, u^{j+1} = \bar{u}^{j+1} + u'^{j+1}, v^{j+1} = \bar{v}^{j+1} + v'^{j+1}, \zeta^{j+1}.$$

Таким образом, полностью описан метод решения по времени задачи крупномасштабной циркуляции океана и приведена общая схема его реализации.

4. Построение сетки

К расчетным сеткам для глобального океана можно предъявить следующие требования.

- *Ортогональность.* Данное качество существенно упрощает уравнения движения и означает, что изменения в направлении одной координаты независимы от изменений в направлении другой. Поэтому ортогональность обычно является априорным требованием к расчетным сеткам.

- *Гладкость.* Это требуется для удовлетворения точности конечно-разностной постановки.

- *Близость к сферической системе в районе экватора.* В силу осевого вращения земли, географический экватор имеет важнейшее геофизическое значение. Экваториальная динамика океана воспроизводится более адекватно, когда координатные линии сетки сосредоточены вдоль географического экватора.

- *Расположение особых точек за пределами расчетной области.* Это избавляет от жестких ограничений на шаг по времени и от использования искусственных численных приемов, которые могут отрицательно сказаться на результатах.

Еще одним желательным свойством расчетной сетки является соотношение максимального и минимального шагов порядка единицы, однако это скорее вопрос рационального использования вычислительных ресурсов, нежели существенное требование.

Создание системы координат, удовлетворяющей всем этим требованиям, – нетривиальная задача. В самом деле, если сместить Северный полюс, оставив на месте Южный, как реализовано в работе (Zalesny, Gusev, 2009), то географический экватор в новых криволинейных координатах не является координатной линией и, соответственно, не совпадает ни с какой линией сетки при построении конечно-разностной аппроксимации уравнений модели. Поэтому единственный способ сохранить географический экватор – смещение обоих полюсов вдоль одного меридиана симметрично к экватору. Важность сохранения положения экватора на новой расчетной сетке обуславливается тем, что географический экватор служит своеобразным волноводом для крупномасштабных экваториальнозахваченных волн Кельвина и Россби, а также в области экватора формируется сложная структура течений и противотечений, воспроизведение которой очень важно для, например, явления «Эль-Ниньо–Южное колебание». Поэтому сохранение положения экватора в новой системе координат позволяет лучше воспроизводить эти физические процессы – особенно при низком пространственном разрешении модели.

Для этого можно воспользоваться такой методикой, как представление широтно-долготного подпространства сферической системы координат в виде комплексной сферы Римана и ее дальнейшее конформное преобразование по формуле Мебиуса (Roberts et al., 2006). Такая система использовалась в работе (Marsland et al., 2003), при этом смещение полюсов было произведено на Гренландию и южную часть моря Уэдделла. Однако в данном случае полюса расположены недостаточно далеко от расчетной области. Тем не менее, в работе (Сухов, 2009) было найдено такое преобразование координат, при котором полюса расчетной системы расположены на расстоянии $4\text{--}5^\circ$ от расчетной области, что позволило обойтись без искусственного уменьшения модельного шага по времени. Расположение полюсов, удовлетворяющее этому требованию, следующее. Один полюс располагается в точке с географическими координатами $100^\circ\text{в.д.}, 70^\circ\text{с.ш.}$ (полуостров Таймыр), а второй – в симметричной относительно географического экватора точке с координатами $100^\circ\text{в.д.}, 70^\circ\text{ю.ш.}$ (побережье Антарктиды).

В современной модели Земной системы используется система координат с одним сдвинутым полюсом. При этом пространственно разрешение модели таково, что эффектом неточной аппроксимации линии экватора можно пренебречь.

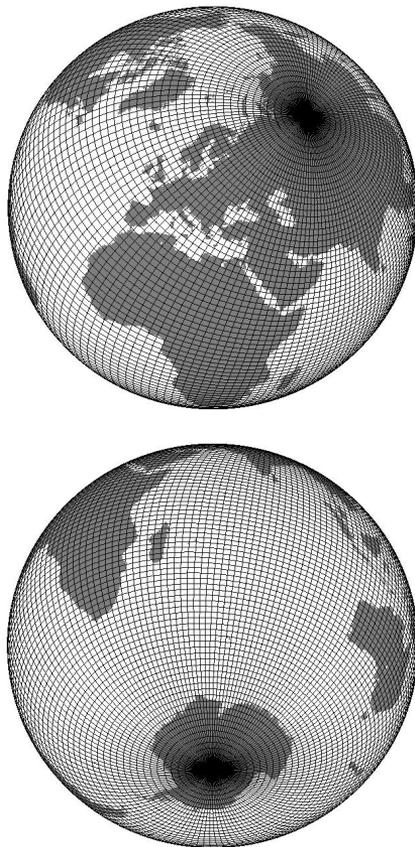


Рис. 2. Используемая в модели Земной системы сетка в системе координат со смещенным в Сибирь «Северным полюсом»

Литература

Алексеев В.В., Залесный В.Б. Численная модель крупномасштабной динамики океана // Вычислительные процессы и системы / Ред. Марчука Г.И. Вып. 10. – М.: Наука, 1993. С. 232–252.

Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM4.0 // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2010. Т. 46, № 4, С. 448–466.

Делеклюз П., Залесный В.Б. Проблемы численного моделирования экваториальной динамики // Океанология. 1996. Т. 36, № 1. С. 27–43.

Дианский Н.А. Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия. – М.: Физматлит, 2013. 272 с.

Дианский Н.А., Багно А.В., Залесный В.Б. Сигма-модель глобальной циркуляции океана и ее чувствительность к вариациям напряжения трения ветра // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2002. Т. 38, № 4. С. 537–556.

Залесный В.Б. Моделирование крупномасштабных движений в Мировом океане. – В кн.: Вычислительные методы в прикладной математике. Под. ред. Ж.-П. Лионса и Г.И. Марчука. – Н.: Наука, 1982. С. 196–212.

Залесный В.Б. Моделирование крупномасштабных движений в Мировом океане. – М.: Отдел вычислит. мат. АН СССР, 1984. 158 с.

Каменкович В.М. Основы динамики океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1973.

Марчук Г.И., Залесный В.Б. Численное моделирование крупномасштабной циркуляции в Мировом океане // Численные методы расчета океанических течений. Нов-к: ВЦ СОАН СССР, 1974. С. 3–20.

Марчук Г.И., Кочергин В.П., Климок В.И., Сухоруков В.А. Математическое моделирование поверхностной турбулентности в океане // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12, № 8. С. 841–849.

Сухов В.Б. О решении некоторых задач моделирования крупномасштабной динамики океана. // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2009. 113 с.

Adcroft A., Campin J.-M., Hill C., Marshall J. Implementation of an atmosphere–ocean general circulation model on the expanded spherical cube // Monthly Weather Review. 2004. V. 132 (12), P. 2845–2863.

Brydon D., San S., Bleck R. A new approximation of the equation of state for seawater, suitable for numerical ocean models // J. Geoph. Res. 1999. V. 104, No. C1. P. 1537–1540.

Demmel J.W., Eisenstat S.C., Gilbert J.R., Li X.S., Liu J.W.H. A supernodal approach to sparse partial pivoting. SIAM J. Matrix Analysis and Applications, 1999, V. 20, № 3, P. 720–755.

Iakovlev N.G. Numerical model of the general circulation of the Arctic ocean. A new version and preliminary calculation results // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1998. V. 13, № 6. P. 465–478.

Marsland S.J., Haak H., Jungclaus J.H., Latif M., Roeske F., 2003. The Max-Planck-Institute global ocean/sea ice model with orthogonal curvilinear coordinates. Ocean Modelling, 2003, V. 5, P. 91–127.

Mellor G.L. Users Guide for a Three-Dimensional, Primitive Equation, Numerical Ocean Model // Program in Atmospheric and Oceanic Sciences Princeton University, Princeton, 1998, NJ 08544-0710. 42 p.

Pacanowski R.C., Philander S.G.H. Parametrization of vertical mixing in numerical models of the tropical ocean // J. Phys. Oceanogr. 1981. V. 11. P. 1443–1451.

Roberts J.L., Heil P., Murray R.J., Holloway D.S., Bindoff N.L. Pole relocation for an orthogonal grid: An analytic method // Ocean Modelling, 2006, V. 12, P. 16–31.

Schmidt F. Variable fine mesh in spectral global models. // Contributions to Atmospheric Physics, 1977, V. 50, P. 211–217.

Smith R., Kortas S., Meltz B. Curvilinear coordinates for global ocean models. Technical Report LA-UR-95-1146, 1995, Los Alamos National Laboratory, 36p + figures.

Zalesny V.B., Gusev A.V. Mathematical model of the World Ocean dynamics with algorithms of variational assimilation of temperature and salinity fields. // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2009, V. 24, № 2, P. 171–191.

Биогеохимические процессы

Цикл метана

Е.М. Володин

1. Введение

Одним из основных методов решения проблемы предсказания будущих изменений климата, обусловленных, прежде всего, ростом концентрации парниковых газов, является проведение численных экспериментов с моделями климата. Под моделями климата здесь будем понимать модели общей циркуляции атмосферы и океана, которые учитывают все основные климатообразующие факторы наиболее точным на настоящий момент способом. Кроме того, эти модели должны включать расчет концентрации самих парниковых газов по заданным антропогенным эмиссиям. Это необходимо потому, что концентрация парниковых газов зависит не только от антропогенных выбросов, но и от естественных источников и стоков, которые, в свою очередь, зависят от климата. Основным парниковым газом является углекислый газ. Модель общей циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН с включением эволюции углерода растений, почвы, океана и атмосферы, взятая за основу настоящей работы, описана в (Володин, 2007). Следующим по важности парниковым газом, изменение радиационного воздействия которого в течение индустриального периода занимает второе место после CO_2 , является метан (Forster et al., 2007). Данный раздел посвящен включению блока эволюции метана в модель общей циркуляции атмосферы и океана с углеродным циклом. В то время, как углеродный цикл включен в настоящее время более чем в десяти моделях климата (Friedlingstein et al., 2006), эволюция метана при глобальном потеплении рассчитывается в меньшем количестве моделей. Изменение концентрации метана при глобальном потеплении обычно рассчитывается по упрощенным, интегральным моделям (Osborn, Wigley, 1994), или же разрабатываются отдельные модели эволюции метана в почве (Zhuang et al., 2004), включающие расчет потока из почвы, но не являющиеся составной частью модели климата. Частично такой подход обусловлен тем, что величина обратной связи между метанным циклом и изменениями климата не так сильна, как между углеродным циклом и изменениями климата. Это будет показано в настоящем разделе. Тем не менее, включение метанного блока в модель климата и оценка влияния изменения метанного цикла при изменении климата на само изменение климата представляет интерес.

2. Описание модели

В качестве модели эмиссии метана из почвы используется модель (Bonan, 1996). Она включает следующие процессы: образование метана в насыщенной водой почве, окисление метана в ненасыщенной почве, вертикальная диффузия метана и выделение метана путем образования пузырьков и их всплывания.

Для концентрации метана в порах почвы Q решается следующее уравнение:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial Q}{\partial z} - (F_B - F_P - F_O)Q + F_G, \quad (1)$$

где t – время, z – глубина, k – коэффициент диффузии, F_B , F_P , F_O – скорости уменьшения концентрации метана вследствие образования и всплывания пузырьков, всасывания растениями и окисления соответственно. F_G – генерация метана в насыщенных водой почвах. Уравнение (1) решается на неравномерной сетке из 23 уровней. Глубина нижнего уровня составляет 10 м, а верхнего – 0.01 м. Уровни для модели метана совпадают с уровнями в модели почвы (Володин, Лыкосов, 1998), используемой в модели климата. На верхней границе в качестве граничного условия ставится заданная концентрация метана, соответствующая концентрации в воздухе. В качестве нижнего граничного условия используется условие отсутствие потока метана из глубины. Для решения применяется неявная схема по времени с шагом 1 час.

Источники и стоки метана вычисляются согласно модели (Bonan, 1996) по следующим эмпирическим формулам:

$$F_B = \begin{cases} 0, & \text{если } Q < 500 \cdot 10^{-9} \text{ моль/см}^3, \\ \frac{1}{3600} \text{сек}^{-1}, & \text{если } Q \geq 500 \cdot 10^{-9} \text{ моль/см}^3, \end{cases} \quad (2)$$

$$F_P = \frac{0.075}{3600} \text{сек}^{-1} \cdot F_{GR}, \quad (3)$$

где F_{GR} – безразмерный множитель, характеризующий условия для роста растений. Он изменяется от 0 при неблагоприятных условиях до 4 при максимально благоприятных условиях для роста.

Окисление метана в ненасыщенных водой почвах вычисляется следующим образом:

$$F_O = V_{\max} C_{10}^{\frac{(T-T_0)}{10}} \cdot \frac{1}{Q + Q_0}, \quad (4)$$

где $V_{\max} = 45/3600 \cdot 10^{-9}$ моль/(см³сек), $C_{10} = 2$, $Q_0 = 5 \cdot 10^{-9}$ моль/см³, T_0 задается различной для различных типов растительности (от 10°C для тундры и хвой-

ных лесов до 21°C для тропических лесов), T – температура почвы. Генерация метана в насыщенных водой почвах вычисляется следующим образом:

$$F_G = r_0 F_{ORG} \left(1 + \frac{F_{NPP}}{F_{NPPmax}} \right) C_{10.A}^{(T-T_0)/10} \cdot F_T, \quad (5)$$

где $r_0 = 0.6/3600 \cdot 10^{-9}$ моль/(см³сек), F_{ORG} – доля органического вещества в почве, которая считается равной 0.5 в корневой зоне и спадает по экспоненте с увеличением глубины ниже корневой зоны, F_{NPP} и F_{NPPmax} – текущее и максимально возможное значения первичной продукции данного типа растений, $C_{10.A} = 6$, $F_T = 1$, если $T > 0^\circ\text{C}$ и $F_T = 0$, если $T \leq 0^\circ\text{C}$. Зависимость количества органического вещества в почве от углеродного и метанного циклов в модели не учитывается. Коэффициент диффузии k полагается равным 0.066 см²/с в ненасыщенных почвах и 0.066 · 10⁻⁴ см²/с в насыщенных почвах. Поток метана из почвы в атмосферу F_{SOIL} состоит из потока, обусловленного диффузией F_{FD} , потока вследствие всасывания растениями F_{FP} и потока, обусловленного всплыванием на поверхность пузырьков метана F_{FB} :

$$F_{SOIL} = F_{FD} + F_{FP} + F_{FB} = k \frac{\partial Q}{\partial z} \Big|_{z=0} + \sum_{i=1}^{NZ} (F_P + F_B)_i Q_i \Delta z_i, \quad (6)$$

где i – индекс по уровня вертикали, NZ – количество уровней в почве.

Вычисленный поток домножается на долю ячейки, занятую болотами. Распределение болот в модели задано согласно (Matthews et al., 1987) и приведено на рис. 1а. Максимальная доля поверхности суши, покрытая болотами, приходится на западную Сибирь и север Европы, где эта величина достигает 35%. Географическое распределение болот в модели не меняется при изменениях климата, однако меняется уровень воды в них.

Для расчета уровня воды болота условно подразделяются на два типа. Первый тип – болота, существующие преимущественно за счет превышения осадков над испарением, и второй тип – болота, существующие преимущественно за счет увлажнения почвы водой рек и озер. К первым относятся болота, существующие в местах, где средний многолетний сток по данным модели превышает 20% от среднего многолетнего количества выпавших осадков. В противном случае считается, что болота относятся ко второму типу. Согласно этой классификации, большая часть болот умеренных и высоких широт относится к первому типу, то есть такие болота питаются в основном за счет локального повышения осадков над испарением. Большая часть болот второго типа расположена в тропиках и субтропиках.

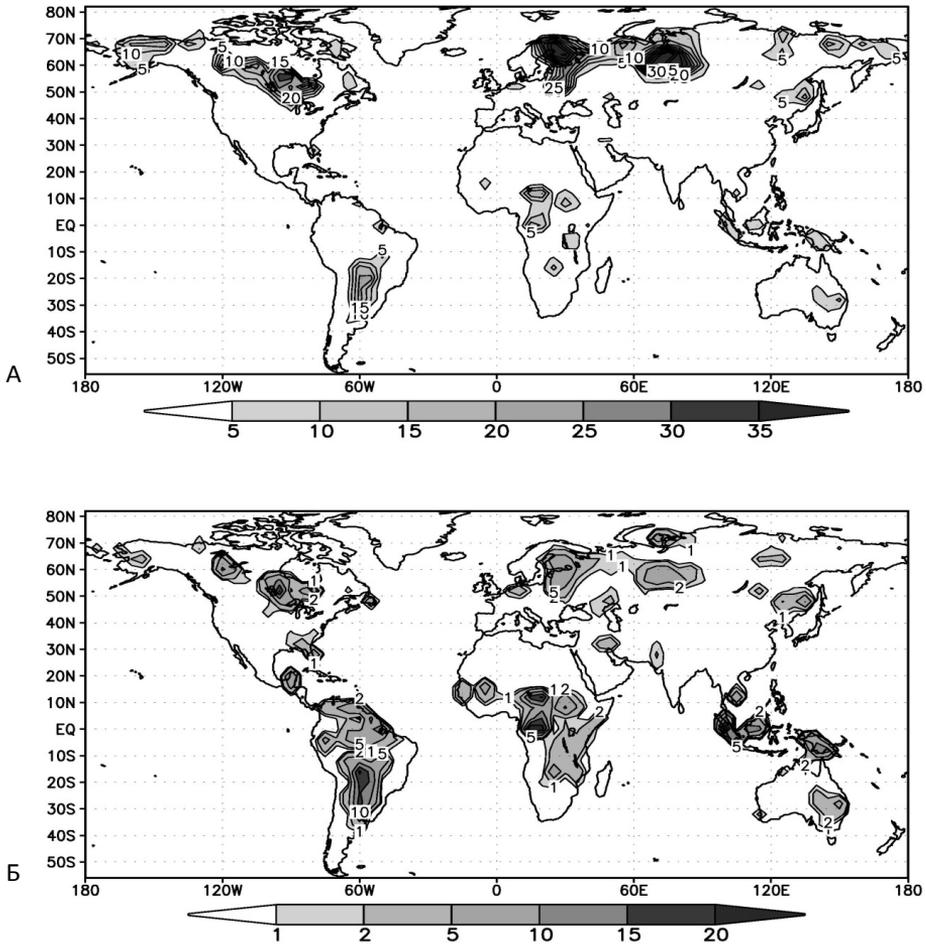


Рис 1. А – заданная в модели доля площади болотных экосистем (%);
 Б – поток метана из почвы в модели в 1860–1900 гг. г/(м²год)

Считается, что в болоте почва насыщена водой глубже уровня Z_0 . Глубина этого уровня вычисляется в модели как:

$$Z_0 = Z_{\max} \left(1 - \frac{W/W_0 - W_{\min}}{W_{\max} - W_{\min}} \right), \quad (7)$$

где $Z_{\max} = 100$ см., W – количество воды в модели почвы в слое от 0 до 100 см., W_0 – максимально возможное количество воды в почве в слое от 0 до 100 см., $W_{\min} = 0.3$, $W_{\max} = 0.8$. Для болот первого типа считается, что Z_0 не может быть больше 100 см., а для болот второго типа Z_0 не может превышать 25 см.

Концентрация метана в атмосфере C вычисляется в модели с помощью уравнения

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (F_{SOIL} + F_{EMIS})S - \frac{C}{\tau}, \quad (8)$$

где F_{EMIS} – заданные выбросы метана вследствие деятельности человека, S – численный множитель, переводящий массу метана в концентрацию, а τ – характерное время:

$$\tau = \tau_0 (C/C_0)^N \quad (9)$$

Здесь τ_0 – характерное время разложения метана в атмосфере при концентрации C_0 . Зависимость (9) взята из (Matthews и др., 1987). Численные значения констант составляют: $\tau_0 = 7.2$ года, $C_0 = 800$ частей на млрд., $N=0.12$. Эти значения несколько отличаются от рекомендованных в (Matthews et al., 1987). Причины этого состоят в том, что, во-первых, в данной модели, в отличие от (Matthews et al., 1987), не учитывается изменение концентрации ионов ОН, а во-вторых, под разложением в данной модели подразумевается не только окисление в атмосфере, но и окисление в почве вне болот, что также не рассматривается моделью. В модели не учитываются естественные эмиссии метана, отличные от эмиссии болотными экосистемами, такие как эмиссии термитами, дикими жвачными животными, океаном и пресными водоемами, которые согласно (Houghton et al., 2001) составляют 45 ± 40 Мт в год. В модели не учитывается взаимодействие метанового и углеродного циклов: окисление метана в углекислый газ в атмосфере и конкуренция метанового и углеродного циклов при заданном количестве углеродного субстрата в почве.

Моделирование интегрального содержания метана в атмосфере вместо расчета трехмерного распределения оправдано тем, что при современной средней концентрации метана около 1700 частей на млрд отклонения от среднего, осредненные по площади, соответствующей ячейке сетки модели, не превышают 200–300 частей на млрд. Вычисленный с помощью радиационного блока модели радиационный форсинг на верхней границе атмосферы, обусловленный таким изменением концентрации метана, составляет величину около 0.1 Вт/м^2 . Следовательно, учет пространственной неоднородности концентрации метана не является существенным при моделировании климата и его изменений, хотя он важен, например, при более детальном рассмотрении химии атмосферы.

3. Численные эксперименты

Модель атмосферы имеет разрешение 5×4 градуса по долготе и широте и 21 уровень по вертикали. В модели океана разрешение составляет 2.5×2 градуса по долготе и широте и 33 уровня по вертикали. С моделью про-

водились численные эксперименты по воспроизведению современного климата, его изменений в XIX–XX веках и оценке вероятных будущих изменений климата в XXI–XXII веках при различных сценариях концентрации парниковых и других газов (Володин, Дианский, 2006).

С моделью проведен численный эксперимент (эксперимент 1) по воспроизведению изменений климата и концентрации метана в 1860–2100 гг. по заданным эмиссиям CO_2 и метана вследствие деятельности человека. Они заданы по оценкам из (Houghton et al., 2001; Marland et al., 2005) в 1860–2000 гг. и согласно сценарию A1B для 2001–2100 гг. (Houghton et al., 2001). Концентрация сульфатных и вулканических аэрозолей, закиси азота, а также солнечная постоянная также задавались наблюдаемыми в 1860–2000 гг. и согласно сценарию A1B в 2001–2100 гг., как и в (Володин, 2007; Володин, Дианский, 2006). В 1860 г. концентрация метана была задана на уровне 800 частей на млрд, что соответствует наблюдавшейся в то время. Это значение несколько больше наблюдавшейся доиндустриальной концентрации, равной 630–720 частей на млрд (Houghton et al., 2001), поскольку в 1860 г. антропогенные эмиссии метана уже были заметными (рис. 2). При запуске модели с близкими к нулю антропогенными эмиссиями равновесная концентрация метана составит около 650 частей на млрд.

Состояние атмосферы и океана, а также углеродного цикла для начала численных экспериментов было получено из расчета с моделью с использованием концентраций всех газов на уровне 1860 г. Кроме эксперимента 1, с моделью был проведен численный эксперимент 2, который аналогичен эксперименту 1, но эмиссия метана из болот не зависела от времени и задавалась на уровне эмиссии в эксперименте 1, осредненной за 1860–1900 гг. и примерно равной 240 Мт метана в год. Сравнение второго эксперимента с первым показывает, какова роль увеличения эмиссии метана из почвы при потеплении в развитии самого потепления. Наряду с этими двумя экспериментами был проведен контрольный эксперимент продолжительностью 240 лет с эмиссией метана и землепользованием вследствие деятельности человека на уровне 1860 г., нулевой эмиссией CO_2 вследствие деятельности человека и концентрацией сульфатного и вулканического аэрозолей, а также закиси азота на уровне 1860 г.

Статистически значимый тренд температуры поверхности, концентрации CO_2 и метана в контрольном эксперименте отсутствует, что говорит о согласованности начальных условий с моделью. Собственная изменчивость температуры поверхности и концентрации CO_2 в аналогичном контрольном эксперименте обсуждается в (Володин, 2007; Володин, Дианский, 2006).

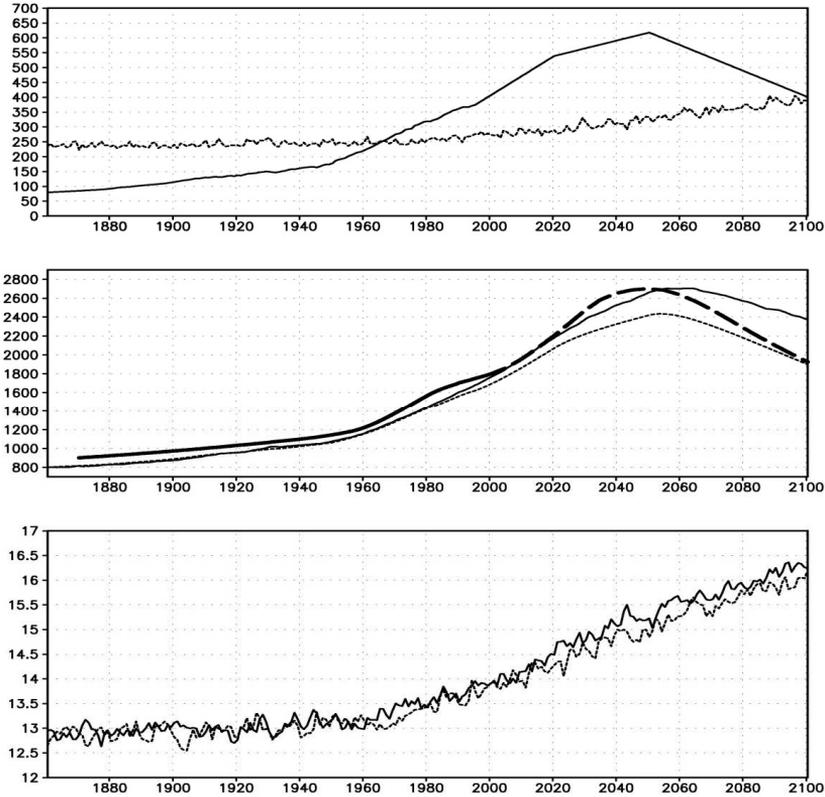


Рис. 2. А – выбросы метана (Мт в год) вследствие деятельности человека (сплошная линия) и из болотных экосистем (штриховая линия). Б – концентрация метана (частей на млрд) по данным наблюдений (сплошная жирная линия), эксперимента 1 (сплошная тонкая линия), эксперимента 2 (штриховая тонкая линия), а также согласно сценарию А1В, предложенному МГЭИК (штриховая жирная линия). В – глобально осредненная температура приповерхностного воздуха (°С) по данным эксперимента 1 (сплошная линия) и эксперимента 2 (штриховая линия)

4. Результаты

Эмиссия метана из почвы в 1860–1900 гг. по данным модели приведена на рис. 1б. Основным источником метана согласно модели являются тропические и субтропические болота, так как там температура выше, чем в умеренных широтах, и эмиссия метана происходит круглый год. Болота умеренных широт хотя и занимают большую площадь, чем тропические болота, но дают меньшую эмиссию. Так, суммарная эмиссия метана в модели составляет около 240 Мт метана в год, а эмиссия из болот севернее 40° с.ш. только 50 Мт в год. К сожалению, прямых глобальных измерений потоков метана из почвы на настоящий момент нет, поэтому возможно сравнение только с косвенными

оценками. Согласно (Keppler et al., 2006) современная эмиссия метана из болотных экосистем составляет по разным оценкам 62–236 Мт в год. В (Walter et al., 2001) оценка этой величины составляет около 260 Мт в год. Таким образом, результаты настоящей модели укладываются в диапазон имеющихся оценок, но находятся у его верхней границы. Поток метана из почвы северных экосистем (севернее 40° с.ш.), согласно (Zhuang et al., 2004), составляет 31–72 Мт в год, то есть по этому показателю рассматриваемая модель находится в середине диапазона. Географическое распределение потока метана из почвы в северных широтах в модели ИВМ также не слишком сильно отличается от приведенного в (Zhuang et al., 2004). Поток метана из европейских и западносибирских болот достигает в модели ИВМ 5–8 г/(м² год) с учетом того, что болота занимают в модели не более 30–40% ячейки. В модели (Zhuang et al., 2004) в болотистых местах поток метана также в основном составляет 5–10 г/(м² год), а там, где болота покрывают почти всю ячейку сетки, достигает 20 г/(м² год). Большая часть потока метана в модели ИВМ приходится на поток через растения (223 Мт в год). Вклад диффузии составляет 12 Мт в год, а вклад всплывания пузырьков всего 5 Мт в год. Заметим, что поток через растения в модели сильно зависит от того, достигает ли корневая система растений уровня насыщения почвы водой. Если достигает, то поток через растения может быть значительным, если нет, то он близок к нулю.

Рассмотрим изменение метанного цикла при глобальном потеплении. На рис. 2 приведен временной ход эмиссии метана согласно наблюдениям и сценарию А1В вследствие деятельности человека, а также эмиссии метана из почвы в модели в эксперименте 1. Здесь же приведены концентрация метана и глобально осредненная температура в модели в эксперименте 1 и 2, а также концентрация метана по данным наблюдений. Основной вклад в увеличение концентрации метана вносит увеличение эмиссии вследствие деятельности человека. Она увеличивается к 2000 г. по сравнению с 1860 г. на 250 Мт в год, в то время как эмиссия из почвы за это же время растет лишь на 40 Мт в год. Преобладание антропогенного влияния на рост концентрации метана сохраняется и большую часть 21 столетия. Лишь в конце 21 столетия согласно сценарию антропогенная эмиссия уменьшается, а эмиссия из почвы продолжает возрастать из-за продолжающегося глобального потепления. Модель в основном правильно воспроизводит наблюдаемый в 19–20 веках рост концентрации метана. Модельные данные оказываются все время меньше наблюдаемых на 50–100 частей на млрд. В то же время, модель не воспроизводит наблюдаемой в 2000–2006 гг. стабилизации концентрации метана, причина которой в настоящее время не ясна. В XXI веке концентрация метана по данным эксперимента 1 в основном близка к сценарию, предложенному

международной группой экспертов по изменению климата (МГЭИК), кроме конца века, когда согласно модели падение концентрации метана происходит медленнее, чем по сценарию МГЭИК. Рост концентрации метана в эксперименте 2 практически неотличим от данных эксперимента 1 примерно до 1980 г. Именно до этого времени эмиссия метана из почвы остается примерно постоянной. После 1980 г. неучет роста эмиссии метана из почвы начинает приводить к занижению концентрации метана в эксперименте 2 по сравнению с экспериментом 1, которое достигает 120 частей на млрд в 2000 г. и 480 частей на млрд в 2100 г. Однако такое отличие в концентрации метана приводит к отличию в глобально осредненной температуре поверхности всего на 0.25 градуса в 2081–2100 гг. при том, что прогнозируемое потепление по сравнению с 1860–1900 гг. составляет по данным эксперимента 1 около 3.5 градуса. Таким образом, учет изменения эмиссии метана из почвы при глобальном потеплении не слишком сильно сказывается на самой величине предсказываемого потепления.

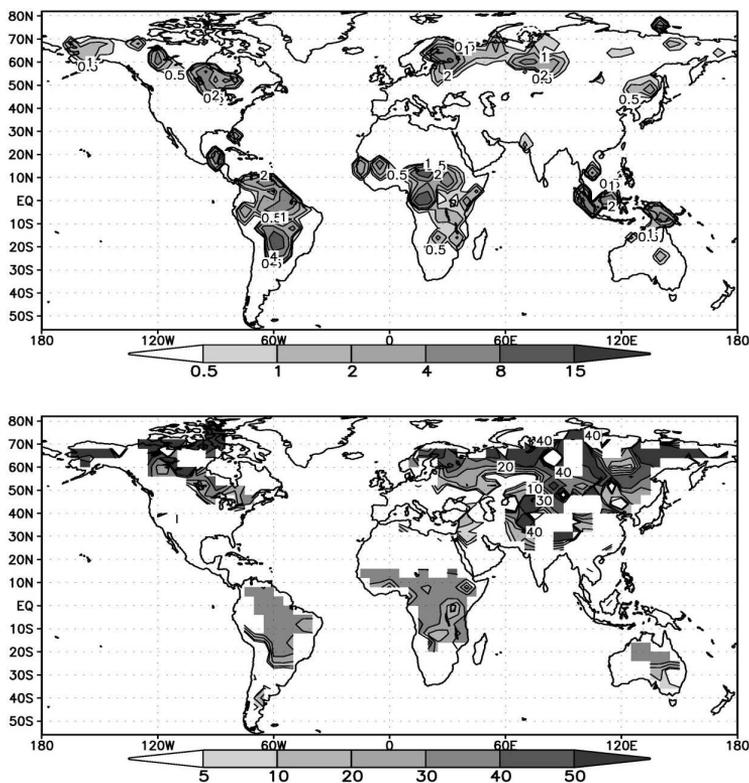


Рис. 3. Изменение потока метана из почвы в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг. в $\text{г}/(\text{м}^2 \text{ год})$ (А) и в процентах (Б)

Рассмотрим пространственное распределение изменения потока метана из почвы при глобальном потеплении в модели в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг. (рис. 3). При развитии глобального потепления происходит увеличение потока метана в атмосферу из всех болотных экосистем. По абсолютной величине поток метана больше всего возрастает в тропиках. Однако относительные изменения потока наиболее велики в умеренных и высоких широтах, где они во многих районах превосходят 50%. В тропиках изменения потока составляют в основном 30–40%. Это объясняется большим повышением температуры в умеренных и высоких широтах, а также большим увлажнением умеренных и высоких широт при глобальном потеплении (Володин, Дианский, 2006). В тропиках на континентах потепление в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг. составляет в основном 2–3 градуса, а в умеренных и высоких широтах – 3–5 градусов. Увеличение потока метана из почвы в модели несколько больше увеличения, полученного в (Cao et al., 1996), где при увеличении температуры на 1 градус происходит увеличение потока метана в среднем примерно на 10%, и несколько меньше увеличения по данным (Walter et al., 2001), где потеплению на 1 градус соответствует увеличение потока на 20%.

Литература

Володин Е.М. Модель общей циркуляции атмосферы и океана с углеродным циклом // Известия РАН. ФАО. 2007. Т. 43. № 2. С. 3–18.

Володин Е.М., Дианский Н.А. Моделирование изменений климата в XX – XXII столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Известия РАН. ФАО. 2006. Т. 42. № 3. С. 291–306.

Володин Е.М., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов теплообмена в системе растительность – почва. Численные эксперименты по моделированию климата // Изв. РАН. ФАО. 1998. Т. 34. № 5. С. 622–633.

Bonan G.B. A land surface model (LSM version 1.0) for ecological, hydrological and atmospheric studies: technical description and user's guide // NCAR Technical Note 417. 1996. NCAR, Boulder, Colorado. 156 p.

Cao M., Gregson K., Marshall S. Global methane emissions from natural wetlands: application of a process-based model // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 14399–14414.

Forster P., Ramaswamy V., Artaxo P., Bernstein T., Betts R., Fahey D., Haywood J., Lean J., Lowe D., Myhre G., Nganga J., Prinn R., Raga G., Schulz M., Dorland R. Changes in atmospheric constituents and in radiative forcing // In: IPCC WG1 Fourth assessment report. Cambridge University Press. Cambridge. 2007.

Friedlingstein P., Cox P., Betts R., Bopp L., Bloh W., Brovkin V., Cadule P., Doney S., Eby M., Fung I., Bala G., John J., Jones C., Joos F., Kato T., Kawamiya M., Knorr W., Lindsay K., Matthews H.D., Haddatz T., Rayner P., Reick C., Roeschner E., Schnitzler K., Schnur R., Strassmann K., Weaver A.J., Yoshikawa C., Zeng N. Climate – carbon cycle feedback analysis, results from the C4MIP model intercomparison // J. Climate. 2006. V. 19. N 9. P. 3337–3353.

Houghton J.T., Ding Y., Griggs D.J. et al. (eds.). Climate Change 2001. The Scientific basis. Intergovernmental Panel on Climate Change // Cambridge. 2001. 881 p.

Keppler F., Hamilton J., Brass M., Rockmann T. Methane emissions from terrestrial plants under aerobic conditions // Nature. 2006. V. 439. P. 487–491.

Marland G., Boden T.A., Andres R.J. Global, regional and national CO₂ emissions // In Trends: A compedium of data on global change. Carbon Dioxide Information Analysis Center, 2005, Oak Ridge National Laboratory, US Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., USA.

Matthews E., Fung I. Methane emissions from natural wetlands: Global area, distribution and environmental characteristics of sources. Global Biogeochemical Cycles. 1987. V. 1. N 1. P. 61–86.

Osborn T.J., Wigley T., A simple model for estimating methane concentration and lifetime variations // Climate Dynamics. 1994. V 9. N 1. C. 181–193.

Walter B.P., Heinmann M., Matthews E. Modeling modern methane emissions from natural wetlands. 1. Model description and results. J. Geophys. Res. 2001. V. 106. N D24. P. 34189–34206.

Walter B.P., Heinmann M., Matthews E. Modeling modern methane emissions from natural wetlands. 2. Interannual variations in 1982–1993. J. Geophys. Res. 2001. V. 106. N D24. P. 34207–34219.

Zhuang Q., Melillo J.M., Kicklighter D.W., Prinn R.G., McGuire A.D., Steudler P.A., Felzer B.S., Hu S. Methane fluxes between terrestrial ecosystems and the atmosphere at northern high latitudes during the past century: a retrospective analysis with a process-based biogeochemistry model // MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change. 2004. Report 108. Available at <http://mit.edu.globalchange>.

Цикл углерода

Е.М. Володин

1. Введение

В настоящее время происходит рост концентрации парниковых газов, прежде всего углекислого газа. Этот рост вызывает глобальное потепление. Чтобы предсказать будущие изменения климата, нужно в первую очередь знать сценарий изменения концентрации углекислого газа в будущем. Однако это сделать не так просто, даже если известен сценарий выбросов CO₂ вследствие деятельности человека. Так, согласно (Houghton et al., 2001), в конце 20 столетия примерно половина антропогенных выбросов углекислого газа шла на увеличение концентрации CO₂ в атмосфере. Оставшаяся половина поглощалась, прежде всего, океаном и экосистемами суши. Однако точно оценить роль океана и растений в поглощении выбросов CO₂ из данных наблюдений не представляется возможным. Для этого приходится строить модели углеродного цикла. Эти же модели позволят дать прогноз поглощения

CO₂ различными компонентами углеродного цикла в будущем, и на основе этого дать прогноз изменения климата. Поглощение CO₂ экосистемами суши, а также растворение в океане, само зависит от климата, прежде всего от температуры и осадков. Поэтому, чтобы спрогнозировать будущие изменения климата, необходимо построить модель, которая одновременно рассчитывала бы как сам климат, так и углеродный цикл на суше и в океане.

Существует несколько типов таких моделей, начиная от самых простых и до самых сложных. Компонентами углеродного цикла являются углерод растений суши, углерод почвы, углекислый газ, растворенный в океане, и углекислый газ атмосферы. В них учитываются процессы фотосинтеза и дыхания растений, отмирание растений и переход углерода растений в углерод почвы, разложение органики почвы и переход углерода почвы в углекислый газ атмосферы, растворение углекислого газа в океане, поток углерода в океане, обусловленный деятельностью морской биологии, а также обмен углекислого газа между атмосферой и океаном. Самыми простыми являются интегральные модели, где климат и компоненты углеродного цикла представлены одним или несколькими параметрами каждый. Такие модели могут использовать простейшие зависимости климата от концентрации углекислого газа или могут быть включены в более сложные модели климата (Мохов и др., 2006).

Простейшие модели позволяют наглядно продемонстрировать процессы, происходящие в системе «климат – углеродный цикл». Очевидным недостатком таких моделей является недостаточная точность учета различных факторов, поскольку в действительности различные типы экосистем, а также различные районы океана по-разному реагируют на увеличение углекислого газа, а также на изменения климата, связанные с парниковым эффектом. Поэтому возникают модели промежуточной сложности, в которых описание биосферы суши имеет географически распределенный характер, но изменения климата, обусловленные парниковым эффектом, не моделируются непосредственно, а параметризуются с помощью простых эмпирических соотношений либо берутся из более сложных моделей климата, численные эксперименты с которыми уже сосчитаны заранее. Такие модели более детально описывают систему «климат – углеродный цикл», и их счет обычно занимает все еще не очень большое время, чтобы проводить большое количество численных экспериментов. Модели углеродного цикла промежуточной сложности описаны в (Бегельман, Тарко, 1999; Тарко, 2005).

Наконец, самые сложные модели включают модель климата, то есть модель общей циркуляции атмосферы и океана, в которую на каждом шаге по времени включается расчет компонентов углеродного цикла. К этим ком-

понентам, кроме перечисленных при рассмотрении простейших моделей, добавляется еще перенос растворенного углерода течениями в океане и, возможно, перенос углекислого газа в атмосфере. В мировом научном сообществе создано несколько таких моделей (Bala et al., 2005; Friedlingstein et al., 2001; Zeng et al., 2004; Friedlingstein et al., 2006). Однако из-за недостаточной изученности обратных связей между климатом и углеродным циклом, а также внутри самой климатической системы для одного и того же сценария разные модели могут давать различные результаты. Неопределенности, возникающие при моделировании изменений климата, можно оценить, рассматривая ансамбль моделей. Поэтому создание новой модели климата и углеродного цикла является актуальной задачей. В настоящем разделе описываются результаты численных экспериментов с такой моделью.

2. Описание модели

В ИВМ РАН создана модель общей циркуляции атмосферы и океана, с которой проведены численные эксперименты по моделированию климата и его изменений в 20–22 столетиях. Эти эксперименты проводились в рамках международного сравнения моделей климата, результаты которого используются при написании 4 отчета межправительственной группы экспертов по изменению климата (IPCC). Модель описана в работах (Дианский, Володин, 2002; Володин, Дианский, 2003). Результаты моделирования изменений климата в 19–22 столетиях описаны в (Володин, Дианский, 2006). Модель атмосферы имеет разрешение по горизонтали 5x4 градуса по долготе и широте и 21 уровень по вертикали, в модели океана разрешение составляет 2.5x2 градуса по долготе и широте и 33 уровня по вертикали.

В модель климата включен блок расчета углерода экосистем суши, расчет потоков углекислого газа на границе атмосферы и океана, и расчет эволюции углерода в океане. На суше прогностическими переменными углеродного цикла являются углерод растений C_{VEG} и углерод почвы C_{SOIL} , для которых решаются следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \partial C_{VEG} / \partial t &= F_{PSN} - F_{PLR} - C_{VEG} / \tau_{VEG} - F_{DFR}, \\ \partial C_{SOIL} / \partial t &= C_{VEG} / \tau_{VEG} - C_{SOIL} / \tau_{SOIL} - F_{ERS}, \end{aligned} \quad (1)$$

где t – время, F_{PSN} и F_{PLR} – скорости фотосинтеза и дыхания, которые вычисляются согласно модели экосистемы LSM-1.0 (Bonan, 1996). τ_{VEG} – характерное время жизни данного типа растений, τ_{SOIL} – характерное время разложения органики почвы, которое зависит от типа экосистемы, температуры и влажности почвы согласно (Bonan, 1996). F_{DFR} и F_{ERS} – заданные скорости

сведения лесов и эрозии почвы. Вместе они составляют поток углерода вследствие землепользования F_{LU} : $F_{LU} = F_{ERS} + F_{DFR}$. В течение всех экспериментов отношение F_{DFR}/F_{ERS} считалось постоянным и равным 1.5.

География F_{DFR} задавалась таким образом, чтобы поток углерода вследствие сведения лесов данного типа в данном узле сетки был пропорционален массе растений данного типа в данном узле и эмпирическому коэффициенту α_k , зависящему только от типа растительности:

$$F_{DFR_{i,j,k}} = \frac{\alpha_k C_{VEG_{i,j,k}} \cdot F_{DFRI}}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \alpha_k C_{VEG_{i,j,k}} a^2 \cos \varphi_j \Delta \lambda \Delta \varphi},$$

где i, j – номер узла по долготе и широте соответственно, k – номер типа растительности, I, J, K – число узлов по долготе и широте и число типов растительности соответственно, a – радиус Земли, $\Delta \lambda, \Delta \varphi$ – шаг сетки по долготе и широте соответственно, F_{DFRI} – заданный суммарный по всей Земле поток углерода вследствие сведения лесов. Коэффициент α_k полагался равным 1 для тропического леса, 0.2 для широколиственного, смешанного леса, саванны, травы и кустарников, 0.05 для хвойных лесов и 0.02 для тундры.

Считалось также, что землепользование влияет на площадь S , занятую данным типом растительности в данной ячейке. Если S_0 – площадь, занятая растениями при нулевом землепользовании, то уравнение для действительно занятой площади выглядит следующим образом:

$$\partial S / \partial t = -S F_{DFR} / C_{VEG} + (S - S_0) / \tau_{DFR}, \quad (2)$$

где τ_{DFR} – характерное время восстановления продуктивности после сведения лесов. Это время задавалось одинаковым для всех типов растительности и равным 20 годам.

Уравнения (1) и (2) решаются отдельно для каждого типа растительности. Всего в модели используется 11 типов растительности, распределение которых фиксировано и задано так же, как и при расчете потоков с поверхности суши (Володин и Лыкосов, 1998).

Шаг по времени при расчете уравнений (1), как и при расчете физических блоков в модели общей циркуляции атмосферы, составляет 1 час.

В океане для растворенного углерода C_{OC} решается уравнение

$$\partial C_{OC} / \partial t = \text{adv}(C_{OC}) + \text{vdiff}(C_{OC}) + F_{BIO} + F_{ATM}, \quad (3)$$

где $\text{adv}(C_{OC})$ и $\text{vdiff}(C_{OC})$ – изменение углерода вследствие адвекции крупномасштабными течениями и вертикального перемешивания турбулентно-

стью в верхнем слое океана соответственно. Эти слагаемые вычисляются так же, как для температуры и солености в модели океана (Дианский, Володин, 2002).

Слагаемое F_{BIO} в правой части уравнения (3) – источник углерода, обусловленный жизнедеятельностью морской биологии. В настоящее время задан отрицательный и не зависящий от горизонтальных координат источник в верхнем 100-метровом слое океана и положительный источник глубже 300 метров так, чтобы суммарный источник в каждом столбе воды был равен нулю, а поток углерода из верхнего слоя в нижний по всему океану был бы равен заданной величине (5 ГтС в год в рассматриваемой версии). Слагаемое F_{ATM} – поток углерода из атмосферы в океан, который рассчитывается по формуле

$$F_{ATM} = k (\alpha C_A - C_W),$$

где k – коэффициент обмена, вычисляемый исходя из приземной скорости ветра по эмпирическим формулам согласно (Vasala, Maksyutov, 2010), C_W и C_A – концентрация углекислого газа в данном узле пространственной сетки модели в воде и атмосфере, α – константа Оствальда. Расчет парциального давления углекислого газа в воде по количеству растворенного углерода считается согласно (Walker, 1991). Поток CO_2 из атмосферы вычисляется каждый час, а расчет влияния адвекции, диффузии и морской биологии происходит с шагом 6 часов, как и расчет всех прогностических величин в модели океана.

Углекислый газ в атмосфере в этой версии модели считается равномерно перемешанным. Для количества углерода в атмосфере C_{ATM} решается уравнение

$$\partial C_{ATM} / \partial t = -F_{ATM} - F_{PSN} + F_{PLR} + F_{DFR} + F_{ERS} + F_{EMIS}, \quad (4)$$

где под потоками подразумеваются их интегральные значения по всей Земле, а F_{EMIS} – поток CO_2 в атмосферу вследствие сжигания топлива.

3. Численные эксперименты

Чтобы проводить расчеты с такой моделью, нужно сначала достигнуть равновесного состояния, то есть такого состояния, стартуя с которого и задавая $F_{EMIS} = 0$, а F_{DFR} и F_{ERS} не зависящими от времени, мы получили бы отсутствие трендов в основных компонентах углеродного цикла. Характерное время достижения такого состояния составляет для глубокого океана порядка нескольких тысяч лет. Для углерода растений оно составляет порядка τ_{VEG} , то есть несколько десятков лет. Для углерода почвы характерное время установления порядка τ_{SOIL} , которое меняется от нескольких лет в тропиках до не-

скольких тысяч лет в тундре. Таким образом, для достижения равновесного состояния необходим счет полной модели на несколько тысяч лет, что на настоящий момент практически невозможно, так как заняло бы слишком много времени. Поэтому приходится получать равновесное состояние, используя упрощенные модели.

Равновесное состояние углерода растений и почвы получено путем интегрирования упрощенной модели, в которой решаются уравнения (1) с шагом по времени 1 месяц и с потоками F_{PSN} и F_{PLR} , насчитанными заранее с помощью модели климата, в которую включена модель углерода растений и почвы без океана, а содержание CO_2 в атмосфере фиксировано и составляет 288 млн^{-1} , что соответствует 1860 г. Использовались среднемесячные потоки, насчитанные в ходе 20-летнего эксперимента. С такой упрощенной моделью углерода растительности и почвы проведен расчет на 10 000 лет, начиная с нулевых значений C_{VEG} и C_{SOIL} . В ходе разгона задавалась нулевая эмиссия, а землепользование на уровне 1860 г., то есть 0.54 ГтС/год. Полученные в конце расчета распределения углерода растений и почвы практически являются равновесными.

Чтобы получить равновесное состояние углерода в океане, соответствующее доиндустриальному периоду, была проделана следующая процедура. Сначала совместная модель атмосферы и океана была просчитана на 1 год, в течение которого на каждом шаге по времени были сохранены состояние океана и состояние приземной атмосферы. Потом, используя сохраненное состояние океана, для эволюции углерода в океане считалось уравнение (3). В качестве начальных данных использовалось равномерное распределение углерода в океане, равное $2000 \text{ миллимоль/м}^3$, в качестве концентрации CO_2 в атмосфере – 288 млн^{-1} , что соответствует 1860 г. Расчет проводился на 5000 лет, в течение которых происходило установление равновесного распределения углерода в океане.

Полученные распределения углерода в океане, растениях и почве были взяты в качестве начальных для всех численных экспериментов. Всего было проведено 3 эксперимента. В первом (контрольном) были заданы нулевая эмиссия CO_2 вследствие сжигания топлива и землепользование, соответствующее 1860 г. Во втором эксперименте (A1B) были заданы сценарий эмиссии и землепользования по оценкам (Marland et al., 2005; Houghton, Hackler, 2002) для 1860–2000 гг. и соответствующий сценарию A1B для 2001–2100 гг. (Houghton et al., 2001). Кроме того, в эксперименте задавались изменения концентрации метана, закиси азота, сульфатного и вулканического аэрозолей, а также солнечной постоянной для 1860–2000 гг. в соответствии с наблюдениями, а в 2001–2100 гг. в соответствии со сценарием A1B (Володин, Диан-

ский, 2006). Солнечная постоянная и концентрация вулканического аэрозоля в 2001–2100 гг. были заданы равными наблюдавшимся в 2000 г. Третий эксперимент (A1BC) отличался от второго тем, что при вычислении радиации использовалась концентрация всех газов, в том числе CO_2 , аэрозолей и солнечной постоянной для 1860 г. Этот эксперимент позволяет оценить величину и знак обратных связей между изменениями климата и углеродного цикла.

