

*На правах рукописи*

Гусев Анатолий Владимирович

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ ОКЕАНА  
В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ ДЛЯ  
ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ МИРОВОГО  
ОКЕАНА И ЕГО ОТДЕЛЬНЫХ АКВАТОРИЙ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена в  
Учреждении Российской академии наук  
Институте вычислительной математики РАН

Научный руководитель:  
д.ф.-м.-н. Дианский Н. А.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук      Н. Г. Яковлев  
кандидат физико-математических наук    С. К. Попов

Ведущая организация:  
Учреждение Российской академии наук  
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

Защита состоится "18" декабря 2009 г. в 14 часов 00 минут  
на заседании диссертационного совета Д 002.045.01  
в Учреждении Российской академии наук  
Институте вычислительной математики РАН  
по адресу 119333, г. Москва, ул. Губкина, д. 8

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке  
Учреждения Российской академии наук  
Института вычислительной математики РАН

Автореферат разослан "11" ноября 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

доктор физ.-мат. наук

Г.А.Бочаров

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

В настоящее время период интенсивного развития, определяемого в конечном итоге бурным развитием вычислительной техники, переживают модели климатической системы Земли [МГЭИК, 2007]. Ее важнейшими компонентами являются взаимодействующие между собой сложным образом атмосфера, океан и морской лед. Достоверные оценки взаимосвязей между ними и прогноз изменений климата могут быть получены только с помощью комплексных моделей климата [МГЭИК, 2007]. Их основу составляют модели общей циркуляции атмосферы и океана как главных компонентов климатической системы. Поэтому главной задачей, поставленной в настоящей работе, являлось создание модели общей циркуляции океана, способной служить океаническим блоком модели климатической системы Земли, удовлетворяющей современным требованиям [МГЭИК, 2007].

Международные организации, проектирующие научную стратегию по изучению проблемы изменений климата с помощью глобальных климатических моделей, на основе полученных результатов [МГЭИК, 2007] предполагают переход к более сложным климатическим моделям высокого пространственного разрешения. При использовании обычной географической системы координат в окрестности Северного полюса возникает особенность, которая при реализации конечно-разностных численных моделей океана требует введения дополнительных приемов, как правило, снижающих эффективность и точность расчетов. Поэтому при моделировании глобального океана существует потребность в устранении этой особенности. Одним из способов ее устранения является использование систем координат, в которых особые точки находятся за пределами расчетной области. Адекватное воспроизведение динамики Северного Ледовитого океана и его ледового покрова важно для формирования циркуляции всего Мирового океана. Поэтому модель общей циркуляции океана должна также воспроизводить динамику и термодинамику морского льда.

Создание эффективной модели гидродинамики океана важно и для изучения процессов, формирующих циркуляцию морей и океанов, что в свою очередь, необходимо для потребностей судоходства, рыболовства, прогнозов состояния океана и погоды и т.д. Актуальность моделирования повышает и то обстоятельство, что сбор натуральных данных по океану и проведение наблюдательного эксперимента, особенно в глубинных слоях, связаны с большими трудностями и высокими затратами. Более того, для достоверного прогноза океанической циркуляции необходимо создание системы усвоения данных, и одним из ее основных компонентов должна служить верифицированная модель циркуляции океана.

Основной **целью диссертационной работы** является создание численной модели гидродинамики океана, способной: (1) применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ор-

тогональных систем координат; (2) воспроизводить гидродинамику океана и характеристики морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы; (3) эффективно работать на параллельных вычислительных системах.

**Методология исследования** заключается в построении модели общей циркуляции океана, использующей в качестве вертикальной  $\sigma$ -координату, а в качестве горизонтальных – различные ортогональные криволинейные системы; объединении модели общей циркуляции океана с моделью динамики-термодинамики морского льда; разработке и реализации методики расчета атмосферного воздействия при заданных характеристиках атмосферы и системы обмена данными между океаном и атмосферой; реализации программного кода на параллельных вычислительных системах на общей памяти; проведении численных экспериментов и сравнительного анализа их результатов с привлечением данных наблюдений и результатов расчетов по другим моделям.

### **На защиту выносятся:**

1. Программный комплекс, предназначенный для использования в качестве океанического блока в модели климата, а также для исследовательских и практических расчетов глобальной и региональной циркуляции океана, включающий:
  - новую версию  $\sigma$ -модели общей циркуляции океана ИВМ РАН, использующую криволинейные ортогональные системы координат, получаемые аналитическим преобразованием декартовой, и реализованную на параллельных вычислительных машинах с общей памятью;
  - систему расчета атмосферного воздействия, состоящую из эффективного алгоритма обмена данными между океаном и атмосферой и модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан;
  - модель динамики и термодинамики морского льда.
2. Результаты расчетов по воспроизведению циркуляции Мирового океана и их сравнение с данными наблюдений и результатами расчетов по другим моделям.
3. Результаты расчетов по воспроизведению циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением.