4. Результаты моделирования

Трудностью при верификации моделей углеродного цикла является то, что основные компоненты цикла не наблюдаются в глобальном масштабе напрямую, то есть в настоящее время нет, например, глобальных данных наблюдений распределения углерода растений, почвы или потоков углерода, а есть либо данные наблюдений на ограниченной территории, либо глобальные оценки, полученные с применением моделей и/или каких-либо дополнительных предположений. Единственным параметром углеродного цикла, который в последние десятилетия меряется хорошо, является сама концентрация углекислого газа в атмосфере.

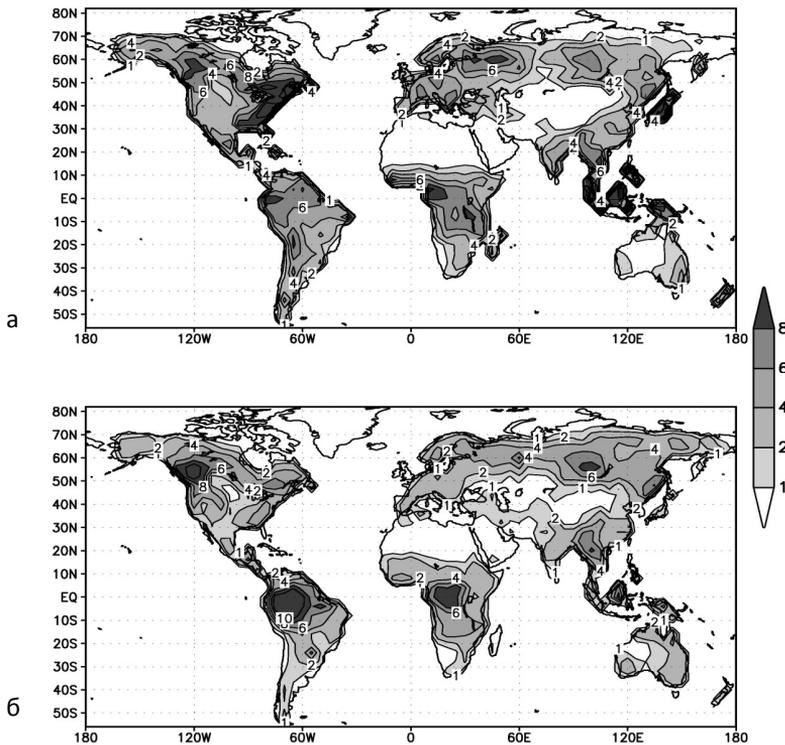


Рис. 1. Распределение углерода растений ($\text{кг}/\text{м}^2$) в 1961–2000 гг. по данным модели (а) и оценка по данным наблюдений (б)

Сравним распределение углерода растительности, полученное в эксперименте A1B в 1961–2000 гг., с оценкой (Olson et al., 1985) (рис. 1). Модель в основном правильно воспроизводит количество углерода в основных лесных зонах: умеренных широтах Северной Америки и Евразии, приэкваториальной Африке и юго-восточной Азии. Количество углерода в лесах приэкваториальной Америки занижается моделью примерно в 1.5 раза, что связано, скорее всего, с недостаточным количеством осадков.

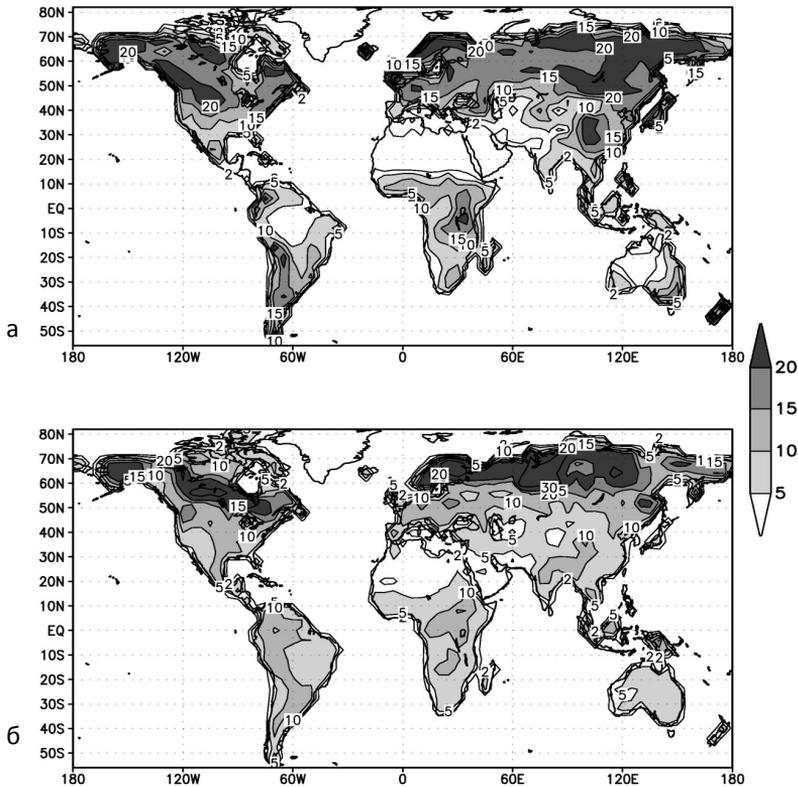


Рис. 2. Распределение углерода почвы (кг/м²) в 1981–2000 гг. по данным модели (а) и оценка по данным наблюдений (б)

На рис. 2 представлено распределение углерода почвы по данным модели, а также оценка реального распределения этой величины (Zinke et al., 1984). Самые богатые углеродом почвы, согласно (Zinke et al., 1984), находятся в северной тайге и лесотундре, в тех местах, где много болот. Это, прежде всего, Западная Сибирь, а также север Карелии и Скандинавии и некоторые районы Канады. Меньше углерода в более южных лесах и лесостепях. В тропических лесах количество углерода почвы невелико, так как там органика почвы быстро разлагается вследствие высокой температуры. Еще меньше углерода в пустынях и полупустынях. Модель в основном неплохо воспроизводит перечис-

ленные крупномасштабные особенности распределения углерода почвы. Однако во многих местах оценка (Zinke et al., 1984) и данные модели различаются в 1.5–2 раза.

Например, хотя в модели максимальное количество углерода имеет место в северных лесах, но оно не привязано так сильно к болотным экосистемам, максимум углерода в модели расположен на северо-востоке Сибири. Это происходит, вероятно, потому что модель не учитывает образование торфа и не рассматривает болота как отдельный тип экосистем.

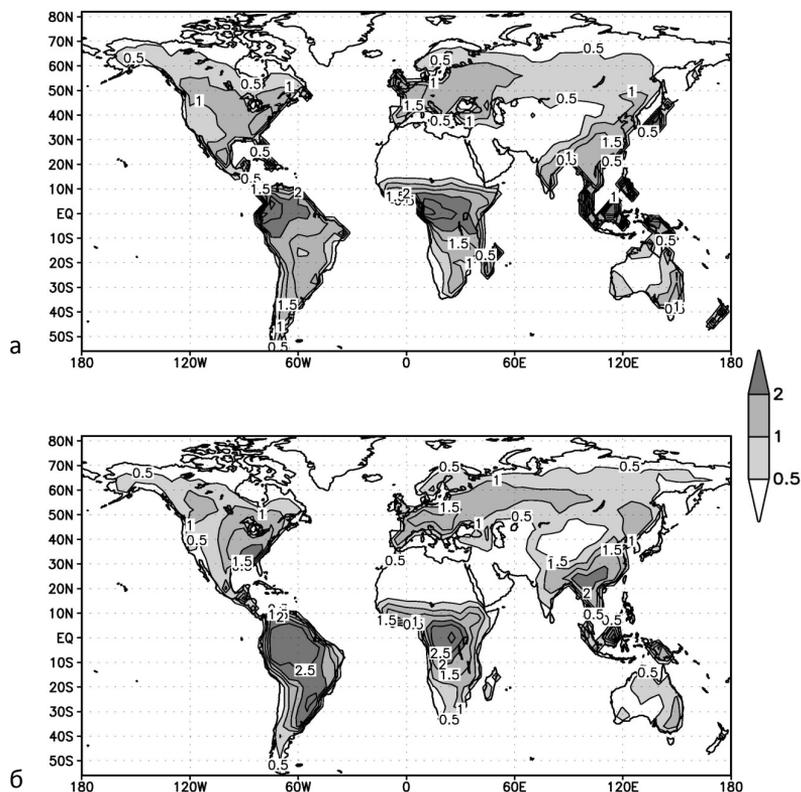


Рис. 3. Первичная продукция (фотосинтез минус дыхание) ($\mu\text{моль}/(\text{м}^2\text{с})$) в 1981–2000 гг. по данным модели (а) и оценка по данным наблюдений (б)

На рис. 3 изображена первичная продукция растений (фотосинтез минус дыхание) по данным модели, а также оценка реальной первичной продукции по данным (Cramer et al., 1999). В большинстве районов данные модели и наблюдений довольно близки друг к другу и отличаются не более, чем в 1.2–1.4 раза. Исключение составляет Бразилия, где на значительной части территории первичная продукция в модели занижена примерно в 1.5 раза. Вероятной причиной такого недостатка является занижение осадков в 1.3–1.5 раза. Однако и тут следует помнить, что представленные на рисунке

данные есть только оценка, причем существует несколько вариантов оценки первичной продукции, заметно различающихся между собой.

Суммарное количество углерода растений в модели равно 510 ГтС. Оценка, приведенная в (Houghton et al., 2001), составляет 450–650 ГтС. Суммарное количество углерода почвы в модели составляет 1530 ГтС, а оценка, приведенная в (Houghton et al., 2001), дает величину 1600–2000 ГтС. Суммарная первичная продукция по данным модели равна 57 ГтС в год, в то время как оценка, приведенная в (Houghton et al., 2001), составляет около 60 ГтС в год, а оценка по данным (Голубятников и Денисенко, 2001) – от 47 до 62 ГтС в год.

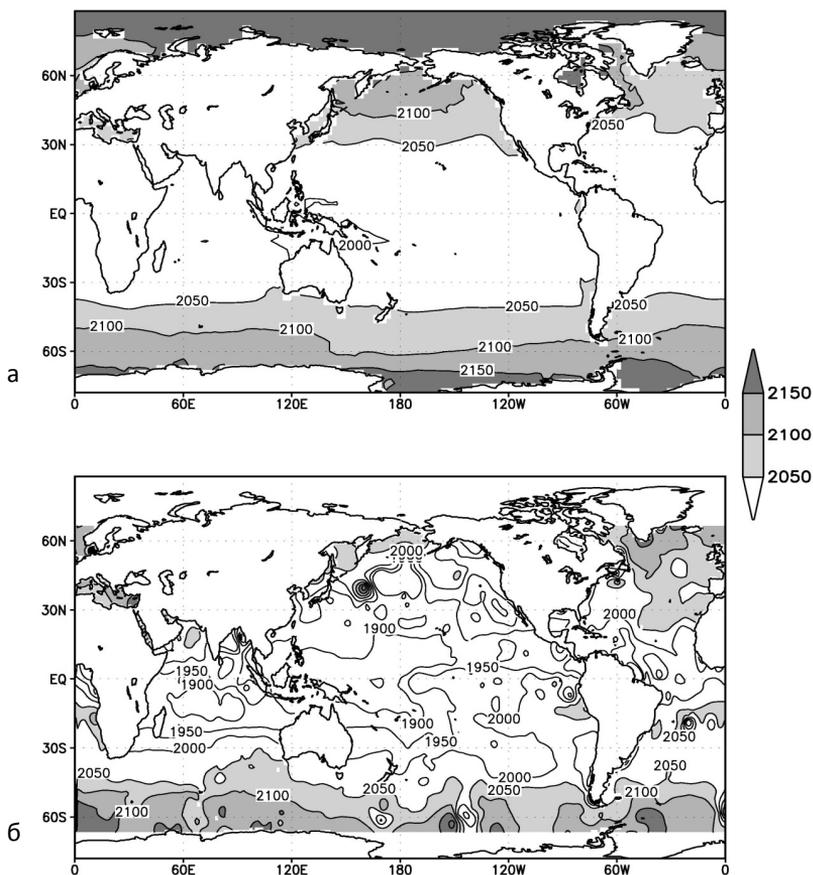


Рис. 4. Концентрация углерода в океане (миллимоль/м³) у поверхности в 1981–2000 гг. по данным модели (а) и оценка по данным наблюдений (б)

Таким образом, равновесное состояние углерода растений и почвы, а также первичная продукция растений в модели в основном не противоречит имеющимся представлениям.

Концентрация углерода у поверхности океана по данным модели и наблюдений (Goyet et al., 2000) представлена на рис. 4.

Меньшее количество углерода в тропиках по сравнению со средними и высокими широтами объясняется более высоким парциальным давлением углекислого газа при более высокой температуре, чем при более низкой. В целом, количество углерода в тропиках в модели немного завышено, а в средних и высоких широтах примерно соответствует наблюдениям. Расхождение между моделью и наблюдениями может быть обусловлено использованием не совсем точного способа расчета давления углекислого газа в воде. С этим же, по-видимому, связано и то, что модельное поле более гладкое, чем данные наблюдений.

Интересно сравнить данные модели и наблюдений на большой глубине, например, 3000 м (рис. 5).

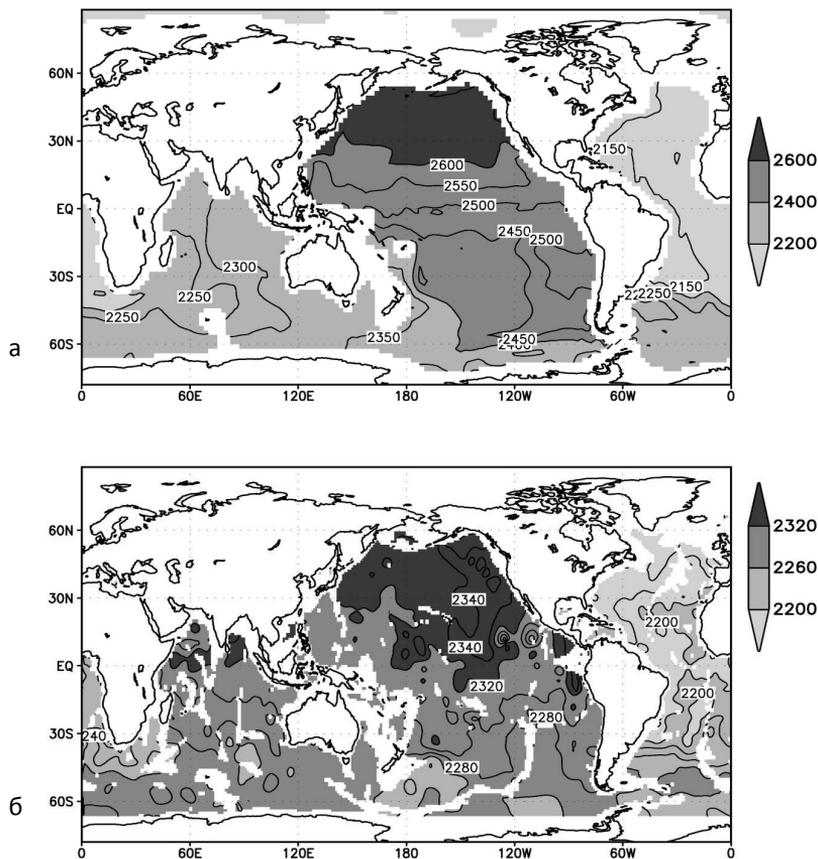


Рис. 5. Концентрация углерода в океане (миллимоль/м³) на глубине 3000 м в 1981–2000 гг. по данным модели (а) и оценка по данным наблюдений (б)

Максимальная концентрация углерода по данным модели и наблюдений имеет место на севере Тихого океана, а минимальная – в Атлантике. С учетом роста концентрации углерода с глубиной, это указывает на опускание воды в Атлантике, ее течение в глубинных слоях к югу, через Индийский океан в Тихий, и подъем воды на севере Тихого океана. Модель правильно воспроизводит такую циркуляцию. Величина минимума содержания углерода на глубине в модели соответствует наблюдениям, а максимум несколько завышен.

В целом, концентрация углерода в океане у дна выше, чем у поверхности, из-за влияния морской биологии, которая поглощает углерод в верхних слоях океана, а после отмирания разлагается и обогащает углеродом глубинные слои. Количество углерода в океане в модели составляет около 36 000 ГтС, что несколько меньше оценки, приведенной в (Houghton et al., 2001), которая составляет 38 000 ГтС.

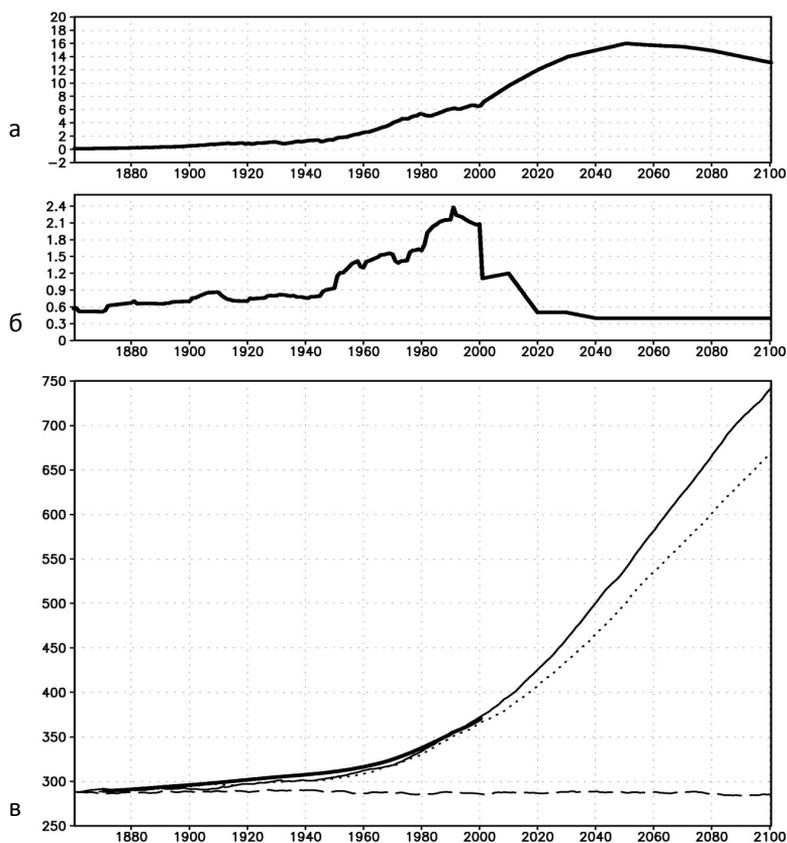


Рис. 6. Сценарий эмиссии углерода в атмосферу вследствие сжигания топлива, ГтС в год (а), и землепользования (б); (в) – концентрация CO₂ в атмосфере (млн⁻¹) по данным наблюдений (жирная линия), эксперимента по сценарию A1B (сплошная тонкая линия), эксперимента A1BC (пунктирная линия) и контрольного эксперимента (штриховая линия)

На рис. 6 изображены используемые в экспериментах A1B и A1BC сценарии эмиссии углекислого газа вследствие сжигания топлива (Marland et al., 2005) и землепользования (Houghton, Hackler, 2002).

Максимум эмиссии из-за сжигания топлива приходится на середину 21 столетия, когда она достигает, согласно сценарию, 16 ГтС в год. Эмиссия от землепользования гораздо меньше по величине. Она максимальна в конце 20 столетия, а с 2020 г. имеет преиндустриальные величины.

Тренд концентрации CO_2 в контрольном эксперименте не превосходит 2 млн^{-1} за 240 лет. Это на два порядка меньше, чем изменения концентрации CO_2 в 20–21 столетиях, поэтому начальное состояние экспериментов можно считать равновесным для преиндустриального климата. Изменение концентрации CO_2 в атмосфере в 1860–2000 гг. в эксперименте A1B близко к наблюдаемому (см. рис. 6). Ошибки модели не превосходят 7 млн^{-1} . В 2000 г. концентрация CO_2 по данным наблюдений составляет 370 млн^{-1} , а по данным модели – 373 млн^{-1} . В эксперименте A1BC концентрация углекислого газа в 2000 г. равна 367 млн^{-1} , то есть обратная связь между изменением климата и углеродным циклом положительная, как и в других моделях.

Коэффициент обратной связи F , который определяется как отношение изменения концентрации CO_2 по сравнению с преиндустриальной в эксперименте A1B по сравнению с A1BC, равен 1.08 для 2000 г. Это практически совпадает с коэффициентом обратной связи, полученным в (Bala et al., 2005). В 2100 г. концентрация CO_2 в эксперименте A1B составляет 742 млн^{-1} . В эксперименте A1BC она заметно меньше и составляет 670 млн^{-1} .

На рис. 7 приведено изменение содержания углерода в океане, растениях и почве в экспериментах A1B и A1BC. В эксперименте A1B наибольшие изменения содержания углерода происходят в океане. В 2100 г. океан аккумулирует дополнительно 360 ГтС, растения – 203 ГтС, а почва – 121 ГтС. Аккумуляция углерода наземными экосистемами вычислялась с учетом уменьшения содержания углерода вследствие землепользования. Учитывая то, что суммарная эмиссия для данного сценария составляет 1653 ГтС, океан к 2100 г. аккумулирует 21.7% эмиссии, растения 12.3%, а почва 7.3%. Всего океан и биосфера аккумулируют 41.3% эмиссии, а оставшаяся часть (58.7%) идет на увеличение содержания CO_2 в атмосфере.

Скорость аккумуляции углерода океаном в модели составляет в 1980-е годы 1.46 ГтС в год, а в 1990-е годы – 1.63 ГтС в год. Это согласуется с последними оценками поглощения углерода океаном по данным наблюдений (House et al., 2003): 1.8 ± 0.8 ГтС в год в 1980-е годы и 2.1 ± 0.7 ГтС в год в 1990-е годы. Скорость аккумуляции углерода экосистемами суши в модели

составляет в 1980-е годы -0.20 ГтС в год, а в 1990-е годы 0.84 ГтС в год. Это согласуется с последними оценками поглощения углерода экосистемами суши по данным наблюдений: 0.3 ± 0.9 ГтС в год в 1980-е годы и 1.0 ± 0.8 ГтС в год в 1990-е годы.

Заметную роль в углеродном цикле в модели ИВМ играет учет влияния землепользования на площадь растительности и, следовательно, на первичную продукцию. На рис. 7 внизу изображено отношение первичной продукции с учетом сокращения площади экосистем к первичной продукции без этого учета. Оно достигает минимума в начале 21 столетия и составляет около 0.925 . Дополнительный эксперимент с моделью без учета влияния землепользования на площадь экосистем показывает, что в этом случае концентрация CO_2 в атмосфере составила бы не 373 млн⁻¹, а 353 млн⁻¹.

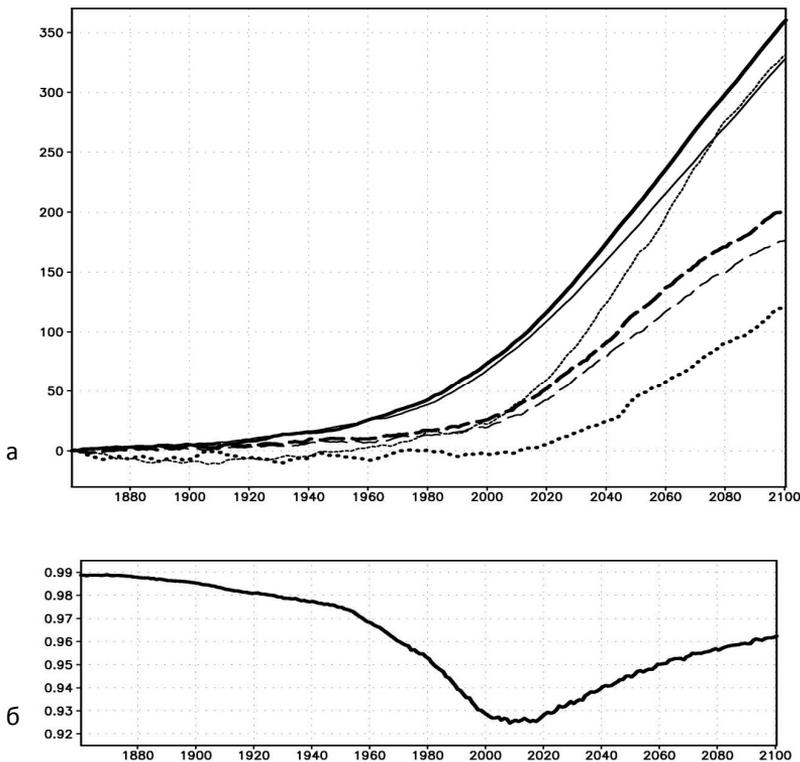


Рис. 7. (а) – Изменение содержания углерода (ГтС) в океане (сплошная линия), растениях (штриховая линия) и почве (пунктирная линия). Жирные линии – данные эксперимента A1B, тонкие линии – данные эксперимента A1BС; (б) – отношение первичной продукции растений в эксперименте A1B к продукции без учета влияния землепользования на площадь растительности

На рис. 8 представлено изменение содержания углерода в растениях и почве в эксперименте A1B в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг. За столетие происходит рост содержания углерода во всех экосистемах. Больше всего растет содержание углерода в зоне тропических и среднеширотных лесов, меньше всего – в пустынях и в высоких широтах, где исходная масса растений мала. Увеличение количества углерода в растениях составляет в основном 10–20% от количества углерода в 20 столетии (см. рис. 1).

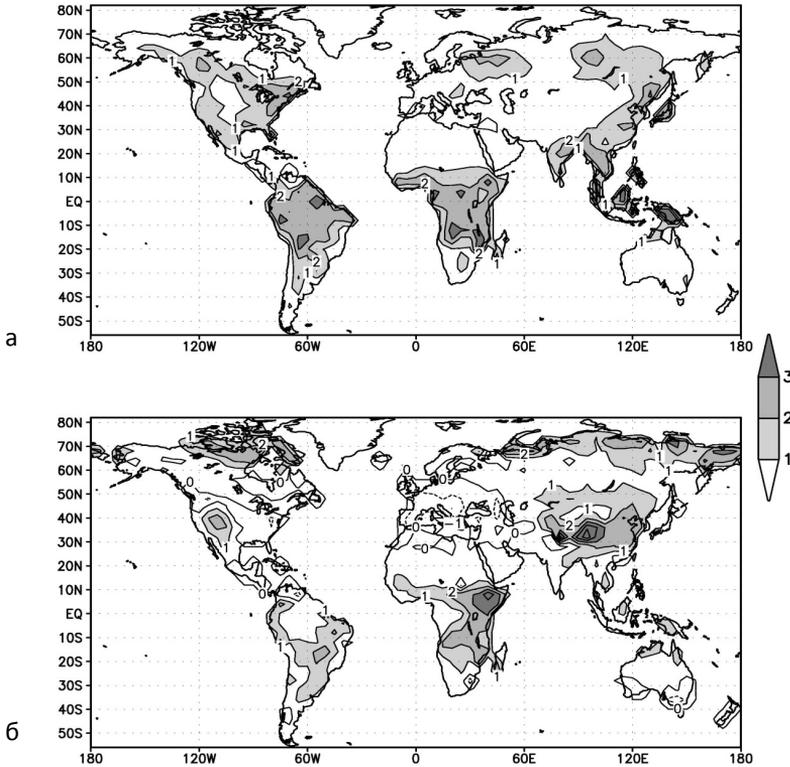


Рис. 8. Изменение количества углерода ($\text{кг}/\text{м}^2$) растений (а) и почвы (б) в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг. в эксперименте A1B

В большинстве экосистем происходит также увеличение углерода почвы, которое составляет во многих районах величину порядка 10% от современной величины. Исключение составляет южная Европа и некоторые районы Северной Америки, где содержание углерода почвы немного уменьшается. Изменение баланса углерода почвы является малой разностью больших величин: увеличения потока вследствие отмирания растений и увеличения разложения почвы бактериями из-за повышения температуры. В большинстве экосистем вклад первого фактора чуть больше, чем второго. Однако на юге Европы из-за уменьшения осадков, которое сказывается на продуктивности растений,

вклад разложения почвы оказался чуть больше увеличения потока отмерших растений.

В океане содержание углерода увеличивается больше всего в Атлантике, Северном Ледовитом океане и Южном океане, то есть в местах океанической конвекции и опускания приповерхностной воды в глубину. Меньше всего увеличение углерода в Тихом океане, где преобладает подъем глубинных вод (рис. 5). Характерные величины изменения содержания углерода в растениях, почве и океане примерно одни и те же и составляют $1\text{--}2 \text{ кг/м}^2$, но в океане районы с увеличением содержания углерода занимают большую площадь, чем для растений или для почвы. Изменение первичной продукции растений (рис. 9) всюду неотрицательно, максимальные значения достигаются в тропиках, как и сами значения продукции в 20 столетии (рис. 3). Увеличение первичной продукции составляет 20–40% от первичной продукции в 20 столетии.

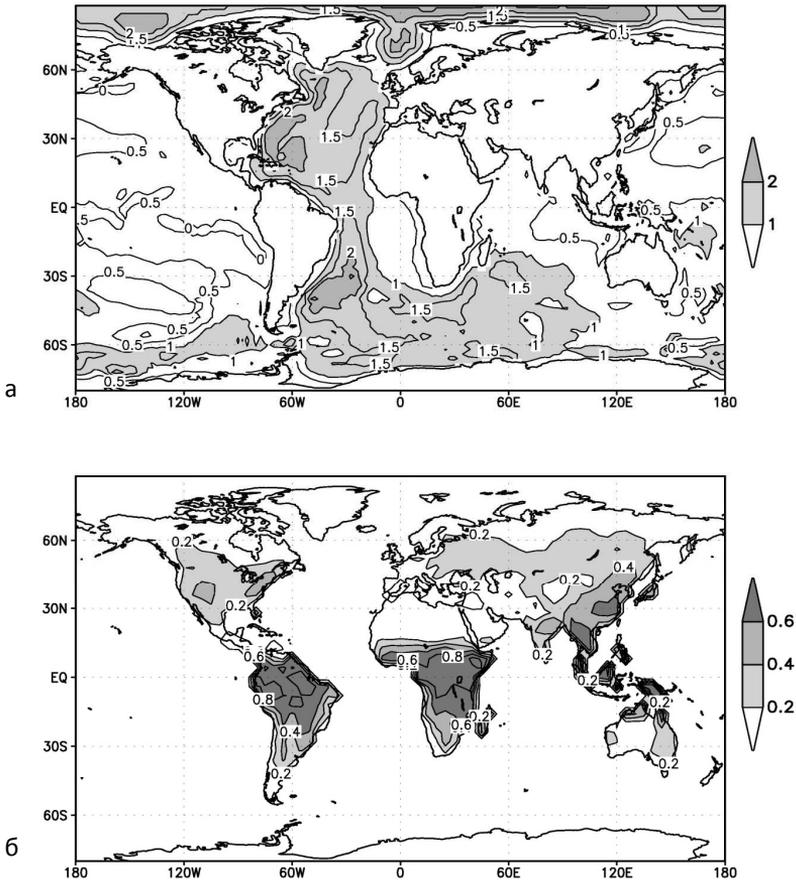


Рис. 9. Изменение количества углерода (кг/м^2) в океане (а) и первичной продукции растений ($\mu\text{моль}/(\text{м}^2\text{с})$) (б) в эксперименте А1В в 2081–2100 гг. по сравнению с 1981–2000 гг.

Сравнение содержания углерода в экосистемах в конце эксперимента A1B и A1BC показывает (рис. 10), в каких районах изменения климата при глобальном потеплении влияют положительно, а в каких отрицательно на количество углерода. Количество углерода растений больше в эксперименте с ростом температуры в умеренных и высоких широтах, что объясняется удлинением вегетационного периода и улучшением условий для фотосинтеза. Во многих тропических и субтропических районах количество углерода в растениях при глобальном потеплении уменьшается, поскольку днем температура там может быть слишком высокой и, особенно в случае субтропиков, поскольку там при глобальном потеплении выпадает меньше осадков. В целом, количество углерода растений в модели при потеплении увеличивается.

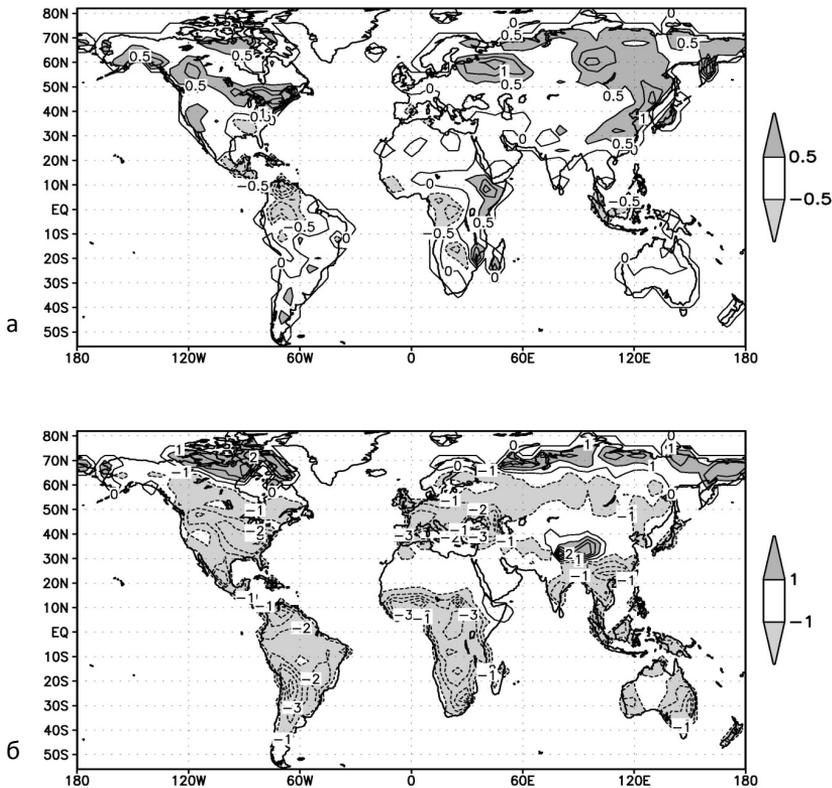


Рис.10. Разность количества углерода (кг/м²) растений (а) и почвы (б) в 2081–2100 гг. в экспериментах A1B и A1BC

Количество углерода в почве при глобальном потеплении уменьшается вследствие увеличения разложения почвы микроорганизмами везде, за исключением Тибета и крайнего севера, где вклад от увеличения продуктивности растений и перехода углерода растений в почву преобладает над увели-

чением разложения углерода почвы. Таким образом, обратная связь между потеплением и накоплением углерода в наземных экосистемах положительна в высоких широтах, отрицательна в тропиках и субтропиках, и в целом по Земле отрицательна.

Повышение глобально осредненной температуры в модели в 1991–2000 гг. по сравнению с 1860–1900 гг. составляет около 0.8 градуса, а потепление в 2091–2100 гг. – 3.1 градуса. Это очень близко к значениям, которые получаются в эксперименте A1B с предписанным сценарием роста концентрации CO₂ по сценарию A1B (Bonan, 1996). Там потепление составляет соответственно 0.7 и 3.2 градуса.

5. Сравнение интегральных величин с данными других моделей

Сравним изменение интегральных параметров углеродного цикла в 2100 г. по сравнению с 1860 г. в модели ИВМ с данными трех моделей аналогичного уровня сложности, результаты которых приведены в (Zeng et al., 2004) и которые выполняли эксперименты, аналогичные описанным в настоящем разделе. Данные всех четырех моделей суммированы в табл. 1.

Аббревиатура названий моделей означает:

Hadley – модель климата и углеродного цикла (Hadley Center for climate prediction and research, Exeter, England);

IPSL – модель климата и углеродного цикла (Iistitute Pierre Simon Laplace, Paris, France);

UMD – модель климата и углеродного цикла (University of Maryland, Department of Meteorology);

ИВМ – модель Института вычислительной математики РАН, рассматриваемая в настоящей работе.

Изменение температуры к 2100 г. по сравнению с 1860 г. в модели ИВМ составляет 3.1 градуса. Это близко к тому, что получается в моделях IPSL и UMD. В модели Hadley потепление гораздо больше и достигает 8 градусов. Это частично происходит потому, что в модели Hadley чувствительность к удвоению CO₂ больше, чем в остальных трех моделях, а частично из-за сильной положительной обратной связи между климатом и углеродным циклом, которая будет обсуждаться ниже. Концентрация углекислого газа в атмосфере в 2100 г. в модели ИВМ составляет 742 млн⁻¹, что близко к результатам IPSL и UMD, но заметно меньше, чем в модели Hadley, что также получается вследствие сильной положительной обратной связи между климатом и углеродным циклом в модели Hadley. Величина этой связи характеризуется, например, разностью концентрации CO₂ в атмосфере в

2100 г. в эксперименте A1B по сравнению с A1BC. Она составляет 72 млн⁻¹ для модели ИВМ, что близко к данным IPSL и UMD, а для модели Hadley эта величина составляет 250 млн⁻¹.

Таблица 1

Интегральные параметры углеродного цикла в моделях

| Модель | ΔT | C_{ATM} | ΔC_{ATM} | C_{VEG} | ΔC_{VEG} | C_{SOIL} | ΔC_{SOIL} | C_{OC} | ΔC_{OC} |
|--------|------------|-----------|------------------|-----------|------------------|------------|-------------------|----------|-----------------|
| UMD | 3.1 | 748 | 90 | 20 | -40 | -40 | -80 | 867 | 1 |
| Hadley | 8.0 | 939 | 250 | 60 | -160 | -150 | -560 | 490 | 120 |
| IPSL | 3.2 | 712 | 75 | 310 | -70 | 170 | -130 | 700 | 30 |
| ИВМ | 3.1 | 742 | 72 | 203 | 26 | 121 | -211 | 360 | 32 |

ΔT – изменение приземной температуры (К),

C_{ATM} – концентрация CO₂ в атмосфере в 2100 г. (млн⁻¹),

C_{VEG} , C_{SOIL} , C_{OC} – изменение количества углерода растений, почвы и океана (ГтС) в 2100 г. по сравнению с 1860 г.

Значком Δ обозначены разности величин в эксперименте A1B и A1BC в 2100 г.

Большая положительная обратная связь между изменением температуры и увеличением концентрации CO₂ в модели Hadley происходит, во-первых, из-за того, что по данным этой модели при глобальном потеплении происходит уменьшение осадков в тропической Южной Америке, что приводит к деградации тропических лесов, а также почвы под ними. Углерод, содержащийся в почве и лесах, в виде углекислого газа поступает в атмосферу. В остальных рассматриваемых моделях резкого изменения режима увлажнения тропических лесов при глобальном потеплении не происходит. Другая причина состоит в том, что само потепление при одном и том же увеличении концентрации CO₂ в модели Hadley больше, чем в остальных моделях.

Из таблицы видно, что во всех моделях к 2100 г. происходит увеличение массы растительности, наиболее существенное в модели IPSL (310 ГтС) и в модели ИВМ (203 ГтС). Масса растений в конце эксперимента A1B больше, чем в конце эксперимента A1BC, в модели ИВМ, и меньше в остальных трех моделях. Особенно велика разность в модели Hadley (-160 ГтС). К 2100 г. в моделях IPSL и ИВМ происходит увеличение количества углерода в почве на 171 и 121 ГтС соответственно, а в моделях UMD и Hadley количество углерода в почве уменьшается на 40 и 150 ГтС. Во всех моделях количество углерода почвы в эксперименте A1B меньше, чем в эксперименте A1BC, однако величина уменьшения различается от 80 ГтС в модели UMD до 560 ГтС в модели Hadley. Модель ИВМ здесь занимает промежуточное положение (-211 ГтС). Во всех моделях происходит увеличение содержания углерода в океане, которое варьируется от 360 ГтС в модели ИВМ до 867 ГтС в модели UMD.

Величина глобального потепления, а также концентрация углекислого газа в атмосфере в 2100 г. в модели ИВМ близка к данным модели Института физики атмосферы им. А.М. Обухова (ИФА) РАН, в которой модель климата промежуточной сложности состыкована с интегральной моделью углеродного цикла (Елисеев и др., 2007). Величина глобального потепления в 2100 г. при сценарии А1В составляет в моделях ИВМ и ИФА соответственно 3.1 и 3.05 градуса, а концентрация углекислого газа – 742 млн⁻¹ и 762 млн⁻¹. Близки и концентрации углекислого газа в 2100 г. в эксперименте А1ВС. Она составляет в моделях ИВМ и ИФА соответственно 670 млн⁻¹ и 679 млн⁻¹. Однако эта близость достигается за счет разных механизмов. В модели ИВМ экосистемы суши и океан поглощают примерно одинаковое количество углерода (323 ГтС и 360 ГтС), в то время как в модели ИФА экосистемы суши поглощают 167 ГтС, а океан 568 ГтС.

Таким образом, модель Hadley сильно отличается от остальных трех моделей большим количеством углекислого газа к 2100 г. из-за деградации тропических экосистем. Остальные модели дают примерно одинаковую концентрацию CO₂ к концу 2100 г., но это достигается за счет различных эффектов. В моделях UMD и Hadley углерод поглощает океан, наземные экосистемы в целом не поглощают, а немного выделяют углерод. В моделях IPSL и ИВМ происходит поглощение углерода примерно одного порядка как наземными экосистемами, так и океаном. В целом, по результатам сравнения, модель ИВМ наиболее близка к модели IPSL.

Сравним долю выбросов CO₂ в течение индустриального периода, поглощенную атмосферой, сушей и океаном к 2100 г. по данным модели ИВМ и данным 10 моделей, результаты которых приведены в (Brasseur, Denman, 2007) (табл. 2). Часть моделей, результаты которых приведены в IPCC4, являются моделями общей циркуляции атмосферы и океана с углеродным циклом, а часть – моделями промежуточной сложности. Под средним подразумевается среднее по 11 рассматриваемым моделям, включая модель ИВМ.

Таблица 2

Доля эмиссии CO₂ в процентах, поглощенная атмосферой C_{АТМ}, экосистемами суши C_{ВЕГ}+C_{СОИЛ} и океаном C_{ОС}, а также коэффициент обратной связи F (безразмерный) в 2100 г. для модели ИВМ, среднего по 11 моделям и среднеквадратичного отклонения (СКО) по 11 моделям. В скобках приведены данные для эксперимента А1ВС

| Модель | Атмосфера | Суша | Океан | F |
|-------------|------------|--------------|------------|-----------|
| ИВМ | 58(49) | 20(31) | 22(20) | 1.19 |
| Среднее±СКО | 56±8(48±7) | 19±11(27±11) | 25±5(25±6) | 1.17±0.11 |

В среднем по всем моделям чуть больше половины выбросов остается в атмосфере (56%). В модели ИВМ в атмосфере к 2100 г. остается 58% выбросов. В эксперименте А1ВС это значение немного меньше как для всех моделей (48%), так и для модели ИВМ (49%). Из оставшейся части выбросов согласно данным всех моделей океан поглощает немного больше (25%), чем экосистемы суши (19%). В модели ИВМ океан поглощает 22% всех выбросов, а экосистемы суши 20%, что близко к данным всех моделей. В эксперименте без влияния климата на углеродный цикл, по данным всех моделей доля углерода, поглощенного океаном, остается на уровне 25%, а доля экосистем суши увеличивается до 27%. В модели ИВМ эти цифры составляют 20% и 31% соответственно. Обратная связь между климатом и углеродным циклом для всех моделей (и для каждой модели отдельно) является положительной, коэффициент обратной связи составляет 1.17 по всем моделям и 1.19 для модели ИВМ.

По ряду показателей модель ИВМ близка к модели ИФА (Елисеев и др., 2007): доля эмиссии углерода, оставшаяся в атмосфере к 2100 г. составляет в этих моделях 58% и 56% соответственно, а коэффициент обратной связи составляет 1.19 и 1.21 соответственно. Однако, как уже было отмечено, это достигается за счет разных эффектов. В модели ИВМ экосистемы суши и океан поглощают соответственно 20% и 22% всех выбросов, а в модели ИФА на долю суши и океана приходится соответственно 10% и 34% всех выбросов. Таким образом, по всем рассмотренным интегральным показателям данные модели ИВМ близки к средним по всем моделям, отклонение не превосходит СКО.

Следуя (Friedlingstein et al., 2006), определим коэффициенты чувствительности потока углерода в экосистемы суши и океан к изменению концентрации углекислого газа в атмосфере ΔCO_2 и к изменению глобально осредненной температуры ΔT :

$$\begin{aligned} \Delta C_{\text{OC}}^{\text{A1B}} &= \beta_{\text{OC}} \Delta \text{CO}_2^{\text{A1B}} + \gamma_{\text{OC}} \Delta T^{\text{A1B}}, \\ \Delta C_{\text{OC}}^{\text{A1BC}} &= \beta_{\text{OC}} \Delta \text{CO}_2^{\text{A1BC}}, \end{aligned} \tag{5}$$

где β , γ – коэффициенты чувствительности изменения содержания углерода в океане к повышению концентрации CO_2 и к повышению температуры соответственно. Индекс ОС относится к океану, а верхний индекс (А1В или А1ВС) показывает, данные какого эксперимента используются. Под изменением понимается разность данных за 2100 и 1860 гг. Аналогично определим коэффициенты чувствительности изменения содержания углерода в наземных экосистемах β_L , γ_L .

Величины коэффициентов β и γ для модели ИВМ, а также по данным моделей С4МІР (Friedlingstein et al., 2006) представлены в табл. 3. Коэффициент β_L показывает влияние изменения концентрации CO_2 на поглощение углерода наземными экосистемами, то есть характеризует эффект фертилизации. В модели ИВМ он равен $1.33 \text{ ГтС/млн}^{-1}$, что очень близко к среднему по моделям С4МІР, которое составляет $1.35 \text{ ГтС/млн}^{-1}$. Аналогичная величина для модели ИФА немного меньше и составляет $0.93 \text{ ГтС/млн}^{-1}$. Коэффициент β_{OC} , который показывает величину зависимости поглощения углерода океаном от концентрации CO_2 в атмосфере, равен в модели ИВМ 0.86 ГтС/К . Это меньше среднего по всем моделям, которое составляет 1.13 ГтС/К , однако укладывается в диапазон разброса между моделями С4МІР ($0.8\text{-}1.6 \text{ ГтС/К}$). Коэффициент γ_L в модели ИВМ составляет величину -91 ГтС/К , что несколько больше по величине среднего по всем моделям (-79 ГтС/К), но вполне укладывается в межмодельный разброс (от -20 ГтС/К до -177 ГтС/К).

Таблица 3

Коэффициенты β (ГтС/млн-1), γ (ГтС/К) для суши (L) и океана (OC), усредненные по моделям С4МІР, а также по данным модели ИВМ. В квадратных скобках приведен диапазон изменения величин по всем моделям С4МІР

| Модели | β_L | β_{OC} | γ_L | γ_{OC} |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| С4МІР | 1.35 [0.2; 2.8] | 1.13 [0.8; 1.6] | -79 [-177; -20] | -30 [-60; -14] |
| ИВМ | 1.33 | 0.86 | -91 | -10 |

В модели ИФА данный коэффициент несколько превышает среднее по всем моделям и составляет -105 ГтС/К . Наибольшие различия между данными моделей С4МІР и моделью ИВМ возникают для коэффициента γ_{OC} , который равен в модели ИВМ -10 ГтС/К . По данным всех моделей он изменяется от -14 ГтС/К до -67 ГтС/К , среднее по моделям составляет -30 ГтС/К . Это означает, что выделение углекислого газа из морской воды при нагревании в модели ИВМ происходит медленнее, чем в остальных моделях, возможно, вследствие использования не совсем точного уравнения состояния для растворенного углерода. Однако, поскольку выделение углерода из океана при потеплении примерно на порядок меньше поглощения углерода океаном вследствие увеличения концентрации углекислого газа в атмосфере, этот недостаток модели не должен сказываться сильно на концентрации углекислого газа в атмосфере.

Литература

Бегельман Г.З., Тарко А.М. Модель глобального биосферного цикла углерода с высоким пространственным разрешением // Препринт ВЦ РАН, Москва, 1999, 26 с.

Володин Е.М., Дианский Н.А. Моделирование изменений климата в XX–XXII столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Известия РАН. ФАО. 2006. Т. 42. № 3. С. 291–306.

Володин Е.М., Дианский Н.А. Отклик совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана на увеличение содержания углекислого газа // Известия РАН. ФАО, 2003, Т. 39, № 2. С. 193–210.

Володин Е.М., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов теплообмена в системе растительность – почва. Численные эксперименты по моделированию климата // Изв. РАН. ФАО. 1998. Т. 34. № 5. С. 622–633.

Голубятников Л.Л., Денисенко Е.А. Моделирование значений первичной биологической продукции для зональной растительности Европейской России // Изв. РАН. Сер. Биол. 2001. № 3. С. 353–361.

Дианский Н.А., Володин Е.М. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Известия РАН, ФАО. 2002. Т. 38, № 6, С. 824–840.

Елисеев А.В., Мохов И.И., Карпенко А.А. Вариации климата и углеродного цикла в XX–XXI веках в модели промежуточной сложности // Изв. РАН. ФАО. 2007. Т. 43, № 1, С. 3–17.

Мохов И.И., Елисеев А.В., Карпенко А.А. Чувствительность к антропогенным воздействиям глобальной климатической модели ИФА РАН с интерактивным углеродным циклом // Доклады РАН. 2006. Т. 407, № 3. С. 400–404.

Тарко А.М. Антропогенные изменения глобальных биосферных процессов // М.: Наука. 2005. 231 с.

Bala G., Caldeira K., Mirin A., Wickett M., Delire C. Multicentury changes to global climate and carbon cycle: results from a coupled climate and carbon cycle model // J. Climate. 2005. V. 18. P. 4531–4544.

Bonan G.B. A land surface model (LSM version 1.0) for ecological, hydrological and atmospheric studies: technical description and user's guide // NCAR Technical Note 417. 1996. NCAR, Boulder, Colorado. 156 p.

Brasseur G., Denman K. Coupling between changes in the climate system and biogeochemistry // In: IPCC WG1 Fourth assessment report. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

Cramer W., Kicklighter D.W., Bondeau A., Moore B., Churkina G., Nemry B., Ruimy A., Schloss A.L. and The Participants of the Potsdam NPP Model Intercomparison. Comparing global models of terrestrial net primary productivity (NPP): overview and key results // Global Change Biology. 1999. V. 5. Issue S1. P. 1–15.

Friedlingstein P., Bopp L., Ciais P., Dufresne J.L., Fairhead L., LeTruet H., Monfray P., Orr J. Positive feedback between future climate changes and the carbon cycle // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 1543–1546.

Friedlingstein P., Cox P., Betts R., Bopp L., Bloh W., Brovkin V., Cadule P., Doney S., Eby M., Fung I., Bala G., John J., Jones C., Joos F., Kato T., Kawamiya M., Knorr W., Lindsay K., Matthews H.D., Haddatz T., Rayner P., Reick C., Roeckner E., Schnitzler K., Schnur R., Strassmann K., Weaver A.J., Yoshikawa C., Zeng N. Climate – carbon cycle feedback analysis, results from the C4MIP model intercomparison // J. Climate. 2006. V. 19. P. 3337–3353.

Goyet C., Healy R., Ryan J. Global distribution of total inorganic carbon and total alkalinity below the deepest winter mixed layer depths // ORNL/CDIAC-127, NDP-076, Carbon Dioxide Information Analysis Center. 2000. Oak Ridge National Laboratory, US Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., USA.

Houghton J.T., Ding Y., Griggs D.J. et al. (eds.). Climate Change 2001. The Scientific basis. Intergovernmental Panel on Climate Change // Cambridge 2001. 881 p.

Houghton R.A., Hackler J.L. Carbon flux to the atmosphere from land-use changes // In Trends: A compedium of data on global change. Carbon Dioxide Information Analysis Center, 2002, Oak Ridge National Laboratory, US Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., USA.

House J.I., Prentice I.C., Ramankutty N., Houghton R.A., Heimann M. Reconciling apparent inconsistencies in estimates of terrestrial CO₂ sources and sinks // Tellus. 2003. V. 55B. P. 345–363.

Marland G., Boden T.A., Andres R.J. Global, regional and national CO₂ emissions // In Trends: A compedium of data on global change. Carbon Dioxide Information Analysis Center, 2005, Oak Ridge National Laboratory, US Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., USA.

Olson J.S., Watts J.A., Allison L.J. Major world ecosystem complexes ranked by carbon in live vegetation: a database. Oak Ridge National Laboratory. Environmental Sciences Division, Oak Ridge, NDP-017, 1985.

Vasala V., Maksyutov S. Simulation and assimilation of global ocean pCO₂ and air-sea CO₂ fluxes using ship observations of surface ocean pCO₂ in a simplified biogeochemical offline model. Tellus B, 2010, V. 62, P. 821–840.

Walker J. Numerical adventures with geochemical cycles. Oxford, Oxford University Press, 1991, 192 p.

Zeng N., Qian H., Munoz E. How strong is carbon cycle – climate feedback under global warming? // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. N 20. L20203, doi:10.1029/2004GL020904.

Zinze P.J., Stangenberger A.G., Post W.M., Emanuel W.R., Olson J.S. Worldwide organic soil carbon and nitrogen data. Carbon Dioxide Information Analysis Center, 1984, Oak Ridge National Laboratory, US Department of Energy, Oak Ridge, Tenn., USA.

Биохимия океана

И.А. Чернов, Н.Г. Яковлев

1. Введение

Моделирование биохимии океана к настоящему моменту остается еще очень молодой наукой. Первая океанская биохимическая модель была сформулирована М. Фэшемом с соавторами только в 1990 году (Fasham et al., 1990). В настоящее время в эксплуатации в различных научных организациях находятся как модели типа модели Фэшема, так и сложные модели с числом компонент более 40.

Среди активно используемых моделей упомянем следующие.

1. **ECOSMO** (ECOSystem Model, Schrum et al., 2006) – совместная модель гидродинамики и биохимии Северного моря на основе гидродинамической модели HAMSOМ (Гамбург, ФРГ). 12 переменных.

2. **MEDUSA-2.0** (Model of Ecosystem Dynamics, nutrient Utilisation, Sequestration and Acidification, Yool et al., 2013.) Модель разрабатывалась специально для оценки антропогенного влияния на Мировой океан и для сравнительных оценок в рамках проекта CMIP5. Число рассчитываемых трехмерных полей – 15. Сильное развитие модели Фэшема.

3. **HAMMOС** (Maier-Reimer et al., 2005) – биохимическая компонента климатической модели Института метеорологии Общества им. М. Планка, Гамбург, ФРГ, работает совместно с моделью океана MPI-OM. Рассчитывается 18 компонент в толще океана, имеется блок донных осадков с 12 уровнями по вертикали, на которых рассчитывается в общей сложности 11 полей. Одна из наиболее старых и хорошо разработанных моделей.

4. **ВЕС** (Biochemical-Ecological-Circulation) – биохимическая модель, используемая в глобальной модели климата Лос-Аламосской национальной лаборатории США, LANL (Moore et al., 2002; Moore et al., 2004). Пример использования для оценки эволюции метана в океане – (Elliott et al., 2011). Учитывается 24 переменных в толще океана.

5. **BFM** (Biogeochemical Flux Model, Vichi et al., 2013). Дальнейшее развитие известной европейской модели ERSEM (European Regional Seas Ecosystem Model, Varetta et al., 1995). ERSEM использовалась как в региональной моде для Северного моря и Аравийского залива, так и в глобальной моде для Мирового океана (Vichi et al., 2007).

Анализ результатов расчетов биохимии Мирового океана (см. Yool et al., 2013) в формате проекта CMIP5 и сравнение с имеющимися данными наблюдений показывают, что по ряду характеристик наблюдается очень большой разброс. Очевидно, это связано с неточностью используемых параметризаций как в биохимическом, так и в физическом блоках. Кроме того (см. например <http://imarnet.org/default.aspx-Imarnet-Integrated Global Biogeochemical Modelling Network>), существенное влияние на результаты моделирования биохимии океана имеет пространственное разрешение – как модели биохимии океана, так и модели гидродинамики океана, и способность последней описывать вертикальные скорости в мелкомасштабных вихрях.

Применительно к Северному Ледовитому океану в рамках проекта АОМIP проведено сравнение 5 моделей общей циркуляции и биохимии океана (Porova et al., 2012). Рассматривались как региональные, так и гло-

бальные модели с горизонтальным разрешением от 5 до 111 км и с числом компонент биохимической системы от 4 до 24. Среди биохимических блоков были описанные выше MEDUSA 2.0 и BEC, часть моделей были очень простыми, по существу – упрощенная модель Фэшема, вплоть до 4-х переменных: нитраты–фитопланктон–зоопланктон–детрит. Такие модели, очевидно, не годятся для рассматриваемых в проекте расчетов хотя бы потому, что не включают в себя цикл углерода. Важно отметить, что часть моделей включает в себя процессы в специфических для Арктики водорослях на нижней поверхности льда (например, Lavoie et al., 2005). Сравнение результатов расчетов показало, что большие отличия в результатах по оценке первичной продукции связаны в основном с большими отличиями в воспроизведении глубины верхнего перемешанного слоя океана. Основной вывод работы состоит в том, что требуется очень хорошее описание физики океана. Таким образом, еще раз подтверждается вывод, сделанный применительно к глобальным моделям Земной системы.

В результате анализа возможностей различных моделей для использования в модели земной системы ИВМ РАН была выбрана модель BFM.

2. Модель BFM

Модель BFM (Biogeochemical Flux Model, Vichi et al., 2013) использует стехиометрический подход, при котором описываются циклы элементов (углерод, азот, фосфор, кремний, кислород, железо) и хлорофилла в составе нескольких групп организмов и растворенных в воде веществ. В стандартной конфигурации отсутствует цикл железа и выделено четыре группы фитопланктона (диатомовые водоросли, цианобактерии, автотрофные жгутиконосцы и крупный фитопланктон), четыре группы зоопланктона (хищный, всеядный, микрозоопланктон и гетеротрофные жгутиконосцы), одна группа бактерий, семь скаляров для концентраций неорганических веществ (фосфаты, нитраты (и нитриты), аммиак, силикаты, сероводород, кислород и углекислый газ) и десять концентраций органических веществ, не входящих в состав живых организмов, в том числе детрит. Для моделирования Мирового океана в модели Земной системы ИВМ РАН введен цикл железа, который имеет принципиальное значение для ограничения процессов фотосинтеза. Обыкновенные дифференциальные уравнения описывают взаимодействие этих величин: хищничество, поглощение растворенной органики и неорганики, фотосинтез, дыхание, разложение органики бактериями и т.п.

Такой подход обладает значительной гибкостью, позволяя добавлять и объединять группы организмов и веществ, подключать или исключать циклы железа и других элементов (например, для моделирования Мирового океана

можно исключить цикл фосфора, который не является в данном случае ограничителем), тонко настраивать коэффициенты модели. Минимальное число скаляров равно двум: это углерод и щелочность воды. Например (Vichi et al., 2007), при моделировании Мирового океана адекватно предположение о стехиометрическом составе организмов, то есть постоянном составе все элементов по отношению к углероду. Тогда число скаляров существенно сокращается.

Напротив, при нехватке информации о коэффициентах, описывающих жизнедеятельность организмов, есть возможность постановки «дарвиновского численного эксперимента»: ввести несколько аналогичных групп организмов и путем расчетов определить, какие из них выживут.

Есть возможность скомпилировать модель в независимое приложение, описывающее сезонную динамику экосистемы в точке – под точкой подразумевается хорошо перемешанный прибрежный участок моря некоторой постоянной глубины (по умолчанию – 5 метров). Физическое воздействие задается табличным способом во внешних файлах либо аналитическим выражением.

Сопряжение модели BFM с моделью циркуляции моря ставит следующие задачи (Vichi et al., 2007). Скалярные поля, описывающие экосистему, переносятся течениями, диффундируют, вещество попадает в море и покидает его через жидкие границы, а также приносится речным стоком. Эти процессы описывает гидродинамическая модель, она же предоставляет расчетным процедурам BFM физические параметры среды: температуру, соленость, плотность, освещенность, скорость ветра, вертикальную толщину ячейки расчетной сетки, долю площади, покрытую льдом, а также признаки приповерхностной и придонной ячейки. Последние нужны для взаимодействия с атмосферой, морским льдом и бентосом.

В модели BFM предусмотрена возможность задания трехмерной структуры сеточных ячеек – тогда модель «знает», какие ячейки приповерхностные, какие придонные, и обладает иной информацией. Также прозрачно организуется обмен веществом с донной экосистемой и биологическим сообществом, населяющим морской лед. Однако для сопряжения с моделью динамики моря это обстоятельство представляет дополнительную сложность: необходимо описать расчетную сетку в терминах BFM и поддерживать соответствие двух многомерных структур данных.

Другой – нульмерный – подход предложен Паоло Ладжари (Lazzari и др., 2014), при этом модель BFM реализована как библиотека, рассчитывающая динамику экосистемы в точке – в отдельной ячейке сетки. Характеристики ячейки и физические параметры морской системы в ней передаются в рас-

четную процедуру. Это логические признаки расположения ячейки у поверхности и у дна, температура, соленость и плотность морской воды, средняя освещенность за сутки, фотопериод – длительность светлого времени суток, доля площади, покрытая льдом, и скорость ветра (реально требуются только для приповерхностных ячеек), вертикальная толщина ячейки, содержание углекислого газа в приводном слое атмосферы и pH-фактор воды как начальное значение для итерационного алгоритма.

Поверхностные ячейки взаимодействуют с атмосферой, поглощая либо выделяя кислород и углекислый газ. Вычисленные потоки этих газов доступны для использования другими блоками модели Земной системы. Придонные ячейки взаимодействуют с моделью бентосной экосистемы, если она присутствует – в противном случае флаг игнорируется. В модели используется не мгновенная освещенность, а средняя за сутки, нормируемая на фотопериод; это представляет небольшую трудность, поскольку приходится либо «заглядывать» вперед во времени, осредняя освещенность за 24 часа, либо использовать среднюю освещенность за предыдущие расчетные сутки. Фотопериод вычисляется как функция широты местности.

Таким образом, сопряжение моделей происходит на уровне обращений к библиотечным процедурам: используется та же расчетная сетка, в каждом узле ВФМ возвращает вектор производных по времени от фазового вектора – концентраций всех веществ. Осуществление шага по времени возлагается на модель динамики моря. Схема Эйлера с шагом в несколько часов работоспособна, однако нет никаких препятствий к использованию и более сложных схем. Возможно также использование шага по времени, отличного от модели динамики моря; так, например, шаг в одну минуту чрезвычайно мал для динамики экосистемы, и имеет смысл аккумулировать несколько десятков шагов в один. Возможна и обратная ситуация.

В работе (Vichi et al., 2007) частные производные по времени от фазового вектора в силу различных процессов аккумулируются в одну производную за шаг: помимо изменений из-за биохимических взаимодействий, сюда входят изменения концентраций из-за адвекции, диффузии, гравитационного осаждения. Мы избрали путь расщепления по физическим процессам, осуществляя шаги по времени независимо для каждого процесса.

Помимо производной по времени от фазового вектора, вызов процедуры ВФМ возвращает также скорости гравитационного осаждения для ряда компонент. Прежде всего, это компоненты детрита – косного органического вещества, временно выведенного из экологического цикла. Детрит разлагает-

ся бактериями и это слишком крупные фрагменты, чтобы быть поглощенными другими участниками экосистемы. Детрит погружается относительно неподвижной воды с постоянной скоростью 5 м/сут. Фитопланктон способен погружаться (но не всплывать) с переменной скоростью, которая вычисляется в ходе решения задачи. Вертикальные миграции зоопланктона моделью пока не описываются.

Отметим некоторую трудность, возникающую в связи с описанием гравитационного осаждения вещества. Скорость в 5 м/сут при шаге по времени порядка одного часа означает характерный вертикальный сдвиг вещества в 20 см; если вертикальная сетка имеет шаги сравнимого или меньшего размера, нарушается условие устойчивости Куранта. Особенно это актуально при применении сигма-координат при наличии в море мелководного шельфа.

Помимо указанных величин, расчетная процедура также возвращает массив так называемых «диагностик» – это функции от фазового вектора. Их количество приближается к сотне, и они включают в себя величины, представляющие интерес для биологов: полная и частная первичная продукция, продукция бактерий, дыхание различных видов планктона, потоки кислорода и углекислого газа, мгновенное содержание азота, фосфора и других веществ по отношению к углероду в разных организмах, pH воды, насыщенность кислородом и т.п.

Адвекция, горизонтальная и вертикальная диффузии, и также гравитационное осаждение трассеров возлагается на трехмерную динамическую модель моря. Отметим, что трехмерный перенос скаляра является достаточно трудоемкой процедурой с вычислительной точки зрения. В гидродинамической модели число переносимых полей не превосходит трех-четырёх. При моделировании экосистемы их в несколько раз больше. Применение высокопроизводительных вычислительных систем становится необходимостью даже для расчетов с невысоким разрешением. Положительную роль играет структура вычислений, допускающая эффективное распараллеливание. В самом деле, вызовы процедур BFM в каждом узле сетки не зависят друг от друга. Если столб воды обрабатывается на отдельном процессоре, то параллельно может осуществляться вертикальная диффузия и осаждение. Перенос каждого трассера также не зависит от других и может выполняться параллельно.

В пелагическом варианте моделируется поведение экосистемы в толще воды. Погружающиеся в силу гравитационного осаждения либо увлекаемые нисходящим течением воды органические вещества задерживаются в придонном слое, где разлагаются пелагическими бактериями, превращаясь в не-

органику и возвращаясь в круговорот вещества. При активации модели бентоса это вещество поглощается донным сообществом, которое возвращает поток неорганического вещества обратно в воду. В простейшей модели осаждаемое вещество теряется, но имеет место поток вещества в воду из дна. В более сложных моделях на дне имеется один или несколько двумерных слоев донных организмов, поглощающих оседающее вещество и выделяющих продукты своей жизнедеятельности. Так, выделяют аэробный и анаэробный слои. Наконец, разрабатываются модели трехмерной донной экосистемы со множеством слоев, обменивающиеся веществом с соседями и придонным слоем воды и содержащие много десятков переменных.

Морской лед обладает пористой структурой, содержа полости с концентрированным рассолом и каналы, связывающие эти полости с морской водой. Эти пустоты во льду, как и нижняя поверхность льда, населены криоводорослями, функционирующими при низких температурах, получающими свет через толщу льда и обменивающимися веществом с морской водой через каналы. Учет экосистемы морского льда важен для динамики моря в целом, поскольку расцветающие криоводоросли существенно меняют альбедо льда и таким образом способны ускорять таяние льда в весенне-летний период.

Существует несколько причин в пользу выделения более одной группы фито- и зоопланктона, равно как и отделения бактериопланктона от детрита. Так, выделение диатомовых водорослей в отдельную группу связано с их широкой распространенностью по всем морям Земного шара и тем фактом, что только они способны усваивать кремний, необходимый для постройки их экзоскелетов. Возможна ситуация, при которой один район моря обеднен кремнием, который лимитирует размножение диатомовых водорослей, а другой богат им; модель, рассматривающая автотрофные организмы как одну группу, не сможет различить эти ситуации.

Другая причина связана с разным сроком цветения водорослей и различающимися условиями для комфортной жизнедеятельности. Так, диатомовые водоросли холодолюбивы и максимум цветения приходится на весну, сразу после схода льда, тогда как другие виды фитопланктона предпочитают теплую воду с соответствующим сдвигом максимума. Объединение всех групп фитопланктона в одну приведет к некоторому среднему максимуму в году, что может быть не вполне адекватно. Кроме того, графики средней концентрации хлорофилла за год иногда имеют характерный бимодальный вид, связанный с цветением разных водорослей в разные месяцы. Воспроизведение такой формы кривой невозможно без учета по меньшей мере двух групп фитопланктонных организмов.

Литература

Baretta J., Ebenhöh W., Ruardij P. The European Regional Seas Ecosystem Model, a complex marine ecosystem model // *J. Sea Res.* 1995. V. 33(3–4) P. 233–246.

Elliott S., Maltrud M., Reagan M., Moridis G., Cameron-Smith P. Marine methane cycle simulations for the period of early global warming // *J. Geophys. Res.* 2011, V. 116. G01010, doi:10.1029/2010JG001300.

Fasham M.J.R., Ducklow H.W., McKelvie S.M. A nitrogen-based model of plankton dynamics in the oceanic mixed layer // *Journal of Marine Research.* 1990. V. 48. P. 591–639.

Lavoie D., Denman K., Michel C. Modeling ice algal growth and decline in a seasonally ice-covered region of the Arctic (Resolute Passage, Canadian Archipelago) // *J. Geophys. Res.*, 2005. V. 110, C11009, doi:10.1029/2005JC002922.

Lazzari P., Mattia G., Solidoro C., Salon S., Crise A., Zavatarelli M., Oddo P., Vichi M. The impacts of climate change and environmental management policies on the trophic regimes in the Mediterranean Sea: Scenario analyses // *Journal of Marine Systems.* 2014. V. 135. P. 137–149.

Maier-Reimer E., Krist I., Segschneider J., Wetzel P. The HAMburg Ocean Carbon Cycle Model HAMOCC5.1 – Technical Description Release 1.1. // Max Planck Institute for Meteorology, Reports on Earth System Science. 2005. V. 14. P. 50.

Moore J.K., Doney S.C., Kleypas J.C., Glover D.M., Fung I.Y. An intermediate complexity marine ecosystem model for the global domain // *Deep Sea Res. Part II.* 2002. V. 49. P. 403–462.

Moore J.K., Doney S.C., Lindsay K. Upper ocean ecosystem dynamics and iron cycling in a global three-dimensional model // *Global Biogeochem. Cycles.* 2004. V. 18. GB4028, doi:10.1029/2004GB002220.

Popova E.E., Yool A., Coward A.C., Dupont F., Deal C., Elliott S., Hunke E., Jin M., Steele M., Zhang J. (2012). What controls primary production in the Arctic Ocean? Results from an intercomparison of five general circulation models with biogeochemistry, *J. Geophys. Res.*, 2012, V. 117, C00D12, doi:10.1029/2011JC007112.

Schrum C., Alekseeva I., St. John M. Development of a coupled physical-biological ecosystem model ECOSMO: Part I: Model description and validation for the North Sea // *J. Marine Systems.* 2006. V. 61. № 1–2. P. 79–99.

Vichi M., Masina S., Navarra A. A generalized model of pelagic biogeochemistry for the global ocean ecosystem. Part II: numerical simulations // *J. Mar. Sys.* 2007. V. 64. P. 110–134.

Vichi M., Cossarini G., Gutierrez Mlot E., Lazzari P., Lovato T., Mattia G., Masina S., McKiver W., Pinardi N., Solidoro C., Zavatarelli M. (2013) The Biogeochemical Flux Model (BFM): Equation Description and User Manual. BFM version 5 (BFM-V5). Release 1.0; BFM Report series N. 1. March 2013, Bologna, Italy, <http://bfm-community.eu>, P. 87.

Yool A., Popova E.E., Anderson T.R. MEDUSA-2.0: an intermediate complexity biogeochemical model of the marine carbon cycle for climate change and ocean acidification studies // *Geosci. Model Dev.* 2013. V. 6. P. 1767–1811.

Модели компонент криосферы

Материковые ледниковые щиты

О.О. Рыбак

1. Введение

Еще на заре создания климатического моделирования (наверное, начало–середину 70-х годов прошлого века можно считать таковой) разработчики моделей осознавали то обстоятельство, что полноценная модель климатической системы невозможна без того, чтобы каким-то образом учитывать в ней роль криосферы. Под криосферой в контексте климатического моделирования прежде всего понимались ледниковые щиты Гренландии и Антарктиды, хотя впоследствии пределы ее были распространены и на область вечной мерзлоты, на исчезнувшие палеощиты Северного полушария. В каком-то смысле приблизительно до середины 70-х годов прошлого столетия развитие климатических моделей и моделей ледниковых щитов шло более или менее параллельно, и пути разработчиков практически не пересекались.

Одна из первых попыток объединить модель общей циркуляции атмосферы (МОЦА) и ледникового щита была предпринята Гейтсом (Gates, 1976). В этой, по сути дела, пионерской работе ледниковые щиты использовались лишь для генерирования граничных условий для двуслойной МОЦА, конфигурация которых соответствовала гляциальной фазе 18 тыс. лет назад. В термодинамической модели Адема (Adem, 1981a,b), сходным образом воспроизводился климат последнего ледникового максимума. В этих и некоторых аналогичных работах ледниковые щиты были лишь пассивной компонентой климатической системы. Собственно полноценных моделей ледниковых щитов на рубеже 70–80-х годов прошлого века еще не существовало. В направлении их создания были сделаны лишь первые шаги¹. В частности, в работе Махаффи (Mahaffy, 1976) были описаны эксперименты с одной из первых моделей, сформулированной в виде компьютерной программы. Она решалась численно в прямоугольной области и позволяла рассчитать топографию поверхности произвольного ледникового щита. По сути дела, модель представляла собой прообраз современной трехмерной нестационарной модели. Лишь

¹ Подробнее об эволюции моделей ледниковых щитов см. (Huybrechts, 1992; Рыбак, 2008 а, б).

во второй половине 70-х годов разработчики моделей начали учитывать зависимость между полем температуры и полем скоростей течения льда (термомеханическое сопряжение). Практическая реализация в виде численного эксперимента с одной из первых термомеханических моделей описана Йенсеном (Jenssen, 1977). Динамическое описание течения льда в ней во многом было схоже с упомянутой выше моделью Махаффи, однако шаг вперед состоял во введении в 3х-мерную модель безразмерной вертикальной координаты. Указанные работы (Mahaffy, 1976; Jenssen, 1977) можно считать этапными, так как в них была окончательно сформулирована концепция стандартной архитектуры математической модели ледникового щита и реализована процедура постановки численных экспериментов. Основные принципы моделирования ледниковых щитов, разработанные в этих работах, применяются до настоящего времени.

Другой значительный шаг был сделан в теории, составляющей основу моделирования крупномасштабного течения льда. Григоряном и Шумским (1975) для описания динамики трехмерного нестационарного ледника был предложен метод тонкого пограничного слоя, позволявший упростить описание течения льда в тех случаях, когда кривизной его поверхности и ложа можно было пренебречь. Позднее Хуттер (Hutter, 1981) предложил аналогичную концепцию «аппроксимации мелкого льда»², которая в окончательном виде была сформулирована в монографии (Hutter, 1983). В рамках SIA считается, что скорости деформации льда обуславливаются лишь градиентами тангенциальных напряжений в вертикальной плоскости, а градиенты остальных напряжений несущественны в балансе сил (см. следующий раздел). SIA накладывает ограничение на соотношение между горизонтальным и вертикальным масштабами рассматриваемого потока льда, как приблизительно 10:1.

Теоретическое обоснование для применения SIA стало своего рода прорывом в построении моделей течения льда. Его применение позволило существенно сократить объем вычислений при сохранении точности, в связи с чем SIA легло в основу первого поколения эффективных 3х-мерных комплексных термомеханических моделей, которое появилось в конце 80–90-х гг. прошлого века (Budd, Jenssen, 1989; Huybrechts, 1990, 1992; Verbitsky, Saltsman, 1992; Greve, 1995; Tarasov, Peltier, 1997). Термин «комплексный» отражает то обстоятельство, что помимо течения и термодинамики собственно щита, модель включает описания изостатического приспособления, процессов на границе с шельфовым ледником (в случае Антарктиды), а также в том или ином виде блок, ответственный за связь с атмосферными процессами

² Shallow Ice Approximation (англ.) – SIA.

или климатической системой. Комплексные модели имели большее, чем ранее, пространственное разрешение (20–40 км), и их стало возможным применять для решения задач пространственно-временной эволюции ледниковых щитов в условиях меняющейся окружающей среды, а также включать в качестве отдельных блоков в климатические модели. Включение в последние и других компонент (в частности, биосферы), по сути дела, превращало их в то, что позднее получило название «модель Земной системы»³.

Одной из первых относительно простых моделей Земной системы, в которой не только воспроизводилась динамика атмосферы и верхнего перемешанного слоя океана, но в которую также были включены морской лед, процессы на поверхности материков, ледниковые щиты и подстилающие их породы, была модель Галле и др. (Gallée et al., 1992). До недавнего времени в качестве климатических блоков системных моделей использовали, в основном, не МОЦАО, а так называемые модели промежуточной сложности⁴ (например, Calov et al., 2002). Заметим, что МІС можно рассматривать как развитие незаслуженно забытой упоминавшейся выше термодинамической модели Адема (1964, 1979). Преимущество МІС состоит в том, что будучи существенно проще, чем МОЦАО, они позволяют проводить численные эксперименты большой длительности без значительных затрат вычислительных ресурсов. Этим объясняется то, что МІС все еще популярны как основа ESM (см., например, Roche et al., 2014). Тем не менее, рост производительности вычислительной техники позволяет в настоящее время приступить к построению ESM на основе МОЦАО. Ниже будет рассмотрена архитектура модели ледникового щита, строго говоря, типичная для всех подобных моделей, и метод, который использован для включения моделей Антарктиды и Гренландии (AISM и GrISM) в модель Земной системы.

2. Структура модели ледникового щита

Типичная модель ледникового щита имеет блочную архитектуру. В зависимости от предназначения конкретной модели, те или иные блоки могут отсутствовать. Ниже рассмотрен минимально необходимый набор блоков, каждый из которых относительно самостоятелен. Более подробное описание архитектуры ледникового щита можно найти в (Рыбак, 2011). Мы приводим лишь те сведения, которые необходимы для понимания функционирования криосферного блока системной модели.

³ Earth System Model (англ.) – ESM.

⁴ Models of intermediate complexity (англ.) – МІС.

2.1. Течение льда

Согласно определению, данному Греве и Блаттером (Greve, Blatter, 2009), лед относится к классу гомогенных вязких термоэластических материалов⁵. Современные модели динамики ледниковых щитов строятся в предположении о том, что лед представляет собой несжимаемую вязкую неньютоновскую жидкость. Будем рассматривать декартову систему координат с горизонтальными осями x , y и вертикальной осью z , которая направлена вверх. Система уравнений модели включает уравнения сохранения массы (2.1), момента (2.2) и энергии (2.3):

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho_i \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_i \mathbf{g}, \quad (2.2)$$

$$\rho_i c_{pi} \frac{dT_i}{dt} = \nabla \cdot (k_i \nabla T_i) + \Phi, \quad (2.3)$$

где \mathbf{v} – трехмерный вектор скорости, t – время, $\boldsymbol{\sigma}$ – симметричный тензор напряжений Коши с компонентами σ_{ij} , \mathbf{g} – ускорение свободного падения, T_i – температура льда, ρ_i – плотность льда, c_{pi} – теплоемкость льда, k_i – теплопроводность льда, Φ – приток тепла за счет внутреннего трения. Характер течения льда позволяет пренебречь ускорениями в левой части (2.2), а также, что естественно, горизонтальными компонентами \mathbf{g} в его правой части, и свести (2.2) к балансу сил:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_i \mathbf{g} = 0, \quad (2.4)$$

где g – вертикальная компонента \mathbf{g} .

Считается, что деформации льда практически не зависят от гидростатического давления (Van der Veen, Whillians, 1989). Тензор напряжений $\boldsymbol{\sigma}$ можно представить в виде суммы тензора гидростатических напряжений σ_{kk} и девиатора напряжений τ_{ij} :

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}, \quad (2.5)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. После некоторых преобразований⁶ получим систему уравнений так называемой аппроксимации «неполного второго порядка» (Blatter, 1995):

⁵ Homogenous viscous thermoelastic bodies (англ.), с. 37.

⁶ Детали приведены, например, в (Pattyn, 2003).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(2\tau_{xx} + \tau_{yy}) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y}(2\tau_{yy} + \tau_{xx}) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.6)$$

где s – высота поверхности ледника. Использование аппроксимации (2.6) становится актуальным в случае, если отношение характерного вертикального и горизонтального масштабов объекта меньше, чем $1:10^7$, однако его применение ограничивается длительностью расчетов.

Предполагая, в соответствии с теоретическими выводами Хуттера (Hutter, 1983), что для описания течения льда, когда характерная горизонтальная протяженность объекта многократно превышает его характерную толщину, градиентами продольных и трансверсальных напряжений в балансе сил можно пренебречь, получим уравнения упомянутой выше аппроксимации «мелкого льда» (SIA):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Во внутриконтинентальной области течение льда определяется, главным образом, тангенциальными напряжениями в вертикальной плоскости. Роль продольных и трансверсальных напряжений (тангенциальные напряжения в горизонтальной плоскости) мала, за исключением районов ледоразделов, районов со сложным рельефом подстилающей поверхности и окраин ледниковых щитов, где расход происходит, главным образом, через выводные ледники.

Напряжения и скорости деформации связаны законом Глена (Glen, 1955):

$$\tau_{ij} = 2\eta \dot{\varepsilon}_{ij},$$

где $\eta = \frac{1}{2} A (T_i^*)^{-1/n} \dot{\varepsilon}_e^{(1-n)/n}$ – эффективная вязкость, $\dot{\varepsilon}_e = \left(\sum_{ij} \frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}$ – второй инвариант тензора скоростей деформации (эффективная скорость деформации), $A(T_i^*)$ – функция температуры, исправленной на давление (Paterson, 1994), определяющая степень пластичности льда, $n=3$ в большинстве приложений (Paterson, 1994). Закон Глена, в котором использован показатель $n=3$,

⁷ а также, если область расположена у границ щита и в районе ледораздела, где существенно возрастает роль градиентов напряжений помимо тангенциальных в вертикальной плоскости.

соблюдается для очень широкого класса процессов. Однако в природе деформации льда могут зависеть от целого ряда факторов (MacAyeal et al., 1996), в результате чего лед может как вести себя подобно ньютоновской жидкости ($n=1$), так и проявлять большую степень нелинейности ($n=4$). Закон Глена не учитывает изменения кристаллической структуры льда. Между тем, с глубиной структура льда меняется, происходит рост кристаллов льда, рекристаллизация, изначально изотропная кристаллическая структура становится анизотропной (Faria et al., 2003; Thorsteinsson et al., 2003). Это означает, что в одном направлении лед становится «мягче», и его деформации в этом направлении происходят легче, чем в других. Кажущаяся малой разница между скоростью потока, в котором учтен эффект анизотропии и в котором не учтен, при интегрировании модели в течение сотен тысяч модельных лет может иметь большое значение для оценки, например, возраста льда или географической точки его происхождения. Хотя в последние несколько лет сделаны большие усилия для формулирования базового соотношения⁸, которое бы учитывало эволюцию кристаллической структуры льда (Marshall, 2005), включение процессов анизотропии в математическую модель динамики льда ограничивается скоростью вычислений.

Учитывая, что для случая SIA эффективную скорость деформации можно записать как $\dot{\varepsilon} = \left(\dot{\varepsilon}_{xz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2 \right)^{1/2}$, то, подставляя последнее соотношение в закон Глена, а его, в свою очередь, в (2.7), и интегрируя результат от подстилающей поверхности $b(x,y)$ до высоты z , получим алгебраические уравнения для компонент горизонтальной скорости течения льда:

$$\begin{aligned} u(z) &= -2(\rho, g)^3 \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial s}{\partial x} \int_b^z A(T_i^*) (H-z)^3 dz + u_b, \\ v(z) &= -2(\rho, g)^3 \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial s}{\partial y} \int_b^z A(T_i^*) (H-z)^3 dz + v_b, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $H = s - b$ – толщина льда, u_b и v_b – компоненты вектора скорости базального (глыбового) скольжения \mathbf{u}_b . Очевидно, что компоненты скоростей в (2.8) определяются локальными факторами, что делает их нахождение очень простым с вычислительной точки зрения.

Уравнение для вертикальной скорости следует из уравнения неразрывности (2.1): $\partial w / \partial z = -\partial u / \partial x - \partial v / \partial y$. Интегрируя его от поверхности до основания щита, получаем (Greve, 1997):

⁸ Constitutive relation (англ.).

$$w_s - w_b = -\frac{\partial}{\partial x} \int_b^s u dz + u_s \frac{\partial s}{\partial x} - u_b \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \int_b^s v dz + v_s \frac{\partial s}{\partial y} - v_b \frac{\partial b}{\partial y} \quad (2.9)$$

Кинематическое граничное условие на верхней поверхности $w_s = \frac{\partial s}{\partial t} + u_s \frac{\partial s}{\partial x} + v_s \frac{\partial s}{\partial y} - M_s$, где M_s – поверхностный баланс массы. Кинемати-

ческое условие на нижней границе $w_b = \frac{\partial b}{\partial t} + u_b \frac{\partial b}{\partial x} + v_b \frac{\partial b}{\partial y} - M_b$, где M_b – скорость базального таяния. Подстановка граничных условий в левую часть (2.9) дает уравнение, описывающее изменение локальной толщины льда (Greve, 1997):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial (s-b)}{\partial t} = -\nabla(\mathbf{v}H) + M_s - M_b, \quad (2.10)$$

где \mathbf{v} – вектор горизонтальной скорости. Переменные T_i (2.3)⁹, b , M_s , M_b связывают эволюцию щита с процессами в климатической системе, в океане и в литосфере.

2.2. Прогиб земной коры под весом ледникового щита

Вес ледникового щита создает давление на подстилающие породы. Последние будут стремиться восстановить равновесие и прогнуться под весом щита. Понижение абсолютной высоты поверхности щита вследствие прогиба ложа будет усиливать абляцию (в случае Гренландии или палеощитов Северного полушария¹⁰), уменьшая поверхностный баланс массы, следствием чего будет дальнейшее понижение абсолютной высоты поверхности. Эта положительная обратная связь обусловлена большим характерным временем реакции подстилающих пород на снижающуюся нагрузку (~3000 лет).

На практике обычно реализуется один из упрощенных алгоритмов описания изостатического приспособления (Le Meur, Nuubrechts, 1996). В их основе лежит представление о литосфере как о прогибающейся под действием меняющейся нагрузки пластине, «плавающей» в вязкой астеносфере. Если пренебречь жесткостью пластины-литосферы, то глубина прогиба может быть выражена как $h = H(\rho_i/\rho_m)$, где ρ_m – плотность астеносферы, что в результате дает модель локальной литосферы, LL. При ненулевой жесткости

⁹ Через граничное условие для температуры на верхней границе щита, которая условно считается равной приземной температуре воздуха.

¹⁰ В случае Антарктиды этот эффект едва ли будет заметным, быть может только на отдельных участках Антарктического полуострова.

нагрузка будет сосредоточена не только в точке приложения нагрузки, но и вокруг нее (модель эластичной литосферы, EL). Направленная вниз деформация w , вызванная точечной нагрузкой q , может быть записана как $D\nabla^4 w = q - \rho_m g w$, где $\rho_m g w$ описывает направленную вверх силу плавучести, которая действует на погруженную в астеносферу часть литосферы (Turcotte, Schubert, 1982), ρ_m – плотность вещества астеносферы, D – коэффициент жесткости. После некоторых преобразований величина депрессии на нормализованном расстоянии от точки действия нагрузки может быть выражена как:

$$w(x) = \frac{qL_r^2}{2\pi D} \chi(x), \quad (2.11)$$

где $x = r/L_r$ – нормализованное расстояние, $L_r = [D/(\rho_m g)]^{1/4}$ – радиус относительной жесткости, который определяется эластическими свойствами литосферы, $\chi(x)$ – функция Кельвина нулевого порядка. Разделив правую и левую части (2.11) на нагрузку q , получим в правой части величины, которые можно затабулировать как функции расстояния x .

Реакция астеносферы на внешнюю нагрузку может быть описана с помощью экспоненциально-убывающей гидростатической функции отклика (модель релаксирующей астеносферы, RA). В этом случае считается, что реакция среды на внешнюю нагрузку пропорциональна разности между равновесным профилем w и текущим профилем h и обратно пропорциональна характерному времени запаздывания τ : $\partial h/\partial t = -(w-h)/\tau$. Другой способ (модель DA) заключается в решении уравнения диффузии в астеносфере¹¹.

В большинстве современных моделей ледниковых щитов используют одну из возможных комбинаций описания литосферы и астеносферы. Наиболее популярными являются комбинации EL+RA и LL+RA. Реже используется более сложная полная модель Земли (Tarasov, Peltier, 2003).

2.3. Тепловой поток на нижней границе ледникового щита

На нижней границе щита тепло поступает за счет трения при базальном скольжении, если последнее имеет место, и за счет теплообмена с подстилающими породами:

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial z} \right|_b = \gamma + \frac{\boldsymbol{\tau}_b \cdot \mathbf{u}_b}{k_i}, \quad (2.12)$$

¹¹ Подробнее см. в (Greve, Blatter, 2009).

где γ – поток тепла из подстилающих пород $\gamma = \frac{k_r}{k_i} \frac{\partial T_r}{\partial z} \Big|_b$, k_r и k_i – коэффициенты

теплопроводности соответственно подстилающих пород и льда, T_r – температура подстилающих пород. В слое подстилающих пород описывают, как правило, только вертикальный поток тепла (Huysbrechts, de Wolde, 1999):

$$\frac{\partial T_r}{\partial t} = \frac{k_r}{\rho_r c_r} \frac{\partial^2 T_r}{\partial z^2}, \quad (2.13)$$

где c_r и ρ_r – характерные теплоемкость и плотность подстилающих пород.

Краевое условие на границе раздела подстилающих пород – лед $\frac{\partial T_r}{\partial z} \Big|_b = \frac{k_i}{k_r} \gamma$,

на нижней условной границе слоя подстилающих пород $\frac{\partial T_r}{\partial z} \Big|_{low} = \frac{G}{k_r}$, где G –

поток геотермического тепла (ПГТ).

Поток геотермического тепла – это важнейший параметр, определяющий текущее состояние и эволюцию ледникового щита (Rybak, Huysbrechts, 2008; Рыбак и др., 2015). Вязкость льда зависит от его температуры, и, таким образом, вариации ПГТ влияют на скорость его течения. Величина ПГТ в значительной степени определяет баланс массы щита, так как основной расход льда (помимо таяния на поверхности) происходит через быстрые окраинные выводные потоки (Shumskiy, Krass, 1976; Vamber et al., 2000). В работах (Näslund et al., 2005; Fox Maule et al., 2005) показано, что пространственные вариации ПГТ могут быть достаточно велики уже в масштабах менее 100 км. Однако в связи с тем, что прямые измерения ПГТ под существующими ледниковыми щитами отсутствуют, этот параметр оценивают, исходя из тектонического строения (Sclater et al., 1980; Llubes et al., 2006), данных сейсмического зондирования (Shapiro, Ritzwoller, 2004), спутниковых измерений вариаций магнитного поля (Fox Maule et al., 2005), корректируя результаты оценок по различным косвенным данным (Рыбак и др., 2015).

2.4. Течение шельфовых ледников

В отличие от ледникового щита (покровного ледника), шельфовый ледник находится в гидростатическом равновесии с окружающим океаном. Если уровень моря падает ниже равновесной отметки, то шельфовый ледник переходит в категорию континентального и наоборот – происходит смещение границы между двумя типами ледников (миграция линии налегания). На шельфовом леднике поле скорости уже не определяется только локально. В противоположность континентальному льду, шельфовый ледник испыты-

вадет пренебрежимо малое трение, так что градиентами тангенциальных напряжений в вертикальной плоскости можно пренебречь, $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ (Shumskiy, Krass, 1976). Кроме того, скорости деформации (и компоненты скорости течения) можно считать не зависящими от глубины (Huuybrechts, 1992). Таким образом, движущей силой на шельфе будут градиенты горизонтальных и тангенциальных напряжений в горизонтальной плоскости, что в терминах компонент скорости течения (MacAyeal et al., 1996) можно записать как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[2\eta H \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] &= \rho_i g H (m A(T_i))^{1/n} \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[2\eta H \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] &= \rho_i g H (m A(T_i))^{1/n} \frac{\partial s}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $\eta = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n}$ – эффективная вязкость,

m – коэффициент пропорциональности. Приближение (2.14) часто называют «приближением мелкого шельфа»¹².

Заметим, SSA иногда применяется и для описания течения покровных ледников, в частности, на окраинах последних, где доля базального скольжения в общей скорости течения может превышать 90% (Bueler, Brown, 2009).

2.5. Процессы на линии налегания

Граница между покровным оледенением и шельфовым ледником (на тех участках, где последний окружает ледниковый щит), линия налегания, подвижна. Ее положение постоянно изменяется в зависимости от изменения баланса массы ледникового щита, изменения температуры льда, колебаний уровня Мирового океана и так далее. С физической точки зрения, фундаментальная разница между шельфовым ледником и ледниковым щитом заключается в том, что шельфовый ледник находится в гидростатическом равновесии с водами океана. Линия налегания проводит резкую границу между этими двумя областями в том смысле, что динамика льда в континентальной и в шельфовой зонах качественно различна. В целом, физические механизмы, приводящие к миграции линии налегания, в настоящее время недостаточно хорошо известны, и даже на качественном уровне не в полной мере ясны. Соответственно, и воспроизведение в численных экспериментах процесса ми-

¹² Shallow shelf approximation (англ.) – SSA.

грации линии налегания до недавних пор было неудовлетворительным. Прогресс в этом направлении наметился лишь в последнее десятилетие. Так, Шуфом (Schoof, 2007) было сформулировано граничное условие для потока льда на линии налегания Q_g в одномерном случае:

$$Q_g = \left[\frac{A_{fl}(\rho_i g)^{n+1} (1 - \rho_i / \rho_w)^n}{4^n C} \right]^{1/m+1} H_g^{\frac{m+n+3}{m+1}}, \quad (2.15)$$

где $C = A_{sl}^{-1/3}$ – параметр базального скольжения, $m = 1/3$, что соответствует скольжению льда по жесткому ложу, ρ_w – плотность морской воды, A_{fl} – реологический параметр льда, H_g – толщина льда на линии налегания. Появление работы Шуфа послужило отправной точкой для последовавших многочисленных исследований, посвященных моделированию миграции линии налегания в процессе эволюции ледникового щита. Сравнительный анализ результатов численных экспериментов и теоретических положений показал состоятельность концепции Шуфа (Pattyn et al., 2012, 2013).

Стратегическая задача, стоящая в настоящее время перед разработчиками математических моделей ледниковых щитов – создание относительно простого и незатратного с вычислительной точки зрения алгоритма, способного описать миграцию линии налегания в комплексной трехмерной модели ледникового щита. Как было установлено экспериментально, граничное условие (2.15) при использовании некоторых эвристических правил может быть применено и для описания миграции линии налегания на плоскости (Pattyn et al., 2013; Pollard, DeConto, 2009).

3. Включение моделей ледниковых щитов в модель Земной системы

3.1. Проблемы включения

Как уже было упомянуто выше, до недавнего времени включение ледниковых щитов в модель Земной системы не было полноценным по нескольким причинам (скорее, технического характера).

1. Аккуратное описание динамики ледникового щита требует существенно бóльшего пространственного разрешения, чем в МОЦАО.

2. Шаг по времени при интегрировании уравнений динамики ледникового щита и уравнений динамики атмосферы и океана различается на порядки. В зависимости от сложности современных моделей ледниковых щитов шаг по времени, как правило, составляет от нескольких суток до 1 года, в то время как интегрирование МОЦАО требует шага по времени несколько минут.

3. Высокая зависимость обоих типов моделей от конкретных значений многочисленных параметров, которые далеко не всегда оказываются совместными при сопряжении моделей, что ведет к нереалистичным или трудно интерпретируемым результатам.

Ниже под МОЦАО мы будем подразумевать конкретную модель INMCM Института вычислительной математики РАН. Итак, для объединения INMCM, GrISM¹³ и AISM в рамках модели Земной системы необходимо применить ту или иную процедуру даунскейлинга, которые рассмотрены ниже.

3.2. Антарктида

Подключение AISM к INMCM в нашем случае осуществляется напрямую. Относительное покрытие Антарктиды узлами сетки INMCM больше, чем Гренландии¹⁴ (рис. 1).

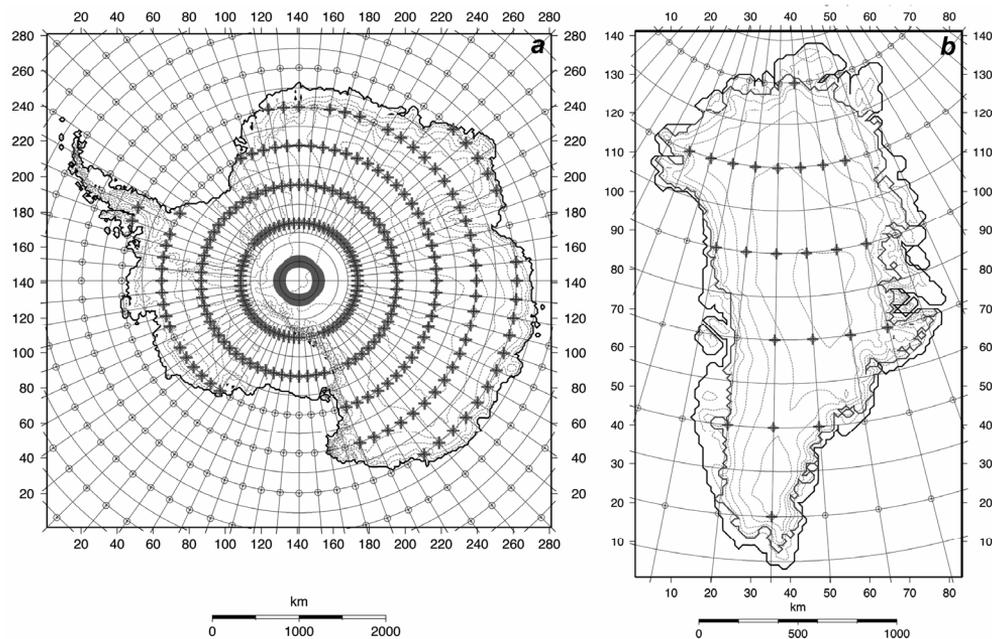


Рис. 1. Пространственная сетка $5^\circ \times 4^\circ$, используемая в INMCM (кружки), наложенная на стандартную сетку 20×20 км, применяемую в AISM (а) и GrISM (б). Крестиками показаны узлы сетки INMCM, попадающие в область поровного оледенения. Показана топография поверхности щитов с шагом 500 м. На боковых границах показаны номера узлов сетки AISM и GrISM

¹³ Greenland ice sheet model – модель Гренландского ледникового щита (англ.), соответственно AISM (Antarctic ice sheet model) – модель Антарктического ледникового щита. Аббревиатуры GrIS и AIS используются в дальнейшем для обозначения соответствующих ледниковых щитов.

¹⁴ Учитывая разные масштабы щитов.

Недостаток метеорологических наблюдений в Антарктике по сравнению с Гренландией делает температурные реконструкции менее надежными. Сравнение реконструкции (Нуубрехтс, 1993) с полем, генерируемым INMCM, свидетельствует лишь о незначительной разнице (Rybak et al., 2016). Поскольку поверхностное таяние не играет сколько-нибудь значительной роли в поверхностном балансе массы, им, вообще говоря, можно пренебречь. Разумеется, абляция имеет место, но только в некоторых береговых районах Антарктического полуострова и на шельфовых ледниках, окаймляющих континент (van de Berg et al., 2005). Это обстоятельство делает AISM менее чувствительной к точности модельного поля температуры в случае, если его структура в целом соответствует реальной. Температура воздуха используется в качестве верхнего граничного условия для расчета температуры в толще льда (2.3), однако, большие значения имеют аномалии температуры (например, контраст между гляциальной и межгляциальной фазами), влияние же абсолютной температуры может быть сглажено настройкой параметров, отвечающих за реологические свойства льда.

Ситуация с осадками более сложная. Хотя INMCM завышает годовые суммы осадков примерно вдвое, она, в целом, сохраняет структуру поля (Rybak et al., 2016). По сравнению с Гренландией, в формировании SMB¹⁵ AIS большую роль играет сублимация: в Восточной Антарктиде ее доля составляет 10–20% от общей суммы твердых осадков (Van de Berg et al., 2005).

Ее характерное значение в окраинных районах составляет те же 10–20%, однако на крутых склонах (например, Трансантарктического хребта) может превышать 50%. Так же как и в случае с приземной температурой воздуха, малое количество наблюдений, особенно во внутренних областях континента, не позволяет сделать точные количественные оценки сублимации. В связи с этим нами используются аномалии количества модельных осадков, накладываемые на поле осадков, реконструированное на основе подсчета годовых слоев в шурфах (реконструкция (Нуубрехтс et al., 2000) на основе карты (Giovinetto, Zwally, 2000)).

3.3. Гренландия

GrIS считается одним из наиболее важных потенциальных источников пресной воды, которая должна поступить в Мировой океан вследствие глобального потепления и привести к подъему его уровня. В 1993–2010 гг. масса GrIS сокращалась в среднем на 121 Гт год⁻¹ (эквивалент повышения глобаль-

¹⁵ Здесь и далее для обозначения поверхностного баланса массы используется аббревиатура SMB – surface mass balance (англ.).

ного уровня моря на $0,33 \text{ мм год}^{-1}$), при этом в 2005–2010 гг. сокращение массы составило 229 Гт год^{-1} ($0,63 \text{ мм год}^{-1}$) (IPCC, 2013). По-видимому, не меньшую роль в повышении среднего уровня Мирового океана GrIS играл и во время предыдущего (Эеemского или Микулинского) межледниковья 115–130 тыс лет назад, когда его вклад согласно различным оценкам составлял от 0,5–5,5 м выше современного уровня (Milne et al., 2014).

Доля стока талой воды в потере массы современным GrIS в 2003–2008 гг. достигала 50% (van den Broeke et al., 2009). Оставшаяся часть – это расход массы через морскую границу ледникового щита, который осуществляется, главным образом, через выводные ледниковые потоки и незначительный (3–6%) сток¹⁶, формируемый за счет базального таяния. В более теплых климатических условиях прошлого (например, Эеemское межледниковье, 130–115 тыс. лет назад) внешняя граница GrIS отступала вглубь острова (Рыбак, Хёбрехтс, 2014), он терял связь с окружающими водами Мирового океана, и доля стока талой воды в общем расходе массы, соответственно, возрастала. Таким образом, расчет стока имеет ключевое значение для понимания механизмов повышения уровня Мирового океана в прошлом и его связи с климатическими изменениями.

В случае Гренландского ледникового щита поверхностное таяние на окраинах является важнейшим фактором в формировании SMB. Прямая передача результатов моделирования из INMCM в GrISM ведет к искажению расчетов SMB в основном из-за недостаточного пространственного разрешения в атмосферном блоке INMCM ($5^\circ \times 4^\circ$). Для более реалистичной имитации полей приземной температуры воздуха и сумм осадков нами была разработана и протестирована относительно простая энергоблагодансовая модель (ЭВБМ-Г), служащая буфером между INMCM с одной стороны и GrISM с другой (Рыбак, Володин, 2015; Рыбак и др. 2016).

3.3.1. *Общее описание ЭВБМ-Г*

Модель ЭВБМ-Г представляет собой логическое развитие идей и подходов, разработанных ранее в работах (Adem, 1964, 1979; Budyko, 1969; North et al., 1981; Fanning, Weaver, 1996; Petoukhov et al., 2000; Robinson et al., 2010). Она сформулирована для ограниченного региона, что делает ее схожей с моделью REMBO (Robinson et al., 2010). Принципиальная разница состоит в том, что REMBO разрабатывалась в качестве буфера между моделью ледникового щита и климатической моделью промежуточной сложности CLIMBER-2,

¹⁶ Наши предварительные оценки в численных экспериментах с моделью Земной системы.

че пространственное разрешение гораздо меньше $51^\circ(\text{долгота}) \times 10^\circ(\text{широта})$, чем в применяемой версии INMCM $5^\circ(\text{долгота}) \times 4^\circ(\text{широта})$. При сохранении общего подхода, реализованного в REMBO, нами была разработана собственная модель, в которой были учтены недостатки REMBO (Рыбак, Володин, 2015; Рыбак и др., 2016; Rybak et al., 2016). Нами также был учтен опыт применения региональной климатической модели RACMO2/GR для симуляции современного климата Гренландии (Ettema, 2010a). Пространственное разрешение RACMO2/GR составляет 11 км, что является вполне достаточным для ее сопряжения с моделью динамики ледникового щита. Однако для наших целей RACMO2/GR представляется избыточно сложной, требующей малого шага по времени (6 мин) и, соответственно, больших затрат компьютерного времени, что делает ее малоприменимой для длительных численных экспериментов.

Модель ЭВБМ-Г состоит из двух связанных блоков – условных климатического и массобалансового. Функция ЭВБМ-Г состоит в том, что она получает ежедневные данные о температуре приземного воздуха и приземной удельной влажности на границах области, включающей Гренландию, и преобразует их в годовые величины SMB и поверхностного стока. Первый предназначен для использования в GrISM (переменная M_s в 2.10), вторая (наряду с величиной, характеризующей откалывание айсбергов на морских участках границы щита) передается в океанический блок INMCM.

3.3.2. Климатический блок ЭВБМ-Г

В основе ЭВБМ-Г (Rybak et al., 2016) лежат два уравнения диффузии – тепла и влаги для условных единичных столбов атмосферы, которые решаются в прямоугольной области (см. рис. 1):

$$c_{pa}\rho_a H_a \frac{\partial T_{SL}}{\partial t} = \nabla^2(D_T T_{SL}) + (1 - \alpha_p)S - (A + BT) + L_w P_w + (L_w + L_s)M_s, \quad (3.1)$$

$$\rho_a H_e \frac{\partial Q}{\partial t} = \nabla^2(D_Q Q) - P. \quad (3.2)$$

Значения параметров в уравнении (3.1) и последующих собраны в табл. 1. Переменные в (3.1) и (3.2): T_{SL} – температура воздуха на уровне моря, T – температура приземного воздуха, D_T и D_Q – коэффициенты крупномасштабной диффузии температуры воздуха и удельной влажности соответственно, S – коротковолновая солнечная радиация у поверхности, Q – удельная влажность приземного воздуха, P – сумма осадков. В правой части (3.1) собраны члены (со второго по четвертый), отвечающие за источники и стоки тепла, – поглощенная солнечная радиация, баланс длинноволновой радиации,

скрытое тепло конденсации и снегообразования. Планетарное альbedo параметризуется в соответствии с (Robinson et al., 2010):

$$\alpha_p = C_0 + C_a \alpha_s, \quad (3.3)$$

где альbedo поверхности α_s . Поглощенная солнечная радиация зависит от прозрачности атмосферы, которая является эмпирической функцией абсолютной высоты (Ettema et al., 2010). Поверхностная температура воздуха вычисляется с использованием пространственно-однородного вертикального градиента:

$$T = T_{SL} + \tilde{\gamma}z, \quad (3.4)$$

который, однако, меняется в пределах $4.6\text{--}8.9^\circ\text{C км}^{-1}$ в зависимости от месяца (Fausto et al., 2009).

Таблица 1

Значения параметров в климатическом и массобалансовом блоках ЭВБМ-Г

| Определение | Единица | Наименование/уравнение | Значение |
|-------------|--------------------------------------|---|--|
| A | Вт м^{-2} | Параметр в (3.1) | 222,3 |
| B | $\text{Вт К}^{-1} \text{ м}^{-2}$ | Параметр в (3.1) | 1,97 |
| C_0 | – | Параметр в (3.3) | 0,35 |
| C_a | – | Параметр в (3.3) | 0,36 |
| c_{pa} | $\text{Дж кг}^{-1} \text{ К}^{-1}$ | Теплоемкость приземного воздуха | 1000 |
| c_1 | $\text{К} (n)^{-1}$ | Параметр в (3.17); n – порядковый номер дня года | $5,7 \times 10^{-3}$ |
| c_2 | $\text{К} (n)^{-2}$ | – | $6,1 \times 10^{-4}$ |
| c_3 | $\text{К} (n)^{-3}$ | – | $7,9 \times 10^{-6}$ |
| c_4 | $\text{К} (n)^{-4}$ | – | $4,3 \times 10^{-8}$ |
| c_5 | $\text{К} (n)^{-5}$ | – | $3,9 \times 10^{-11}$ |
| H_a | м | Условная высота атмосферного столба | 8600 |
| H_e | м | Условная высота «влажного» атмосферного столба | 2000 |
| k | – | Параметр в (3.5) | 150 |
| K_S | $\text{кг м}^{-2} \text{ день}^{-1}$ | Параметр в (3.11) | $6,34 \times 10^{-6}$ (лед) $4,42 \times 10^{-6}$ (снег) |
| K_L | $\text{кг м}^{-2} \text{ день}^{-1}$ | Параметр в (3.12) | $11,14 \times 10^{-6}$ (лед) $7,77 \times 10^{-6}$ (снег) |
| l_0 | К | Параметр в (3.17) | 3,74784 |
| l_1 | К м^{-1} | – | 0,00175 |
| L_S | Дж кг^{-1} | Удельная теплота плавления | $3,35 \times 10^5$ |
| L_w | Дж кг^{-1} | Удельная теплота парообразования | $2,256 \times 10^6$ |
| s | с | Продолжительность суток | 86400 |
| T_0 | К | Температура замерзания пресной воды | 273,15 |

Продолжение таблицы 1

| Определение | Единица | Наименование/уравнение | Значение |
|---------------|------------------------------------|---|-----------------------|
| ε | – | Параметр в (3.8) | 0,98 |
| η_ϕ | – | Параметр в (3.6) и (3.7) | 0,57288 |
| η_z | – | Параметр в (3.6) | 0,00125 |
| κ_T | Вт К ⁻¹ | Коэффициент крупномасштабной диффузии тепла | 2,8×10 ¹² |
| κ_Q | кг с ⁻¹ | Коэффициент крупномасштабной диффузии влаги | 1×10 ¹² |
| σ | Вт м ⁻² К ⁻⁴ | Постоянная Стефана–Больцмана | 5,67×10 ⁻⁸ |
| ρ_a | кг м ⁻³ | Плотность приземного воздуха | 1,2754 |
| τ | с | Условное время влагооборота в атмосфере | 8,5×10 ⁵ |

Расходная часть в (3.2) – сумма осадков, зависящая от удельной влажности, общего балла облачности, градиента поверхности и условного времени влагооборота в атмосфере (Petoukhov et al., 2000; Robinson et al., 2010):

$$P = (1 + k|\nabla z_s|)^{\frac{nQ}{\tau}}, \quad (3.5)$$

где n – общая облачность. В связи с тем, что количество осадков в Гренландии в значительной степени зависит от орографических условий (Ettema, 2010a), то уравнение (3.5) позволяет гораздо реалистичнее описать поле осадков, чем при простой интерполяции поля, генерируемого INMCM (Рыбак, Володин, 2015). Доля твердых осадков в общей их сумме зависит от приземной температуры воздуха (Robinson et al., 2010).

Коэффициенты диффузии в (3.1) и (3.2) пространственно-неоднородны (Robinson et al., 2010):

$$D_T = \kappa_T (1 - \eta_\phi \varphi) (1 - \eta_z z), \quad (3.6)$$

$$D_Q = \kappa_Q (1 - \eta_\phi \varphi), \quad (3.7)$$

где φ – географическая широта, z – абсолютная высота.

3.3.3. Массобалансовый блок ЭВБМ-Г

Баланс энергии на поверхности ледникового щита определяется согласно (Ettema et al., 2010b):

$$E = SW_\downarrow (1 - \alpha_s) - \varepsilon \sigma T_s^4 + LW_\downarrow + SHF + LHF + G_s, \quad (3.8)$$

где первый член в правой части представляет собой поглощенную солнечную радиацию, второй – излучение поверхности, третий – противоизлучение атмосферы, четвертый – поток явного турбулентного тепла, пятый – поток

скрытого турбулентного тепла, шестой – теплообмен с нижележащим слоем. Считается, что температура поверхности T_S совпадает с приземной температурой воздуха T_A , но не может быть выше температуры таяния:

$$\begin{aligned} T_S = T_A \quad T_A \leq T_0 \\ T_S = T_0 \quad T_A > T_0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

где T_A – приземная температура воздуха. Ежечасные значения T_A определяются из рассчитанной в ЭВБМ-Г по граничным условиям INMCM среднесуточной температуры \bar{T}_A :

$$T_A = \bar{T}_A - \tilde{T}_A \cos\left(2\pi \frac{t}{24}\right), \quad (3.10)$$

где \tilde{T}_A – суточная амплитуда, $t = 0, \dots, 23$ – время в часах. Сумма второго и третьего членов в правой части (3.8) представляет собой эффективное излучение, определяемое по формуле Брента. Потоки явного (SHF) и скрытого (LHF) турбулентного тепла рассчитываются только в случае $T_A > T_0$ (Braithwaite, Olesen, 1990):

$$SHF = \frac{L_m K_s (T_A - 273,15) \nu p}{s}, \quad (3.11)$$

$$LHF = \frac{L_m K_L (e - e_s) \nu}{s}, \quad (3.12)$$

где L_M – удельная теплота плавления, ν – модуль скорости ветра, p – атмосферное давление, e – упругость водяного пара, e_s – упругость насыщения (обе величины рассчитываются для приземного воздуха). Согласно (3.11 и 3.12), SHF всегда положителен, а LHF всегда отрицателен, причем значения обоих потоков отличны от нуля только в области абляции. Для расчетов стока это ограничение несущественно, поскольку область положительных значений T_A фактически задается независимо от расчетов энергетического баланса. Приземное атмосферное давление, пересчитываемое в p , и компоненты скорости ветра, пересчитываемые в ν , задаются в узлах пространственной сетки ЭВБМ-Г непосредственно из INMCM.

Членом G_S мы пренебрегаем из-за его крайне малого вклада в энергетический баланс. Величина G_S на большей части территории GrIS составляет в зимние месяцы от -2 до 8 Вт м^{-2} , а в летние – от 1 до 5 Вт м^{-2} , то есть по меньшей мере на порядок меньше (Ettema et al., 2010b) первых трех членов в правой части (3.8).

Годовой баланс массы на поверхности GrIS за один модельный год, SMB , выражается как разность между аккумуляцией AC и стоком RO :

$$SMB = \sum_1^{365} [AC - RO] = \sum_1^{365} [(PS + PL - SU - QE) - (M - RF)]. \quad (3.13)$$

Аккумуляция складывается из суммы выпавших твердых и жидких осадков, PS и PL , из которых вычитается количество испарившейся влаги с поверхности SU (пропорциональна LHF) и испарившегося в воздухе снега Q . В построении энергобалансовых моделей проводят четкие различия между двумя последними составляющими, и оценки Q в большинстве случаев опускают из-за сложности параметризации и ненадежности результатов. Величина стока складывается из растаявшего снега и льда M и суммы жидких осадков за вычетом вторично замерзшей талой воды и частично замерзших жидких осадков RF . Доли PS и PL в общем количестве осадков зависят от T_A (Ettema et al., 2010b). Величина E определяет количество энергии, доступной для таяния снега/льда:

$$\begin{aligned} M &= \max(E, 0) / L_M & T_S \geq T_0, \\ M &= 0 & T_S < T_0. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Количество повторно замерзшей талой воды RF ограничивается количеством доступной для замерзания воды W_r , пористостью поверхностного слоя снега/фирна и балансом энергии на поверхности. В упрощенном случае без привлечения модели, описывающей процесс просачивания воды в тело снега/фирна, RF можно определить (Janssens, Huybrechts, 2000) как:

$$RF = \min[P_r, W_r], \quad (3.15)$$

где P_r – потенциально-удерживаемая вода (Oerlemans, 1991):

$$P_r = \frac{\max(E, 0) [1 - \exp(-T_{sn})]}{L_m}, \quad (3.16)$$

где T_{sn} – средняя температура верхнего двухметрового слоя снега/фирна. Так же как и в (Reijmer et al., 2012) будем считать, что $T_{sn} = T_S - T_0$, а тепло, выделяемое при повторном замерзании, не будем учитывать в энергетическом балансе. Будем также считать, что вся талая или выпавшая в виде дождя вода либо повторно замерзает в течение тех же суток, когда имело место таяние или выпадение жидких осадков, либо удаляется из верхнего слоя снега/фирна, то есть считается стоком. При своей простоте алгоритм (3.16) достаточно эффективен и его применение дает результаты, сопоставимые с полученными на более сложных моделях снежного покрова (Reijmer et al., 2012).

3.3.4. Эволюция Гренландского ледникового щита в модели Земной системы

Результаты предварительного тестирования связки INMCM – ЭВБМ-Г описаны в (Рыбак и др., 2016; Rybak et al., 2016). В этих работах в качестве в качестве входных данных использовались осредненные результаты

30-летнего численного эксперимента с INMCM по реконструкции доиндустриального климата и топография GrIS (Bamber et al., 2001), а GrISM была отключена. В серии численных экспериментов было показано, что компоненты SMB, рассчитанные в ЭВБМ-Г, по величине в целом соответствовали аналогичным результатам, полученным с использованием других моделей. Теперь проверим работу связки моделей, протестировав асинхронное объединение в полной конфигурации INMCM – ЭВБМ-Г – GrISM. Под асинхронным объединением моделей имеется в виду, что на каждый модельный год INMCM и ЭВБМ-Г приходится 100 модельных лет работы GrISM. При такой постановке эксперимента за 100 модельных лет ледниковый щит приспособливается к небольшим изменениям модельного климата, а атмосферный и океанический блоки INMCM усваивают небольшие изменения топографии GrIS и обновленные значения суммарного стока. В качестве начальных данных для GrISM были использованы результаты одного из проведенных ранее численных экспериментов, в котором было сгенерировано поле современной топографии поверхности и толщины льда с минимальными отклонениями от наблюдаемого современного поля (Рыбак и др., 2015). Начальные значения полей, вообще говоря, не имели принципиального значения, поскольку целью экспериментов было моделирование процесса приспособления GrISM к генерируемым климатическим условиям.

Одна из ключевых переменных, определяющих интенсивность поверхностного таяния, а следовательно, и объем поверхностного стока – \tilde{T}_A – суточная амплитуда приземной температуры воздуха в (3.10). Анализ многолетних ежечасных измерений приземной температуры воздуха на 21 автоматической метеостанции сети GC-Net (Steffen, Voh, 2001) позволил построить полиномиальную зависимость \tilde{T}_A от времени и линейную от высоты (Rybak et al., 2016):

$$\tilde{T}_A = t_0 + c_1 m + c_2 m^2 + c_3 m^3 + c_4 m^4 + c_5 m^5 + l_0 + l_1 z, \quad (3.17)$$

где c_1 – c_5 , l_0 и l_1 – постоянные коэффициенты, m – номер дня, $m=1, \dots, 365$, z – абсолютная высота. Коэффициент t_0 определяет отклонение амплитуды от среднего многолетнего. Используя соотношение (3.17), мы провели 4 эксперимента длительностью 10 тыс. модельных лет с $t_0=0^\circ\text{C}$ (эксп1), $0,5^\circ\text{C}$ (эксп2) $1,0^\circ\text{C}$ (эксп3) и $1,5^\circ\text{C}$ (эксп4). В эксп1-эксп3 происходит минимальная корректировка поля высоты поверхности (рис. 2а): среднеквадратическое отклонение модельной высоты от наблюдаемой (σ_s) в эксп1 практически не меняется, в эксп2 незначительно снижается, в эксп3 после длительного стабильного периода незначительно повышается.

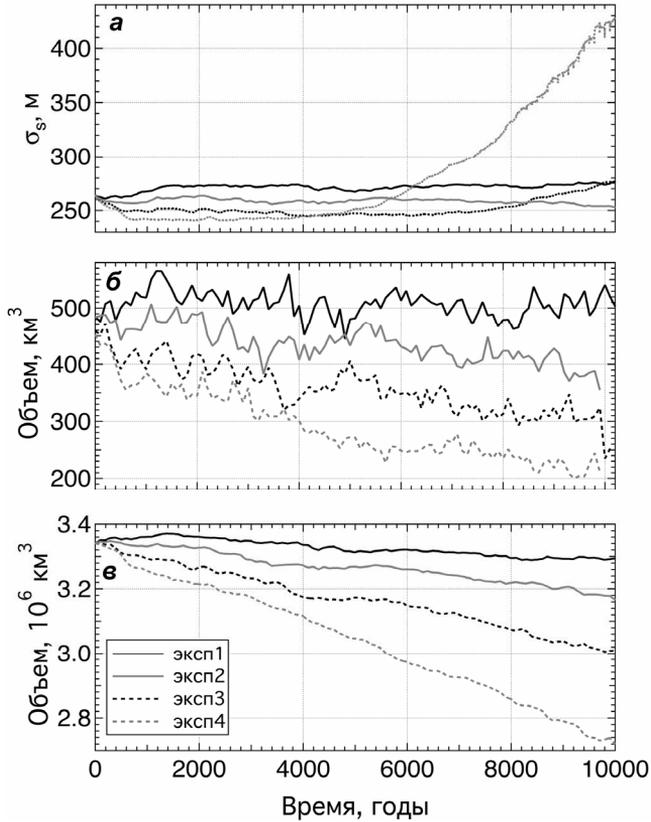


Рис. 2. Результаты численных экспериментов со связкой моделей INMCM – ЭВМ-Г – GrISM:

изменение среднеквадратического отклонения модельной высоты от наблюдаемой (а), ледникового стока через морские участки границы щита (б), общего объема GrIS (в)

Резкий переход происходит при росте t_0 с $1,0^\circ\text{C}$ до $1,5^\circ\text{C}$: после приблизительно 5 тыс. лет, в течение которых σ_s находится практически на одном уровне, начинается резкая перестройка поля высоты поверхности, и, соответственно, быстрое увеличение σ_s . Очевидно, что значение $t_0=1,5^\circ\text{C}$ завышено, и, по-видимому, предельное значение $t_0 \approx 1,0^\circ\text{C}$. Судя по всему, t_0 компенсирует несколько заниженную междугодичную изменчивость \tilde{T}_A , генерируемую в INMCM.

В течение постепенного приспособления GrIS к модельным климатическим условиям во всех четырех экспериментах происходит уменьшение объема щита – от незначительного в эксп1 (1,5%) до существенного в эксп4 (18,5%) (рис. 2в). Снижение объема сопровождается снижением доли расхода льда че-

рез морские участки границы (рис. 2б) при практически неизменном объеме стока поверхностного. Последнее попросту объясняется тем, что климатические условия, определяющие объем поверхностного стока, стационарны.

В заключение отметим, что приведенные выше результаты нуждаются в дальнейшем анализе, а ключевые параметры ЭВМ-Г – в некоторой подстройке для более реалистического воспроизводства конфигурации ледникового щита Гренландии. Разработанный метод объединения моделей климата и ледниковых щитов может быть использован как в палеоклиматических приложениях, так и для построения проекций изменения ледниковых щитов в будущем и связанных с этим роста среднего глобального уровня Мирового океана.

Литература

Григорян С.С., Шумский П.А. Простейшая математическая модель трехмерного нестационарного ледника // Ин-т механики МГУ. Научные труды. 1975. № 42. С. 43–53.

Рыбак О.О. Математические модели континентальных ледниковых щитов. Часть 1. Архитектура моделей // Криосфера Земли. 2008. Т. 12. № 1. С. 12–23.

Рыбак О.О. Математические модели континентальных ледниковых щитов. Ч. 2. Сравнительная характеристика // Криосфера Земли. 2008. Т. 12. № 3. С. 12–21.

Рыбак О.О. Математическое моделирование эволюции ледниковых щитов – М: Физматлит, 2011, 193 с.

Рыбак О.О., Володин Е.М. Использование энергоглобалагосовой модели для включения криосферной компоненты в климатическую модель. Ч. I. Описание модели и расчетные климатические поля приземной температуры воздуха и осадков // Метеорология и гидрология. 2015. № 11. С. 33–45.

Рыбак О.О., Володин Е.М., Невечеря А.П. Поток геотермического тепла в Гренландии и его влияние на модельную топографию ледникового щита // Лёд и снег. 2015. № 4. С. 19–34.

Рыбак О.О., Володин Е.М., Невечеря А.П., Морозова П.А. Использование энергоглобалагосовой модели для включения криосферной компоненты в климатическую модель. Ч. II. Модельный баланс массы на поверхности Гренландского ледникового щита // Метеорология и Гидрология. 2016. № 6. С. 5–16.

Рыбак О.О., Хёбрехтс Ф. Гренландский ледниковый щит на пике потепления предыдущего межледниковья // Лёд и снег. 2014. № 2. С. 91–101.

Adem J. On the physical basis for the numerical prediction of monthly and seasonal temperatures in the troposphere-ocean-continent system // Monthly Weather Review. 1964. V. 92. P. 91–103.

Adem J. Low resolution thermodynamic grid models // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1979. V. 3. P. 433–451.

Adem J. Numerical experiments on ice age climates // Climate Dynamics. 1981a. V. 3. P. 155–171.

Adem J. Numerical simulation of the annual cycle of climate during the ice ages // Journal of Geophysical Research. 1981b. V. 86. P. 12015–12034.

Bamber J.L., Ekholm S., Krabill W.B. A new, high resolution digital elevation model of Greenland fully validated with airborne laser altimeter data // *Journal of Geophysical Research*. 2001. V. 106. P. 6733–6745.

Bamber J.L., Vaughan D.B., Joughin J. Widespread Complex Flow in the Interior of the Antarctic Ice Sheet // *Science*. 2000. V. 287. P. 1248–1250.

Blatter H. Velocity and stress fields in grounded glaciers: a simple algorithm for including deviatoric stress gradients // *Journal of Glaciology*. 1995. V. 41(138). P. 333–344.

Braithwaite R.J., Olesen O.B. A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the Greenland ice sheet // *Journal of Glaciology*. 1990. V. 36. P. 222–228.

Budd W.F., Jenssen D. The dynamics of the Antarctic ice sheet // *Annals of Glaciology*. 1989. V. 12. P. 16–22.

Budyko M.I. The effect of solar radiation variations on the climate of the earth // *Tellus*. 1969. V. 21. P. 611–619.

Bueler E., Brown J. Shallow shelf approximation as a «sliding law» in a thermo-mechanically coupled ice sheet model // *Journal of Geophysical Research*. 2009. V. 114. F03008. doi:10.1029/2008JF001179.

Calov R., Ganapolski A., Petoukhov V., Claussen M. Large-scale instabilities of the Laurentide ice sheet simulated in a fully coupled climate-system model // *Geophysical Research Letters*. 2002. V. 29. doi:10.1029/2002GL016078.

Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E. et al. Climate of the Greenland ice sheet using a high-resolution climate model – Part 1: Evaluation // *The Cryosphere*. 2010a. V. 4. P. 511–527.

Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E., van de Berg W.J. Climate of the Greenland sheet using a high-resolution climate model – Part 2: Near surface climate and energy balance // *The Cryosphere*. 2010b. V. 4. P. 529–544.

Fanning A.F., Weaver A.J. An atmospheric energy-moisture balance model: climatology, interpentadal climate change, and coupling to an ocean general circulation model // *Journal of Geophysical Research*. 1996. V. 101(D10). P. 15111–15128.

Faria S.H., Kremer J.M., Hutter K. On the inclusion of recrystallization processes in the modeling of induced anisotropy in ice sheets: a thermodynamist's point of view // *Annals of Glaciology*. 2003. V. 37. P. 29–34.

Fausto R.S., Ahlstrøm A.P., Van As D. et al. A new present-day temperature parameterization for Greenland // *Journal of Glaciology*. 2009. V. 55. P. 95–105.

Fox Maule C., Purucker M.E., Olsen N., Mosegaard K. Heat Flux Anomalies in Antarctica Revealed by Satellite Magnetic Data // *Science*. 2005. V. 309. P. 464–467.

Gallée H., Van Ypersele J.P., Fichefet T. et al. Simulation of the Last Glacial Cycle by a coupled, sectorial averaged climate-ice sheet model: 2. Response to insolation and CO₂ variations // *Journal of Geophysical Research*. 1992. V. 97. P. 15713–15740.

Gates W.L. The numerical simulation of ice-age climate with a global general circulation model // *Journal of Atmospheric Science*. 1976. V. 33. P. 1844–1873.

Giovinetto M.B., Zwally H.J. Spatial distribution of net surface accumulation on the Antarctic ice sheet // *Annals of Glaciology*. 2000. V. 31. P. 171–178.

Glen J.W. The creep of polycrystalline ice // *Proceedings of the Royal Society. Ser. A*. 1955. V. 228. P. 519–538.

Greve R. Thermomechanischers Verhalten polythermer Eisschilde – Theorie, Analytik, Nümerik. Ph. D. thesis. Institut für Mechanik, Technische Hochschule Darmstadt, Germany. Aachen : Shaker Verlag, Berichte aus der Geowissenschaft, 1995. 226 p.

Greve R. A continuum-mechanical formulation for shallow polythermal ice sheets // *Phil. Trans. Royal Soc. Lond. A.* 1997. V. 355. P. 921–974.

Greve R., Blatter H. Dynamics of Ice Sheets and Glaciers. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009, 287 p.

Hutter K. The effect of longitudinal strain on the shear stress of an ice sheet . In defence of using stretched coordinates // *Journal of Glaciology*, 1981, V. 29, P. 39–56.

Hutter K. Theoretical Glaciology: material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets. – D. Reidel: Dordrecht etc., 1983, 510 p.

Huybrechts P. A 3-D model for the Antarctic ice sheet: a sensitivity study on the glacial-interglacial contrast // *Climate Dynamics*. 1990. V. 5. P. 79–92.

Huybrechts P. The Antarctic ice sheet and environmental change // *Berichte zur Polarforschung*. 1992. V. 99. 241 p.

Huybrechts P. Glaciological modeling of the Late Cenozoic East Antarctic ice sheet: stability or dynamism? // *Geografiska Annaler*. 1993. V. 75. P. 221–238.

Huybrechts P., de Wolde J. The Dynamic Response of the Greenland and Antarctic Ice Sheets to Multiple-Century Climatic Warming // *Journal of Climate*. 1999. V. 12. P. 2169–2188.

Huybrechts P., Steinhage D., Wilhelms F., Bamber J. Balance velocities and measured properties of the Antarctic ice sheet from a new compilation of gridded data for modeling // *Annals of Glaciology*. 2000.V. 30. P. 52–60.

IPCC, 2013: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Stocker T.F. et al. (eds.)] – Cambridge University Press, Cambridge, UK and New York, NY, USA, 1535 p.

Jenssen D. A three-dimensional polar ice sheet model // *Journal of Glaciology*. 1977. V. 18(80). P. 373–389.

Janssens I., Huybrechts P. The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet // *Annals of Glaciology*. 2000. V. 31. P. 133–140.

Le Meur E. Isostatic postglacial rebound over Fennoscandia with a self-gravitating spherical visco-elastic Earth model // *Annals of Glaciology*. 1996. V. 23. P. 318–327.

Llubes M., Lanseau C., Rémy F. Relations between basal condition, subglacial hydrological networks and geothermal heat flux in Antarctica // *Earth and Planetary Science Letters*. 2006. V. 241. P. 655–662.

MacAyeal D.R., Rommelaere V., Huybrechts P. et al. An ice-shelf model test based on the Ross ice shelf // *Annals of Glaciology*. 1996. V. 23. P. 46–51.

Mahaffy M.W. A three-dimensional numerical model of ice sheets: tests on the Barnes Ice Cap, Northwest Territories // *Journal of Geophysical Research*. 1976. V. 81(6). P. 1059–1066.

Marshall S.J. Recent advances in understanding ice sheet dynamics // *Earth and Planetary Science Letters*. 2005. V. 240. P. 191–204.

Milne G., Carlson A., Dutton A. et al. Estimating rates and sources of sea level change during past warm periods // *Past Global Changes Magazine*. 2014. V. 22. № 1. P. 42.

Näslund J.-O., Jansson P., Fastook J.L. et al. Detailed spatially distributed geothermal heat-flow data for modeling of basal temperatures and meltwater production beneath the Fennoscandian ice sheet // *Annals of Glaciology*. 2005. V. 40. P. 95–101.

North G.R., Cahalan R.F., Coakley J.A. Energy balance climate models. *Reviews of Geophysics and Space Physics*. 1981. V. 19. P. 91–121.

Oerlemans J. The mass balance of the Greenland ice sheet: sensitivity to climate change as revealed by energy-balance modeling // *The Holocene*. 1991. V. 1. P. 40–49.

Paterson W.S.B. *The physics of glaciers*, 3rd edition. Oxford et al. : Elsevier, 1994, 480 p.

Pattyn F. A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across subglacial lakes // *Journal of Geophysical Research*. 2003. V. 108(B8). 2382. doi:10.1029/2002JB002329.

Pattyn F., Schoof C., Perichon L. et al. Results of the Marine Ice Sheet Model Intercomparison Project, MISMP // *The Cryosphere*. 2012. V. 6. P. 573–588.

Pattyn F., Perichon L., Durand G. et al. Grounding-line migration in plan-view marine ice-sheet models: results of the ice2sea MISMP3d intercomparison // *Journal of Glaciology*. 2013. V. 59. P. 410–422.

Petoukhov V., Ganopolski A., Brovkin V. et al. CLIMBER-2: a climate system model of intermediate complexity. Part I: model description and performance for present climate // *Climate Dynamics*. 2000. V. 16. P. 1–17.

Pollard D., DeConto R. Modeling West Antarctic Ice Sheet growth and collapse through the last 5 million years. *Nature*. 2009. V. 458. P. 329–332. doi:10.1038/nature07809.

Robinson A., Calov R., Ganopolski A. An efficient regional energy-moisture balance model for simulation of the Greenland Ice Sheet response to climate change // *The Cryosphere*. 2010. V. 4. P. 129–144.

Roche D.M., Dumas C., Bügelmayer M. et al. Adding a dynamical cryosphere to iLOVECLIM (version 1.0): coupling with the GRISLI ice-sheet model // *Geoscientific Model Development*. 2014. V. 7. P. 1377–1394.

Reijmer C.H., van den Broeke M.R., Fettweis X. et al. Refreezing on the Greenland ice sheet: a comparison of parameterizations // *The Cryosphere*. 2012. V. 6. P. 743–762.

Rybak O., Huybrechts P. Sensitivity of the EDML ice core chronology to geothermal heat flux // *Материалы гляциологических исследований*. 2008. Вып. 105. С. 35–40.

Rybak O.O., Volodin E.M., Nevecherja A.P., Morozova P.A. Towards constructing an efficient Earth System model: methodology of coupling of an AO GCM and ice sheet models // *Atmósfera*. 2016 (submitted).

Schoof C. Ice sheet grounding line dynamics: steady states, stability and hysteresis // *Journal of Geophysical Research*. 2007. V. 112. F03S28. doi: 10.1029/2006JF000664.

Selater J.G., Jaupard C., Galson, D. The heat flow through oceanic and continental crust and the heat loss of the Earth // *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 1980, V. 18(1), P. 269–311.

Shapiro N.M., Ritzwoller M.H. Inferring surface heat flux distributions guided by a global seismic model: particular application to Antarctica // *Earth and Planetary Science Letters*, 2004, V. 223, P. 213–224.

Shumskiy P.A., Krass M.S. Mathematical models of ice shelves // *Journal of Glaciology*. 1976. V. 17. P. 419–432.

Steffen K., Box J. Surface climatology of the Greenland ice sheet: Greenland Climate Network 1995–1999 // *Journal of Geophysical Research*. 2001. V. 106. P. 33951–33964.

Tarasov L., Peltier W.R. A high-resolution model of the 100 kyr Ice Age cycle // *Annals of Glaciology*. 1997. V. 25. P. 58–65.

Thorsteinsson T., Waddington E.D., Fletcher R.C. Spatial and temporal scales of anisotropic effects in ice-sheet flow // *Annals of Glaciology*. 2003. V. 37. P. 40–48.

Turcotte D.L., Schubert G. *Geodynamics*. New York : John Wiley, 1982, 440 p.

Van de Berg W.J., van den Broeke M.R., Reijmer C.H., van Meijgaard E. Characteristics of the Antarctic surface mass balance, 1958–2002, using a regional climate model // *Annals of Glaciology*. 2005. V. 41. P. 97–104.

Van den Broeke M., Bamber J., Ettema J. Et al. Partitioning recent Greenland mass loss // *Science*. 2009. V. 326. P. 984–986. doi:10.1126/science.1178176.

Van der Veen C.J., Whillans I. Force budget: I. theory and numerical methods // *Journal of Glaciology*. 1989. V. 35. P. 53–60.

Verbitsky M., Saltsman B. Modeling the Antarctic ice sheet // *Annals of Glaciology*. 1997. V. 25. P. 259–267.

Морской лед

Н.Г. Яковлев, А.В. Гусев

1. Введение

Морской лед в модели Земной системы ИВМ РАН в настоящее время представлен традиционной комбинацией: моделью локально-одномерной термодинамики снега и льда и моделью динамики (дрейфа) двумерной неньютоновской жидкости. С точки зрения динамики льда, блок морского льда следует концепции упруго-вязко-пластичной реологии, принятой в ведущих климатических моделях морского льда LIM3 (Vancoppenolle et al., 2009) и CICE5.0 (Hunke et al., 2013).

Блок морского льда может быть условно представлен следующими частями:

- перенос характеристик снега и льда двумерным полем скорости дрейфа (обычно это масса, сплоченность, энтальпия и, возможно, соленость);
- расчет скорости дрейфа льда под воздействием ветра, океанских течений, наклонов уровня океана, градиентов атмосферного давления и сил, возникающих между льдинами в процессе их дрейфа и деформаций разного рода (то, что на профессиональном жаргоне называют реологией);

- расчет профилей температуры (a , возможно, и солености) в толще снега и льда, вычисление темпов таяния и замерзания, трансформации снега в лед;
- вычисление параметров процессов деформации льда в процессе его движения (для простоты назовем все эти процессы торошением) и перерасчет характеристик льда с учетом его торошения;
- расчет характеристик молодого льда (шуги), образующегося на свободной ото льда поверхности воды или под поверхностью океана.

Модель морского льда считается на той же криволинейной сетке со смещенными полюсами, что и модель океана (Володин и др., 2010), что упрощает передачу информации о потоках между блоками океана и морского льда и описание взаимодействия блока морского льда с моделью атмосферы. Вычисление характеристик льда делается перед каждым временным шагом модели динамики океана.

Использовавшаяся в проекте CMIP5 модель термодинамики льда была в значительной степени упрощена. Так, рассматривались только две градации толщины льда – открытая вода и собственно лед с некоторой средней толщиной (с соответствующим снеговым покровом). Это достаточно существенное упрощение, которое может привести к неточному воспроизведению скорости намерзания льда зимой.

Второе упрощение, которое было сделано, связано с предположениями о малости теплоемкости льда по сравнению с теплоемкостью верхнего слоя океана, о возможности параметризации проникающей в лед солнечной радиации через альбедо поверхности льда и о постоянстве коэффициента теплопроводности. Все эти три предположения в сумме дают возможность перейти к так называемой «0-мерной» модели Семтнера (Semtner, 1976) и свести задачу термодинамики к нахождению температуры верхней поверхности снега или льда.

Второе упрощение принято также в модели FESIM (Danilov et al., 2015), в которой используется термодинамический блок, подготовленный первым автором данного раздела. Эта модель показывает неплохие результаты по сравнению с другими моделями проекта CORE-II, где используются значительно более сложные термодинамические блоки (Wang et al., 2016). Это косвенно свидетельствует о том, что точность решения термодинамической задачи достаточно сложными методами, используемыми в LIM3 и CICE5.0, не всегда является определяющей в условиях неопределенности параметров и сложности процессов.

2. Эволюция характеристик массы и сплоченности льда и снега

Для описания состояния морского льда и снежного покрова на нем используются такие характеристики, как масса (если плотность снега или льда считаются постоянными – то объемы льда и снега) и сплоченность (относительная доля площади океана, занятая льдом, – безразмерная величина, изменяющаяся в интервале от 0 до 1). Уравнения для массы снега и льда представляют собой следствие закона сохранения массы с учетом фазовых переходов при термодинамических процессах. Уравнение для сплоченности льда не следует из общих физических принципов типа законов сохранения массы, импульса, энергии и должно рассматриваться как эмпирическое соотношение. Таким образом, решаются три уравнения с заданной скоростью дрейфа льда \vec{u}_i :

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i m_i) = T_h + Q_h + \gamma_{si} m_s + F_L,$$

$$\frac{\partial m_s}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i m_s) = T_s + Q_s - \gamma_{si} m_s - F_L,$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i A) = T_A + Q_A.$$

Здесь Q_h, Q_s, Q_A – слагаемые, описывающие изменения массы льда m_i , массы снега m_s и их сплоченности A при термодинамических процессах и в результате выпадения осадков (снега); T_h, T_s, T_A – переход массы льда и снега из градации в градацию и изменение сплоченности льда в процессе торошения; $-\gamma_{si} m_s$ – уплотнение снега, F_L – намокание снега и превращение его в лед.

Для обеспечения неотрицательности решения в дискретной модели используется схема переноса 1-го порядка точности (Briegleb et al., 2004). Сама схема переноса реализована на криволинейной ортогональной сетке со смежными полюсами, используемой в модели динамики океана.

2.1. Образование нового льда

Шуга (новый лед на открытой воде) образуется в случае реализации условия $T \leq T_F(S)$. При этом, вообще говоря, в модели шуга может образовываться на любой глубине вплоть до дна. Если быть точным, не вся масса переохлажденной воды превращается в лед – это связано с собственной теплоемкостью льда и соляных карманов в нем. Однако в используемой версии блока морского льда этим пренебрегается, и масса нового льда m_i^N вычисляется по формуле:

$$m_i^N = 1.087 \rho_0 C_{p0} (T_0 - T_F(S)) V / L_i,$$

где $\rho_0, C_p, T_0, T_F, S, V, L_i$ – плотность воды, теплоемкость воды, температура воды, температура замерзания воды, соленость воды, объем переохлажденной воды (обычно связанный с объемом ячейки численной модели) и теплота плавления пресного льда. В данном случае теплота плавления предполагается равной теплоте кристаллизации. Множитель 1.087 связан с учетом солености морского льда $S_i \approx 4-5\%$ и изменением его теплоты плавления (Bitz, Limpcomb, 1999).

При образовании нового льда на открытой воде предполагается, что его толщина равна фиксированному значению h_0 . В общем случае параметр h_0 следует рассматривать как настроечный – от его выбора, как показывает опыт расчетов, зависит скорость продукции льда зимой. Действительно, при больших значениях h_0 образуется лед низкой сплоченности и на открытой воде при заданных параметрах атмосферного воздействия длительное время идет процесс образования льда. Наоборот, при малых значениях h_0 новый лед быстро закрывает всю открытую воду и изолирует океан от атмосферы. Параметр h_0 влияет также на вертикальное распределение температуры и солености океана – при более интенсивном образовании льда формируется больший поток солености в океан, происходит более сильное выхолаживание поверхности океана и, следовательно, развивается более интенсивная вертикальная конвекция вследствие гидростатической неустойчивости.

2.2. Уплотнение и намокание снега

Для учета процесса уплотнения со временем снега и превращения его в лед в уравнение эволюции массы снега вводится слагаемое $-\gamma_s m_s$. Такое же слагаемое с обратным знаком записывается в правую часть уравнения эволюции массы льда согласно работе (Oberhuber, 1993). Параметр $\gamma = 3 \cdot 10^{-8} \div 10^{-7} \text{сек}^{-1}$, так что масштаб времени превращения снега в лед имеет величину 4 месяца – 1 год. При учете такого процесса в данной модели необходимо помнить о нарушении закона сохранения массы соли в системе «снег–лед», поскольку снег считается пресным, а лед имеет постоянную соленость $S_i \approx 4-5\%$. Обеспечить более точное описание процесса с учетом закона сохранения массы соли можно в случае учета эволюции солености морского льда.

Превращение снега в лед может происходить также за счет «затопления» льда, когда линия раздела «снег–лед» оказывается ниже уровня воды.

В этом случае считается, что снег, оказавшийся ниже ватерлинии, мгновенно превращается в лед. Эта ситуация достаточно редко встречается в Арктике, однако имеет большое значение для эволюции льда в Южном океане.

Пусть толщина снега и льда $h_s = \frac{m_s}{A}$, $h_i = \frac{m_i}{A}$ соответственно. Изменения массы снега и льда определяются по следующему алгоритму:

- 1) вычисляется осадка снега и льда $h_{draft} = \frac{\rho_s h_s + \rho_i h_i}{\rho_0}$,

- 2) рассчитывается толщина затопленной части снега

$$\delta h = h_{draft} - \min(h_{draft}, h_i),$$

- 3) вычисляются изменения нормализованных масс льда и снега

$$m_s = A \cdot \left(h_s - \frac{\delta h \cdot \rho_i}{\rho_s} \right), \quad m_i = A \cdot (h_i + \delta h).$$

Эту последовательность действий можно считать определением оператора намочания снега F_L .

При реализации процесса «затопления» из пресного снега также образуется соленый лед. Очевидно, что соль попадает в лед из океана, так что необходимо учитывать поток массы соли из океана. Формально следует учитывать и тот факт, что из океана в снег попадает не только соль, но и пресная вода, однако этим также обычно пренебрегается.

2.3. Решение локально-одномерной задачи термодинамики морского льда

В настоящее время в наиболее сложных моделях морского льда LIM3 и CICE5.0 используются примерно одинаковые блоки термодинамики. Эти модели основаны на локально-одномерных моделях, ведущих свое начало от постановки (Maykut, Untersteiner, 1971), и отличаются, в основном, параметризациями. Уравнение теплопроводности для снега записывается в предположении, что солнечная радиация не проникает глубоко в снег и поглощается в самом верхнем его слое:

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \right), \quad z \in [0, h_s].$$

В том случае, если имеется снег, уравнение теплопроводности для льда записывается без учета проникающей радиации, которая полностью поглощается снегом. В случае отсутствия снега имеет смысл учитывать проникающую в лед радиацию и записывать уравнение теплопроводности в виде:

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} [I], \quad z \in [0, h_i],$$

где ρ_i – плотность морского льда, которая предполагается постоянной; $c_i(T_i, S_i)$ – теплоемкость льда как функция его температуры T_i и солёности S_i ; $k_i(T_i, S_i)$ – теплопроводность льда; I – поток проникающей солнечной радиации; z – вертикальная координата, направленная вниз от поверхности снега/льда, на которой $z = 0$.

Теплоемкость соленого льда хорошо аппроксимируется формулой (параметризация соляных карманов, находящихся в равновесии с окружающим пресным льдом):

$$c_i(T, S) = c_0 + \frac{L_i \mu S}{T^2},$$

где c_0 – теплоемкость пресного льда при 0°C , L_i – теплота плавления пресного льда при 0°C и $\mu = 0.054$ – примерное соотношение (взятое с обратным знаком) между температурой замерзания и солёностью воды.

Теплопроводность льда аппроксимируется формулой:

$$k_i(T, S) = k_0 + \frac{\beta S}{T},$$

где k_0 – теплопроводность пресного льда и β – эмпирическая константа. При формулировке граничных условий следует различать четыре ситуации:

- 1) имеется снег, и температура его поверхности ниже температуры таяния снега T_m ;
- 2) имеется снег, и его температура равна температуре таяния снега T_m ;
- 3) снега нет, температура поверхности льда ниже температуры плавления снега и пресного льда T_m ;
- 4) снега нет, температура поверхности льда равна T_m .

В общем случае поток тепла на поверхности зависит от ее температуры, влажности, температуры и давления воздуха, скорости ветра и устойчивости атмосферного пограничного слоя, облачности и положения Солнца и от свойств поверхности (снег или лед). Обозначим этот поток $F_0(T_s)$. Тогда условие баланса потоков на верхней границе дает уравнение:

$$-k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} = F_0(T_s), \quad z = 0.$$

На нижней поверхности льда поставим аналогичное условие:

$$-k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} = F_b, \quad z = h_s + h_i.$$

На границе раздела снега и льда запишем условия непрерывности потоков тепла и температуры

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} = k_i \frac{\partial T_i}{\partial z}, \quad T_s = T_i \quad z = h_s.$$

В случае 2, если вычисленная температура поверхности снега $T_s > T_m$, то полагается $T_s = T_m$. При этом поток тепла из атмосферы не балансируется потоком тепла через лед – в этом случае избыточное тепло идет на таяние снега:

$$F_0(T_m) + k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} = -L_s \frac{\partial h_s}{\partial t}, \quad z = 0.$$

Аналогичная ситуация возникает на поверхности свободного от снега льда.

Температура льда на нижней границе льда считается всегда равной температуре замерзания $T_f(S)$ при солёности воды S . Поэтому в случае положительного значения величины $F_b - k_i \frac{\partial T_i}{\partial z}$ (F_b – поток тепла из океана) реализуется процесс таяния льда на нижней границе. В противном же случае происходит увеличение его толщины:

$$F_b - k_i \frac{\partial T_i}{\partial z} = -L_i^* \frac{\partial h_i}{\partial t}, \quad z = h_s + h_i.$$

Здесь $L_i^* \approx 0.92L_i$ – теплота плавления льда с учетом его солёности. Эта же теплота плавления льда используется и при расчете массы шуги, образующейся при переохлаждении воды $T \leq T_f(S)$.

Поскольку в рассматриваемой модели предполагается, что лед по всей толщине имеет постоянную солёность, можно пренебречь зависимостью теплоты плавления от солёности.

При таянии снега и таянии/намерзании льда формируется соответствующий поток пресной воды в океан, который меняет солёность верхнего слоя океана, – эта задача решается в блоке динамики океана. Поскольку лед имеет некоторую солёность, в процессе термодинамической эволюции льда между льдом и океаном возникает также некоторый поток соли.

При моделировании крупномасштабного климатического состояния морского льда до сих пор используют приближенные модели, основанные на предположении о малости теплоемкости льда и снега по сравнению с теплоемкостью океана и о постоянстве коэффициентов теплопроводности k_s, k_i . Если принять далее, что можно пренебречь проникновением солнечной ра-

диации в лед (либо параметризовать этот процесс через формулировку потока F_0 или корректировкой альбедо льда), то ситуации со снегом и без снега не будут отличаться, и уравнения могут быть записаны в следующем простом виде (индексы опущены):

$$\frac{\partial T}{\partial z} = Const,$$

т.е. профиль температуры в слое снега и льда можно описать линейной функцией. Следовательно, при сделанных предположениях термическое состояние снега и льда может быть описано двумя неизвестными значениями: температурой верхней поверхности снега T_1 и температурой на границе раздела снега и льда T_2 . Температура нижней поверхности льда всегда равна температуре замерзания морской воды $T_F(S)$. Именно на таких предположениях основаны известные модели (Parkinson, Washington, 1979; Semtner, 1976).

При сделанных выше предположениях задача сводится к следующей системе уравнений (будем рассматривать ситуацию полной системы «снег–лед»):

- ✓ уравнение теплового баланса на верхней поверхности снега

$$k_s \frac{T_2 - T_1}{h_s} = F_0(T_1),$$

- ✓ условие равенства потоков на границе раздела

$$k_s \frac{T_2 - T_1}{h_s} = k_i \frac{T_F - T_2}{h_i}.$$

Температуру T_2 можно выразить через T_1 и $T_F(S)$. Таким образом, по существу задача сводится к решению одного нелинейного уравнения для температуры поверхности снега T_1 .

В случае отсутствия снега задача для температуры поверхности льда решается аналогично, в этом случае нет необходимости вычислять температуру раздела T_2 .

Решение задачи термодинамической эволюции снега и льда представляет, по существу, решение нелинейного уравнения для температуры верхней поверхности снега или льда вида $\Phi(T) = 0$. Вид функции $\Phi(T)$ может существенно меняться в зависимости от параметризаций потоков тепла на границе снега/льда с атмосферой, которые должны быть точно согласованы с параметризациями, используемыми в блоках динамики атмосферы и океана.

Обычно функция $\Phi(T)$ имеет вид (температура T в градусах Кельвина):

$$\Phi(T) = -AT^4 - BT - C(T) + D,$$

где A, B, D – положительные константы (либо функции, слабо зависящие от температуры); $C(T)$ – монотонно возрастающая функция, связанная с параметризацией потока скрытого тепла. Можно показать, что для всех распространенных параметризаций потоков скрытого тепла в реальных условиях $C(T) > 0$.

В стандартной модели Семтнера (Semtner, 1976) решение ищется методом секущих Ньютона, при этом требуется записать уравнение для температуры поверхности в виде $T = F(T)$ и аналитически вычислять производную функции $F(T)$. Следовательно, при смене параметризации потоков тепла на поверхности снега/льда пользователь должен самостоятельно изменить и вид функции $F(T)$, и запись производной. В представленной выше модели решение задачи ищется методом секущих, в котором требуется только вычисление функции $\Phi(T)$. Для обеспечения сходимости метода начальное приближение ищется на интервале $[a, b]$, где $a = -100^\circ\text{C}$ (соответствует формальному пределу $T \rightarrow 0^\circ\text{K}$, при котором $\Phi \rightarrow D$), а b – значение температуры, при котором $\Phi(b) < 0$. Значение b определяется либо в ходе итерационного процесса:

1. $b = a + 10^\circ\text{C}$;
2. если $\Phi(b) > 0$, то $a = b$ и повторить 1;
3. если $\Phi(b) < 0$, то начать итерации по методу секущих,

либо выбирается любой достаточно широкий интервал температур, на котором можно ожидать существование решения, например, $[T_a - 30^\circ\text{C}, +20^\circ\text{C}]$, где T_a – температура воздуха.

Для достижения точности в уравнении баланса тепла 0.1 Вт/м^2 (формально это невязка уравнения) достаточно сделать 10 итераций (обычно меньше).

2.4. Эффекты, связанные с горизонтальной неоднородностью льда

В моделях с двумя градациями толщины льда предполагается, что таяние происходит преимущественно для тонкого льда. Если ввести аппроксимацию функции распределения льда по толщине в виде линейной функции с

толщинами от 0 до $2h_i$, то легко показать (Semtner, 1976; Fichet, Morales Maqueda, 1997), что в случае таяния льда

$$Q_A = \frac{A}{2h_i} \frac{\partial h_i}{\partial t}, \text{ если } \frac{\partial h_i}{\partial t} < 0.$$

Изменение массы и сплоченности льда можно связать друг с другом в предположении неизменности сплоченности. В более общем виде можно положить, что

$$Q_A = C_1 \frac{A}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial t}, \text{ если } \frac{\partial h_i}{\partial t} < 0,$$

и считать $C_1 < 1$ настроечным параметром, связанным с конкретным распределением льда по градиентам толщины.

При образовании нового льда на поверхности и в глубине океана в присутствии старого льда скорость изменения сплоченности обычно записывается в виде:

$$Q_A = \Phi(A) \frac{1}{h_0} \frac{\partial h_i}{\partial t}, \text{ если } \frac{\partial h_i}{\partial t} > 0,$$

где непрерывная монотонная функция $\Phi(A)$ такова, что $\Phi(0) = 1$, $\Phi(1) = 0$. Выбор функции $\Phi(A)$ в таком виде отражает тот факт, что чем больше открытой воды, тем быстрее происходит образование нового льда. В рассматриваемой версии модели $\Phi(A) = 1 - A$. Однако имеются и другие возможности, например, $\Phi(A) = \sqrt{1 - A^2}$ (Fichet, Morales Maqueda, 1997). Выбор параметра h_0 имеет тот же смысл, что и в параметризации образования нового льда (шуги). Скорость образования нового льда вычисляется аналогично скорости образования шуги на открытой воде без присутствия старого льда.

2.5. Параметризация альбедо

При параметризации альбедо необходимо учитывать, что альбедо снега и льда зависит от спектрального состава света, угла его падения (прямой или диффузно-рассеянный свет). Оптические свойства снега зависят от размера и формы снежинок, глубины снежного покрова и свойств подстилающей его поверхности, шероховатости и содержания воды и наличия загрязнений. Свойства льда зависят от его толщины, возраста, состояния поверхности, концентрации соляных карманов и воздушных пузырьков, а также от свойств луж талой воды (Perovich, 1996).

В наиболее простом случае можно выделить четыре состояния поверхности: сухой снег, мокрый (тающий) снег, сухой лед и мокрый лед. Выбор

конкретных значений достаточно широк. Считается, что альbedo сухого снега лежит в пределах 0.75–0.85, альbedo мокрого снега – 0.65–0.77. Более сложная ситуация со льдом, для которого разброс возможных значений достаточно широк: сухой лед – от 0.55 до 0.70, мокрый – от 0.38 до 0.55. При расчете альbedo снега учитывается, что тонкий снег лежит на льду не сплошным покровом, а так называемыми «косами». При этом среднее альbedo поверхности вычисляется по формуле аналогично модели CICE5.0 (толщина снега – в см):

$$\alpha = sf \cdot \alpha_s + (1 - sf) \cdot \alpha_i, \quad sf = \frac{h_s}{h_s + 2}.$$

После определения поверхностной температуры проверяется условие $T_s < 0^\circ C$ (или $T_i < 0^\circ C$, если снег отсутствует). Если это условие не выполняется, температура поверхности полагается равной температуре плавления и рассчитывается новый тепловой баланс – избыточное тепло идет на таяние снега или льда. При этом учитывается зависимость альbedo от температуры и состояния поверхности.

Для параметризации проникающей в лед (не покрытый снегом) коротковолновой радиации используется предположение о том, что часть радиации, не отраженная поверхностью, поглощается в самом верхнем слое льда, так что это можно также трактовать как поглощение в толще льда, отнесенное к его поверхности. Пусть доля радиации, проникающей в лед, составляет величину i_0 . Это приводит к изменению эффективного альbedo льда, так что в выражении для потока коротковолновой радиации появляется множитель $(1 - \beta \cdot i_0)$:

$$SW = SW_0 \cdot (1 - \beta \cdot i_0) \cdot (1 - \alpha(T_i)).$$

В реальности часть проникающей в лед радиации идет на объемный нагрев льда, который можно рассматривать как эффективный нагрев поверхности, задавая $\beta < 1$. В работе (Parkinson, Washington, 1979) полагалось, что $\beta = 0.4$.

Согласно наблюдениям, коэффициент i_0 зависит от спектрального состава падающего излучения. Эту зависимость можно параметризовать в виде функции от балла облачности N (Grenfell, Maykut, 1977), поскольку облачность сдвигает спектр солнечного излучения в длинноволновую область, увеличивая i_0 :

$$i_0 = 0.18 + 0.17 \cdot N.$$

В несколько более сложной параметризации учитывается эффект образования луж на поверхности снега или льда. Предполагается, что они начинают формироваться при температуре поверхности -1°C . Ее альbedo считается линейной функцией температуры в диапазоне от -1 до 0°C , значения которой изменяются от альbedo сухой поверхности до альbedo мокрой поверхности. Кроме того, альbedo льда может быть параметрически связано с его толщиной. Пример такой параметризации (Яковлев, 2009) приведен в таблице. В каждом конкретном случае обычно требуется специальная настройка альbedo как одного из наиболее важных параметров в расчете теплового баланса льда и снега. Наиболее перспективный подход в случае соединения модели морского льда с моделью динамики атмосферы – использование спектрального альbedo для прямого и рассеянного света, которые вычисляются в радиационном блоке модели динамики атмосферы.

Таблица

Параметризация альbedo снега и льда

в зависимости от температуры поверхности T и толщины льда h_l и снега h_s

| Поверхность | Сухой $T < -1^{\circ}\text{C}$ | Мокрый $T > -1^{\circ}\text{C}$ |
|--|--|--|
| α_s , снег | 0,8 | $\alpha_s = 0,8 - 0,1 \cdot (T + 1)$ |
| α_i , лед толщиной h_l | $\alpha_i = \alpha_w + h_l(0,65 - \alpha_w) / 50$, если $h_l \leq 50$ см, $\alpha_i = 0,65$, если $h_l > 50$ см | $\alpha_i = \alpha_w + (0,65 - 0,075 \cdot (T + 1) - \alpha_w)h_l / 50$, если $h_l \leq 50$ см, $\alpha_i = 0,65 - 0,075 \cdot (T + 1)$, если $h_l > 50$ см |
| α_w , вода | 0,1 | |
| Эффективное альbedo снега толщиной h_s , лежащего косами | $\alpha = s_f \cdot \alpha_s + (1 - s_f) \cdot (\alpha_i + (1 - \alpha_i) \cdot i_0)$, $s_f = \frac{h_s}{h_s + 2\text{см}}$ | |

Параметр i_0 – доля проникающей в лед радиации, считается зависящей от балла облачности (Яковлев, 2009).

2.6. Поток тепла из океана в лед

Естественно предположить, что поток тепла из океана в лед F_B пропорционален разности температур океана T_0 и нижней поверхности льда (равной температуре замерзания морской воды $T_f(S)$) и скорости трения воды и льда $u_* = \sqrt{C_D} |\vec{u}_0 - \vec{u}_l|$:

$$F_B = \rho_0 C_{p_0} \cdot St \cdot u_* (T_0 - T_F(S)),$$

где C_D – коэффициент трения, а St – число Стентона. Поскольку температура морской воды не может быть ниже температуры замерзания (в противном случае происходит очень быстрый процесс образования нового льда) – этот поток всегда положительный.

Коэффициент C_D в принципе может быть вычислен обычным образом, как коэффициент трения у шероховатой стенки:

$$C_D = \left[\frac{0.4}{\ln(\delta z / z_0)} \right]^2,$$

причем, согласно данным измерений, параметр шероховатости $z_0 = 5$ мм (McPhee, 2002) для характерной в Арктике толщины льда $\delta z = 3$ м. Как показывают измерения (McPhee, 1999), число Стентона меняется слабо – в диапазоне от 0.005 до 0.006. В численных моделях часто предполагается, что $St = C_D = 5.5 \cdot 10^{-3}$, что соответствует выбору $\delta z = 1$ м.

Если предположить, что скорость трения берется из решения задачи совместной динамики льда и океана и, следовательно, скорость течения в океане вычисляется на расстоянии нескольких метров от границы раздела, то полезно ввести ограничения снизу и сверху, например, в виде $0.075 \leq u_* \leq 100$ см/сек.

3. Расчет скорости дрейфа морского льда

3.1. Уравнения динамики

Модель дрейфа морского льда полностью повторяет подход известных моделей CICE5.0 (Hunke et al., 2013) и LIM3 (Vancoppenolle et al., 2009) и основана на работе (Hibler, 1979), в которой сформулирована так называемая эллиптическая вязко-пластичная реология льда. Баланс импульса льда будет иметь вид:

$$m \frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + m l \vec{k} \times \vec{u}_i = -\vec{\nabla} P_0 + \vec{\tau}_a - \vec{\tau}_w + \vec{F}.$$

Здесь m – суммарная масса льда и снега (на единицу площади); $\vec{\tau}_a$ – касательное напряжение трения ветра; l – параметр Кориолиса; \vec{k} – единичный вектор, направленный по вертикали вверх; $\vec{\nabla} P_0$ – градиент давления на поверхности океана (в модели учитываются уровень океана и давление атмосферы); \vec{F} – средняя по толщине льда сила, вызванная реологией морского

льда (т.е. напряжениями, возникающими в ледовом покрове вследствие его движения и различной толщины и сплоченности льда).

Обычно делается предположение, что для морского льда можно пренебречь инерционными слагаемыми $m(\vec{u}_i \cdot \vec{\nabla})\vec{u}_i \approx 0$. Масштабный анализ показывает, что в большей части океана, покрытого достаточно толстым льдом, эти слагаемые на порядок меньше локального ускорения. В сущности, это предположение непринципиально и может быть преодолено методом расщепления по физическим процессам с использованием методов, аналогичных методам решения задачи динамики океана. Более того, в ряде районов океана отмечаются высокие значения скорости дрейфа льда – более 1 м/сек, и для таких скоростей сделанная выше линеаризация может быть неверна.

Касательное трение о воду записывается в виде обычного квадратичного закона трения:

$$\vec{\tau}_w = \rho_0 C_D |\vec{u} - \vec{u}_i| \left((\vec{u} - \vec{u}_i) \cos \beta + \vec{k} \times (\vec{u} - \vec{u}_i) \sin \beta \right),$$

где C_D – коэффициент сопротивления, \vec{k} – единичный вертикальный вектор, β – угол поворота скорости дрейфа льда \vec{u}_i относительно горизонтальной составляющей скорости течения воды \vec{u} . В моделях с достаточно высоким разрешением по вертикали можно полагать, что $\beta = 0$.

Внутренние силы, возникающие в силу реологии льда, вычисляются на основе упруго-вязко-пластичной эллиптической реологии. Приведем краткое изложение, следуя обозначениям и идеям модели LIM3.

Пусть компоненты тензора напряжений обозначены $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$. Тогда, если ввести обозначения (в обобщенных ортогональных координатах ξ_1, ξ_2 с метрическими коэффициентами h_1, h_2)

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22}, & \sigma_2 &= \sigma_{11} - \sigma_{22}, \\ D_D &= \frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{\partial}{\partial \xi_1} (h_2 u) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 v) \right), \\ D_T &= \frac{1}{h_1 h_2} \left(h_2^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{u}{h_2} \right) - h_1^2 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{v}{h_1} \right) \right), \\ D_S &= \frac{1}{h_1 h_2} \left(h_1^2 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{u}{h_1} \right) + h_2^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{v}{h_2} \right) \right), \end{aligned}$$

где D_D, D_T, D_S означают, соответственно, дивергенцию, растяжение и сдвиг, то компоненты тензора напряжений для эллиптической вязко-пластичной реологии записываются в виде (Hibler, 1979):

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \left(\frac{D_D}{\Delta} - 1 \right) P, \\ \sigma_2 &= \frac{D_T}{e^2} P, \\ \sigma_{12} &= \frac{D_S}{2e^2 \Delta} P,\end{aligned}$$

где P – предельное давление (прочность льда на сжатие), $e=2$ – эксцентриситет эллиптической кривой достижимости, а Δ – мера скорости деформации, определяемая по формуле:

$$\Delta = \sqrt{D_D^2 + \frac{1}{e} (D_T^2 + D_S^2)}.$$

Давление во льду может определяться из простого соотношения (Hibler, 1979):

$$P = P^* \cdot \bar{h} \cdot e^{-C^*(1-\bar{A})},$$

где $C^* \approx 20$ – эмпирическая безразмерная константа; P^* – эмпирическая константа, иногда также называемая «прочностью льда» ($P^* \approx 1 \div 3 \times 10^4 \text{ Нм}^{-2}$); \bar{h} , \bar{A} – средняя по градациям толщина и суммарная сплоченность льда. Заметим, что достаточно реалистично выглядит также идея о связи давления не со средней толщиной \bar{h} , а с толщиной самого тонкого льда. Существуют более сложные параметризации, связывающие P^* с квадратом средней толщины льда \bar{h} или с параметрами торошения льда, однако именно такая параметризация наиболее популярна в климатических моделях, так как отличается простотой и не приводит в вычислительной неустойчивости.

Опыт расчетов показывает, что скорость дрейфа льда нелинейно зависит от давления так, что при $P^* > 3 \cdot 10^4 \text{ Нм}^{-1}$ лед практически останавливается (Steele et al., 1997). Более того, при низкой точности итерационного процесса для определения скорости дрейфа льда фактически реализуется несколько иная реология, с другим эффективным параметром прочности льда. Это означает, что в каждом конкретном случае параметр P^* может рассматриваться как настроенный, выбираемый из соображений точности воспроизведения скорости дрейфа.

Сила $\mathbf{F} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$ представляет собой дивергенцию тензора напряжений. В обобщенных ортогональных координатах получаем:

$$2F_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi_1} + \frac{1}{h_1 h_2^2} \frac{\partial (h_2^2 \sigma_2)}{\partial \xi_1} + \frac{2}{h_1^2 h_2} \frac{\partial (h_1^2 \sigma_{12})}{\partial \xi_2},$$

$$2F_2 = \frac{1}{h_2} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi_2} - \frac{1}{h_1^2 h_2} \frac{\partial (h_1^2 \sigma_2)}{\partial \xi_2} + \frac{2}{h_1 h_2^2} \frac{\partial (h_2^2 \sigma_{12})}{\partial \xi_1}.$$

В силу особенностей численного решения нелинейной задачи с вязко-пластичной реологией была предложена регуляризация в виде упруго-вязко-пластичной реологии (Hunke, Dukowicz, 1997; Hunke, 2001). Основная идея состоит в формальном введении упругих волн, затухающих за время с масштабом T_d (что можно связать с аналогом модуля Юнга $E = \frac{\zeta}{T_d}$), и формулировке эволюционной задачи для компонент тензора напряжений. Тогда формально можно записать три эволюционных уравнения, дающих предельное вязко-пластичное решение для постоянного форсинга при $t \rightarrow \infty$:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \frac{\sigma_1}{2T_d} + \frac{P}{2T_d} = \frac{1}{2T_d} \left(\frac{D_D}{\Delta} - 1 \right) P,$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial t} + \frac{\sigma_2}{2T_d} = \frac{D_T}{2T_d e^2 \Delta} P,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} + \frac{\sigma_{12}}{2T_d} = \frac{D_s}{4T_d e^2 \Delta} P.$$

Полученная система уравнений для компонент скорости дрейфа льда (u, v) и компонент тензора напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$ представляет собой систему уравнений с упруго-вязко-пластичной реологией. Интегрирование системы уравнений динамики льда проводится при фиксированном давлении P (которое обычно предполагается медленно меняющимся) с «внутренним» маленьким шагом по времени Δt_e – обычно этот шаг составляет величину от 30 до 60 сек в зависимости от пространственного разрешения.

В работе (Hunke, 2001) предложен метод регуляризации в случае режима медленного торошения, хотя определенная регуляризация уже сделана путем введения затухающих упругих волн. Предполагается, что величина прочности льда ограничена сверху некоторым значением, связанным с характерной массой льда, входящей в некоторый коэффициент C , пространственным разрешением, мерой деформации льда, выраженной через параметр Δ , и разрешением по времени Δt_e : $P < \frac{C \cdot h_x h_y T_d}{\Delta t_e^2} \cdot \Delta$.

Численное интегрирование задачи для напряжений и соответствующих компонент скорости проводится по явной схеме Эйлера с небольшим шагом по времени (от 60 до 30 сек), причем неявно аппроксимируются сила Кориолиса и линеаризованное трение о воду.

3.2. Граничные условия для задачи динамики льда

Как правило (Vancoppenolle et al., 2009), в случае различных вариантов реологии, операторы которых содержат вторые производные по пространству, на твердых участках границы ставится условие прилипания $\vec{u}_i = \vec{0}$. Формально считается, что лед занимает всю расчетную область. Это снимает проблему задания граничных условий для скорости дрейфа на неизвестной кромке ледового покрова. В области, свободной ото льда, полагается некоторая минимальная толщина льда и предполагается, что внутренние напряжения отсутствуют (режим чистого дрейфа):

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{12} = 0.$$

Условие прилипания на берегу может быть нереалистичным в моделях с низким пространственным разрешением, так как, например, в районе Канадского архипелага в Северном Ледовитом океане оно приведет к остановке льда в узких проливах.

Перераспределение массы льда по градациям толщины (в данном случае это лед и открытая вода) происходит в результате процессов таяния и замерзания, а также при торошении льда в результате его движения. Теория перераспределения массы льда при торошении дана в работах (Hibler, 1980; Flato, Hibler, 1995). Основная идея состоит в том, что скорость уменьшения площади льда связана с параметрами дрейфа

$$T_{A,0} = -0.5 \cdot C_S (\Delta(\dot{\epsilon}) - |\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_i|) - \min(|\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_i|, 0).$$

Считается, что константа $C_S \approx 0.5$. В случае $C_S = 0$ торошение определяется только дивергенцией поля скорости дрейфа льда. Опыт расчетов показывает, что более реалистичные результаты получаются при значениях C_S в диапазоне от 0.125 до 0.25.

Если сплоченность льда превышает $1 - A_{\min}^0$, то это также интерпретируется как торошение, и сплоченность полагается равной $1 - A_{\min}^0$, где A_{\min}^0 – минимальная доля открытой воды, которую можно рассматривать как эмпирический параметр. Изменение сплоченности такого рода происходит не только в процессе дрейфа, но и в процессе образования нового льда.

Литература

Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM4.0 // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 2010. Т. 46, № 4, С. 448–466.

Яковлев Н.Г. Восстановление крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана в 1948–2002 гг. Часть 1: Численная модель и среднее состояние // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 2009. Т. 45, № 3, С. 1–16.

Bitz C.M., Lipscomb W.H. An energy-conserving thermodynamic model of sea ice // *J. Geophys. Res.*, 1999. V. 104, P. 15669–15677.

Briegleb B.P., Bitz C.M., Hunke E.C., Lipscomb W.H., Holland M.M., Schramm J.L., Moritz R.E. Scientific description of the sea ice component in the Community Climate System Model, version three. Technical Note NCAR/TN-463+STR, 2004. National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, USA.

Danilov S., Wang Q., Timmermann R., Iakovlev N., Sidorenko D., Kimmritz M., Jung T., Schröter J. Finite-Element Sea Ice Model (FESIM), version 2 // *Geosci. Model Dev.*, 2015. V. 8, P. 1747–1761, doi:10.5194/gmd-8-1747-2015.

Fichefet T., Morales Maqueda M.A. Sensitivity of a global sea ice model to the treatment of ice thermodynamics and dynamics // *J. Geophys. Res.*, 1997. V. 102(C6), P. 12609–12646.

Flato G.M., Hibler W.D. Ridging and stress in modeling the thickness distribution of Arctic sea ice // *J. Geophys. Res.*, 1995. V. 100, P. 18611–18626.

Grenfell T.C., Maykut G.A. The optical properties of ice and snow in the Arctic Basin // *J. Glaciol.*, 1977. V. 18, P. 445–463.

Hibler W.D. A dynamic thermodynamic sea ice model // *Journal of Physical Oceanography*, 1979. V. 9, P. 815–846.

Hibler W.D. Modeling a variable thickness sea ice cover // *Monthly Weather Review*, 1980. V. 108, P. 943–1973.

Hunke E.C., Dukowicz J.K. An elastic-viscous-plastic model for sea ice dynamics // *Journal of Physical Oceanography*, 1997. V. 27, P. 1849–1867.

Hunke E.C., Lipscomb W.H., Turner A.K., Jeffery N., Elliott S.M. CICE: the Los Alamos Sea Ice Model, Documentation and Software, Version 5.0. Los Alamos National Laboratory Tech. Rep. LA-CC-06-012. 2013.

Hunke E.C. Viscous plastic sea ice dynamics with the evp model: Linearization issues // *Journal of Computational Physics*, 2001. V. 170, P. 18–38, doi: doi:10.1006/jcph.2001.6710.

Hunke E.C., Dukowicz J.K. The elastic-viscous-plastic sea ice dynamics model in general orthogonal curvilinear coordinates on a sphere-incorporation of metric terms // *Monthly Weather Review*, 2002. V. 130, P. 1848–1865.

Maykut G.A., Untersteiner N. Some results from a time dependent thermodynamic model of sea ice // *J. Geophys. Res.*, 1971. V. 76, P. 1550–1575

McPhee M.G. Turbulent stress at the ice/ocean interface and bottom surface hydraulic roughness during the SHEBA drift // *J. Geophys. Res.*, 2002. V. 107, No C10, 8037, doi: 10.1029/2001JC000633.

McPhee M.G., Kottmeier C., Morison J.H. Ocean heat flux in the central Weddell Sea in winter // *J. Phys. Oceanogr.*, 1999. V. 29, P. 1166–1179.

Oberhuber J.M. The OPYC ocean general circulation model. Deutsches Klimarechenzentrum. 1993. Tech. Rep. No 7. Hamburg. 130 p.

Parkinson C.L., Washington W.M. A large-scale numerical model of sea ice // J. Geophys. Res., 1979. V. 84, P. 311–337.

Perovich D.K. The optical properties of sea ice. CRREL Monograph, 96-1, 1996, 25 p.

Semtner A.J. A model for the thermodynamic growth of sea ice in numerical investigations of climate // J. Phys. Oceanogr., 1976. V. 6, P. 379–389.

Steele M., Zhang J., Rothrock D., Stern H. The force balance of sea ice in a numerical model of the Arctic Ocean // J. Geophys. Res., 1997. V. 102, P. 21061–21079.

Vancoppenolle M., Fichefet T., Goosse H., Bouillon S., Madec G., Morales Maqueda M.A. Simulating the mass balance and salinity of Arctic and Antarctic sea ice. 1. Model description and validation // Ocean Modelling, 2009. V. 27(1–2), P. 33–53, doi: 10.1016/j.ocemod.2008.10.005.

Wang Q. et. al. An assessment of the Arctic Ocean in a suite of interannual CORE-II simulations. Part I: Sea ice and solid freshwater // Ocean Modelling, 2016. V. 99, P. 110–132, doi: 10.1016/j.ocemod.2015.12.008.

Особенности программной реализации моделей Земной системы

Особенности реализации параллельной версии модели ИВМ РАН (базовая версия)

Е.В. Мортиков

Численное моделирование климата с помощью сложных многокомпонентных моделей Земной системы относится к задачам, наиболее требовательным к вычислительным ресурсам. Постановка экспериментов с высоким пространственным разрешением предъявляет значительные требования к эффективности программной реализации климатических моделей на современных параллельных вычислительных системах. К основным задачам на сегодняшний день применительно к климатическим исследованиям можно отнести разработку: алгоритмов, обладающих высокой масштабируемостью на массивно-параллельных вычислительных кластерах; масштабируемых систем параллельного ввода-вывода данных; подходов к эффективному объединению различных программных компонент моделей Земной системы на суперкомпьютерах. Особый интерес представляет возможность ускорения

расчетов за счет переноса вычислений на архитектуру перспективных сопроцессоров или ускорителей – графических карт (Kelly, 2010) и процессоров Intel Xeon Phi (Mielikainen et al., 2014; Xue et al., 2014).

Программная реализация модели Земной системы ИВМ РАН на параллельных вычислительных системах с распределенной памятью основана на двумерной декомпозиции расчетной области по широте и долготе. Для выполнения обменов данными между параллельными процессами используются функции библиотеки MPI. В модели атмосферы также реализована надстройка над библиотекой MPI, позволяющая выполнять характерные операции обменов данными между параллельными процессами (Gloukhov, 2002). Модели атмосферы и океана выполняются на независимых группах MPI-процессов, а обмены данными между ними реализованы с помощью механизма интеркоммуникаторов библиотеки MPI.

Эффективность программной реализации модели океана на параллельных системах несколько лучше по сравнению с моделью атмосферы, что связано как с большим горизонтальным разрешением в модели океана, так и особенностями численного метода решения уравнений гидротермодинамики (Terekhov et al., 2011). В частности, применение в модели океана сетки с обобщенными сферическими координатами, где Южный полюс совпадает с положением географического полюса, а Северный полюс помещен на территорию Сибири – вне расчетной области, позволяет избежать проблем, связанных с расчетом динамики у полюсов. Напротив, в модели атмосферы выполняется пространственная фильтрация всех прогностических переменных вблизи полюсов для подавления коротковолновых гармоник на регулярной широтно-долготной сетке (Burridge, Haseler, 1977). Программная реализация пространственной фильтрации в модели атмосферы основана на возможности так называемого «транспонирования» данных, реализованной в надстройке над библиотекой MPI (Gloukhov, 2002). Под транспонированием подразумевается такое перераспределение данных между параллельными процессами, в результате которого нераспределенная размерность становится распределенной, а одна из распределенных – нераспределенной. В модели атмосферы после выполнения операции транспонирования каждый MPI-процесс содержит лишь часть уровней по вертикали, но все дискретные значения вдоль заданного круга широты, что позволяет использовать последовательный алгоритм быстрого преобразования Фурье для пространственной фильтрации переменных. Для продолжения счета модели требуется выполнение обратного транспонирования данных. Выполнение операций транспонирования данных на современных параллельных вычислительных системах, как правило, малоэффективно. Перераспределение больших объемов данных между тысячами за-

действующих вычислительных процессов может значительно замедлять выполнение программы.

В новой версии климатической модели INMCM был реализован ряд модификаций в алгоритмах расчета динамики модели атмосферы для повышения масштабируемости и ускорения вычислений на суперкомпьютерах (Мортиков, 2015а); разработана новая программная реализация блока переноса примесей на основе технологии гибридного программирования MPI-OpenMP, учитывающая архитектуру перспективных массивно-параллельных вычислительных систем (Мортиков, 2016). Для решения эллиптического уравнения в модели атмосферы вместо прямого метода, использующего преобразование Фурье, предложен итерационный алгоритм на основе многосеточного подхода (Мортиков, 2015а, 2015б).

Для оптимизации пространственной фильтрации блок подпрограмм, реализующий выполнение MPI-коммуникаций в модели атмосферы, был дополнен возможностью группировки данных. Группировка позволяет совместить операцию транспонирования для заданного набора переменных, а также набора плоскостей вдоль дополнительной распределенной размерности, не участвующей в транспонировании – в случае фильтрации таковой является распределение по широте. Модификация позволяет минимизировать число MPI-сообщений и, как следствие, уменьшить суммарные задержки, связанные с их инициализацией, а также отчасти улучшить эффективность внутренних для реализации MPI-операций копирования памяти. Отметим, что программная реализация позволяет контролировать как параметры группировки данных, так и алгоритмы, используемые для выполнения объединения данных с MPI-процессов (например, выполнение объединений с помощью прямых обменов между процессами или применение функций коллективного взаимодействия MPI; использование производных типов MPI и др.), производительность которых на разных вычислительных системах и для разных реализаций MPI может значительно отличаться.

Схожие подходы к оптимизации обменов данными были реализованы и для других компонент расчета динамики атмосферы, что позволило повысить масштабируемость модели более чем в два раза – до 2000 ядер при горизонтальном разрешении $1.25^\circ \times 1^\circ$ и 128 уровнях по вертикали. Масштабируемость модели атмосферы и предыдущей ее версии на кластере МВС-10П Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН приведена на рис. 1. Дальнейшая оптимизация операций доступа к памяти; модификация программного кода в динамическом блоке, обеспечивающая векторизацию инструкций компилятором, позволила дополнительно ускорить расчеты в новой

версии климатической модели. Для достижения скорости счета, превышающей 10 лет модельного времени за астрономические сутки для модели Земной системы при горизонтальном разрешении в $2^\circ \times 1.5^\circ$ и 73 уровнях по вертикали в модели атмосферы, $0.5^\circ \times 0.25^\circ$ и 40 уровнях в модели океана, требуется задействовать не более 1000 процессорных ядер суперкомпьютеров, установленных в МСЦ РАН и Суперкомпьютерном центре МГУ.

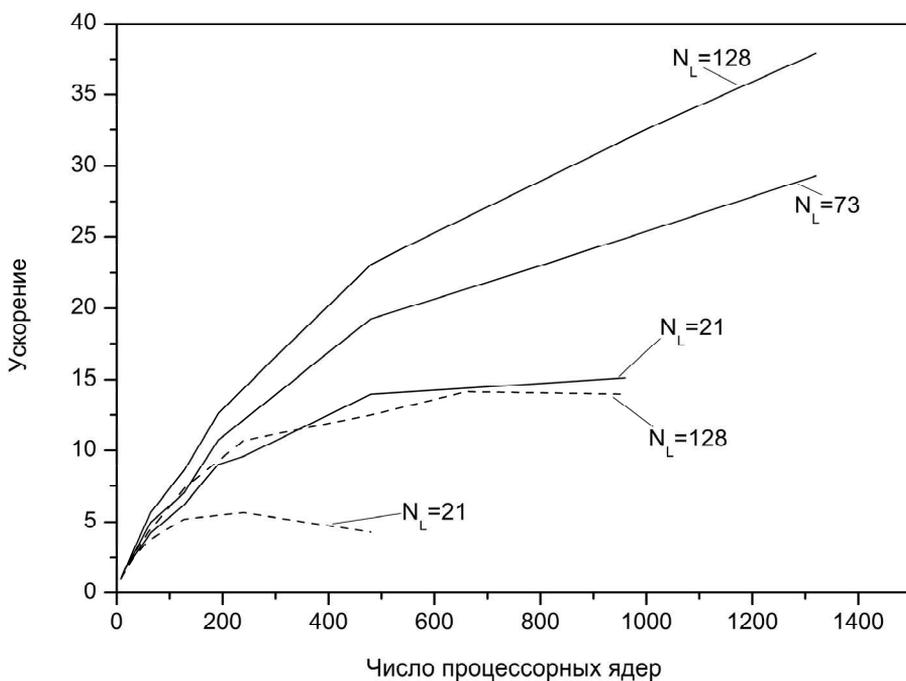


Рис. 1. Масштабируемость модели атмосферы (сплошные линии) и предыдущей ее версии (пунктирные линии) при различном числе вертикальных уровней N_L . В блоке аэрозолей рассчитывается перенос концентрации 10 веществ. Горизонтальное разрешение: $1.25^\circ \times 1^\circ$. Ускорение приведено относительно времени счета на 8-ми ядрах.

В новой версии климатической модели INMCM блоки переноса аэрозолей в модели атмосферы и примесей в модели океана рассматриваются в виде программных модулей, выполняемых на отдельных группах вычислительных ядер. Такой подход согласуется с общей тенденцией представления компонент моделей Земной системы в виде независимых программных элементов (Collins et al., 2005): модуль атмосферы, модуль океана, модуль морского льда и т.д.

Программная реализация блоков переноса примесей основана на использовании гибридного программирования MPI-OpenMP. Совмещение MPI-OpenMP позволяет учитывать как возможность пространственной декомпо-

зиции задачи по параллельным процессам, так и независимость уравнений для переноса концентраций, и обеспечивает большую масштабируемость и эффективность использования вычислительных ресурсов современных суперкомпьютеров по сравнению с известными решениями. В частности, в работе (Mirin, Worley, 2012) предлагается использование дополнительных и лишь частично активных параллельных нитей OpenMP для ускорения расчетов в моделях атмосферы, включающих аэрозольный блок. Однако для алгоритма (Mirin, Worley, 2012), реализованного в модели CAM (Community Atmosphere Model), масштабируемость ограничена числом ядер на процессоре, а также непосредственно MPI-масштабируемостью модели атмосферы. Более того, ресурсы в таком подходе используются неэффективно – часть ядер остается незадействованной в ходе счета.

Развитие современных суперкомпьютеров также определяет необходимость применения смешанного параллелизма MPI-OpenMP. Вычислительные узлы таких систем, как правило, представляют собой гетерогенную архитектуру, состоящую из процессоров «традиционной» архитектуры и ускорителей или сопроцессоров. Например, каждый узел системы МСЦ РАН МВС-10П состоит из 2-х 8-ядерных процессоров Intel Xeon E5-2690 и 2-х 60-ядерных ускорителей Intel Xeon Phi SE10X. Можно отметить и архитектуру RSC Petastream (Semin et al., 2014), полностью основанную на использовании процессоров Intel Xeon Phi 7120D. Для эффективного использования таких вычислительных платформ, сочетающих элементы с распределенной и общей памятью, необходима реализация компонентов моделей Земной системы на основе технологии гибридного программирования MPI-OpenMP. Отметим, что использование именно интерфейса OpenMP представляется наиболее предпочтительным; методика «инкрементального распараллеливания» – возможность постепенной модификации и оптимизации модели – является существенной с учетом сложной программной структуры климатических моделей.

Данные о динамике атмосферы поступают в аэрозольный блок на каждом динамическом шаге, а информация о концентрации аэрозолей передается в блок динамики атмосферы один раз в 3 модельных часа. Схожая структура обменов данными справедлива и для связки модели океана и модуля переноса примесей (например, блока биохимии океана). Для уменьшения числа точек синхронизации обмены данными выполняются асинхронно с дополнительной буферизацией сообщений. В общем случае программная реализация позволяет использовать для модуля переноса примесей произвольное число MPI-процессов. В данном случае массивы после приема объединяются или перераспределяются в рамках группы процессов, связанной со вспомогательным модулем переноса примесей, не влияя на расчет основных уравнений дина-

мики. Вычислительные эксперименты показывают, что для версии модели атмосферы, включающей перенос концентраций десяти веществ, выделение равного числа ядер для динамики атмосферы и аэрозольного блока является достаточным для уменьшения времени счета до двух раз. При постановке задач, предполагающих большее число аэрозолей, допускается разделение их на группы и последующее численное решение уравнений для каждой группы на отдельных вычислительных MPI-процессах.

Дополнительный параллелизм при использовании OpenMP нитей в рамках одного MPI-процесса обеспечивает возможность асинхронного выполнения обменов и их перекрытия с вычислениями. Данная возможность достигается за счет выполнения MPI-обменов одной нитью OpenMP. Высокая стоимость синхронизации нитей и инициализации параллельных областей на процессорах Intel Xeon Phi учитываются за счет минимизации точек синхронизации, в том числе при MPI-обменах, а инициализация параллельной области OpenMP выполняется однократно на один шаг расчета динамики примесей по времени. В данном случае используется поддержка «orphan» директив («оторванных» директив) в интерфейсе OpenMP (Chapman et al, 2008) – допускается, что директивы синхронизации и распределения работы могут не входить в лексический контекст параллельной области.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что увеличение числа OpenMP нитей при достаточно большом числе задействованных MPI-процессов является более эффективным методом ускорения расчетов. Наоборот, на начальном этапе более целесообразно увеличение числа MPI-процессов – в этом случае достигается ускорение за счет размещения локальных массивов в более быстрой (относительно скорости доступа) памяти процессора. Дополнительное ускорение за счет использования OpenMP связано с лучшей масштабируемостью основных операций расчета динамики примесей в рамках модели с общей памятью: выполнения фильтрации переменных, расчета явных тенденций, горизонтальной и вертикальной диффузий.

На сегодняшний день актуальной задачей применительно к климатическим исследованиям представляется разработка алгоритмов, обладающих высокой масштабируемостью на вычислительных кластерах, состоящих из сопроцессоров (GPU, Intel Xeon Phi). Предполагается, что климатические модели следующего поколения должны позволять проводить расчеты на энергоэффективных массивно-параллельных суперкомпьютерах, основанных на архитектуре ускорителей.

Для оценки возможности использования сопроцессоров в климатических задачах рассматривался итерационный алгоритм решения уравнений

эллиптического типа, возникающих при применении полууявных схем в моделях общей циркуляции атмосферы (Мортиков, 2015б). Численные методы решения эллиптических уравнений, как правило, являются наиболее сложными, с точки зрения реализации на параллельных системах, элементами расчета динамики атмосферы (Müller, Scheichl, 2014). Вычислительные эксперименты показывают, что для задач относительно большой пространственной размерности (при горизонтальном разрешении в модели атмосферы менее 0.5°) перенос вычислений на архитектуру ускорителей оправдан и позволяет уменьшить время счета. Данный результат справедлив как для графических карт Nvidia, так и для процессоров Intel Xeon Phi. Вместе с тем необходима разработка итерационных методов, в большей степени учитывающих особенности архитектуры массивно-параллельных систем и обеспечивающих оптимальную вычислительную сложность при решении разностных эллиптических задач (Li, Saad, 2013; Yang, Mittal, 2014). Эффективное использование возможностей сопроцессоров также требует переноса всех элементов расчета динамики в климатических моделях следующего поколения на новую архитектуру.

Литература

Мортиков Е.В. Повышение масштабируемости программного комплекса модели Земной системы высокого пространственного разрешения // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2015): Труды международной научной конференции. 2015. С. 431–435.

Мортиков Е.В. Эффективность реализации итерационных методов решения эллиптических уравнений в моделях общей циркуляции атмосферы на массивно-параллельных вычислительных системах // Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции (28–29 сентября 2015 г., Москва). М.: Изд-во МГУ, 2015. С. 528–534.

Мортиков Е.В. Программная реализация блока переноса примесей в климатических моделях на основе гибридного программирования MPI-OpenMP // Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции (26–27 сентября 2016 г., Москва). М.: Изд-во МГУ, 2016. С. 521–529.

Burridge D.M., Haseler J. A model for medium range weather forecasting – adiabatic formulation: ECMWF technical report N 4, 1977. – 46 P.

Chapman B., Jost G., van der Pas R. Using OpenMP. Portable shared memory parallel programming. Cambridge: MIT Press, 2008. 378 P.

Collins N., Theurich G., DeLuca C., Suarez M., Trayanov A., Balaji V., Li P., Yang W., Hill C., da Silva A. Design and implementation of components in the Earth System Modeling Framework // Int. J. of High Perform. Comp. App. 2005. V. 19, N 3. P. 341–350.

Gloukhov V. Parallel implementation of the INM atmospheric general circulation model on distributed memory multiprocessors // Lecture Notes in Computer Science. 2002. V. 2329. P. 752–762.

Kelly R. GPU computing for atmospheric modeling // *Comp. Sci. Eng.* 2010. V. 12, N 4. P. 26–33.

Li R., Saad Y. GPU-accelerated preconditioned iterative linear solvers // *Journal of Supercomputing*. 2013. V. 63, N 2. P. 443–466.

Mielikainen J., Huang B., Huang A.H.-L. Intel Xeon Phi accelerated Weather Research and Forecasting (WRF) Goddard microphysics scheme // *Geosci. Mode Dev. Discuss.* 2014. V. 7. P. 8941–8973.

Mirin A.A., Worley P.H. Improving the performance scalability of the community atmosphere model // *Int. J. of High Performance Computing. Applications.* 2012. V. 26, N 1. P. 17–30.

Müller E.H., Scheichl R. Massively parallel solvers for elliptic partial differential equation in numerical weather and climate prediction // *Q.J.R. Meteorol. Soc.* 2014. V. 140. P. 2608–2624.

Semin A., Druzhinin E., Mironov V., Shmelev A., Moskovsky A. The performance characterization of the RSC PetaStream Module // *Proc. of the 29th Supercomputing Int. Conf., ISC 2014.* 2014. P. 420–429.

Terekhov K.M., Volodin E.M., Gusev A.V. Methods and efficiency estimation of parallel implementation of the – model of general ocean circulation // *Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 2011. V. 26, N 2. P. 189–208.

Xue W., Yang C., Fu H. et al. Ultra-scalable CPU-MIC acceleration of mesoscale atmospheric modeling on Tianhe-2 // *Computers, IEEE Transactions on.* 2014. V. 64, N 8. P. 2382–2393.

Yang X., Mittal R. Acceleration of the Jacobi iterative method by factors exceeding 100 using scheduled relaxation // *J. Comp. Phys.* 2014. V. 274. P. 695–708.

Воспроизведение современного климата с помощью модели климатической системы INMCM5

Воспроизведение современного климата с помощью модели климатической системы INMCM5

*Е.М. Володин, Е.В. Мортиков, С.В. Кострыкин, В.Я. Галин, В.Н. Лыкосов,
А.С. Грицун, Н.А. Дианский, А.В. Гусев, Н.Г. Яковлев*

В настоящее время в Институте вычислительной математики РАН имеется комплекс различных версий модели климатической системы, каждая из которых включает в себя модель общей циркуляции атмосферы, модель общей циркуляции океана и может быть дополнена другими блоками, например, расчетом углеродного цикла (бюджета содержания углерода растений, почвы,

океана и атмосферы). Моделирование климата является проблемой, которая требует огромных вычислительных ресурсов, доступных только при использовании высокопроизводительных параллельных компьютеров. При этом программная реализация модели должна учитывать особенности параллельной архитектуры этих компьютеров. Комплекс климатических моделей ИВМ РАН включает ряд версий, подробно описанных в работе (Дымников и др., 2015).

Рассмотрим воспроизведение современного климата с помощью версии INMCM5. Модель имеет разрешение в атмосферном блоке 2×1.5 градуса по долготе и широте и 73 уровня по вертикали, шаг по времени в динамическом блоке равен 3 минутам. В блоке океана разрешение составляет 0.5×0.25 градуса и 40 уровней, шаг по времени равен 12 минутам. С моделью проведен численный эксперимент по воспроизведению современного климата, для чего концентрации малых газовых составляющих, источники антропогенных аэрозолей, поток солнечного излучения и распределение растительности были заданы соответствующими середине XX века. Продолжительность расчета составила 80 лет. Расчет был проведен на суперкомпьютере Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН. Для этого использовалось обычно 384 процессора, причем скорость счета составляла около 6 лет модельного времени за сутки реального. Начальные данные для эксперимента получены в результате предыдущих расчетов. Они соответствуют модельному климату, поэтому существенного тренда в атмосфере и верхнем слое океана в течение рассматриваемого эксперимента не происходит. Небольшой тренд в глубоком океане, как и в других климатических моделях, имеет место.

Ниже результаты моделирования сравниваются с имеющимися наблюдениями. Для температуры, скорости ветра и давления используются данные реанализа ERA (Uppala et al., 2005) и NCEP (Kalnay et al., 1996), для осадков в качестве наблюдений взяты данные (Xie, Arkin, 1997). В океане результаты моделирования для температуры и солености сравниваются с данными (Steele et al., 2001). Интегральные величины потоков тепла приведены по оценкам (Hartmann et al., 2013).

Сравнение проводится также с предыдущей версией модели INMCM4, с которой аналогичный численный эксперимент был проведен в рамках программы CMIP5 (Володин и др., 2010). Основные отличия версии INMCM5 от предыдущей следующие: наличие интерактивного аэрозольного блока, большее количество вертикальных уровней в атмосферном блоке (73 – в модели INMCM5 и 21 – в модели INMCM4). Это позволило поднять верхнюю границу расчетной области примерно с 30 до 60 км и увеличить вертикальное разрешение в стратосфере. В атмосферном блоке диагностический расчет балла облачности и влажности облаков заменен на прогностический расчет, детали которого изложены при описании атмосферных параметризаций. В блоке

океана разрешение увеличено в 2 раза по обеим горизонтальным координатам. Перечисленные изменения в модели стали основными причинами улучшения воспроизведения климата, которые рассматриваются ниже.

В табл. 1 приведены глобально осредненные величины компонент теплового баланса и другие параметры, характеризующие систему «атмосфера–океан–криосфера». Компоненты радиационного баланса в модели в основном укладываются в диапазон оценок по данным наблюдений. Исключение составляет поглощенная и отраженная поверхностью солнечная радиация, которая несколько завышена во всех версиях модели, по-видимому, за счет заниженной величины отраженной атмосферной солнечной радиации. Длинноволновый радиационный баланс поверхности в версии модели INMCM5 также несколько занижен.

Таблица 1

Интегральные показатели наблюдаемого и модельного климатов

| Название | Наблюдения | INMCM3 | INMCM4 | INMCM5 |
|---|------------|-----------|-----------|-----------|
| Приход. к верх. гр. солн. рад. | 341.3 | 341.7 | 341.8 | 341.4 |
| Уходящая солн. рад. верх. гр. | 96–100 | 97.5±0.1 | 96.2±0.1 | 98.5±0.2 |
| Уход. длин. рад. на верх. гр. | 236–242 | 240.8±0.1 | 244.6±0.1 | 241.6±0.2 |
| Поглощенная пов. солн. рад. | 154–166 | 166.7±0.2 | 166.7±0.2 | 169.0±0.3 |
| Отраж. пов. солн. рад. | 22–26 | 29.4±0.1 | 30.6±0.1 | 30.8±0.1 |
| Длинноволн. рад. бал. пов. | –54–58 | –52.1±0.1 | –49.5±0.1 | –63.0±0.2 |
| Отраж. атмосф. солн. рад. | 74–78 | 68.1±0.1 | 66.7±0.1 | 67.8±0.1 |
| Погл. атмосф. солн. рад. | 74–91 | 77.4±0.1 | 78.9±0.1 | 81.9±0.1 |
| Поток явн. тепла с поверхности | 15–25 | 27.6±0.2 | 28.2±0.2 | 18.8±0.1 |
| Поток скрыт. тепла с поверхности | 70–85 | 86.3±0.3 | 90.5±0.3 | 86.1±0.3 |
| Полное количество облаков, % | 64–75 | 64.2±0.1 | 63.3±0.1 | 69±0.2 |
| Солн. рад.-обл. форсинг на верх. гр. атм. | –47 | –42.3±0.1 | –40.3±0.1 | –40.4±0.1 |
| Длинноволн. рад.-обл. форсинг на верх. гр. атм. | 26 | 22.3±0.1 | 21.2±0.1 | 24.6±0.1 |
| Температура воздуха у поверхности, °С | 14.0±0.2 | 13.0±0.1 | 13.7±0.1 | 13.8±0.1 |
| Осадки, мм/сут | 2.5–2.8 | 2.97±0.01 | 3.13±0.01 | 2.97±0.01 |
| Сток рек в океан, 10 ³ км ³ /год | 29–40 | 21.6±0.1 | 31.8±0.1 | 40.0±0.3 |
| Площадь снега в февр., млн км ² | 46±2 | 37.6±1.8 | 39.9±1.5 | 39.4±1.5 |
| Площадь вечн. мерзл., млн км ² | 10.7–22.8 | 8.2±0.6 | 16.1±0.4 | 5.0±0.5 |
| Площадь суши, подверженной сез. промерз. в Сев. Пол., млн км ² | 54.4±0.7 | 46.1±1.1 | 48.3±1.1 | 51.6±1.0 |
| Площадь морского льда в Сев. Пол. в марте, млн км ² | 13.9±0.4 | 12.9±0.3 | 14.4±0.3 | 14.5±0.3 |
| Площадь морского льда в Сев. Пол. в сентябре, млн км ² | 5.3±0.6 | 4.5±0.5 | 4.5±0.5 | 6.1±0.5 |

Единицы измерения потоков тепла – Вт/м², для остальных величин единицы измерения приведены вместе с названием. После значка ± указано, где возможно, среднеквадратичное отклонение среднегодового значения.

В этой версии модели поток явного тепла уменьшился по сравнению с данными предыдущих версий и стал соответствовать оценке по данным наблюдений. Уменьшился и стал ближе к наблюдениям и поток скрытого тепла. Это произошло, по-видимому, как вследствие включения новой параметризации конденсации и облачности, так и вследствие учета вовлечения на верхней границе атмосферного пограничного слоя, что привело к изменению его стратификации и, следовательно, к изменению потоков с поверхности, причем сами формулы расчета потоков с поверхности не менялись.

Изменение схемы расчета облачности привело к лучшему согласию длинноволнового радиационно-облачного форсинга с оценкой по спутниковым измерениям, в основном за счет увеличения оптической толщины верхних облаков в тропиках. В то же время радиационно-облачный форсинг в солнечной части спектра остался заниженным по величине.

Баланс тепла на верхней границе атмосферы составляет 1.3 Вт/м^2 , баланс тепла на поверхности равен 1.1 Вт/м^2 . Разница в 0.2 Вт/м^2 объясняется поглощением солнечной и тепловой радиаций в фиктивном слое, расположенном выше первого модельного уровня. Суммарный поток тепла на поверхности частично расходуется на таяние льда Гренландии и Антарктиды, баланс массы которых не рассчитывается в модели, а частично приводит к медленному тренду в глубоких слоях океана. Однако изменение во времени теплосодержания глубоких слоев океана примерно такой величины свойственно всем современным климатическим моделям.

Интегральные показатели криосферы в основном соответствуют наблюдаемому диапазону этих величин, кроме площади вечной мерзлоты, которая в последней версии модели значительно занижена. Это происходит вследствие того, что в модели коэффициент теплопроводности верхних слоев почвы, содержащих мох и опавшие листья, хотя и имеет значения меньшие, чем в глубине, но, по-видимому, эти значения все еще завышены по отношению к природе.

Интегральные показатели климата в последней версии модели остались примерно на том же уровне соответствия наблюдениям, что и в предыдущей версии, или же незначительно улучшились.

На рис. 1 представлена среднегодовая ошибка приповерхностной температуры (ПТ) воздуха в версиях модели INMCM4.0 и INMCM5.0. Ошибка в ПТ в версии INMCM5.0 остается примерно такой же, какой и была в INMCM4.0. Именно такое пространственное распределение ошибки в температуре поверхности океана, включая ее занижение в центре Тихого океана у экватора и завышение у тихоокеанского берега Южной Америки, а также у

атлантического берега Африки, характерно для большинства современных климатических моделей (Flato et al., 2013). Завышение ПТ Северного Ледовитого океана, а также некоторых морей у побережья Антарктиды, является специфической проблемой модели INMCM5.0 и может быть связано с тем, что сплоченность льда в этих местах даже зимой на несколько сотых долей меньше единицы.

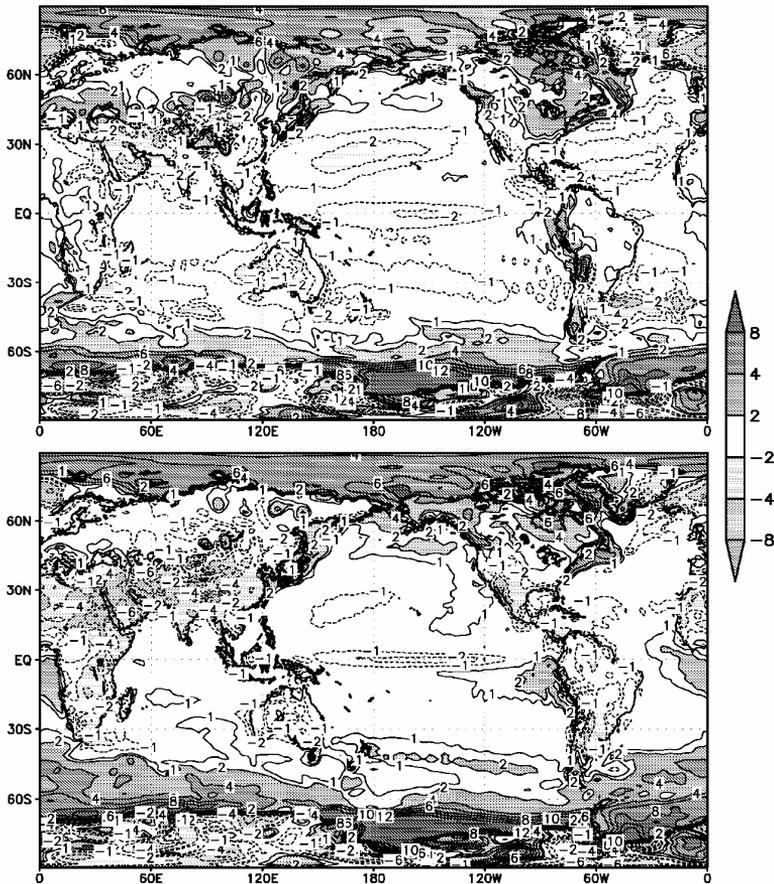


Рис. 1. Отличие среднегодовой температуры поверхности (K) от данных реанализа ERA в модели INMCM5.0 (вверху) и модели INMCM4.0 (внизу)

Поток явного и скрытого тепла с части поверхности океана, не покрытой льдом, существенно нагревает нижние слои арктической и антарктической атмосферы. По сравнению с предыдущей версией, уменьшилось занижение приземной температуры над тропическими и субтропическими континентами. Это произошло за счет изменения ночной температуры; дневная температура осталась практически неизменной. Причиной этого является

изменение стратификации атмосферного пограничного слоя в результате модификации параметризации вовлечения на верхней границе, а также облачности и конденсации. Среднеквадратичная ошибка (норма ошибки) среднегодовой температуры в модели INMCM4 составляла 1.84 К, а в модели INMCM5 она снизилась до 1.59 К.

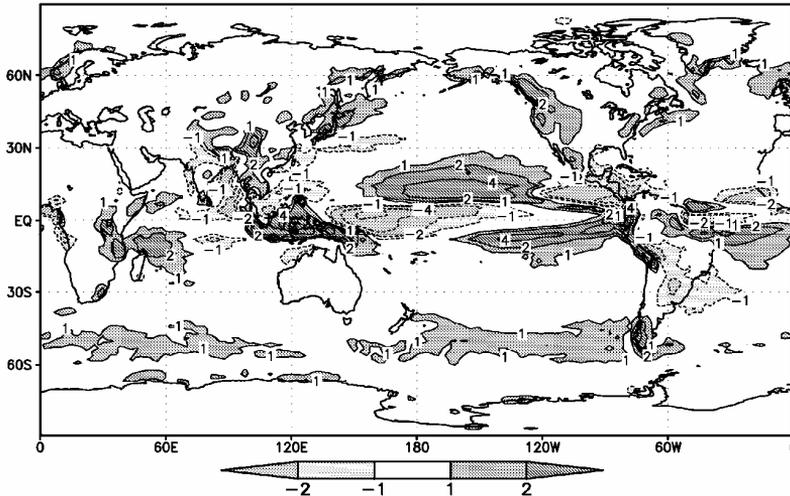


Рис. 2. Отличие модельных среднегодовых осадков (мм/сут) от данных (Xie, Arkin, 1997)

Пространственное распределение разности модельных и наблюдаемых осадков (рис. 2) примерно такое же, как и в предыдущей версии модели. В тропиках ошибки воспроизведения осадков, связанные с положением зоны конвергенции, представляют собой их завышение над западной частью Индийского океана и занижение над востоком, завышение осадков в Тихом океане вне экватора и занижение вблизи экватора, занижение в Атлантике к северу от экватора и завышение к югу от него.

Именно такие ошибки характерны для большинства современных моделей, как можно видеть, например, в (Flato et al., 2013, рис.11.4b). В то же время, завышение осадков в умеренных широтах обоих полушарий – специфическая черта модели INMCM5 и ее предыдущих версий. Величины ошибок в модели INMCM5 остались примерно такими же, как в модели INMCM4 (Володин и др., 2010, рис. 2), или несколько уменьшились. Особенно это заметно на западе Индийского океана и на южной ветви зоны конвергенции в Тихом океане. Норма ошибки среднегодовых осадков в модели INMCM5 составляет 0.89 мм/сут., а в модели INMCM4 она была равна 1.03 мм/сут.

Ошибка зональной скорости ветра и температуры на различных высотах приведена на рис. 3. Если сравнить ее с аналогичной ошибкой в преды-

дущей версии модели (Володин и др. 2010, рис. 4), то можно видеть, что в тропосфере ошибки остались примерно такими же по величине и по расположению, или даже немного увеличились.

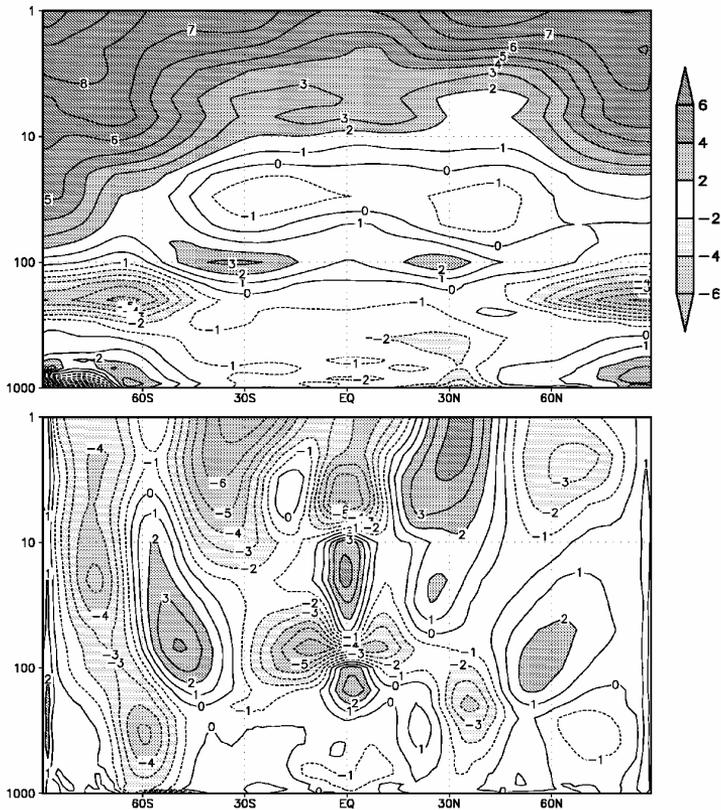


Рис. 3. Отличие среднегодовой температуры, К (вверху), и скорости зонального ветра, м/с (внизу), рассчитанных в модели и осредненных вдоль круга широты, от данных реанализа ERA

Кажущееся увеличение отрицательной ошибки температуры в нижней тропосфере вблизи 30° – 40° с.ш. связано с выбором в качестве наблюдений данных реанализа ERA вместо NCEP. В этих двух реанализах были использованы различные процедуры экстраполяции данных на уровни давления, находящиеся под поверхностью земли. В нижней стратосфере ошибки в последней версии модели несколько уменьшились по сравнению с предыдущей. Это связано с тем, что некоторые параметризации, в первую очередь орографического гравитационно-волнового сопротивления и глубокой конвекции, были настроены так, чтобы уменьшить ошибки температуры и скорости ветра вблизи тропопаузы и в нижней стратосфере. Например, уменьшение ошибки в температуре вблизи тропической тропопаузы связаны с тем, что в

параметризации глубокой конвекции ее верхняя граница расположена несколько выше уровня нулевой плавучести, что учитывает подъем воздуха по инерции. Увеличение ошибки в скорости зонального ветра в верхней тропосфере вблизи 40° с.ш. обусловлено, по-видимому, недостаточной настройкой параметризации гравитационно-волнового сопротивления. В верхней стратосфере ошибка температуры достигает 5–8 градусов. Впрочем, большие величины ошибок температуры и скорости ветра в верхней стратосфере по сравнению с расположенными ниже уровнями типичны для моделей климата.

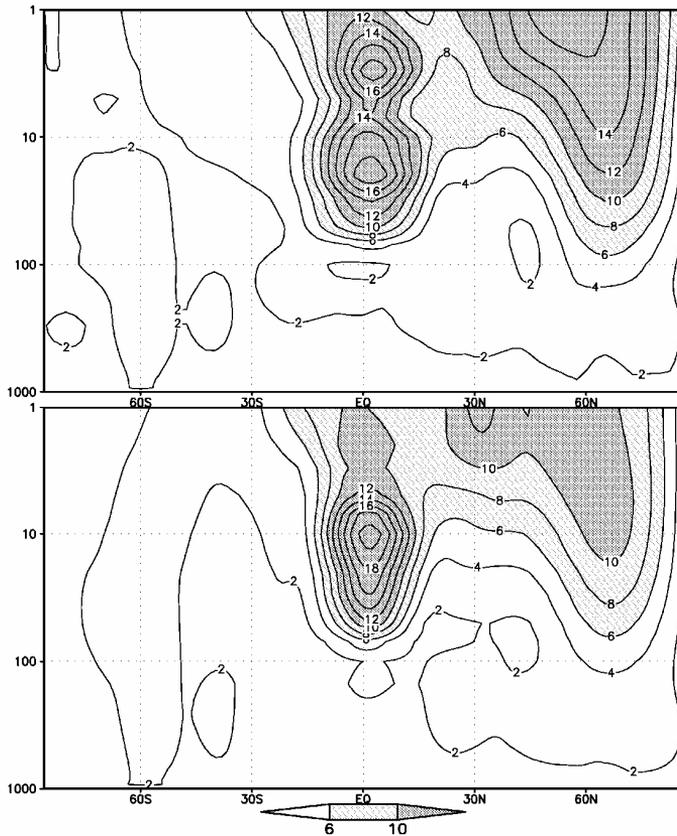


Рис. 4. Среднеквадратичное отклонение среднемесячной скорости зонального ветра осредненной вдоль круга широты, м/с, в декабре–феврале по данным реанализа ERA (вверху) и результатам модели (внизу)

Среднеквадратичные отклонения (СКО) скорости зонального ветра в декабре–феврале для модели и реанализа ERA представлены на рис. 4. Максимум СКО в экваториальной стратосфере на уровнях 5–70 гПа, достигающий 12–18 м/с, обусловлен квазидвухлетним колебанием. Его амплитуда, а

также период в 2–2.5 года и распространение вниз фазы колебания, хорошо воспроизводятся в модели. Воспроизведение этого явления требует настройки параметризации неорографического гравитационно-волнового сопротивления, горизонтальной и вертикальной диффузий, а также достаточно подробного вертикального разрешения в нижней стратосфере – не менее 500 метров.

В умеренных широтах зимнего полушария стратосферная изменчивость скорости ветра достигает, по данным наблюдений, 16 м/с, а по данным модели – 12 м/с. Этот тип изменчивости обусловлен взаимодействием распространяющихся снизу волн Россби со средним потоком. В модели СКО скорости ветра несколько занижено. Амплитуда волн геопотенциала с номерами 1 и 2 также занижена в модели в 1.1–1.5 раза. Внезапные стратосферные потепления (ВСП) являются одним из наиболее ярких проявлений данной изменчивости.

Критерием ВСП обычно считают наличие в зимние месяцы на 60° с.ш. восточного ветра вместо обычного западного на поверхности 10 гПа. По данным наблюдений, за 30 лет имело место 18 событий ВСП. В модели за 80 лет произошло 33 ВСП, то есть частота появлений ВСП в модели в 1.4–1.5 раз реже, чем в природе. По данным сравнения динамики стратосферы в моделях климата (Butchart et al., 2011), в моделях с достаточно высоко расположенной верхней границей (выше 40 км) количество ВСП за 30 лет составляет в основном от 10 до 25, а в среднем оно близко к наблюдаемой величине 18. Более подробное описание воспроизведения динамики стратосферы в атмосферном блоке климатической модели ИВМ РАН можно найти в работе (Варгин, Володин, 2016).

Ошибка воспроизведения солёности на поверхности приведена на рис. 5. Отрицательная ошибка солёности на большей части Мирового океана, характерная для большинства климатических моделей, заметно уменьшилась в последней версии модели по сравнению с предыдущей (Володин и др., 2010, рис. 16). В то же время, положительная ошибка солёности в Северном Ледовитом океане (СЛО) возросла. По-видимому, эта ошибка обусловлена той же проблемой воспроизведения морского льда, которая ответственна и за ошибку в ПТ в СЛО.

Вследствие заниженной сплоченности морского льда происходит излишнее образование молодого льда с выделением соли, что и приводит к ошибке в солёности. Норма ошибки солёности составляет в последней версии модели 0.78 ШПС, а в предыдущей – 1.20 ШПС. Улучшение связано с повышением разрешения в океане.

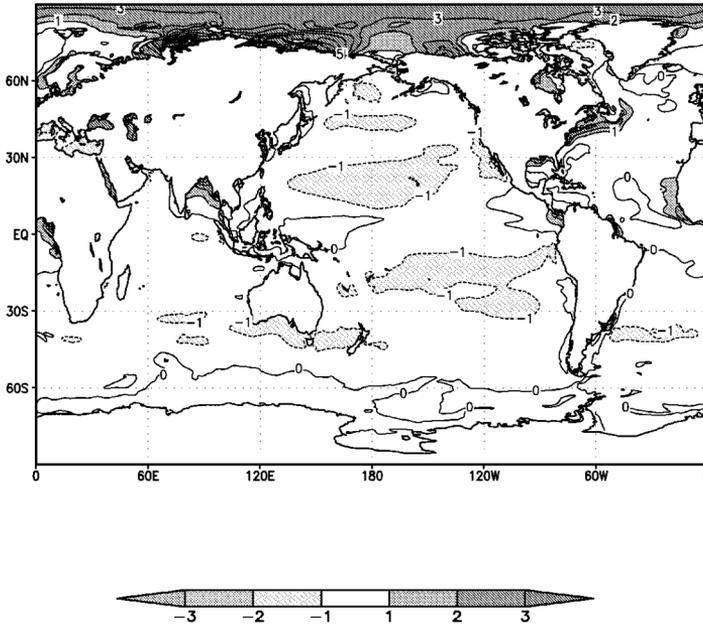


Рис. 5. Отличие модельной солености на поверхности (ШПС) от данных наблюдений (Steele et al., 2001)

На рис. 6 представлены среднезональные ошибки воспроизведения потенциальной температуры и солености в океане на фоне среднезональных климатических значений из работы (Boyer et al., 2009). В тропическом океане глубже километра ошибка в температуре не превосходит по величине 0.5 градуса, хотя предыдущая версия модели занижала температуру у дна на 1–3 градуса и завышала температуру на 1–3 градуса на глубинах 500–1500 м. Улучшение обусловлено учетом зависимости фонового коэффициента вертикальной диффузии от глубины.

У поверхности, особенно в тропиках и субтропиках, вода в модели более холодная и пресная, чем по данным наблюдений. Основная ошибка в температуре приурочена к средним широтам северного полушария в полосе 45–60° с.ш. По-видимому, эта ошибка формируется в приповерхностных слоях и процессами глубокой конвекции распространяется от поверхности до дна. В целом ошибки в температуре и солености по величинам согласуются со среднемодельными ошибками, приведенными в (Flato et al., 2013, рис. 9.13). Однако их пространственное распределение в INMCM5 несколько отличается. Так, отклонения среднемодельной температуры на глубинах 200–1000 м положительны и простираются от Южного океана до Северного полюса. А в INMCM5 они отрицательны в тропиках и субтропиках (рис. 6, верх). В солености картина ошибки в INMCM5 более согласована

с мультимодельной, за исключением приповерхностных слоев СЛЮ, где она положительна из-за вышеописанных причин, в то время как среднемодельная ошибка здесь отрицательна.

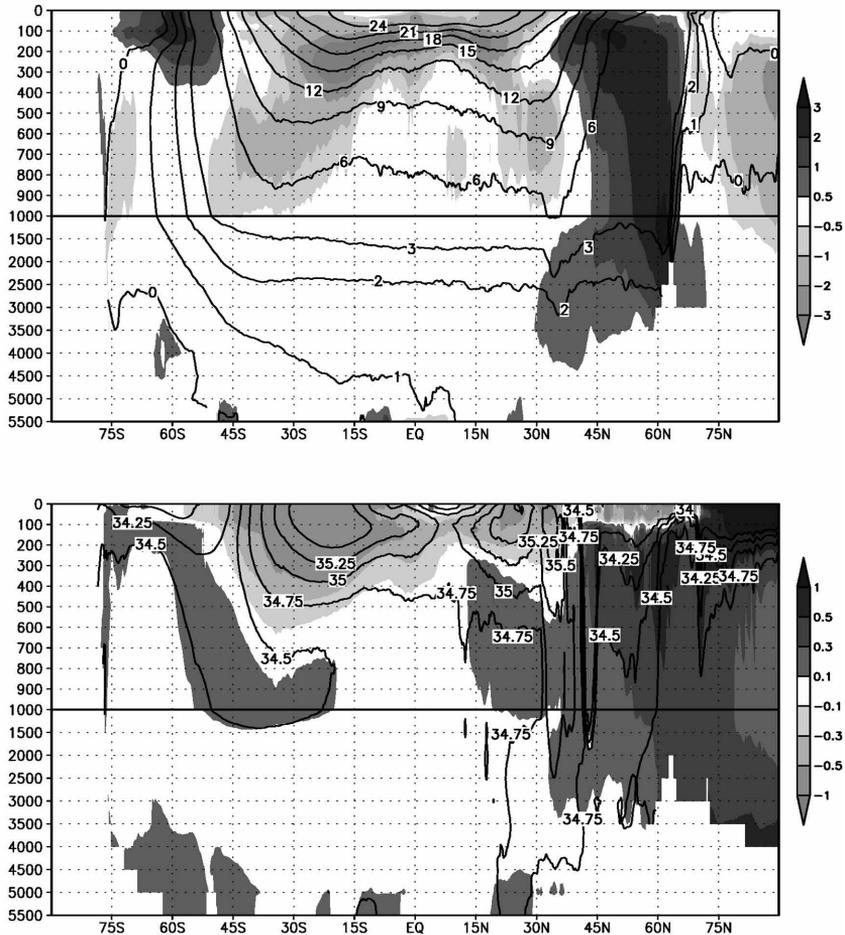


Рис. 6. Вверху – среднезональное отклонение потенциальной температуры океана, осредненное за 1950–1999 гг., усредненное по моделям IPCC (°C, градации серого со шкалой справа от рисунка) от среднегодового климатического распределения (изолинии в °C) по данным (Boyer et al., 2009). Внизу – то же самое для солености (отклонения выделены градациями серого, а данные – изолиниями)

Функция тока меридиональной циркуляции для глобального океана и атлантического сектора представлена на рис. 7. У поверхности хорошо видны ячейки циркуляции, обусловленные напряжением трения ветра на поверхности. В южных умеренных широтах эта ячейка распространяется в глубину

до 3000 м. В остальном океане в слое 200–1000 м перенос массы происходит с юга на север, а глубже, от 1500 до 3000 м, – с севера на юг. Почти весь этот перенос обусловлен циркуляцией в Атлантике. Поток массы здесь несколько превышает 20 Св, что близко к оценкам 15–20 Св по данным наблюдений (Meehl et al., 2007). Изменения в меридиональной функции тока по сравнению с предыдущей версией совместной модели INMCM4 проявляются в усилении североатлантической ячейки и искажении картины в Южном океане, когда максимум зональной циркуляции сместился от поверхности на глубину 2500 м, что свидетельствует об ухудшении меридиональной циркуляции в Южном океане.

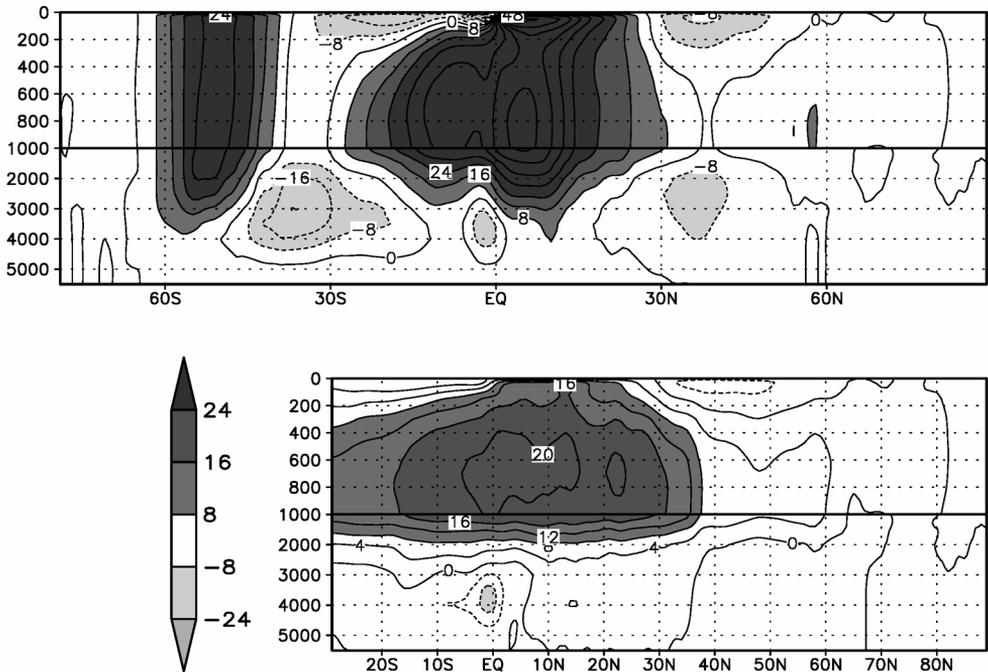


Рис. 7. Меридиональная функция тока (Св) по данным модели в Мировом океане (вверху) и в Атлантике (внизу)

Меридиональный перенос тепла в океане (рис. 8), по сравнению с данными предыдущей версии модели (Володин и др. 2010, рис. 10), изменился незначительно. Перенос тепла в Атлантике на север немного увеличился, что стало несколько ближе к оценкам по наблюдениям (Trenbert, Caron, 2001). Это изменение обусловлено выше отмеченной интенсификацией меридиональной функции тока и связано также, по-видимому, с повышением разрешения в модели океана.

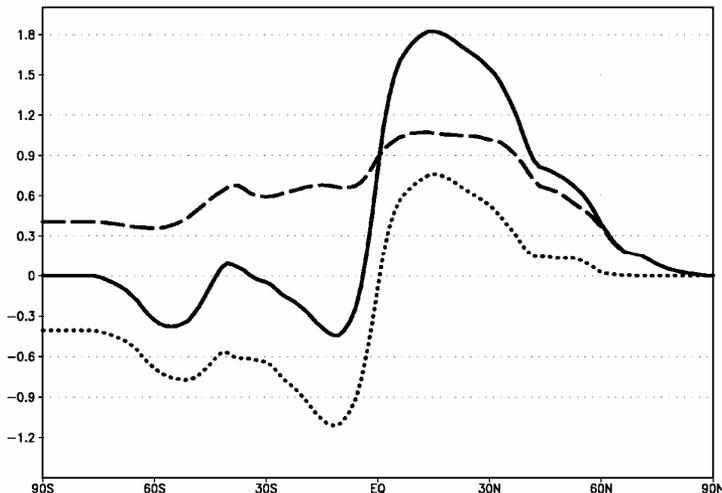


Рис. 8. Поток тепла на север (10^{15} Вт) в Мировом океане (сплошная линия), Атлантическом океане (штриховая линия), Тихом и Индийском океанах (пунктирная линия)

Анализ воспроизведения версией INMCM5 климатической модели усредненного по времени уровня океана, а также его естественной изменчивости, дан в работе (Яковлев и др., 2016). Согласно этому анализу, норма ошибки воспроизведения среднегодового уровня океана уменьшилась с 0.26 м в предыдущей версии модели до 0.20 м в рассматриваемой. При дальнейшем повышении разрешения в океане, как следует из этой работы, норма ошибки уровня океана становится еще меньше.

На рис. 9 представлены СКО среднемесячной температуры поверхности в тропическом Тихом океане по данным реанализа NCEP и результатам модели. Величина максимума СКО в приэкваториальном Тихом океане по данным наблюдений составляет около 1.2 К, а по данным модели равняется 0.8–0.9 К, т.е. несколько меньше, чем в наблюдениях. По сравнению с предыдущей версией, географическое распределение Эль-Ниньо лучше согласуется с данными наблюдений. Оно перестало распространяться на запад Тихого океана, при этом у побережья Южной Америки СКО возросло и приблизилось к наблюдаемой величине. Причиной улучшения является увеличение пространственного разрешения в модели океана. Занижение амплитуды Эль-Ниньо моделью нуждается в дальнейшем исследовании.

По данным наблюдений, Эль-Ниньо происходит раз в 2–7 лет. В модели эта особенность воспроизводится, однако Эль-Ниньо случается в среднем более регулярно, чем в данных наблюдений. Кроме того, наблюдаемый вре-

менной ряд обладает явно выраженной положительной асимметрией: величины положительных экстремумов заметно больше отрицательных, а в модельных данных асимметрия близка к нулю. Причины такого расхождения нуждаются в дальнейшем исследовании.

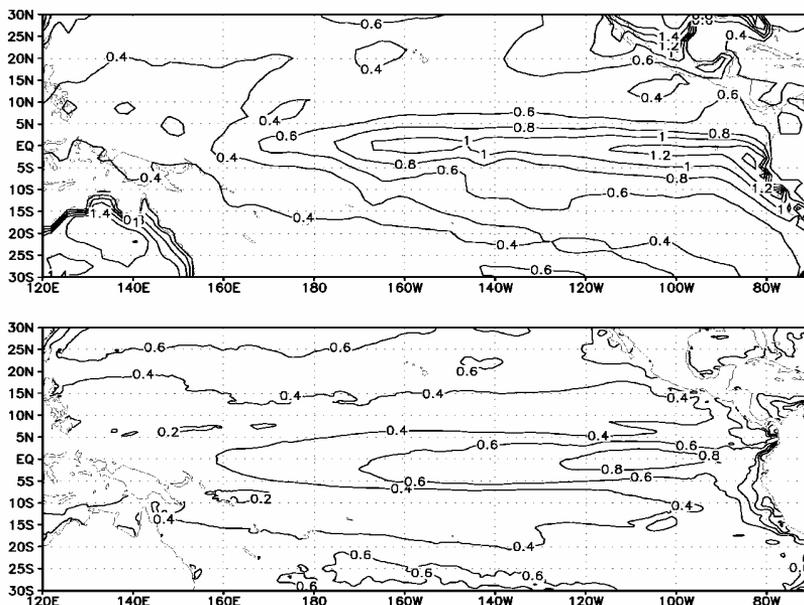


Рис. 9. Среднеквадратичное отклонение среднемесячной температуры поверхности (К) в тропиках Тихого океана по данным реанализа NCEP (вверху) и результатам модели (внизу)

В целом, версия INMCM5 климатической модели успешно воспроизводит современный климат и готова к участию в численных экспериментах по моделированию климата и его изменений в рамках программы СМIP6.

Литература

Варгин П.Н., Володин Е.М. Анализ воспроизведения динамических процессов в стратосфере в расчетах с климатической моделью ИВМ РАН // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 2016. Т. 52. № 1. С. 3–18.

Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM4.0 // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46, № 4. С. 448–466.

Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Володин Е.М. Математическое моделирование динамики Земной системы. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51, № 3. С. 260–275.

Яковлев Н.Г., Володин Е.М., Грицун А.С. Воспроизведение уровня мирового океана и его естественной изменчивости в модели климата ИВМ РАН // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 2016, Т. 52, № 4. С. 428–438.

Boyer T.P., Antonov J.I., Baranova O.K., Garcia H.E., Johnson D.R., Locarnini R.A., Mishonov A.V., O'Brien T.D., Seidov D., Smolyar I.V., Zweng M.M., 2009. World Ocean Database 2009. S. Levitus, Ed., NOAA Atlas NESDIS 66, U.S. Gov. Printing Office, Washington, D.C., 216 pp., DVDs.

Butchart N., et al. Multimodel climate and variability of the stratosphere // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116, D05102, doi:10.1029/2010JD014995.

Flato G. et al. Evaluation of Climate Models. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change.* Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Hartmann D.L. et al. Observations: Atmosphere and Surface. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change.* Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Kalnay E., Kanamitsu M. et al. The NCEP/NCAR 40 year reanalysis project // *Bull. Am. Met. Soc.* 1996. V. 77. № 3. P. 437–471.

Meehl G.A., Stocker T.F., Collins W.D. et al. Global climate projections. In: *Climate change 2007. The physical science basis* // Cambridge University Press. Cambridge 2007. P. 748–845.

Steele M., R. Morley, W. Ermold, PHC: A global ocean hydrography with a high quality Arctic Ocean // *J. Climate.* 2001. V. 14. P. 2079–2087.

Trenberth K.E., Caron J.M. Estimates of meridional atmosphere and ocean heat transports // *J. Climate.* 2001. V. 14. № 16. P. 3433–3443.

Uppala S.M. et al. The ERA-40 reanalysis // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 2005. V. 131. № 612. P. 2961–3012.

Xie P., Arkin P.A. Global precipitation: A 17-year monthly analysis based on gauge observations, satellite estimates, and numerical model outputs // *Bull. Amer. Met. Soc.* 1997. V. 78. P. 2539–2558.

Модули перспективной модели климата

* * *

В Институте вычислительной математики РАН в кооперации с Гидрометцентром РФ и Институтом океанологии им. П.П. Ширшова РАН (ИОРАН) ведется работа по созданию альтернативных моделей общей циркуляции атмосферы и океана и средств их эффективной программной реализации на массивно-параллельных компьютерах.

Полулагранжева модель динамики атмосферы ПЛАВ активно используется в Гидрометцентре РФ для оперативных прогнозов погоды (Толстых, 2010). Предполагается, что в дальнейшем она может стать базовой моделью атмосферы для прогнозов изменений климата.

Модель океана ИВМ-ИОРАН (Ибраев и др., 2012) создана для эффективных расчетов динамики Мирового океана с высоким пространственным разрешением. Для ее эффективной работы была разработана система параллельного программирования, позволяющая эффективно объединять различные программные блоки, составляющие модель Земной системы – блоки динамики атмосферы, океана, морского льда и блоки биогеохимии.

Ниже дается описание полулагранжевой модели динамики атмосферы ПЛАВ и системы параллельного программирования CMF 2.0 (Калмыков, Ибраев, 2013), которая обеспечивает совместный счет ПЛАВ и модели океана ИВМ-ИОРАН.

Литература

Ибраев Р.А., Хабеев Р.Н., Ушаков К.В. Вихреразрешающая $1/10^\circ$ модель Мирового океана // Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2012. 48(1), С. 45–55.

Калмыков В.В., Ибраев Р.А. Программный комплекс совместного моделирования системы океан–лед–атмосфера–почва на массивно-параллельных компьютерах // Вычислительные методы и программирование, 2013. 14. С. 88–95.

Толстых М.А. Глобальная полулагранжева модель численного прогноза погоды // М., Обнинск: ОАО ФОП, 2010.

Полулагранжева модель динамики атмосферы

М.А. Толстых, Р.Ю. Фадеев, В.В. Шашкин

1. Введение

Модель общей циркуляции атмосферы ПЛАВ была разработана в Институте вычислительной математики РАН (ИВМ РАН) в сотрудничестве с Гидрометцентром России (ГМЦ). Сокращение ПЛАВ расшифровывается как ПолуЛагранжева модель, основанная на уравнении Абсолютной Завихренности. С 2010 года модель ПЛАВ является основным методом глобального среднесрочного прогноза погоды в ГМЦ. Последняя версия модели – ПЛАВ20 рассчитывает среднесрочный прогноз с горизонтальным разрешением около 20 км, а ее конфигурации с более низким разрешением планируется использовать для сезонного прогноза в ГМЦ и в качестве атмосферной компоненты перспективной модели Земной системы ИВМ РАН.

Динамическое ядро модели ПЛАВ является оригинальной российской разработкой, а пакет параметризаций процессов подсеточного масштаба заимствован из модели ALADIN/LACE (Geleyn et al., 1994). Данная глава посвящена описанию динамического ядра модели ПЛАВ (ее последней версии ПЛАВ20).

Основной задачей при разработке динамического ядра модели ПЛАВ было достижение точности решения тестовых задач, соответствующей современному мировому уровню, при скорости расчетов, позволяющей уложиться в требования к оперативному прогнозу погоды и использованию минимально возможного числа процессоров. Кроме того, представлялось желательным сохранить высокую вычислительную эффективность в максимальном возможном диапазоне разрешений, поскольку динамическое ядро предназначается для решения различных задач – от численного прогноза погоды до моделирования изменений климата. Два указанных выше требования в некотором смысле противоречат друг другу, так как использование глобального динамического ядра при максимально возможном разрешении (порядка 7–10 километров) требует высокой эффективности расчетов на десятках тысяч процессорных ядер. Однако численные методы, позволяющие достичь максимальной производительности при малом количестве ядер, обычно плохо масштабируются, а методы, которые хорошо масштабируются, как правило, медленны при малом количестве ядер.

С учетом типичных применений модели ПЛАВ, упомянутых выше, а также ограниченности доступных вычислительных ресурсов, наш подход к построению динамического ядра основывается на следующих методах. Мы используем полуявную схему интегрирования по времени (Robert et al.,

1985) и полулагранжев подход к дискретизации адвективных членов уравнений (Staniforth, Côté, 1991). Данное сочетание позволяет использовать шаги по времени значительно больше ограничения, определяемого из условия устойчивости Куранта. Практически, можно использовать шаг по времени в 3–5 раз больше, чем максимально возможный при использовании эйлеровой схемы расчета адвективных членов и/или явной схемы интегрирования по времени, однако при этом требуется решение задачи типа Гельмгольца на каждом шаге по времени, а также повышается нагрузка на коммуникационную сеть между вычислительными узлами. Используется неразнесенная сетка по горизонтали, т.е. скалярные и векторные переменные хранятся в одних и тех же точках. Таким образом, для полулагранжевой схемы расчета адвекции необходимо вычисление только одного семейства обратных траекторий (при использовании разнесенной сетки типа «С» (Arakawa, Lamb, 1977) требуется 3 семейства траекторий). Кроме того, точность расчета траекторий на неразнесенной сетке выше, чем на разнесенной, так как обе компоненты горизонтальной скорости ветра определены в конечных точках, а следовательно – требуется меньше интерполяций.

Малая дисперсионная ошибка воспроизведения инерционно-гравитационных волн и волн Россби на неразнесенной сетке достигается за счет использования в качестве прогностических переменных вертикальной компоненты относительной завихренности и горизонтальной дивергенции поля скорости ветра согласно (Randall, 1994). Однако это требует восстановления скорости горизонтального ветра из завихренности и дивергенции на каждом шаге по времени. Мы используем прямое обращение конечно-разностных определений относительной завихренности и дивергенции, избегая, таким образом, решения уравнений Пуассона для потенциала поля скорости и функции тока. Подобный подход приводит к точному и эффективному алгоритму восстановления компонент скорости ветра (Tolstykh, Shashkin, 2012).

Для вычисления градиента, дивергенции и завихренности используются конечно-разностные формулы четвертого порядка. В ранних версиях модели ПЛАВ для уменьшения ошибок аппроксимации использовались компактные конечно-разностные формулы (Tolstykh, 2002). В версии ПЛАВ20, однако, для повышения параллельной эффективности применение компактных формул исключено везде, кроме алгоритмов решения уравнения Гельмгольца и восстановления поля горизонтальной скорости.

Важным вопросом разработки динамического блока глобальной атмосферной модели является выбор сетки на сфере. Регулярная широтно-долготная сетка (рис. 1), применявшаяся для моделирования атмосферы в течение нескольких десятилетий, не может использоваться при горизонтальном

разрешении менее 10 км. Чрезмерное уменьшение шага регулярной сетки по долготе около полюсов (вследствие сходимости меридианов) вынуждает использовать очень маленький шаг по времени для устойчивости численного решения или специальные фильтры в полярных регионах, которые требуют глобальных передач данных и негативно влияют на параллельную эффективность. В единицах длины шаги регулярной сетки по широте и долготе в высоких широтах могут различаться на порядок (или еще больше), что представляет трудность для описания процессов подсеточного масштаба. Большой интерес представляет разработка моделей атмосферы на сетках с квазиравномерным разрешением (икосаэдральных, сетках типа кубическая сфера, Инь-Янь или других), о чем свидетельствует большое количество работ на эту тему, см. например (Zangl et al., 2015; Fournier et al., 2004; Quaddouri, Lee, 2011).

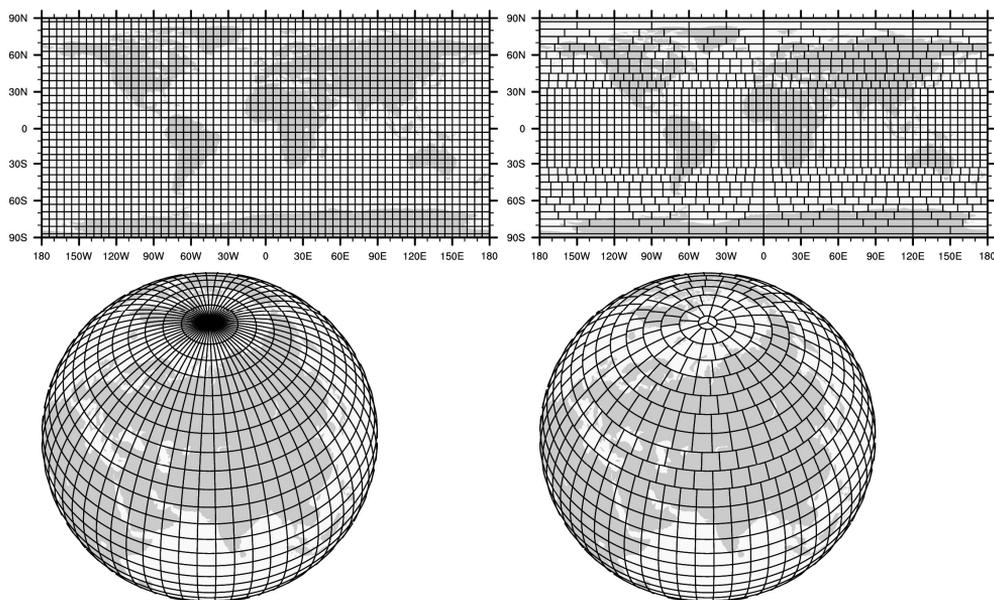


Рис. 1. Регулярная (слева) и редуцированная (справа) широтно-долготные сетки

К сожалению, всем сеткам с квазиравномерным разрешением, предложенным до настоящего времени, свойственен как минимум один из следующих недостатков (Staniforth, Thuburn, 2012): дисбаланс между векторными и скалярными степенями свободы (сетки с треугольными или шести/пятиугольными ячейками), неортогональность системы координат (кубическая сфера), области наложения или стыковки регионов с разными характеристиками (Инь-Янь, кубическая сфера). Эти недостатки могут понизить точность моделирования атмосферы, вызвать явления «отпечатка сетки» на численном решении и/или нефизических отражений волн и некоторые другие проблемы.

Модель ПЛАВ использует редуцированную широтно-долготную сетку (рис. 1), предложенную в (Kurihara, 1965), построенную по алгоритму (Fadeev, 2013). Мы полагаем, что использование редуцированной сетки может в значительной степени решить проблемы регулярной широтно-долготной сетки в полярных регионах. Редуцированная широтно-долготная сетка относительно легко может быть программно реализована, на ней не наблюдается проблем, свойственных более сложным типам сеток с квазиравномерным разрешением. Как показано в (Tolstykh, Shashkin, 2012), проблемы точности моделирования на редуцированной сетке, указанные в (Staniforth, Thuburn, 2012; Williamson, 2007), могут быть преодолены при использовании дискретизаций высокого порядка и генерации сетки по алгоритму (Fadeev, 2013).

Еще одной особенностью модели ПЛАВ является возможность использовать переменное разрешение по широте. Переменное разрешение по широте в сочетании с возможностью применять несимметричную относительно экватора редукцию сетки позволяет повышать разрешение в области интереса (средние широты северного полушария) и огрублять его в других регионах (например, южное полушарие). Такой подход весьма эффективен для территории России, которая вытянута по долготе почти на 180° .

2. Уравнения модели

Уравнения модели ПЛАВ выведены из системы «примитивных» уравнений (Holton, 2004), представляющих собой уравнения гидротермодинамики атмосферы в приближениях гидростатики, «мелкой» атмосферы и сферической Земли. По вертикали используется гибридная координата (Simmons, Burridge, 1981).

Необходимые обозначения введены ниже. Широта и долгота на сфере – (λ, φ) , \vec{r} – радиус-вектор точки на сфере, a – радиус Земли. Используются стандартные определения горизонтального оператора ∇ и лагранжевой производной $\frac{d}{dt}$. Давление в гибридной координате определяется формулой

$p(\eta) = A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s$, где p_0 – постоянная, p_s – приземное давление. Горизонтальная скорость ветра – \vec{V} , u и v – ее зональная и меридиональная компоненты. $D = \nabla \cdot \vec{V}$ и $\zeta = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{V}$ – горизонтальная дивергенция и вертикальная компонента относительной завихренности, $\vec{k} = \vec{r} / a$ – вертикальный единичный вектор сферической системы координат. Вертикальная скорость в гибридной системе координат – $\dot{\eta}$. Параметр Кориолиса – $f = 2|\vec{\Omega}| \sin \varphi$,

$\bar{\Omega}$ – угловая скорость вращения Земли, Φ – геопотенциал, T – температура, Φ_s – геопотенциал на поверхности Земли. Также используется виртуальная температура $T_v = \frac{R_{\text{moist}}}{R_d} T$; R_d – газовая постоянная сухого воздуха, газовая постоянная влажного воздуха – $R_{\text{moist}} = (1 - q - \sum q_i) R_d + R_v q$, где R_v – газовая постоянная водяного пара, q – удельная влажность, q_i – удельная концентрация жидких и твердых фаз воды (град, снег, капли). Теплоемкости влажного и сухого воздуха – c_p и c_{pd} . c_p учитывает вклады от всех агрегатных состояний воды. Источник/сток произвольной величины X вследствие процессов подсеточного масштаба – F_X .

Уравнение для вертикального компонента относительной завихренности ζ получается применением оператора $\vec{k} \cdot \nabla \times$ к уравнениям для скорости ветра:

$$\frac{d}{dt}(\zeta + f) = -(\zeta + f)D - J_\zeta + F_\zeta, \quad (1)$$

$$J_\zeta = \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \frac{R_d}{a^2 \cos \varphi} \left(\frac{\partial T_v}{\partial \lambda} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial T_v}{\partial \varphi} \frac{\partial \ln p_s}{\partial \lambda} \right) + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \lambda} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \cos \varphi \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \varphi} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right). \quad (2)$$

Уравнение для горизонтальной дивергенции D выводится из дискретизованных по времени уравнений для скорости ветра (см. раздел 3). Уравнения для скорости ветра записаны в векторной форме (Bates, 1993), используется адвективная формулировка силы Кориолиса (Rochas, 1990):

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\bar{\Omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right)_H = -\nabla \Phi - \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} R_d T_v \nabla \ln p_s + F_{\vec{v}}, \quad (3)$$

где индекс H обозначает проекцию на поверхность сферы. Кроме того, возможно использовать уравнение дивергенции, выведенное в аналитической форме, путем применения оператора $\nabla \cdot$ к уравнению для скорости ветра (3):

$$\frac{dD}{dt} + D^2 = -\nabla^2 \Phi - \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \nabla \cdot (R_d T_v \nabla \ln p_s) + \zeta f - \frac{u}{a} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + J_D + F_D, \quad (4)$$

$$J_D = -\frac{1}{a^2 \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial((u^2 + v^2) \sin \varphi)}{\partial \varphi} + 2 \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(u \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right) - \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(u \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \right] + \frac{1}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \lambda} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \cos \varphi \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \varphi} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right\}. \quad (5)$$

Использование аналитического уравнения для дивергенции (4) дает возможность использовать одинаковые пространственные аппроксимации члена $\nabla^2\Phi$ в явной и неявной частях уравнения, дискретизованного по времени. Таким образом, можно ожидать лучших дисперсионных характеристик инерционно-гравитационных волн (Caluwaerts и др., 2015), однако требуется вычисление большего количества нелинейных слагаемых. В отличие от (Heikes and Randall, 1995), где уравнения для завихренности и дивергенции сформулированы с использованием только скалярных величин (ζ , D , Φ , функции тока и потенциала скорости), мы используем компоненты векторов \vec{V} и $\nabla\Phi$.

Уравнение термодинамики переформулировано для виртуальной температуры T_v . Слагаемое, отвечающее за преобразование энергии $-\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}$

переписано через $\ln p_s$ и аналог вертикальной скорости $\dot{s} = \frac{1}{p_s} \frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta}$:

$$\frac{d(T_v + \gamma(\eta)\Phi_s)}{dt} - \frac{R_{\text{moist}}T_v}{c_p} \left(\frac{p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \dot{s} + \frac{B(\eta)p_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)p_s} \frac{d_H \ln p_s}{dt} \right) = F_{T_v} + \gamma(\eta)\vec{V} \cdot \nabla\Phi_s + \eta \frac{\partial \gamma(\eta)}{\partial \eta} \Phi_s, \quad (6)$$

$$F_{T_v} = \frac{R_{\text{moist}}}{R_d} F_T + T \left[\left(\frac{R_v}{R_d} - 1 \right) F_q - \sum F_{q_i} \right], \quad (7)$$

где $\frac{d_H}{dt}$ – горизонтальная лагранжева производная без учета вертикального смещения. Слагаемое $\gamma(\eta)\Phi_s$ было предложено (Ritchie, Tanguay, 1996) для подавления ложного орографического резонанса, кроме того, оно сглаживает поле температуры в горных регионах и таким образом повышает точность расчета адвекции температуры. Использование \dot{s} и T_v уменьшает нелинейность системы уравнений, так как именно эти величины используются в уравнениях неразрывности и гидростатики.

Уравнение неразрывности в форме сохранения массы в произвольном лагранжевом объеме $V(t)$:

$$\frac{1}{g} \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) dV = 0 \quad (8)$$

переформулируется через $\ln p_s$ и \dot{s} согласно (McDonald, Naugen, 1993):

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{d_H}{dt} \left(\ln p_s + \frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right) = - \frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial B}{\partial \eta} p_s}{p_s} D - \frac{\partial \dot{s}}{\partial \eta} + \frac{\partial B}{\partial \eta} \vec{v} \cdot \nabla \left(\frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right), \quad (9)$$

слагаемое $\left(\frac{\Phi_s}{R_d T_{\text{const}}} \right)$ было также предложено в (Ritchie, Tanguay, 1996).

Уравнение гидростатики записывается как

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -R_d T_v \frac{\partial \ln p}{\partial \eta}. \quad (10)$$

Уравнения переноса водяного пара и других видов воды записываются в одинаковой форме:

$$\frac{dq}{dt} = F_q, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V^{(i)}} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) q dV = \int_{V^{(i)}} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right) F_q dV. \quad (12)$$

Конечно-объемная форма (12) используется для вывода локально-консервативной дискретизации.

Граничные условия для приведенных выше уравнений (1)–(12) – непротекание $\dot{\eta} = 0$ на нижней $\eta = 1$ и верхней $\eta = \eta_{\text{top}}$ границах. Также предполагается, что $B(\eta) = 1$, $A(\eta) = 0$ при $\eta = 1$, обычно $B = 0$ выше некоторого $\eta_p > \eta_{\text{top}}$, но модель может также работать в частном случае σ -координаты по вертикали, при $B(\eta) = \eta$, $A(\eta) = 0$.

3. Полулагранжева схема переноса

3.1. Традиционная полулагранжева схема переноса

Лагранжевы производные по времени в уравнениях раздела 2 аппроксимируются как $dX/dt = (X_A^{n+1} - X_D^n)/\Delta t$, где верхний индекс обозначает слой по времени $t^n = n\Delta t$, индексы D , A обозначают, что X вычисляется в исходной (в момент t^n) или конечной (в момент t^{n+1}) точках траектории лагранжевой частицы. Полулагранжев подход заключается в том, что на каждом шаге по времени каждая точка фиксированной вычислительной сетки является конечной точкой траектории для некоторой лагранжевой частицы. Уравнение переноса (при отсутствии источника) $dX/dt = 0$ дискретизируется по времени как $X^{n+1} = X_A^n$ где индекс A не указывается для краткости (величины без индекса здесь и далее относятся к конечной точке траектории), а

индекс * используется вместо D для указания, что X вычисляется в исходной точке траектории. Полулагранжева аппроксимация по времени устойчива при числах Куранта больше единицы, а значит шаг по времени Δt может быть выбран из соображений точности, а не устойчивости, что значительно повышает вычислительную эффективность.

Начальная точка траектории лагранжевой частицы с конечной точкой в некотором узле сетки может быть приблизительно найдена путем интегрирования кинематического уравнения $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$ на один шаг по времени назад.

Интеграл от кинематического уравнения аппроксимируется по схеме SETTLS (Hortal, 2002)

$$\frac{\vec{r}^{n+1} - \vec{r}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}(\vec{V}^n + \vec{V}_*^{(n+1)e}), \quad (13)$$

где $\vec{V}_*^{(n+1)e} = 2\vec{V}^n - \vec{V}^{n-1}$.

Уравнение (13) решается итеративным способом:

$$\vec{r}_{*k+1}^n = \vec{r}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2}(\vec{V}^n + \vec{V}_{*k}^{(n+1)e}), \quad (14)$$

где индекс $*k$ обозначает начальную точку траектории на k -ой итерации. В итеративном процессе (14) используются дополнительные геометрические аппроксимации для учета сферической геометрии и приближения «мелкой» атмосферы (Temperton et al., 2001).

Величины в начальных точках траекторий вычисляются с помощью интерполяции. Для вычисления адвективных слагаемых уравнений (слагаемых, возникших вследствие полулагранжевой дискретизации d/dt) используется трехмерная кубическая Эрмитова интерполяция. Трилинейная интерполяция используется для вычисления компонент \vec{V} в итеративном процессе (14) и не адвективных слагаемых уравнений. При интерполяции компонент векторных величин следует учесть изменение направления орт сферической координатной системы:

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left(\begin{pmatrix} X_\lambda \\ X_\varphi \end{pmatrix} - R \begin{pmatrix} X_{\lambda*} \\ X_{\varphi*} \end{pmatrix} \right), \quad (15)$$

где R – матрица поворота (см. (Temperton et al., 2001), подробный вывод приведен в (Staniforth et al., 2010)).

3.2. Полулагранжева схема переноса, сохраняющая массу

Недостаток полулагранжева подхода, как он сформулирован в разделе 2.1, – отсутствие локального и глобального сохранения массы переносимых величин. Для решения этой проблемы в модели ПЛАВ реализована конечно-объемная консервативная каскадная схема переноса (Shashkin et al., 2016). Основное уравнение конечно-объемного полулагранжева подхода – (12), в котором конечный объем (определенный аналогично конечной точке траектории) $V(t^{n+1})$ совпадает с некоторой ячейкой сетки V_{ijk} :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \eta} q\right)_{V_{ijk}}^{n+1} S_{ij} \Delta \eta_k = \int_{V_{ijk}^*} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} (q + F_q)\right)^n dV. \quad (16)$$

Обозначение $(\cdot)_{V_{ijk}}$ указывает, что величина в скобках осреднена по ячейке V_{ijk} , S_{ij} и $S_{ij} \Delta \eta_k$ – горизонтальная площадь и объем этой ячейки соответственно. В качестве прогностической переменной используется плотность переносимой величины $\frac{\partial p}{\partial \eta} q$, осредненная по ячейкам сетки.

Объем $V(t^n) = V_{ijk}^*$ (называемый исходным объемом по аналогии с исходной точкой траектории) определяется через свои вершины – исходные точки траекторий лагранжевых частиц, прибывающих в вершины ячейки V_{ijk} в момент t^{n+1} . Координаты вершин исходного объема определяются с помощью интерполяции известных координат центров исходных объемов. Координаты центров исходных объемов – исходные точки траекторий лагранжевых частиц с конечными точками в узлах сетки – вычисляются путем решения уравнения (13).

Главной проблемой конечно-объемных полулагранжевых методов является вычисление интегралов по исходным объемам. Для точного и быстрого решения этой задачи вводятся аппроксимация формы исходных объемов и кусочно-квадратичное подсеточное распределение плотности переносимой величины (Shashkin et al., 2016).

4. Дискретизация по времени

4.1. Стандартная полуявная дискретизация уравнений

Неадвективные члены прогностических уравнений (см. раздел 2) интегрируются по времени с помощью комбинации схемы Кранка–Николсон с децентрированием псевдо-второго порядка (Temperton et al., 2001) для ли-

нейных слагаемых и схемы SETTLS (Hortal, 2002) для нелинейных слагаемых. В случае уравнения общего вида относительно произвольной величины ψ

$$\frac{d\psi}{dt} = L\psi + N(\psi), \quad (17)$$

где L и N – линейный и нелинейный операторы, дискретизация по времени записывается как

$$\frac{\psi^{n+1} - \psi^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(N(\psi)^{(n+1)_e} + N(\psi)^n \right) + \frac{1+\epsilon}{2} L\psi^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} L\psi^n - \frac{\epsilon}{2} \left(L\psi^{(n+1)_e} + L\psi^n \right). \quad (18)$$

Уравнение абсолютной завихренности (1) дискретизируется следующим образом:

$$\zeta^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} fD^{n+1} = R_\zeta, \quad (19)$$

где R_ζ – функция известных величин со слоя по времени n и экстраполированных величин $(n+1)_e$ (точные формулы правых частей уравнений полуневяной дискретизации по времени приведены в Приложении 1), децентрирование не применяется к слагаемому fD .

Для выделения линейных членов в уравнениях (3), (4), (6), (9) используется постоянная фоновая температура \bar{T} и фоновый профиль давления $\bar{p} = A(\eta)p_0 + B(\eta)\bar{p}_s$, где \bar{p}_s – постоянная. Сила градиента давления в уравнении для ветра (3) разделяется на линейную и нелинейную части:

$$\begin{aligned} \nabla(\Phi_s - \int_1^\eta R_d T_v d \ln p) + \frac{Bp_s}{Ap_0 + Bp_s} R_d T_v \nabla \ln p_s = \\ = \underbrace{\nabla G}_{\text{линейная часть}} - \underbrace{\nabla \int_1^\eta R_d (T_v - \bar{T}) d \ln \frac{p}{\bar{p}} + \frac{Bp_s}{Ap_0 + Bp_s} R_d (T_v - \bar{T}) \nabla \ln p_s}_{\text{нелинейная часть}} \end{aligned} \quad (20)$$

$$G = \Phi_s - \int_1^\eta R_d (T_v - \bar{T}) d \ln \bar{p} + R_d \bar{T} \ln p_s,$$

при выводе использовано, что

$$\nabla \int_1^\eta R_d \bar{T} d \ln p = R_d \bar{T} [\nabla p(\eta) / p(\eta) - \nabla \ln p_s] = R_d \bar{T} [Bp_s / (Ap_0 + Bp_s) - 1] \nabla \ln p_s.$$

Аналогичное выражение может быть выведено для ∇^2 давления в аналитическом уравнении для дивергенции (4). Аппроксимация интегралов по вертикали приведена в разделе 5.5.

Дискретизованные по времени уравнения дивергенции записываются как:

$$D^{n+1} + \frac{(1+\epsilon)}{2} \Delta t \nabla^2 G^{n+1} = \nabla \cdot \bar{R}_{\vec{v}}, \quad (21)$$

$$D^{n+1} - \frac{\Delta t}{2} f \zeta^{n+1} + \frac{(1+\epsilon)}{2} \Delta t \nabla^2 G^{n+1} = R_D, \quad (22)$$

уравнение (21) – уравнение дивергенции, выведенное из уравнения ветра (3), дискретизованного по времени по схеме (18), $\bar{R}_{\vec{v}}$ – правая часть соответствующего векторного уравнения. Дивергенция $\bar{R}_{\vec{v}}$ – $\nabla \cdot \bar{R}_{\vec{v}}$ вычисляется с помощью дискретного оператора, приведенного в разделе 4.2. Уравнение (22) – дискретизованное по времени аналитическое уравнение дивергенции (4). В этом уравнении удастся использовать одинаковую дискретизацию по времени типа Кранка-Николсон для членов $-f\zeta$ и $\nabla^2 G$, описывающих геострофический баланс.

В уравнении термодинамики (6), в линейной части члена преобразования энергии используется полулагранжев подход для дискретизации лагранжевой производной $\ln p_s$, в нелинейной части эта производная заменяется на правую часть уравнения неразрывности (9). Итоговое уравнение, дискретизованное по времени, записывается как:

$$T_v^{n+1} - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\bar{p}_s}{A(\eta)p_0 + B(\eta)\bar{p}_s} (B(\eta) \ln p_s^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \dot{s}^{n+1}) = R_T. \quad (23)$$

Уравнение неразрывности (9) дискретизируется следующим образом:

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \ln p_s^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial A}{\partial \eta} \bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \frac{\partial \dot{s}^{n+1}}{\partial \eta} = R_p. \quad (24)$$

Интегрирование уравнения (24) от верхней границы модельной атмосферы до поверхности дает выражение для $\ln p_s^{n+1}$, независимое от \dot{s}^{n+1} , а интегрирование до уровня η приводит к выражению для \dot{s}^{n+1} :

$$(1 - B(\eta_{\text{top}})) \ln p_s^{n+1} = -\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \int_{\eta_{\text{top}}}^1 \left(\frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial A}{\partial \eta} \bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + (R_p) \right) d\eta, \quad (25)$$

$$\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \dot{s}^{n+1}(\eta) = -(B(\eta) - B(\eta_{\text{top}})) \ln p_s^{n+1} - \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \int_{\eta_{\text{top}}}^{\eta} \left(\frac{\frac{\partial A}{\partial \eta} p_0 + \frac{\partial A}{\partial \eta} \bar{p}_s}{\bar{p}_s} D^{n+1} + R_p \right) d\eta. \quad (26)$$

Правая часть уравнения (25) может быть подставлена вместо $\ln p_s^{n+1}$ в уравнение (26), что даст выражение для \dot{s}^{n+1} , зависящее только от одной неизвестной величины D^{n+1} .

Уравнения (19), (20), (23), (25), (26) и определение линейного геопотенциала G (20) составляют линейную систему уравнений для переменных на слое по времени $n+1$ ($\zeta, D, T_v, \ln p_s, \dot{s}, G$). Данная система решается способом, описанным ниже. В случае, когда используется уравнение дивергенции, выведенное аналитическим путем (22), относительная завихренность ζ исключается подстановкой из уравнения (19). Затем уравнения (25), (26) подставляются в уравнение (23), чтобы получить выражение для T_v^{n+1} , которое зависит только от D^{n+1} . Это выражение и уравнение (25) используются для исключения T_v^{n+1} и $\ln p_s^{n+1}$ из определения линейной части геопотенциала G^{n+1} (20). Таким образом, получается пара уравнений для неизвестных G^{n+1} и D^{n+1} , которая может быть записана как

$$\bar{G} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \mathbf{M} \bar{D} = \bar{H}, \quad (27)$$

$$(1 + \alpha \frac{f^2 \Delta t^2}{4}) \bar{D} + \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla^2 \bar{G} = \bar{R}_D + \alpha \frac{f \Delta t}{2} \bar{R}_\zeta, \quad (28)$$

где \bar{G} , \bar{D} и \bar{R}_X – столбцы, состоящие из Nlev (количество уровней по вертикали) компонент, с k -ой компонентой, представляющей горизонтальные поля G^{n+1} , D^{n+1} и \bar{R}_X на k -ом модельном уровне соответственно. $\bar{H} = \bar{\Phi}_s + R_d \mathbf{A} \bar{R}_T + \mathbf{M}' \bar{R}_p$, \mathbf{M} , \mathbf{M}' , \mathbf{A} – матрицы некоторых вертикальных операторов (см. Приложение 2). Если используется стандартное уравнение дивергенции (21), то коэффициент $\alpha = 0$. В случае применения уравнения дивергенции (22), выведенного аналитически, $\alpha = 1$.

Подстановка \bar{D} из уравнения (28) в уравнение (27) и применение собственного разложения матрицы $\mathbf{M} = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda} \mathbf{P}^{-1}$ приводит к Nlev двумерным задачам Гельмгольца относительно компонент столбца $\mathbf{P}^{-1} \bar{G}$. Алгоритм решения задачи Гельмгольца описан в разделе 5.2. После вычисления \bar{G} дивергенция \bar{D} может быть вычислена по формуле (27), далее дивергенция используется для вычисления $\ln p_s^{n+1}$, \dot{s}^{n+1} , T_v^{n+1} и ζ^{n+1} (см. уравнения (25), (26), (23), (19)). Вычисление величин $n+1$ -ого шага по времени завершается восстановлением горизонтального ветра \bar{v}^{n+1} по завихренности и дивергенции (по алгоритму из раздела 5.1) и вычислением $\dot{\eta}$ по уравнению (43).

В модели ПЛАВ была также реализована итеративная схема интегрирования по времени (Gouman, 2015). Дискретизация по времени, описанная выше, используется на первой итерации, чтобы получить первое приближение полей $(\zeta, D, T, \ln p_s, \vec{V})$ на $n+1$ -ом шаге по времени. На второй итерации экстраполированные по времени нелинейные члены уравнений $N^{(n+1)_e}$ и компоненты скорости ветра $(u, v, \eta)^{(n+1)_e}$, используемые для вычисления траекторий, заменяются на значения первого приближения полей на $n+1$ -ом шаге, вычисленные на первой итерации. Использование итеративной схемы позволяет повысить устойчивость модели и использовать большие шаги по времени, не уменьшая точность.

4.2. Полуявная дискретизация по времени с сохранением массы

Версия модели ПЛАВ, сохраняющая массу (Shashkin, Tolstykh, 2014), использует уравнение неразрывности в конечно-объемной форме (8). Нелинейность этого уравнения – неявная, замаскирована в процедуре вычисления траекторий или, что то же самое, в эволюции лагранжева объема $V(t)$. Уравнение линеаризуется с использованием фонового профиля давления, зависящего от орографии $p^{ref} = Ap_0 + Bp_s^{ref}$, где $p_s^{ref} = 1013.25 \text{ hPa} \times \exp(-\frac{\Phi_s}{R_d \bar{T}})$. Таким образом, получается уравнение

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \left(\frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) dV = - \int_{V(t)} \left(\nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\dot{\eta} \frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} \right) \right) dV, \quad (29)$$

где $p' = p - p^{ref}$. Уравнение для p_s на $n+1$ -ом шаге по времени получается с помощью дискретизации уравнения (29) по схеме (18) и последующего интегрирования по вертикали от верхней границы модельной атмосферы до поверхности Земли:

$$\begin{aligned} (1 - B_{\text{Nlev}+1/2}) S_{ij} (p_s^{n+1} - p_s^{ref})_{S_{ij}} = & \sum_{k=1}^{k=\text{Nlev}} \left(-\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} V^{n+1} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} V^n \right) \right)_{V_{ijk}} S_{ij} \Delta \eta_k + \\ & + \sum_{k=1}^{k=\text{Nlev}} \int_{V_{ijk}^*} \left(\left(\frac{\partial p'}{\partial \eta} \right) - \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} V^n \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\epsilon}{2} \Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} V^{(n+1)_e} \right) \right) dV, \end{aligned} \quad (30)$$

где $(p_s)_{S_{ij}}$ – приземное давление, осредненное по S_{ij} . Интегралы по исходным объемам вычисляются с помощью каскадной консервативной полулагранжевой схемы (Shashkin et al., 2016).

Использование фонового профиля давления, зависящего от орографии, необходимо для устойчивости схемы в горных регионах. Однако слагаемое $\nabla \cdot (\frac{\partial p^{ref}}{\partial \eta} V^{n+1})$ не может быть выражено через прогностические переменные модели, следовательно, очень сложно решить систему уравнений, схожую с системой, сформулированной в разделе 4.1, но с конечно-объемным уравнением (30) для p_s^{n+1} вместо уравнения (25). Данная проблема обходится следующим образом. Сначала производится вычисление значений полей на шаге по времени $(n+1)$, как описано в разделе 4.1, в частности, получаются значения горизонтального ветра \vec{v}^{n+1} . Затем приземное давление p_s пересчитывается по конечно-объемной формуле (30). Таким образом, мы достигаем сохранения массы атмосферы, внося при этом некоторую несогласованность между полями горизонтального ветра и приземного давления. Указанная несогласованность проявляется в виде небольшого шума в регионах с большими значениями градиента высоты подстилающей поверхности, что, однако, не влияет значительным образом на точность модели.

5. Дискретизации по пространству

5.1. Горизонтальная сетка на сфере

В модели ПЛАВ используется редуцированная широтно-долготная сетка с переменным разрешением по широте. Сетка состоит из узлов, расположенных на широтах $\varphi = \varphi_j$, $j \in [0, Nlat]$ с шагом по долготе $\Delta\lambda_j$, $(\lambda, \varphi)_{ij} = (i\Delta\lambda_j, \varphi_j)$. Количество точек на сеточной широте обычно уменьшается от экватора к полюсам. Предполагается, что точки полюсов также являются сеточными широтами. Регулярная широтно-долготная сетка – частный случай сетки, описанной выше, с постоянным шагом по широте и одинаковым количеством точек на всех сеточных широтах.

Формально, модель работоспособна при любом распределении φ_j и $\Delta\lambda_j$. Однако их выбор оказывает огромное влияние на точность модели. Модельные сетки строятся по алгоритму (Fadeev, 2013). Этот алгоритм подбирает распределение сеточных широт φ_j , которое удовлетворяет ограничениям на гладкость изменения шага сетки (с целью избежать проблемы ложного отражения волн в областях резкого изменения шага сетки) и наилучшим возможным образом соответствует заданной зависимости шага сетки от широты. Затем при заданном распределении φ_j и известном общем количестве точек сетки алгоритм выбирает $\Delta\lambda_j$ так, чтобы минимизировать ошибку интерполяции пробной функции, заданной аналитически.

5.2. Дискретизация операторов горизонтального градиента, дивергенции и вертикального компонента завихренности

Для вычисления оператора градиента применяется следующая конечно-разностная формула 4-ого порядка:

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{i+1/2} = \frac{\phi_{i-1} - 27\phi_i + 27\phi_{i+1} - \phi_{i+2}}{24\Delta x} + O(\Delta x^4), \quad (31)$$

где x – одна из горизонтальных координат (φ либо λ), ϕ – произвольная скалярная величина. Так как используется неразнесенная сетка, значения производной должны быть определены в тех же самых точках, где определена сама функция. Значения производной в «полуцелых» узлах сетки $\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{i+1/2}$ интерполируются в «целые узлы» с помощью лагранжевой интерполяции 4-ого порядка точности.

При вычислении завихренности и дивергенции лагранжева интерполяция 4-ого порядка точности применяется для получения значения векторных компонент в «полуцелых» узлах сетки. Затем производная по широте вычисляется по локально-консервативной формуле 2-ого порядка:

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \phi \cos \varphi}{\partial \varphi} = \frac{\phi_{j+1/2} \cos \varphi_{j+1/2} - \phi_{j-1/2} \cos \varphi_{j-1/2}}{a(\sin \varphi_{j+1/2} - \sin \varphi_{j-1/2})} + O(\Delta \varphi^2). \quad (32)$$

Производные по долготе вычисляются с помощью формулы (31), как и в операторе градиента.

Производные по долготе вычисляются в сеточном пространстве, а для вычисления производных по широте на редуцированной сетке используется представление Фурье по долготе:

$$\phi(\varphi_j, \lambda) = \hat{A}_0(\varphi_j) / 2 + \sum_k (\hat{A}_k(\varphi_j) \cos(k\lambda) + \hat{B}_k(\varphi_j) \sin(k\lambda)). \quad (33)$$

Задача сводится к вычислению производных по долготе от коэффициентов A_k , B_k и обратному преобразованию Фурье. Если N_j – количество точек на сеточной широте φ_j , то волновые числа $k > N_j / 2 - 1$ не могут быть представлены на этой широте, таким образом, естественно положить A_k , B_k и их производные равными 0.

Преобразование Фурье требует глобальных пересылок данных при массивно-параллельной реализации, что может отрицательно сказываться на параллельной эффективности. Был разработан алгоритм вычисления произ-

водных по широте на редуцированной широтно-долготной сетке в сеточном пространстве. В случае, когда узлы сетки на соседних широтах не лежат на одной долготе, значения ϕ интерполируются на нужную долготу, затем применяется формула (31). Веса интерполяции предвычисляются. Преобразование Фурье все же необходимо для вычисления производных по широте около полюсов, что, однако, не приводит к необходимости глобальных пересылок данных, так как количество точек на широтах около полюсов мало и все необходимые данные хранятся в памяти одного процессора. Данный алгоритм был испытан на идеализированной тестовой задаче и не привел к сколько-нибудь значительным изменениям решения относительно стандартной версии модели.

При вычислении производных по широте около полюсов по формуле (31) необходимы значения ϕ на «виртуальных» сеточных широтах $\varphi_{-1} = -\pi/2 - (\varphi_1 + \pi/2)$ и $\varphi_{Nlat+1} = \pi/2 + (\pi/2 - \varphi_{Nlat-1})$. Если продолжить линию меридиана на долготу λ за полюс, она совпадет с меридианом на долготу $\lambda + \pi$. Следовательно, $\phi(\varphi_{-1}, \lambda) = (-1)^{\nu} \phi(\varphi, \lambda + \pi)$, где $\nu = 0$ в случае скалярных величин и 1 для компонент векторов (что объясняется сменой ориентации базисных векторов при сдвиге по фазе на угол π). Легко показать, что $\hat{A}_k(\varphi_{-1}) = (-1)^{k+\nu} \hat{A}_k(\varphi_1)$, и аналогичные соотношения имеют место для $\hat{B}_k(\varphi_{-1})$, $\hat{A}_k(\varphi_{Nlat+1})$, $\hat{B}_k(\varphi_{Nlat+1})$.

Для вычисления завихренности и дивергенции на полюсах используется факт равенства 0 всех коэффициентов Фурье скалярной величины кроме \hat{A}_0 (вытекающий из соображений однозначной определенности величины). Значение коэффициента \hat{A}_0 на полюсе получается по известным коэффициентам \hat{A}_0 на прилежащих широтах с помощью Лагранжевой интерполяции 4-ого порядка точности. Аналогично, векторные компоненты могут иметь только первые (\hat{A}_1 , \hat{B}_1) ненулевые Фурье-коэффициенты на полюсах (что соответствует однозначно определенной векторной величине и базисным векторам, зависящим от долготы). Фурье-коэффициенты компонент градиента интерполируются в точку полюса.

Для вычисления меридиональных производных в случае переменного разрешения по широте, согласно (Tolstykh, 2003), вводится псевдо-широта φ' , такая, что точки сетки равномерно распределены в координате φ' . Затем производная по широте вычисляется как $\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \phi}{\partial \varphi'} \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi}$. Производная $\frac{\partial \phi}{\partial \varphi'}$,

обратный коэффициент растяжения $\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi'}$ вычисляются по формуле (31).

В версии модели ПЛАВ, сохраняющей массу (Shashkin, Tolstykh, 2014), используется оператор дивергенции потока $\nabla \cdot (\phi \vec{V})$, где ϕ – некоторая скалярная величина. Для сохранения массы требуется, чтобы $\sum_{i,j} \nabla \cdot (\phi \vec{V})_{ij} S_{ij} = 0$ с точностью машинной арифметики. Данный оператор дискретизируется в потоковой форме с четвертым порядком точности (Tolstykh, Shashkin, 2012). В версии модели ПЛАВ, сохраняющей массу, данный оператор также используется для вычисления горизонтальной дивергенции скорости ветра (при $\phi = 1$).

5.3. Аппроксимация горизонтального оператора Лапласа

Оператор Лапласа возникает в дискретизованных по времени уравнениях дивергенции (21, 22). В случае уравнения (21), выведенного в дискретной форме из уравнения для ветра (3) (что рассматривается как стандартный вариант в модели ПЛАВ), оператор ∇^2 возникает в неявной части, а в явной части он присутствует как произведение дискретных операторов дивергенции и градиента (см. раздел 4). В случае аналитически-выведенного уравнения дивергенции (22) оператор ∇^2 присутствует и в явной, и в неявной частях уравнения.

При использовании уравнения дивергенции, выведенного в дискретной форме, применяется компактная конечно-разностная аппроксимация производных по широте в операторе Лапласа. Компактные конечно-разностные формулы широко использовались в предыдущих версиях модели ПЛАВ из-за меньших ошибок аппроксимации. Однако вычисление производных по компактным формулам требует обращения матриц и, следовательно, уменьшает эффективность параллельной реализации. В версии ПЛАВ20 компактные формулы заменены обычными конечно-разностными формулами (см. уравнение (31)) везде, кроме блоков численного решения уравнений Гельмгольца и восстановления скорости ветра по завихренности и дивергенции. Использование компактных формул в этих блоках не приводит к проблемам параллельной эффективности, так как эти блоки в любом случае требуют обращения матриц (см. разделы 4, 6).

Оператор Лапласа дискретизируется в пространстве коэффициентов Фурье по долготе. Широтная часть Лапласиана аппроксимируется посредством последовательного применения (два раза) формулы для первой производной:

$$\frac{1}{24} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{i-1} + \frac{11}{12} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_i + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{i+1} = \frac{\phi_{i+1/2} - \phi_{i-1/2}}{\Delta \varphi} + O(\Delta \varphi^4), \quad (34)$$

долготная часть оператора ∇^2 – Фурье-образ операции двойного дифференцирования по долготе с применением формулы (31):

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \exp(ik\lambda)}{\partial \lambda^2} &= -\tilde{k}^2 \exp(ik\lambda) = \\ &= -\left(\frac{261 \sin(k\Delta\lambda) + \sin(3k\Delta\lambda) - 36 \sin(2k\Delta\lambda)}{192a \cos \varphi \Delta\lambda} \right)^2 \exp(ik\lambda). \end{aligned} \quad (35)$$

Более подробно компактная конечно-разностная аппроксимация оператора ∇^2 освещена в разделе 6.2.

Главная цель использования уравнения дивергенции, выведенного в аналитической форме (22), – использование одинаковых дискретизаций оператора ∇^2 в явной и неявной частях уравнения, что теоретически должно приводить к лучшим дисперсионным характеристикам инерционно-гравитационных волн (Caluwaerts et al., 2015). При использовании уравнения (22) компактные формулы не применяются, чтобы избежать необходимости обращения матриц при вычислении явной части уравнения. Используется следующая аппроксимация лапласиана:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 \phi)_{i,j} &= \frac{1}{12a^2 \cos^2 \varphi_j \Delta\lambda^2} (\phi_{i-2,j} + 16\phi_{i-1,j} - 30\phi_{i,j} + 16\phi_{i+1,j} - \phi_{i+2,j}) + \\ &+ \frac{1}{a^2 \cos \varphi_j \Delta\varphi} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{i,j+1/2} \cos \varphi_{j+1/2} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{i,j-1/2} \cos \varphi_{j-1/2} \right), \end{aligned} \quad (36)$$

$(\partial \phi / \partial \varphi)_{i,j \pm 1/2}$ вычисляются по формуле (31).

5.4. Аппроксимация нелинейных слагаемых

Вычисление нелинейных слагаемых может стать причиной нелинейной неустойчивости, когда систематически завышается вклад взаимодействия кратчайших волн в амплитуду самых длинных волн. Для подавления этого типа неустойчивости мы используем осреднение по пространству. Формулы вычисления нелинейных слагаемых, приведенные ниже, не имеют строгого теоретического обоснования, а скорее являются результатом опыта работы с моделью ПЛАВ.

Первый тип нелинейных слагаемых – произведение двух скалярных величин, а именно ζD , D^2 , в уравнениях абсолютной завихренности и дивергенции (1), (4):

$$(\zeta D)_{i,j} = \frac{1}{16} \sum_{m=\pm 1} [(\zeta_{i,j} + \zeta_{i+m,j})(D_{i,j} + D_{i+m,j}) + (\zeta_{i,j} + \zeta_{i,j+m})(D_{i,j} + D_{i,j+m})], \quad (37)$$

данная формула приводит к лучшим оценкам среднесрочного прогноза погоды, чем формула с большим весом центрального слагаемого $\zeta_{i,j} D_{i,j}$.

Перед вычислением нелинейных членов, включающих первые производные по горизонтали (компоненты $\nabla \ln p_s$, $\partial \dot{\eta} / \partial x$, $\partial T_v / \partial x$), производится осреднение в направлении, перпендикулярном к направлению дифференцирования, например, $\partial T_v / \partial \lambda$ осредняется по широте. Формула осреднения:

$$\overline{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)}_j = \frac{1}{2+c} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{j-1} + c \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_j + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{j+1} \right), \quad (38)$$

где j – индекс в направлении, перпендикулярном x . Константа $c = 3$ для производных T_v и $\dot{\eta}$, $c = 4$ для компонент $\nabla \ln p_s$. Компоненты горизонтального ветра и температура осредняются по горизонтали для вычисления J_ζ (2), J_D (5) и слагаемых, включающих T_v в уравнении для ветра (3) и уравнении термодинамики (6):

$$\bar{u}_{i,j} = \frac{1}{12} (8u_{i,j} + \sum_{m=\pm 1} (u_{i+m,j+m} + u_{i+m,j-m})), \quad \bar{T}_{v,i,j} = \frac{1}{12} (8T_{v,i,j} + \sum_{m=\pm 1} (T_{v,i+m,j} + T_{v,i,j+m})). \quad (39)$$

Осреднение не применяется при вычислении слагаемых, в которые входят коэффициенты гибридной координаты по вертикали A , B и их производные. Также осреднение не используется при вычислении множителя R_{moist} / c_p в уравнении термодинамики (6) и членов уравнения гидростатики (10).

5.5. Дискретизация по вертикали

В модели ПЛАВ используется разнесенная сетка Лоренца по вертикали (Lorenz, 1960), в которой все переменные, кроме вертикальной скорости $\dot{\eta}$, расположены на «целых» уровнях η_k (центры ячеек), а $\dot{\eta}$ расположены на «полуцелых» уровнях $\eta_{k+1/2}$ (границы между ячейками). Целые уровни сетки заданы как $\eta_k = (\eta_{k+1/2} + \eta_{k-1/2}) / 2$, $\eta_{1/2}$ соответствует верхней границе модельной атмосферы, $\eta_{\text{Nlev}+1/2}$ – поверхности Земли. Аналогично η , коэффициенты гибридной координаты $A_k = (A_{k+1/2} + A_{k-1/2}) / 2$, то же самое верно для B_k , $\Delta \eta_k = \eta_{k+1/2} - \eta_{k-1/2}$, то же самое подразумевается для ΔA_k , ΔB_k и других переменных.

Практически во всех гидростатических моделях используется дискретизация по вертикали (Simmons, Burridge, 1981), в которой геопотенциал вычисляется на «полуцелых» уровнях $\eta_{k+1/2}$ посредством интегрирования уравнения гидростатики (10) по правилу средней точки, а затем интерполируется на «целые» уровни. Мы пришли к выводу, что правило трапеций, которое позволяет получить геопотенциал сразу в «целых» узлах, точнее правила средней точки. Уравнение гидростатики (10) интегрируется следующим образом:

$$\Phi_{\text{Nlev}} = \Phi_s + R_d T_{v\text{Nlev}} \ln \frac{p_s}{p_{\text{Nlev}}}, \quad (40)$$

$$\Phi_{k-1} = \Phi_k + \frac{R_d}{2} (T_{vk} + T_{v,k-1}) \ln \frac{p_k}{p_{k-1}}. \quad (41)$$

Вертикальная скорость вычисляется по диагностическому выражению, выведенному из эйлеровой формы уравнения неразрывности (9):

$$\frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{\partial p_s}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \vec{V} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta} \right). \quad (42)$$

Интегрирование уравнения (42) от $\eta_{1/2}$ до $\eta_{K+1/2}$ по правилу средней точки и использование граничных условий приводит к выражению

$$(B_{K+1/2} - B_{1/2}) \frac{\partial p_s}{\partial t} = -\sum_{k=1}^{k=K} (A_k p_0 D_k + B_k \nabla \cdot (p_s \vec{V})_k) \Delta \eta_k - \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \dot{\eta} \right)_{K+1/2}. \quad (43)$$

Выражение для $\frac{\partial p_s}{\partial t}$ может быть получено при $K = \text{Nlev}$ в выражении (43) и использовании $\dot{\eta}_{\text{Nlev}+1/2} = 0$. После подстановки полученного выражения в (43) для произвольного K получается выражение для $(\partial p / \partial \eta \cdot \dot{\eta})_{K+1/2}$. Слагаемое $\nabla \cdot (p_s \vec{V})$ вычисляется с помощью стандартного оператора дивергенции (см раздел 4.2), осреднение второго порядка по широте (долготе) применяется к p_s перед вычислением потока $p_s u$ ($p_s v$). Вертикальная скорость $\dot{\eta}$ для вычисления обратных траекторий (см раздел 2) и членов уравнения (1) получается путем линейной интерполяции $(\partial p / \partial \eta \cdot \dot{\eta})$ на «целые» уровни и последующего деления на $(p_0 \Delta A_k + p_s \Delta B_k) / \Delta \eta_k$.

6. Численное решение задач эллиптического типа

6.1. Восстановление компонент скорости по завихренности и дивергенции

Для восстановления компонент скорости горизонтального ветра по известной вертикальной компоненте относительной завихренности и горизонтальной дивергенции обращаются определения $\zeta = \vec{k} \times \vec{V}$ и $D = \nabla \cdot \vec{V}$. Для об-

легчения вычислений используется Фурье-представление по долготе (33). Выражения для нулевых Фурье-коэффициентов u и v записываются следующим образом:

$$\frac{\partial \hat{A}_0^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_0^{\zeta} a \cos \varphi, \quad (44)$$

$$\frac{\partial \hat{A}_0^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_0^D a \cos \varphi. \quad (45)$$

Эти выражения интегрируются по широте с использованием формулы (Lele, 1992):

$$\frac{1}{24} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{j-1} + \frac{11}{12} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_j + \frac{1}{24} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{j+1} = \frac{\phi_{j+1/2} - \phi_{j-1/2}}{\Delta \phi} + O(\Delta \phi^4), \quad (46)$$

где $\partial \phi / \partial \varphi$ в левой части – $\hat{A}_0^{\zeta} \cos \varphi$ ($\hat{A}_0^D \cos \varphi$), а ϕ в правой части – $\hat{A}_0^u \cos \varphi$ ($\hat{A}_0^v \cos \varphi$). Полученные Фурье-коэффициенты компонент горизонтального ветра в «полуцелых» узлах интерполируются в целые узлы с использованием компактной интерполяции 6-ого порядка (Lele, 1992).

Система уравнений для k -ых Фурье-коэффициентов компонент горизонтального ветра:

$$\begin{cases} -k \hat{A}_k^v - \frac{\partial \hat{B}_k^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{B}_k^{\zeta} a \cos \varphi, \\ k \hat{B}_k^v + \frac{\partial \hat{A}_k^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_k^D a \cos \varphi, \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} -k \hat{A}_k^u + \frac{\partial \hat{B}_k^v \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{B}_k^D a \cos \varphi, \\ k \hat{B}_k^v - \frac{\partial \hat{A}_k^u \cos \varphi}{\partial \varphi} = \hat{A}_k^{\zeta} a \cos \varphi, \end{cases} \quad (48)$$

где $\partial \phi / \partial \varphi$ аппроксимируется по схеме Нумерова:

$$\frac{1}{6} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{j-1} + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_j + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)_{j+1} = \frac{\phi_{j+1} - \phi_{j-1}}{2\Delta \phi} + O(\Delta \phi^4). \quad (49)$$

Если \tilde{A}_k^{ϕ} , \tilde{B}_k^{ϕ} – столбцы из Nlat компонент с j -ой компонентой, представляющей \tilde{A}_k^{ϕ} , \tilde{B}_k^{ϕ} на j -ой сеточной широте, тогда систему (47) можно записать в виде:

$$\begin{cases} -k \bar{A}_k^v - \frac{1}{2\Delta\phi} \mathbf{M}^{-1} \delta \mathbf{C} \bar{B}_k^u = a \mathbf{C} \bar{B}_k^c, \\ k \bar{B}_k^u + \frac{1}{2\Delta\phi} \mathbf{M}^{-1} \delta \mathbf{C} \bar{A}_k^v = a \mathbf{C} \bar{A}_k^D, \end{cases} \quad (50)$$

где \mathbf{C} – диагональная матрица, $\mathbf{C}_{jj} = \cos \phi_j$, j -ая компонента столбца $\delta \bar{A} - \hat{A}_{j+1} - \hat{A}_{j-1}$, \mathbf{M} – матрица с диагоналями $(1/6, 2/3, 1/6)$. Система уравнений (50) умножается на матрицу \mathbf{M} слева и переписывается для 2-компонентных векторов $(\hat{A}_k^v, \hat{B}_k^u)^T$, $j \in [0, \text{Nlat}]$, что приводит к блочно-трехдиагональной системе уравнений с блоками размера 2×2 . Аналогичные операции, повторенные для системы (48), приводят к аналогичной системе уравнений для векторов $(\hat{A}_k^u, \hat{B}_k^v)^T$. Блочно-трехдиагональные системы линейных уравнений решаются с помощью векторной прогонки.

Данный алгоритм восстановления скоростей подробно описан в (Tolstykh, Shashkin, 2012). Использование этого алгоритма позволяет избежать решения плохо обусловленных задач Пуассона на сфере.

6.2. Решение задачи Гельмгольца

Дискретную задачу Гельмгольца для k -ой Фурье-гармоники можно записать с использованием матрично-векторных обозначений из раздела 5.1 как $\mathbf{L} \bar{\phi} + \mu^2 \bar{\phi} = \bar{R}$, где \mathbf{L} – дискретный оператор Лапласа, μ^2 – положительная скалярная величина, \bar{R} – известная правая часть. При использовании уравнения дивергенции (21), выведенного в дискретном виде из уравнений ветра (3), широтная часть оператора ∇^2 аппроксимируется посредством двойного применения компактной конечно-разностной формулы для первой производной (34), формула (35) используется для аппроксимации долгой части. Итоговая дискретизация уравнения Гельмгольца 4-ого порядка точности может быть записана как

$$\frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M}^{-1} \delta_{1/2} (\mathbf{C}_{1/2} \mathbf{M}_{1/2}^{-1} \delta \bar{\phi}) + (\mu^2 - \frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-2} \tilde{k}^2) \bar{\phi} = \bar{R}, \quad (51)$$

где оператор $\delta_{1/2}$ действует на величины, определенные в «полуцелых» узлах сетки, j -ая компонента $\delta_{1/2} \bar{\phi} = \phi_{j+1/2} - \phi_{j-1/2}$, δ действует на величины, определенные в «целых» узлах, j -ая компонента $\delta \bar{\phi} = \phi_{j+1} - \phi_j$, \mathbf{M} и $\mathbf{M}_{1/2}$ – трехдиагональные матрицы с диагоналями $(1/24, 11/12, 1/24)$, действующие на величины, определенные в «целых» и «полуцелых» узлах сетки соответст-

венно. Матрица \mathbf{C} – такая же, как в уравнении (50), матрица $\mathbf{C}_{1/2}$ – диагональная с j -ым диагональным элементом, равным $\cos \varphi_{j+1/2}$.

Согласно (Tolstykh, 2002), уравнение (53) умножается на $\mathbf{M}\mathbf{C}$ слева и переформулируется с использованием вспомогательной переменной $\vec{z} = \mathbf{M}_{1/2}^{-1} \delta \vec{\phi}$:

$$\frac{1}{a^2} \delta_{1/2} (\mathbf{C}_{1/2} \vec{z}) + \mathbf{M} (\mathbf{C} \mu^2 - \frac{1}{a^2} \mathbf{C}^{-1} \kappa^2) \vec{\phi} = \mathbf{M} \mathbf{C} \vec{R}, \quad (52)$$

$$\mathbf{M}_{1/2} \vec{z} = \delta \vec{\phi}. \quad (53)$$

Уравнения (52, 53) переписываются для пар $(\phi_j, z_{j+1/2})^T$, $j = [0, Nlat]$, что приводит к блочно-трехдиагональной системе уравнений, как в разделе 6.1.

При использовании уравнения дивергенции (22), выведенного аналитическим путем, оператор ∇^2 аппроксимируется по формуле (36). Использование этой аппроксимации приводит к пятидиагональной системе уравнений для компонент $\vec{\phi}$, которая решается пятидиагональной прогонкой.

7. Диссипативные механизмы

7.1. Гипердиффузия с бигармоническим оператором

Нелинейные взаимодействия в реальных крупномасштабных атмосферных течениях приводят к генерации все более и более мелких вихрей, пока энергия этих вихрей не обращается в тепло посредством молекулярной вязкости на масштабах порядка 1 см. Подобное разрешение недостижимо в реальной глобальной модели атмосферы, а следовательно, для того, чтобы избежать накопления энергии в мельчайших разрешаемых масштабах, нужна параметризация взаимодействия и диссипации на масштабах меньше размера ячеек сетки. Подобные параметризации часто рассматриваются как неотъемлемая часть динамического ядра (Williamson, 2007). В модели ПЛАВ используется неявная по времени гипердиффузия с бигармоническим оператором. Уравнение диффузии дискретизируется в пространстве коэффициентов Фурье по долготе с использованием метода конечных объемов по широте.

Уравнение диффузии записывается как

$$\phi_f^{n+1} = \phi^{n+1} - K \Delta t \nabla^4 \phi_f^{n+1}, \quad (54)$$

где ϕ^{n+1} – одна из величин D^{n+1} , T_v^{n+1} , ζ^{n+1} , $\dot{\eta}^{n+1}$, ϕ_f^{n+1} – сглаженное поле, полученное в результате решения уравнения диффузии. В уравнении (54) при-

меняется неявная схема по времени, что позволяет обойти жесткое ограничение на коэффициент K , величина Δt совпадает с шагом по времени в остальных блоках модели.

В модели ПЛАВ используются сетки с переменным разрешением по широте, следовательно, фильтр не должен чрезмерно подавлять мелкомасштабные особенности полей в областях с высоким разрешением. Однако эти особенности должны быть полностью отфильтрованы до того, как они попадут в области с низким разрешением, где они не могут быть воспроизведены. Мы используем анизотропный коэффициент диффузии, зависящий от разрешения по широте, оператор ∇^4 заменяется на $\nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla^3 \phi)$ для сохранения локальной консервативности, $\mathbf{K} = \text{diag}(K_\lambda, K_\varphi)$. Для облегчения численного решения уравнение (54) переписывается в виде

$$\begin{aligned}\phi_f^{n+1} &= \phi^{n+1} - \Delta t \nabla \cdot \mathbf{K} \nabla \xi, \\ \xi &= \nabla^2 \phi_f^{n+1}.\end{aligned}\quad (55)$$

Для аппроксимации широтной части операторов $\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla$ и ∇^2 используется конечно-объемная формула второго порядка точности:

$$(\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla \xi)_\varphi = \frac{1}{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j} (K_{\varphi_{j+1/2}} \cos \varphi_{j+1/2} \frac{\xi_{j+1} - \xi_j}{\Delta \varphi_{j+1/2}} - K_{\varphi_{j-1/2}} \cos \varphi_{j-1/2} \frac{\xi_j - \xi_{j-1}}{\Delta \varphi_{j-1/2}}) + O(\Delta \varphi^2) \quad (56)$$

где $\varphi_{j+1/2} = 1/2(\varphi_j + \varphi_{j+1})$, $\Delta \varphi_{j+1/2} = \varphi_{j+1} - \varphi_j$, $\Delta(\sin \varphi)_j = \sin \varphi_{j+1/2} - \sin \varphi_{j-1/2}$. Долготная часть операторов $\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla$ и ∇^2 аппроксимируется в пространстве коэффициентов Фурье как образ конечно-объемной формулы второго порядка.

Систему уравнений (55) с использованием дискретизации (56) для k -ого Фурье-коэффициента можно записать как

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \xi \\ \phi_f^{n+1} \end{pmatrix}_{j-1} + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \xi \\ \phi_f^{n+1} \end{pmatrix}_j + \mathbf{C} \begin{pmatrix} \xi \\ \phi_f^{n+1} \end{pmatrix}_{j+1} = \frac{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\Delta t} \begin{pmatrix} \phi^{n+1} \\ 0 \end{pmatrix}_j, \quad (57)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -K_{\varphi_{j-1/2}} \frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} - K_{\varphi_{j+1/2}} \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} - \frac{\tilde{k}^2 K_\lambda \Delta(\sin \varphi)_j}{\cos^2 \varphi_j} & \frac{a^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\Delta t} \\ -a^2 \Delta(\sin \varphi)_j (1 - \tilde{k}^2) & -\frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} - \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} - \frac{\tilde{k}^2 \Delta(\sin \varphi)_j}{\cos^2 \varphi_j} \end{pmatrix}, \quad (58)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} K_{\varphi_{j-1/2}} \frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} & 0 \\ 0 & \frac{\cos \varphi_{j-1/2}}{\Delta \varphi_{j-1/2}} \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} K_{\varphi_{j+1/2}} \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} & 0 \\ 0 & \frac{\cos \varphi_{j+1/2}}{\Delta \varphi_{j+1/2}} \end{pmatrix}, \quad (59)$$

где $-\tilde{k}^2 = -(1 - \cos k\Delta\lambda) / \Delta\lambda^2$ – Фурье-образ долготной части дискретного оператора Лапласа. Система уравнений (57) решается с использованием блочно-трехдиагональной прогонки.

7.2. Демпферный слой вблизи верхней границы

Для того, чтобы избежать ложного отражения вертикально распространяющихся волн от «верхней твердой крышки» (граничное условие $\dot{\eta} = 0$ при $\eta = \eta_{1/2}$), используется демпфирование дивергенции на вертикальных уровнях около верхней границы модельной атмосферы. Слагаемое $-\mathcal{G}(\eta)D^{n+1}$ включается в левую часть уравнений дивергенции (21, 22). Данное слагаемое интегрируется по времени неявно, что позволяет выбирать любой коэффициент \mathcal{G} и не усложняет решение системы уравнений (27), (28).

8. Параллельная реализация

В модели ПЛАВ применяется стратегия параллельных вычислений с использованием общей и распределенной памяти (технологии OpenMP и MPI соответственно). Процедура вычисления одного шага по времени разделяется на две фазы. В первой фазе производится расчет обратных траекторий и интерполяция полей в исходные точки траекторий (см. раздел 3), а также формирование правых частей полуявной системы уравнений (см. приложение 1). Во второй фазе вычислений решаются разнообразные задачи эллиптического типа (см. разделы 4, 6, 7).

В первой фазе вычислений каждый из MPI-процессов ответственен за расчеты в фиксированной полосе сеточных широт, технология OpenMP используется для параллелизации циклов по долготе. На второй фазе расчетов вычисления производятся в пространстве коэффициентов Фурье по долготе, которое делится на равные полосы между MPI-процессами. Таким образом, k -ые коэффициенты Фурье со всех широт должны быть собраны в памяти одного процесса, для чего производится транспозиция данных между двумя фазами расчетов.

Код модели ПЛАВ с параметризациями процессов подсеточного масштаба в экспериментальной конфигурации на сетке 3024×1513 точек и

51 уровень по вертикали масштабируется на 3024 ядра с эффективностью 70%, на 4536 ядер с эффективностью 63% и на 9072 ядра с эффективностью 48% (рис. 2). Используемая сетка имеет разрешение около 13 км по горизонтали. Для соответствия требованиям Гидрометцентра России к оперативному прогнозу погоды (модельные сутки должны считаться не более 20 минут) модель ПЛАВ с разрешением около 20 км (сетка 1600 на 865 точек) требует всего 288 вычислительных ядер.

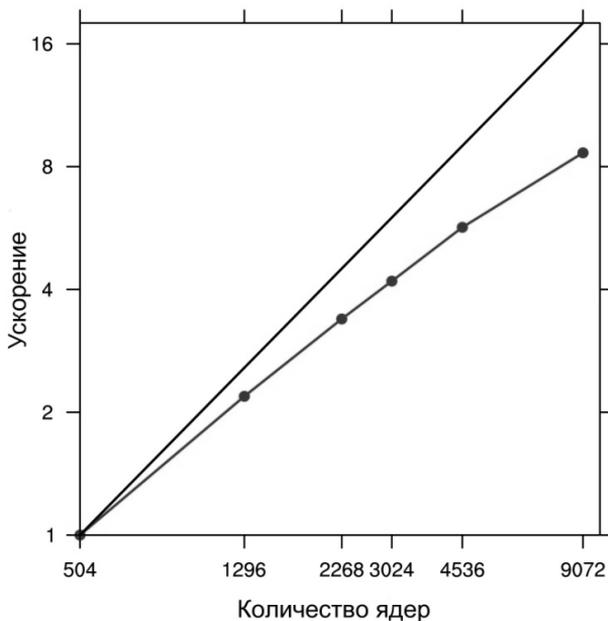


Рис. 2. Параллельное ускорение модели ПЛАВ относительно времени выполнения на 504 ядрах (линия с точками), линейное ускорение – линия без точек

Приложение 1

Правые части полуночной системы уравнений

Правые части дискретизованных по времени уравнений, приведенных в разделе 4.1, записываются следующим образом:

$$R_{\zeta} = \zeta_*^n + f_* - \frac{\Delta t}{2} [(fD)_*^n + (\zeta D)_*^{(n+1)e} + (\zeta D)_*^n + J_{\zeta_*}^{(n+1)e} + J_{\zeta_*}^n + F_{\zeta_*}^n], \quad (60)$$

где параметр Кориолиса в исходной точке обратной траектории $f_* = 2|\Omega| \sin \varphi_*$, φ_* – широта исходной точки, $(fD)_*^n = 2|\Omega| \sin \varphi_* D_*^n$, D_*^n – дивергенция, интерполированная в исходную точку.

$$\begin{aligned} \bar{R}_{\vec{v}} = & -2\bar{\Omega} \times \vec{r}^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} (\hat{N} G^n - \nabla G_N^n) \\ & + R[\vec{v}^n + 2\bar{\Omega} \times \vec{r}^n + \frac{\Delta t}{2} (-(1+\epsilon)\nabla G^n + \epsilon\nabla G^{(n+1)\epsilon} - \nabla G_N^{(n+1)\epsilon}) + \vec{F}_{\vec{v}}^n]_* , \end{aligned} \quad (61)$$

$$R_D = \frac{\Delta t}{2} (\epsilon\nabla^2 G^n + N_D^n) + D_*^n + \frac{\Delta t}{2} ((f\zeta)^n - (1+\epsilon)\nabla^2 G^n + \epsilon\nabla^2 G^{(n+1)\epsilon} + N_D^{(n+1)\epsilon} + F_D^n)_* , \quad (62)$$

$$N_D = -D^{n^2} - R_d \nabla \cdot ((T_v - \bar{T}) \nabla \ln p_s) - \frac{u}{a} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + J_D . \quad (63)$$

Правая часть дискретного по времени уравнения термодинамики (23):

$$R_{T_k} = -\frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\epsilon}{2} \Delta t \frac{\bar{p}_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s} \dot{s}_k^n + \frac{\Delta t}{2} N_{T_k}^n + \quad (64)$$

$$(T_{v_k}^n)_* - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \left[\frac{B_k \bar{p}_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s} \ln p_s^{n*} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\bar{p}_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s} ((1+\epsilon)\dot{s}_k^n - \epsilon\dot{s}_k^{(n+1)\epsilon}) \right)_* \right] + \frac{\Delta t}{2} N_{T_k}^{(n+1)\epsilon} + F_{T_v}^n ,$$

$$\begin{aligned} N_T = & \left(\frac{R_{moist} T_{v_k}}{c_p} \frac{p_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s} - \frac{R_d \bar{T}}{c_{pd}} \frac{\bar{p}_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s} \right) (\dot{s}_k - B_k \frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k p_s}{p_s \Delta B_k} D_k - B_k \frac{\Delta \eta_k}{\Delta B_k} \dot{s}_k) \\ & + \gamma(\eta) \vec{v} \cdot \nabla \Phi_s + \eta \frac{\partial \gamma(\eta)}{\partial \eta} \Phi_s . \end{aligned} \quad (65)$$

В члене N_T слагаемые, пропорциональные $B_k / \Delta B_k$, которые возникают вследствие подстановки $d_H / dt \ln p_s$ из уравнения неразрывности (9) полагаются равными 0, когда $\Delta B_k = 0$. Действительно, в силу монотонности $\Delta B_k = 0$ только тогда, когда $B_k = 0$ и уравнение термодинамики (6) преобразуется к своему виду в изобарической системе координат, в котором нет слагаемого $d_H / dt \ln p_s$.

$$\begin{aligned} R_{P_k} = & \frac{\Delta t}{2} \left(\epsilon \frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k \bar{p}_s}{\bar{p}_s \Delta \eta_k} D_k^n + \epsilon \frac{\Delta \dot{s}_k^n}{\Delta \eta_k} + N_{P_k}^n \right) + \frac{\Delta B_k}{\Delta \eta_k} \ln p_s^{n*} \\ & + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k \bar{p}_s}{\bar{p}_s \Delta \eta_k} (-(1+\epsilon)D_k^n + \epsilon D_k^{(n+1)\epsilon}) - (1+\epsilon) \frac{\Delta \dot{s}_k^n}{\Delta \eta_k} + \epsilon \frac{\Delta \dot{s}_k^{(n+1)\epsilon}}{\Delta \eta_k} + N_{P_k}^{(n+1)\epsilon} \right]_* , \end{aligned} \quad (66)$$

$$N_{P_k} = \left(\frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k \bar{p}_s}{\bar{p}_s \Delta \eta_k} - \frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k p_s}{p_s \Delta \eta_k} \right) D_k . \quad (67)$$

Приложение 2

Матрицы вертикальных операторов

Согласно матрично-столбцовым (векторным) обозначениям, введенным в разделе 3.1, \vec{T} , \vec{S} , \vec{P} определяются как столбцы с k -ой компонентой, представляющей горизонтальные поля T_{vk}^{n+1} , S_k^{n+1} (на k -ом уровне) и поле $\ln p_s^{n+1}$ соответственно. Уравнения (23), (25), (26) записываются как:

$$\vec{T} - \kappa \vec{T} (\mathbf{W}^1 \vec{P} + \mathbf{W}^2 \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \vec{S}) = \vec{R}_T, \quad (68)$$

$$(1 - B_{1/2}) \vec{P} = -\mathbf{C} \mathbf{W}^3 \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \vec{D} + \mathbf{C} \vec{R}_P, \quad (69)$$

$$\frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \vec{S} = \mathbf{I} [-\mathbf{B} \vec{P} - \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{W} \frac{1+\epsilon}{2} \Delta t \vec{D} + \tilde{\mathbf{C}} \vec{R}_P], \quad (70)$$

где $\kappa = R_d / c_{pd}$, \mathbf{C} – матрица интегрирования по правилу средней точки от верхней границы модельной атмосферы до поверхности Земли, $\mathbf{C}_{l,k} = \Delta \eta_k$, $k, l \in [1, \text{Nlev}]$, \mathbf{W}^m , $m \in [1, 3]$ – диагональные матрицы, $W_{k,k}^1 = \frac{B_k a r p_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s}$, $W_{k,k}^2 = \frac{\bar{p}_s}{A_k p_0 + B_k \bar{p}_s}$, $W_{k,k}^3 = \frac{\Delta A_k p_0 + \Delta B_k \bar{p}_s}{\bar{p}_s \Delta \eta_k}$, \mathbf{I} – двухдиагональная матрица интерполяции s^{n+1} на «целые уровни», $\mathbf{I}_{k,k} = \mathbf{I}_{k,k-1} = \frac{1}{2}$. Матрица \mathbf{B} – диагональная, $\mathbf{B}_{k,k} = (B_{k+1/2} - B_{1/2})$. Матрица $\tilde{\mathbf{C}}$ равна нижнему треугольнику (включая главную диагональ) матрицы \mathbf{C} и представляет собой матрицу интегрирования по правилу средней точки от верхней границы до уровня $k + 1/2$.

Определение линейризованного геопотенциала G (20) в столбцово-матричной форме:

$$\vec{G} = \vec{\Phi}_s + \mathbf{A} \vec{T} + R_d \vec{T} \vec{P}, \quad (71)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{U} \Phi$ – матрица интегрирования по правилу трапеций, Φ – двухдиагональная матрица оператора инкремента геопотенциала между двумя соседними уровнями: $\Phi_{\text{Nlev}, \text{Nlev}} = \ln \frac{\bar{p}_s}{\bar{p}_{\text{Nlev}}}$, $\Phi_{k,k} = \Phi_{k,k+1} = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{p}_k^{+1}}{\bar{p}_k}$, $k \in [1, \text{Nlev} - 1]$, \mathbf{U} – верхняя треугольная матрица, отвечающая за суммирование инкрементов, $U_{k,l} = 1$, $l \geq k$, $k \in [1, \text{Nlev}]$.

Можно показать, что исключение \vec{T} , \vec{P} , \vec{S} из уравнения (71) при использовании уравнений (68)–(70) приводит к уравнению (27) с матрицами:

$$\mathbf{M}' = \kappa R_d \vec{T} (1 - B_{1/2})^{-1} \mathbf{A} [\mathbf{W}^1 \mathbf{C} + \mathbf{W}^2 \mathbf{I} (\vec{C} - \mathbf{B}\mathbf{C})] + R_d \vec{T} (1 - B_{1/2})^{-1} \mathbf{C},$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}' \mathbf{W}^3.$$

Литература

Arakawa A., Lamb V.R. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. *Methods of Computational Physics*. 1977. V. 17. New York: Academic Press. P. 173–265.

Bates J., Moorthi S., Higgins R. A global multilevel atmospheric model using a vector semi-Lagrangian finite-difference scheme. Part I: Adiabatic formulation, *Mon. Wea. Rev.*, 1993. V. 121, P. 244–263.

Caluwaerts S., Degrauwe D., Termonia P., Voitus F., Bénard P., Geleyn J.-F. Importance of temporal symmetry in spatial discretization for geostrophic adjustment in semi-implicit Z-grid schemes, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2015, V. 141, P. 128–138, doi:10.1002/qj.2344.

Fadeev R. Algorithm for Reduced Grid Generation on a Sphere for a Global Finite-Difference Atmospheric Model, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2013, V. 53, P. 237–252, doi:10.1134/S0965542513020073.

Fournier A., Taylor M., Tribbia J. The spectral element atmospheric model: High-resolution parallel computation and response to regional forcing, *Mon. Wea. Rev.*, 2004, V. 132, P. 726–748, doi:10.1175/1520-0493.

Geleyn J.-F., Bazile E., Bougeault P., Deque M., Ivanovici V., Joly A., Labbe L., Piedelievre J.-P., Piriou J.-M., Royer J.-F. Atmospheric parameterization schemes in Meteo-France's ARPEGE N.W.P. model, in: *Parameterization of subgrid-scale physical processes*, ECMWF Seminar proceedings, pp. 385–402, Reading, UK, 1994.

Goyman G. Analysis of the predictor-corrector time-integration scheme and its implementation in the global SL-AV atmospheric model, *Proceedings of Hydrometcentre of Russia (in Russian)*, 357, 16–32, <http://method.meteorf.ru/publ/tr/357/goiman.pdf>, 2015.

Heikes R., Randall D. Numerical integration of the shallow-water equations on a twisted icosahedral grid. Part I: Basic design and results of tests, *Mon. Wea. Rev.*, 1995, V. 123, P. 1862–1880, doi:10.1175/1520-0493.

Holton J.R. An introduction to dynamic meteorology, vol. 88 of *Int. Geophys. Ser.*, Elsevier Academic Press, fourth edn., 2004.

Hortal M. The development and testing of a new two-time-level semi-Lagrangian scheme (SETTLS) in the ECMWF forecast model, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2002, V. 128, P. 1671–1688, doi:10.1002/qj.200212858314.

Kurihara Y. Numerical Integration of the Primitive Equations on a Spherical Grid, *Mon. Wea. Rev.*, 1965, V. 93, P. 399–415.

Lele S. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution, *J. Comput. Phys.*, 1992, V. 103, P. 16–42.

Lorenz E. Energy and numerical weather prediction, *Tellus*, 1960, V. 12, P. 364–373.

McDonald A., Haugen J.E. A Two Time-Level, Three-Dimensional, Semi-Lagrangian, Semi-implicit, Limited-Area Gridpoint Model of the Primitive Equations. Part II: Extension to Hybrid Vertical Coordinates, *Mon. Wea. Rev.*, 1993, V. 121, P. 2077–2087, doi:10.1175/1520-0493.

Quaddouri A., Lee V. The Canadian Global Environmental Multiscale model on the Yin-Yang grid system, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2011, V. 137, P. 1913–1926, doi:10.1002/qj.873.

Randall D. Geostrophic adjustment and the finite-difference shallow water equations, *Mon. Wea. Rev.*, 1994, V. 122, P. 1371–1377, doi:10.1175/1520-0493.

Ritchie H., Tanguay M. A comparison of spatially averaged Eulerian and semi-Lagrangian treatments of mountains, *Mon. Wea. Rev.*, 1996, V. 124, P. 167–181, doi:http://dx.doi.org/10.1175/1520-0493.

Robert A., Yee T., Ritchie H. A semi-Lagrangian and semi-implicit numerical integration scheme for multilevel atmospheric models, *Mon. Wea. Rev.*, 1985, V. 113, P. 388 – 394, doi:10.1175/1520-0493.

Rochas M. ARPEGE Documentation, Part 2, Chapter 6, Météo-France, Toulouse, France, 1990.

Shashkin V., Tolstykh M. Inherently mass-conservative version of the semi-Lagrangian SL-AV atmospheric model dynamical core, *Geosci. Model Dev.*, 2014, V. 7, P. 407–417, doi:10.5194/gmd-7-407-2014.

Shashkin V., Fadeev R., Tolstykh M. 3D conservative cascade semi-Lagrangian transport scheme using reduced latitude–longitude grid (CCS-RG), *J. Comput. Phys.*, 2016, V. 305, P. 700–721, doi:10.1016/j.jcp.2015.11.005.

Simmons A.J., Burridge D.M. An Energy and Angular-Momentum Conserving Vertical Finite-Difference Scheme and Hybrid Vertical Coordinates, *Mon. Wea. Rev.*, 1981, V. 109, P. 758–766, doi:10.1175/1520-0493.

Staniforth A., Côté J. Semi-Lagrangian integration schemes for atmospheric models. – A review, *Mon. Wea. Rev.*, 1991, V. 119, P. 2206–2223, doi:10.1175/1520-0493.

Staniforth A., Thuburn J. Horizontal grids for global weather and climate prediction models: a review, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2012, V. 138, P. 1 – 26, doi:10.1002/qj.958.

Staniforth A., White A., Wood N. Treatment of vector equations in deep-atmosphere, semi-Lagrangian models. I: Momentum equation, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2010, V. 136, P. 497–506, doi:10.1002/qj.562.

Temperton C., Hortal M., Simmons A. A two-time-level semi-Lagrangian spectral global model, *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, 2001, V. 127, P. 111–129, doi:10.1002/qj.49712757107.

Tolstykh M.A. Vorticity-Divergence Semi-Lagrangian Shallow-Water Model of the Sphere Based on Compact Finite Differences, *J. Comput. Phys.*, 2002, V. 179, P. 180–200, doi:10.1006/jcph.2002.7050.

Tolstykh M. Variable resolution global semi-Lagrangian atmospheric model, *Russian J. Numer. Anal. Math. Model*, 2003, V. 18, P. 347–361, doi:10.1515/156939803769210993.

Tolstykh M., Shashkin V. Vorticity-divergence mass-conserving semi-Lagrangian shallow-water model using the reduced grid on the sphere, *J. Comput. Phys.*, 2012, V. 231, P. 4205–4233, doi:10.1016/j.jcp.2012.02.016.

Williamson D. The Evolution of Dynamical Cores for Global Atmospheric Models, J. Meteorol. Soc. Jap., 2007, V. 85B, P. 241–269, doi:10.2151/jmsj.85B.241.

Zangl G., Reinert D., Ripodas P., Baldauf M. The ICON (ICOsahedral Non-hydrostatic) modelling framework of DWD and MPI-M: Description of the non-hydrostatic dynamical core, Q. J. Roy. Meteor. Soc., 2015, V. 141, P. 563–579, doi:10.1002/qj.2378.

Параллельный программный комплекс совместного моделирования для модели Земной системы высокого пространственного разрешения

В.В. Калмыков, Р.А. Ибраев

1. Введение

Наряду с разработкой моделей отдельных компонентов Земной системы возникает отдельная задача развития инструментов для их координированной работы – фреймворков для совместного моделирования. Архитектура фреймворка зависит от сложности моделей, характеристик связей между ними и доступных компьютерных ресурсов. Развитие инструментов для совместного моделирования во многом следует за эволюционированием совместных моделей океан–атмосфера.

Первые системы объединяли физические компоненты напрямую и вообще не требовали дополнительного кода.

На следующем этапе физические компоненты запускались в виде отдельных программ в MPMD-режиме (Multiple Program Multiple Data), коммуникация между которыми происходила через разделяемый файл, например как в OASIS-1 и в климатической модели Института вычислительной математики INMCM (Володин и др. 2010). В этом случае отсутствует отдельная компонента каплера, которая неявно представлена как набор модельных процедур для записи данных в файл и их интерполяции на другую сетку.

Следующим этапом развития становится появление отдельной компоненты каплера, имеющей вид мастер-процесса, как в OASIS-3 (Valcke, 2012), или дополнительно использующей SMP-параллелизм (Symmetric Multiprocessing), как, например, в каплере CCSM cpl3 (Craig et al, 2005). Структура совместной системы по-прежнему выглядит как MPMD-запуск отдельных моделей, причем теперь с ними параллельно работает сервисная компонента – каплер, функции коммуникации с которым вызывают модели. Поскольку в системе нет единого управляющего файла, вся синхронизация должна быть

выполнена пользователем вручную. Для больших потоков информации между моделями оба способа коммуникации не обеспечивают необходимую скорость расчета системы и неминуемо становятся «узким местом» как с точки зрения ограничений памяти одного ядра, так и с точки зрения глобальных коммуникаций.

Следующее поколение каплеров имеет уже полноценный MPP-параллелизм (Massively Parallel Processing), хотя по-прежнему запускается в режиме нескольких исполняемых файлов (CCSM cpl6 (Craig et al., 2005), OASIS-4 (Redler et al., 2010)). Полностью параллельный вид каплера позволяет избежать вычислительных проблем при увеличении размера сеток и частоты обменов потоками.

Неудобство ручной синхронизации моделей в MPMD-режиме приводит к появлению в 2011 году модели CESM 1.0 (Craig et al. 2012; Dennis et al., 2012), которая имеет вид единого исполняемого файла и содержит высокоуровневый драйвер, вызывающий некоторые общие интерфейсы компонент (init, run, finalize и т.д.) и каплера с заданными при старте периодами. Архитектура управляющей программы может предполагать различный порядок вычислений моделей системы: это или последовательные вычисления различных моделей на одних и тех же процессорах, или параллельная работа моделей на непересекающихся множествах процессоров. Данный подход уже требует некоторой реорганизации модели и представления ее в интерфейсном виде, понятном драйверу.

Наконец, оригинальное решение было предложено в 2012 в версии OASIS-MCT (Valcke, 2013), запускающейся в MPMD-режиме без отдельной компоненты каплера, чьи функции выполняются параллельно на подмножестве процессов каждой модели. Данное решение является развитием первоначальной архитектуры с отсутствием центрального каплера за счет использования сервисных процедур на стороне каждой компоненты.

Другой особенностью совместной модели является режим работы с файловой системой. В ранних версиях она осуществлялась каждой моделью самостоятельно с использованием различных схем. Естественная для ранних моделей низкого разрешения схема записи с мастер-процессом (см. раздел 2.3) была ограничена размером памяти одного ядра и скоростью записи, поэтому начались активные разработки параллельных механизмов работы с файловой системой. Кроме того, появление огромного количества данных экспериментов делало необходимым создание единого геофизического формата данных, которым в результате стал netCDF (Unidata, 2015).

В итоге можно выделить следующие характеристики фреймворка.

- Архитектура совместной модели: последовательная, параллельная, с высокоуровневым драйвером или в виде процедур, запуск в виде одного или нескольких исполняемых файлов. Архитектура определяет сложность разработки и накладывает неявные ограничения на производительность.
- Архитектура ввода-вывода (последовательная или параллельная, синхронная или асинхронная): предполагает баланс между сложностью разработки и необходимой скоростью сохранения и чтения данных.
- Простота использования: уровень абстракции системы определяет количество необходимых изменений при модификации и замене моделей и прозрачность работы всего ансамбля.
- Скорость работы: выбор низкоуровневых алгоритмов определяет скорость работы всей совместной модели.

Согласно работе (Valcke et al., 2012), существует несколько общих трендов развития современных фреймворков. Предпочтение отдается системам с единым исполняемым файлом, модульным видом компонентов, параллельными алгоритмами как каплера, так и процедур ввода-вывода, и использованием ставших по сути стандартами библиотек SCRIP (A Spherical Coordinate Remapping and Interpolation Package (Jones, 1998)) (для построения интерполяционных весов) и netCDF (для хранения геофизических данных).

Отталкиваясь от опыта разработки вышеперечисленных моделей, мы решили создать свою компактную систему CMF (Compact Modeling Framework), которая, с одной стороны, будет удовлетворять общепринятым предложениям конференции Earth System Modelling (Valcke et al., 2012) для более простой интеграции с ними в будущем, а с другой – реализующей более эффективно некоторые критические алгоритмы, автоматически контролирующей периоды событий системы и практически не затрагивающей внутренний код модели пользователя.

CMF 2.0 опирался на некоторые идеи и методы, предложенные в работах (Craig et al., 2005; Larson et al., 2005), в частности по использованию пакета SCRIP для построения интерполяционных весов и самого алгоритма параллельного маппинга. В нашей версии алгоритм был модифицирован за счет отложенных MPI-операций и перекрытия вычислений и обменов.

CMF 2.0 развивает идею высокоуровневого драйвера: за счет использования абстрактных интерфейсов главная программа и каплер становятся полностью независимыми от количества подключаемых моделей – для работы в совместной системе пользователю достаточно создать производный класс своей компоненты. Данный подход делает систему независимой от конкретных моделей, в отличие, например, от CESM.

Для работы с файловой системой реализована полностью параллельная делегатная схема на основе библиотеки netCDF4/HDF5.

Кроме того, CMF 2.0 поддерживает полный цикл жизни модели: подготовку начальных данных и довычислительное построение интерполяционных весов, собственно организацию вычислений совместной модели (каплинг) и визуализацию результатов с помощью Python-скриптов.

Следует отметить, что мы изначально разрабатывали CMF для совместных моделей высокого пространственного разрешения, при этом нас не ограничивал набор старых алгоритмов и библиотек. Это позволило создать современный, компактный и в тоже время гибкий программный комплекс.

2. Описание CMF 2.0

Описание системы подробно представлено в работе (Калмыков, 2013). Здесь приводится лишь краткая характеристика основных логических частей системы.

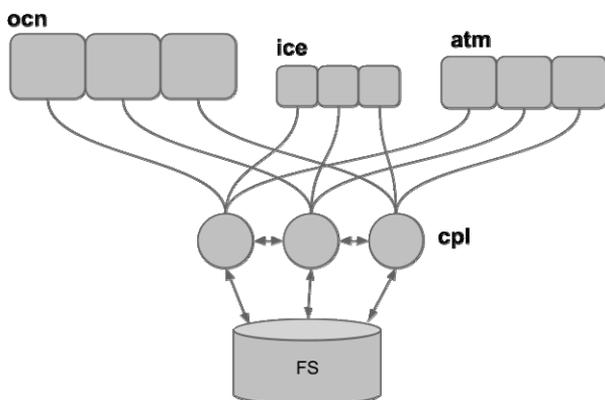


Рис. 1. Архитектура совместной модели в CMF 2.0.

В данном примере три компонента (океан, лед, атмосфера) объединены 3-ядерным каплером, который взаимодействует с компонентами и работает с файловой системой

2.1. Архитектура программы

В CMF 2.0 модель запускается в виде единого исполняемого файла с указанием количества MPI-процессов для каждого компонента (например, океана, атмосферы и каплера). Каплер вызывает процедуры инициализации и входит в цикл обработки запросов. Аналогичные вызовы происходят и для N модельных компонентов, за исключением того, что для них вызываются абстрактные интерфейсы, которые определяют, что будет делать конкретная модель на инициализации и в процессе счета. Такой подход позволяет, во-первых, инкапсулировать все изменения модели внутри данных интерфейсов, а во-вторых, иметь полностью независимый от них код главной программы и каплера, что особенно важно при смене конфигурации системы (например, перехода от системы океан–атмосфера к системе океан–атмосфера–лед).

2.2. Архитектура совместной системы

Каждое ядро каплера взаимодействует с подмножеством ядер из физического компонента, что определяет локальность коммуникаций и ввода-вывода. Схема совместной модели для трех компонентов и трех ядер каплера изображена на рис. 1.

Все возможные события в системе поделены на классы: сохранение диагностики, сохранение контрольной точки, чтения данных, прием или отправка данных на интерполяцию и т.д. Каждое событие имеет свой период и определяет, что конкретно будет происходить с данным полем на стороне каплера (например, будет ли оно сохранено в файл или отправлено другому компоненту).

В CMF 2.0 на инициализации каплер собирает всю информацию о событиях каждого компонента, чтобы построить таблицу событий и таким образом перейти к обработке следующего без синхронизации. Кроме того, все потоки данных в системе инициализированы как отложенные (комбинация MPI_SEND_INIT and MPI_STARTALL), что позволяет экономить время посылки для повторяющихся сообщений.

2.3. Каплер: интерполяция

Основная вычислительная задача каплера – интерполяция данных между различными модельными сетками. Алгоритмы каплера должны уметь поддерживать все взаимодействия в системе независимо от их числа (например, океан–атмосфера, атмосфера–океан, океан–лед и т.д.)

Во время счета компоненты асинхронно отправляют данные каплеру, который уже внутри своего коммуникатора производит параллельное умножение на разреженную матрицу весов, как описано в (Craig et al., 2005). Сама матрица строится на довычислительной стадии с помощью пакета SCRIP.

Каждое ядро каплера работает только с подмножеством ядер компонента, а значит, содержит только часть глобальных данных в памяти, в то время как остальная часть должна быть получена при каждой интерполяции с помощью MPI-обменов. Оптимизации процедур интерполяции подробно описаны в (Калмыков, 2013).

Для тестирования эффективности алгоритмов интерполяции проводятся «пинг-понг» тесты, а именно обмен полями двух пустых компонентов (Craig et al., 2012; Valcke, 2012). В нашем тесте использовалась совместная модель океана и атмосферы, в которой океан каждые 2 часа отправлял атмосфере 3 поля, и каждый час получал от нее 9 полей. Океаническая модель имела трехполярную сетку размера 3600×1728 точек, атмосферная – широтно-долготную размера 1600×864 точек (размеры сеток и периоды обменов взяты из реальных моделей океана и атмосферы). Тест длился 10 модельных дней, что составляет 120×3 интерполяций океан–атмосфера и 240×8 интерполяций атмосфера–океан. Процесс интерполяции представлял собой сбор данных от компонента-источника, работу процедур каплера и распределение данных компоненту-получателю.

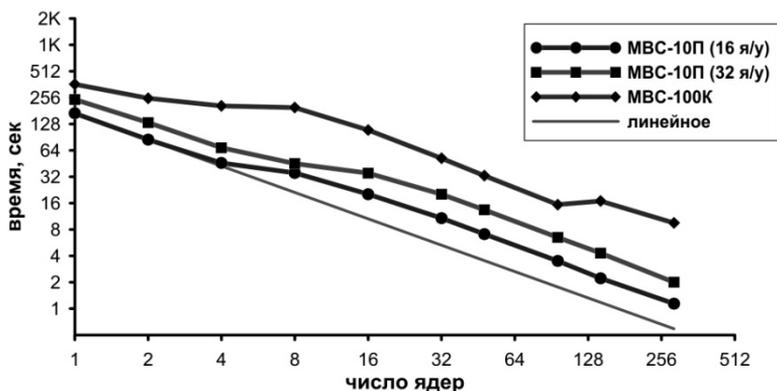


Рис. 2. Время работы теста для CMF 2.0 в секундах в зависимости от размера коммуникатора каплера на суперкомпьютерах семейства «МВС»: «МВС-100к», «МВС- 10р» с 16 ядрами на узел, «МВС-10р» с 32 ядрами на узел

На рис. 2 представлены результаты работы теста на суперкомпьютерах «МВС-100к» и «МВС-10П». График показывает хорошую масштабируемость алгоритма для разных чисел ядер каплера при фиксированном числе ядер для

океана и атмосферы (1152 и 288 соответственно). Для «МВС-10П» представлены две конфигурации – с 16 и 32 ядрами на узел. Разница в производительности отражает увеличение коммуникационной нагрузки в последнем случае.

Из графика видно, что для практических вычислений с данными размерами задачи достаточно 20–40 ядер каплера, так как ~1 секундные затраты на каплинг для 1 дня моделирования являются незначительными по сравнению со временем работы физических моделей. Стоит отметить, что свойство масштабируемости алгоритма понадобится при увеличении числа обслуживаемых каплером компонентов и увеличении разрешения их сеток.

2.4. Каплер: ввод-вывод

В CMF 2.0 каплер, помимо интерполяции, занимается и работой с файловой системой. В нем реализован параллельный алгоритм ввода-вывода на основе формата netCDF. Ядра каплера являются внешними относительно моделей, поэтому схему записи можно рассматривать как схему с внешними делегатами. Такой подход позволяет компонентам асинхронно отправлять данные на специальные ядра ввода-вывода и продолжать работу, не ожидая окончания работы с дисками.

Как известно, существуют три стратегии работы с файловой системой на подмножестве ядер некоторой модели: через мастер-процесс (сбор данных на одном ядре с последующей записью в файл), прямая (каждый процесс пишет в отдельный или общий файл), через делегатов (компромиссный вариант – только подмножество процессоров параллельно работает с файлом), через внешних делегатов (пишущие ядра не отделены от вычислительных).

Первый вариант – самый простой для реализации, но содержит очевидное узкое место, связанное с глобальными коммуникациями, полным отсутствием масштабируемости и возможной нехваткой памяти узла при передаче больших массивов данных. Данная схема широко используется во многих системах, например в OASIS3.

Время выполнения эксперимента с последующей записью решения T_{total} в случае схемы с мастер-процессом складывается из времени вычислений модели T_{run} , глобального сбора данных с n ядер модели на одном процессе мастера $T_{gather_glob}(n)$ и времени записи глобальных массивов в файл T_{write_glob} :

$$T_{total} = T_{run} + T_{gather_glob}(n) + T_{write_glob}.$$

Вторая стратегия по-прежнему относительно легко реализуется, но имеет два существенных недостатка. Во-первых, как и в случае записи в один, так и в случае записи в разные файлы, возникает перегрузка канала вычислительный «узел–память». Например, одновременно обратившиеся к памяти 7000 ядер океана будут ожидать в очереди, так как в параллельном режиме запись возможна лишь для небольшого числа процессов – от одного до нескольких десятков в зависимости от установленного оборудования. Во-вторых, при записи в различные файлы возникает необходимость пост-процессинга в конце счета – объединения отдельных данных в единый файл. Для больших экспериментов это может занять длительное время, сравнимое с непосредственными вычислениями. Данная схема реализована в системе FMS.

Время выполнения эксперимента с последующей записью решения в случае прямой схемы складывается из времени вычислений модели, времени записи локальных массивов каждым из n ядер модели в один файл $T_{write_lcl}(n, 1)$ (или в f разных файла $T_{write_lcl}(n, f)$ с последующим объединением $T_{unite_files}(f)$):

$$T_{total} = T_{run} + T_{gather_dlg}(n) + T_{write_dlg}(n).$$

При этом $T_{write_lcl}(n, 1) > T_{write_lcl}(n, f)$, если $f > 1$, так как параллельная запись в один файл происходит гораздо медленнее, чем в разные.

Вариант с делегатами является компромиссным и позволяет выделить под работу с дисками небольшое, поддерживаемое для параллельного доступа число процессоров и, кроме того, уменьшить нагрузку при сборе-распределении данных. Таким образом, лишь часть вычислительных процессов участвует в записи, что гарантирует локальность коммуникаций и записываемых данных. Недостатком данного метода является то, что подмножество вычислителей по-прежнему выполняет дополнительную медленную операцию (уже быстрее, чем в случае с мастер-процессом), в то время как остальные ядра простаивают. Кроме того, следует учитывать дополнительные буферы памяти, необходимые для временного хранения собранных данных. Данная схема реализована в 2012 году в библиотеке PIO, разработанной для модели CESM. Библиотека представляет собой набор процедур, позволяющих за счет выбора числа делегатов осуществлять последовательную или параллельную запись в netCDF-формате.

Время выполнения эксперимента с последующей записью решения в случае делегатной схемы складывается из времени вычислений модели, ло-

кального сбора данных на n делегатах $T_{gather_dlg}(n)$ и времени записи локальных массивов в файл всеми делегатами одновременно $T_{write_dlg}(n)$:

$$T_{total} = T_{run} + T_{gather_dlg}(n) + T_{write_dlg}(n).$$

При этом время записи параллельной n -делегатной схемы далеко не всегда меньше последовательной:

$$T_{write_dlg}(n) \begin{cases} \leq T_{write_glb}, & n \approx 1 \\ \gg T_{write_glb}, & n \gg 1 \end{cases}.$$

Дело в том, что увеличение числа пишущих процессов далеко не всегда увеличивает скорость записи, а чаще всего уменьшает ее.

Наконец, расширением понятия делегатной схемы является схема с асинхронным вводом-выводом. При этом делегаты заменяются на внешние I/O-ядра, занимающиеся исключительно работой с файловой системой. Данная схема является наиболее сложной для реализации, так как, помимо самого метода параллельной работы с файлами, требует наличия коммуникационной структуры, связывающей делегатов с вычислительными ядрами.

Кроме того, поскольку внешние делегаты должны обслуживать произвольное число компонентов с произвольным количеством сохраняемых данных на произвольных сетках, алгоритмическая сложность блока сильно возрастает.

Главное преимущество метода заключается в одновременном выполнении вычислений и работы с файловой системой. Время выполнения эксперимента с последующей записью решения в случае асинхронной схемы совпадает со временем вычислений:

$$T_{total} = T_{run}, \text{ если } T_{write_dlg}(n) < T_{run}.$$

Поскольку посылка данных из модельных ядер на ядра ввода-вывода происходит асинхронно, в приведенном соотношении отсутствует член, отвечающий за этап сбора данных: $T_{gather_dlg}(n) \approx 0$.

Ограничение связано с тем, что схема позволяет ускорять модель лишь до того момента, пока время ее вычислений не сократится до времени записи. Если нам необходимо совместить запись и получение решения объема D Мб, при условии, что его вычисление занимает T_{run} секунд, необходимо иметь пропускную способность сети B Мб/с не меньшую, чем их отношение: $B = D / T_{run}$.

Интересно, что, несмотря на то, что величина B определяется оборудованием машины и на нее нельзя влиять из программы, на некоторых суперкомпьютерах ее можно существенно увеличить за счет знания внутренней структуры машинных узлов и назначения внешних делегатов на так называемые узлы ввода-вывода.

2.5 Дополнительные функции

Помимо каплера, каркас также включает в себя два полезных блока. На стадии препроцессинга CMF предоставляет пользователю возможности для построения интерполяционных весов и подготовки файлов начальных условий. Он также использует паттерн «шаблонный метод», позволяющий свести все действия пользователя (например, определение сетки) к реализации нескольких интерфейсов.

На этапе выполнения пользователь может использовать различные вспомогательные модули, такие как HaloUpdater, широко использующийся в модели Мирового океана. Он использует 4-х соседнюю схему обновлений прилежащих ячеек для произвольной длины/размерности/типа обмена.

В конце счета пользователь может использовать скрипты Python (PyNGL, 2015) для высококачественной визуализации решения непосредственно на суперкомпьютере.

Также CMF предоставляет различные полезные инструменты для автоматического построения различных комбинаций моделей, генераторы мэйк-файлов и модельных классов, скрипты для препроцессинга и других инфраструктурных действий.

Литература

Ибраев Р.А., Хабеев Р.Н., Ушаков К.В. Вихреразрешающая $1/10^{\circ}$ модель Мирового океана // Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2012. Т. 48(1). С. 45–55.

Калмыков В.В., Ибраев Р.А. Программный комплекс совместного моделирования системы океан–лед–атмосфера–почва на массивно-параллельных компьютерах // Вычислительные методы и программирование, 2013. Т. 14. С. 88–95.

Толстых М.А. Глобальная полулагранжева модель численного прогноза погоды // М., Обнинск: ОАО ФОП, 2010.

Craig A., Jacob R., Kauffman B. CPL6: The new extensible, high performance parallel coupler for the Community Climate System Model. // JHPCA, 2005. V. 19. P. 309–327.

Craig A., Vertenstein M., Jacob R. A new flexible coupler for earth system modeling developed for CCSM4 and CESM1 // JHPCA. 2012. Vol. 26, No. 1. P. 31–42.

Dennis J., Vertenstein M., Worley P. Computational performance of ultra-high-resolution capability in the Community Earth System Model // *IJHPCA*. 2012. Vol. 26. P. 5–16.

Jones P. A User's guide for SCRIP: A Spherical Coordinate Remapping and Interpolation Package. Los Alamos National Laboratory, 1998.

Larson J., Jacob R., Ong E. The Model Coupling Toolkit: a new Fortran90 toolkit for building multiphysics parallel coupled models. // *IJHPCA*. 2005. V. 19(3). P. 277–292.

PyNGL official website: <https://www.pyngl.ucar.edu/> (Accessed 24.06.2015).

Redler R., Valcke S., Ritzdorf H. OASIS4 – A Coupling Software for Next Generation Earth System Modelling. // *Geoscience Model Development*. 2010. V. 3. P. 87–104.

Unidata. Network Common Data Form (netCDF) version 4.3.3.1 (software). 2015. Boulder, CO: UCAR/Unidata. (<http://doi.org/10.5065/D6H70CW6>).

Valcke S., Balaji V., Craig A., et al. Coupling technologies for Earth System Modelling // *Geosci. Model Dev. Discuss*. 2012. Vol. 5. P. 1987–2006.

Valcke S., Craig T., Coquart L. OASIS3-MCT User Guide, OASIS3-MCT 2.0, Technical Report, TR/CMGC/13/17, CERFACS/CNRS SUC URA No 1875, Toulouse, France, 2013.

Valcke S. The OASIS3 coupler: a European climate modeling community software. *Geosci. Model Dev. Discuss*. 2012. V. 5. P. 2139–2178.

Volodin E.M., Dianskii N.A., Gusev A.V. Simulating present-day climate with the INMCM4.0 coupled model of the atmospheric and oceanic general circulations. *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*. 2010, V. 46(4). P. 414–431.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной монографии достаточно подробно рассмотрены особенности современного моделирования климата и Земной системы на основе моделей, разрабатываемых в ИВМ РАН. В качестве принципиального момента, обосновывающего актуальность данной монографии для широкого круга читателей, еще раз подчеркнем, что в мировом научном сообществе математическое моделирование считается общепризнанным базовым методом решения современных фундаментальных и прикладных геофизических задач, связанных с описанием глобальных процессов в окружающей среде. Все разнообразие глобальных процессов, их сложность и многогранность, а также отсутствие возможности проведения идеализированных прямых физических экспериментов глобального масштаба обуславливают создание и использование в качестве основных исследовательских инструментов численных моделей высокого научного уровня, включающих последние достижения в различных областях знания и технологий. Успехи последних лет в изучении изменчивостей в различных глобальных процессах и их взаимосвязей, неоднородностей климатических структур и физических механизмов, их вызывающих, обусловлены развитием моделей климата и анализом результатов соответствующих численных экспериментов.

В частности, в качестве ключевого результата последнего оценочного доклада МГЭИК (Flato et al., 2013) отмечается, что глобальное потепление является неоспоримым фактом и, начиная с 1950-х годов, многие наблюдаемые изменения являются беспрецедентными в масштабах от десятилетий до тысячелетий. Помимо того, что произошло потепление атмосферы и океана, выделены и другие глобальные показатели изменения Земной системы: запасы снега и льда сократились, средний уровень моря повысился, произошло закисление поверхностного слоя Мирового океана. Данные результаты были подтверждены как данными прямых наблюдений, так и многочисленными моделями, в том числе и моделью климата ИВМ РАН, что подробно показано в последней главе монографии.

Стоит особо отметить: с помощью моделирования было убедительно показано, что наблюдаемые изменения климата невозможно воспроизвести, не учитывая вклад антропогенных источников. Как было подробно описано во введении, этот факт подчеркивается и работой МГЭИК, поскольку в последних оценочных докладах в основу методологии решения задач, прежде всего, долгосрочного прогноза изменений климата, а также исследований различных наблюдаемых процессов положен мультимодельный подход с ис-

пользованием нескольких десятков глобальных климатических моделей в рамках проведения проектов сравнения моделей CMIP.

Необходимо подчеркнуть, что в последние годы получены четкие обоснования осуществления мультимодельного подхода, требующего разработки как можно большего числа независимых моделей.

Выяснилось, что основные климатические характеристики, полученные с помощью различных моделей и затем усредненные по всему их набору, оказываются намного ближе к реально наблюдаемым, чем те же характеристики, полученные с помощью отдельных, даже лучших, моделей, что, скорее всего, связано с взаимной компенсацией различных недочетов и ошибок. При этом следует особо подчеркнуть, что, несмотря на участие в последней редакции проекта CMIP свыше полусотни моделей различного уровня сложности, независимых моделей с точки зрения технологической структуры и разработок было немногим более десяти, а в отношении к независимости результатов – всего восемь. Климатическая модель ИВМ РАН в этом плане является фактически полностью независимой моделью, включающей разработки, созданные в разное время специалистами ИВМ РАН и других российских организаций.

Таким образом, Институт вычислительной математики РАН является признанным на уровне международной экспертизы национальным лидером в области климатического моделирования. Обоснованность мультимодельного подхода с упором на полностью независимые модели является одним из ключевых мотивационных факторов развития климатической модели ИВМ РАН силами отечественных специалистов.

В настоящей монографии достаточно полно описано устройство климатических моделей и их отдельных блоков на примере моделей, разрабатываемых в Институте вычислительной математики РАН. Читателю предоставлена возможность ознакомиться с внутренней основой численных моделей климата, позволяющей находить с помощью средств вычислительной математики решение систем полных трехмерных уравнений гидротермодинамики атмосферы и океана с учетом всего разнообразия энергозначимых процессов. На практике разработка численных моделей климата связана с созданием сложных систем программных комплексов с использованием современных технологий программирования и высокопроизводительных вычислительных систем (суперкомпьютеров). Подобные модели являются продуктом синтеза достижений науки и вычислительных технологий. Постановки задач, которые решаются в каждом из блоков, а также методы решения этих задач вполне соответствуют современному уровню развития климатических моделей. Они находят разнообразное применение в современной науке. Это, в первую оче-

редь, относится к воспроизведению современного и прошлого климатов и исследованию механизмов отдельных явлений, их сформировавших, к прогнозу будущих изменений климата на временных масштабах от нескольких лет до нескольких столетий, а также к сезонному прогнозу погоды. Современная климатическая модель позволяет воспроизводить не только усредненные климатические характеристики, но и, например, вероятность многих экстремальных погодных явлений.

Читатель вполне может оценить сложность и многообразие всей совокупности рассматриваемых явлений. Нетрудно видеть, что современное развитие численного моделирования климата идет в направлении все более точного описания этого многообразия и включения новых блоков, позволяющих учесть связь эволюции климата Земли со всевозможными явлениями, важными с точки зрения человеческой жизнедеятельности. В этой связи следует отметить начавшийся переход от климатических моделей к моделям Земной системы. К концу прошлого столетия модели климата содержали в качестве основных блоков, как правило, лишь расчет общей циркуляции атмосферы (включая ее взаимодействие с деятельным слоем суши с учетом неоднородности подстилающей поверхности, в том числе, наличия растительности и снежного покрова) и общей циркуляции Мирового океана (с учетом морского льда). В последнее десятилетие все шире осуществляется включение в климатические модели описания процессов переноса и химических трансформаций малых газовых примесей (углеродного, метанового, озонного и др. циклов), динамики растительности и биохимических процессов в почве и океане, электромагнитных и плазменных процессов в верхней атмосфере и т.п.

Принципиальным преимуществом моделей Земной системы является возможность их использования не только для исследований и прогноза климатических процессов, но и для решения различных смежных задач, представляющих интерес с точки зрения глобальной человеческой деятельности. Например, такие модели позволяют оценивать изменения в фауне и флоре экосистем в различных районах планеты, а также изменения в почве, что в первую очередь важно для планирования и осуществления сельскохозяйственной деятельности (в последние годы получены, в частности, свидетельства влияния климатических изменений на урожай теплолюбивых культур, рыбный промысел и др.). Следует отметить применение подобных моделей для изучения земных электромагнитных процессов (например, происходящих в земной коре или в ионосфере), в том числе, для решения радиофизических прикладных задач.

В связи с этим одна из целей авторов данной коллективной монографии заключалась в представлении некоторых результатов работы, проводимой в Институте вычислительной математики РАН, по созданию модели Земной

системы, отвечающей современным требованиям и находящейся на переднем крае мировой научно-технологической деятельности в этом направлении. Эта модель используется не только для прогноза будущих изменений климата, но и пригодна для исследования их последствий, например, для экосистем суши и моря, газового состава атмосферы, земной электрической цепи и т.п. Дальнейшее ее технологическое развитие связано с переходом на более детальное пространственное разрешение и на более эффективную реализацию на суперкомпьютерах, включая, например, использование графических процессоров, а также с учетом новых междисциплинарных связей.

Сложность рассматриваемых современным научным сообществом задач и уровень уже имеющихся разработок требует все более тесной консолидации широкого круга специалистов из различных областей науки в направлении развития и использования моделей Земной системы, что относится и к модели ИВМ РАН. В связи с этим определенные усилия ее разработчиков прилагаются в направлении ознакомления более широкого круга людей с внутренним устройством и возможностями разрабатываемых моделей, в том числе с целью привлечения различных специалистов к возможному сотрудничеству, участию в развитии разработок и использованию модели для решения собственных задач. Организованы отдельные курсы лекций для студентов МГУ и МФТИ, проводятся научные школы и конференции, предполагается организация крупных российских и международных проектов. Все это позволяет надеяться, что Институт вычислительной математики РАН и впредь будет оставаться участником международных программ, связанных с исследованием на основе собственных моделей Земной системы как климата и его изменений, так и последствий для природной среды и жизнедеятельности населения, что важно для обеспечения национальной безопасности страны.

Литература

Flato G., Marotzke J., Abiodun B., Braconnot P., Chou S.C., Collins W., Cox P., Driouech F., Emori S., Eyring V., Forest C., Gleckler P., Guilyardi E., Jakob C., Kattsov V., Reason C., Rummukainen M. Evaluation of Climate Models. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [T.F. Stocker, D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex, P.M. Midgley (eds.)]. 2013. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.

Список сокращений

- КДК** – КвазиДвухлетнее Колебание.
МОЦА – Модель Общей Циркуляции Атмосферы.
МОЦАО – Модель Общей Циркуляции Атмосферы и Океана.
ОЦА – Общая Циркуляция Атмосферы.
ПГК – ПолуГодовое Колебание.
ПГТ – Поток Геотермального Тепла.
ПЛАВ – ПолуЛагранжева модель, основанная на уравнении Абсолютной Завихренности.
САК – Северо-Атлантическое Колебание.
ЭВБМ-Г – Энерго-Влаго-Балансовая Модель атмосферы над Гренландией.
- AeroCom** – **Aerosol Comparisons** between observations and models.
AISM – **Antarctic Ice Sheet Model**.
АО – **Arctic Oscillation**.
БЕС – **Biochemical-Ecological-Circulation model**.
BFM – **Biogeochemical Flux Model**.
CCSMcpl – **Community Climate System Model coupler**.
CESM – **Community Earth System Model**.
CICE – **Los Alamos Community sea Ice model**.
CMF – **Compact Modeling Framework**.
CMIP – **Coupled Model Intercomparison Project**.
ECOSMO – **Ecological System Model**.
ERSEM – **European Regional Seas Ecosystem Model**.
FESIM – **Alfred Wegener Institute Fimite-Element Sea Ice-ocean Model**.
GADS – **Global Aerosol Data Set**.
GrISM – **Greenland Ice Sheet Model**.
HAMOCC – **Hamburg Ocean Carbon Cycle model**.
Imarnet – **Integrated Global Biogeochemical Modelling Network**.
INMCM – **Institute of Numerical Mathematics Climate Model**.
INMOM – **Institute of Numerical Mathematics Ocean Model**.
IPCC – **Intergovernmental Panel for Climate Change**.
LIM – **Louvain-la-Neuve sea Ice Model**.
LTE – **Local Thermodynamic Equilibrium**.
MEDUSA-2.0 – **Model of Ecosystem Dynamics, nutrient Utilisation, Sequestration and Acidification, version 2.0**.
MPMD – **Multiple Program Multiple Data**.
MPP – **Massively Parallel Processing**.
NLTE – **Non-Local Thermodynamic Equilibrium**.
OASIS – **Ocean Atmosphere Sea Ice Soil coupler**.
REMBO – **Regional Energy-Moisture Balance mOdel of ice sheet**.
SCRIP – **Spherical Coordinate Remapping and Interpolation Package**.

Сведения об авторах

Володин Евгений Михайлович – д.ф.-м.н., профессор РАН, в.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – моделирование климата и его изменений, различные аспекты динамики атмосферы, углеродный цикл.

volodinev@gmail.com

Галин Венер Ягафарович – к.ф.-м.н., в.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – физика атмосферы, радиационные процессы, разработка модели общей циркуляции атмосферы, программирование.

galin@m.inm.ras.ru

Грицун Андрей Сергеевич – д.ф.-м.н., профессор РАН, в.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – математическое моделирование климата, нелинейная динамика, геофизическая турбулентность, общая циркуляция атмосферы и океана.

asgrit@mail.ru

Гусев Анатолий Владимирович – к.ф.-м.н., с.н.с. Института вычислительной математики РАН и Института океанологии имени П.П. Ширшова РАН, г. Москва. Область научных интересов – численное моделирование общей циркуляции океана, взаимодействие атмосферы и океана, региональная океанография.

anatoly.v.gusev@gmail.com

Дианский Николай Ардалянович – д.ф.-м.н., доцент, в.н.с. Института вычислительной математики РАН и Государственного океанографического института имени Н.Н. Зубова, г. Москва. Область научных интересов – общая циркуляция океана, взаимодействие атмосферы и океана, математическое моделирование климата, региональная океанография.

nikolay.diansky@gmail.com

Дымников Валентин Павлович – академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, г.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва, заведующий лабораторией Института прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова. Член Европейской академии наук, член Американского метеорологического общества. Область научных интересов – геофизическая гидродинамика, вычислительная математика, теория динамических систем, моделирование климата, моделирование ионосферы.

Ибраев Рашит Ахметзиевич – член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., г.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва, руководитель группы Института океанологии имени П.П. Ширшова РАН. Область научных ин-

тересов – физика океана, крупно- и мезомасштабная гидродинамика океана, вычислительные методы геофизической гидродинамики, массивно-параллельные вычисления.

ibrayev@mail.ru

Калмыков Владимир Владимирович — к.ф.-м.н., н.с. Института океанологии имени П.П. Ширшова РАН, г. Москва. Область научных интересов – вычислительные методы геофизической гидродинамики, массивно-параллельные приложения, большие задачи, модели Земной системы.

vvk88@mail.ru

Кострыкин Сергей Владимирович – к.ф.-м.н., с.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – моделирование климата, геоинжиниринг, квазидвумерные вихревые течения.

s_kostr@mail.ru

Кулямин Дмитрий Вячеславович – к.ф.-м.н., н.с. Института вычислительной математики РАН, с.н.с. Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ имени М.В. Ломоносова, в.н.с. Института прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова.

kulyamind@mail.ru

Лыкосов Василий Николаевич – член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., г.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва, заведующий лабораторией суперкомпьютерного моделирования природно-климатических процессов Научно-исследовательского вычислительного центра, профессор кафедры вычислительных технологий и моделирования факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова. Член Американского метеорологического общества и Американского геофизического союза. Область научных интересов – геофизическая турбулентность, общая циркуляция атмосферы, гидрология суши, математическое моделирование климата.

lykossov@yandex.ru

Мортиков Евгений Валерьевич – к.ф.-м.н., н.с. Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва. Область научных интересов – геофизическая турбулентность, вычислительная гидродинамика, параллельные вычисления и алгоритмы.

evgeny.mortikov@gmail.com

Рыбак Олег Олегович – д.ф.-м.н., заведующий лабораторией Филиала Института природно-технических систем, г. Сочи. Область научных интересов – моделирование динамики ледниковых щитов и горных ледников, различные аспекты взаимодействия климата и криосферы, изотопная гляциология.

orybak@vub.ac.be

Толстых Михаил Андреевич – д.ф.-м.н., в.н.с. Института вычислительной математики РАН, доцент кафедры вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике МФТИ, заведующий Лабораторией Гидрометцентра России, доцент кафедры вычислительных технологий и моделирования факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва. Член Королевского метеорологического общества (Великобритания). Область научных интересов – вычислительные методы геофизической гидродинамики, численный прогноз погоды, моделирование атмосферной циркуляции, параллельные реализации моделей атмосферы.

mtolstych@mail.ru

Фадеев Ростислав Юрьевич – к.ф.-м.н., с.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – моделирование динамики атмосферы и прогноз погоды, негидростатические процессы в атмосфере, вычислительные методы геофизической гидродинамики, программирование и параллельные алгоритмы.

lord.rrd@gmail.com

Чернов Илья Александрович – к.ф.-м.н., с.н.с. лаборатории моделирования природно-технических систем, Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск. Доцент кафедры Математического анализа Петрозаводского государственного университета. Область научных интересов – вычислительная математика, математическое моделирование динамики и биохимии океана.

iachernov@yandex.ru

Шашкин Владимир Валерьевич – к.ф.-м.н., н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва, н.с. Гидрометцентра РФ, г. Москва. Область научных интересов – численный прогноз погоды, вычислительные методы геофизической гидродинамики, конечно-объемные полулагранжевые методы численного решения уравнения переноса.

vvshashkin@gmail.com

Яковлев Николай Геннадьевич – д.ф.-м.н., доцент кафедры вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике МФТИ, в.н.с. Института вычислительной математики РАН, г. Москва. Область научных интересов – теоретическая и экспериментальная физика океана, физика морских льдов, математическое моделирование океана и морского льда, численные методы в геофизической гидродинамике, моделирование биохимии океана.

nick_yakovlev@mail.ru

Mathematical Modeling of the Earth System / Volodin V.M. and other. Ed. by Iakovlev N.G. — М.: MAKS Press, 2016. — 328 p.

The purpose of the authors of this collective monograph was to present some results of the work carried out at the Institute of Numerical Mathematics RAS to create the numerical model of the Earth System that meets modern requirements and is at the global forefront of scientific and technological activities in this direction. This model is used to forecast future climate changes and to study the impact of those changes on ecosystems of land and sea, the gas composition of the atmosphere, the Earth's electrical circuit, etc.

The reader is given the opportunity to get acquainted with the basis of numerical climate models, which allowed to find using the tools of computational mathematics solution of systems of full three-dimensional equations of the atmosphere and ocean hydrothermodynamics, taking into account the whole diversity of energy-significant processes, as well as with the statements and methods of solving problems, associated with the evolution of the biogeochemical component of the Earth System.

The book is intended for a wide range of meteorologists, oceanographers, climatologists, geographers and numerical mathematicians, students and postgraduates of the above mentioned specialties..

Keywords: climate, numerical model, Earth System, atmosphere, ocean, cryosphere, biogeochemistry, Institute of Numerical Mathematics RAS, CMIP, IPCC.

Научное издание

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЗЕМНОЙ СИСТЕМЫ**

Монография

Под редакцией Н.Г. Яковлева

Подготовка оригинал-макета: *Издательство «МАКС Пресс»*

Главный редактор: *Е.М. Бугачева*

Компьютерная верстка: *Н.С. Давыдова*

Корректор: *Н.В. Кувалдина*

Дизайн обложки: *В.В. Кононов*

Оформление: *Е.П. Крынина*

Подписано в печать 30.11.2016 г.

Формат 70x100 1/16. Усл.печ.л. 26,65. Тираж 300 экз. Изд. № 315.

Издательство ООО "МАКС Пресс". Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова,

2-й учебный корпус, 527 к.

Тел. 8(495)939-3890/91. Тел./Факс 8(495)939-3891.

Отпечатано в АО «Первая Образцовая типография»

Филиал «Чеховский Печатный Двор»

142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1

Сайт: www.chpk.ru. E-mail: marketing@chpk.ru

факс 8(496) 726-54-10, тел. 8 (495)988-63-87.

Заказ №