### **Научная новизна**

Для решения поставленных задач разработана новая версия  $\sigma$ -модели общей циркуляции океана, первоначально реализованная в ИВМ РАН под руководством В.Б. Залесного и впоследствии усовершенствованная Н.А. Дианским. Автором

настоящей работы  $\sigma$ -модель ИВМ РАН была впервые реализована в криволинейных ортогональных системах координат и выполнена модификация ее программного кода для реализации на параллельных вычислительных системах с целью повышения быстродействия. Для адекватного воспроизведения характеристик океана в высоких широтах в модель океана была внедрена модель динамики термодинамики морского льда [Яковлев, 2003; Hunke and Dukowicz, 1997; Briegleb et al., 2004]. Модель также была дополнена автором модулем расчета атмосферного воздействия, с помощью которого эффективно осуществляется обмен данными с атмосферой как для автономных расчетов, так и для ее работы совместно с моделью атмосферы. Этот алгоритм позволяет производить расчеты с использованием данных атмосферного воздействия как для среднеклиматического года, так и для реальных лет. Для моделирования Мирового океана было выбрано более высокое, по сравнению с предыдущей версией модели [Дианский и др., 2002] пространственное разрешение  $1^\circ \times 0,5^\circ$  в модельных координатах и 40 неравномерно распределенных по глубине  $\sigma$ -уровней. В настоящее время представленная  $\sigma$ -модель общей циркуляции океана используется в качестве океанического блока в новой версии модели климатической системы Земли IMNCSM4.0 без применения процедуры коррекции потоков на поверхности океана.

### **Научная и практическая значимость**

В настоящее время актуальны задачи достоверного диагноза и прогноза изменений климата и выявления причин, которые эти изменения обуславливают. Поскольку одним из основных методов решения этой проблемы является численное моделирование, основные усилия в работе были направлены на создание модели общей циркуляции океана как важного звена климатической системы.

Подготовленный программный комплекс позволяет эффективно использовать представленную модель океана для решения различных научных и практических задач, связанных с моделированием циркуляции как во всем Мировом океане, так и в его обширных акваториях с высоким пространственным разрешением.

### **Апробация работы**

Материалы, вошедшие в диссертационную работу, представлялись на международных и российских конференциях: "Потоки и структуры в жидкостях" (г. Санкт-Петербург, 2007; г. Москва, 2009); "Workshop on Numerical Methods in Ocean Models" (г. Берген, Норвегия, 2007); Ассамблея Европейского геофизического общества (г. Вена, Австрия, 2008–2009); "Полярные исследования - Арктика и Антарктика. Перспективы Международного полярного года" (г. Санкт-Петербург, 2008); "XIV Международная конференция по промысловой океанологии" (г. Светлогорск, Калининградская обл., 2008); Рабочее совещание по итогам российско-германского проекта "Устойчивость шельфовой динамики Арктики и пресноводного баланса в свете глобальных изменений" (г. Гамбург, Германия, 2008); "Фундаментальные проблемы океанологии" (г. Москва, 2008); "Climate Variability in

the Tropical Pacific" (г. Москва, 2009). Они также обсуждались на семинарах Института вычислительной математики РАН. Диссертация докладывалась в ИВМ РАН. Кроме того, модель циркуляции океана, представленная в ней, включена в совместную модель циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН INMCM4.0 в качестве океанического блока.

### Публикации

По теме диссертации опубликовано 5 работ в отечественных рецензируемых журналах.

**Личный вклад автора** в совместные работы можно охарактеризовать как: разработка и реализация моделей, участие в постановке экспериментов, их проведение, участие в обработке и анализе результатов.

### Структура диссертации

Работа объемом 143 стр. состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы из 157 наименований. Она содержит 29 рисунков, включая 7 рисунков из приложений.

## Основное содержание работы

Во **введении** к диссертации обосновывается актуальность темы, формулируются основные цели, а также дается краткий обзор содержания диссертации. Общий обзор литературных источников по темам диссертации во введении не приводится, поскольку такие обзоры помещены во введения к каждой из глав диссертации.

В **первой главе** приводится описание  $\sigma$ -модели общей циркуляции океана, разработанной в ИВМ РАН. Под понятием модель подразумевается, сложный комплекс, включающий уравнения гидротермодинамики океана, методы их численного решения и вычислительную систему, представляющую собой совокупность большого количества программ, предназначенных как собственно для решения системы базовых уравнений, так и служебных, необходимых для организации интегрирования этих уравнений.

Во введении к главе (**раздел 1.1**) приводится обзор наиболее известных зарубежных и отечественных моделей, предназначенных для расчета циркуляции океанов и морей. Наша модель относится к классу  $\sigma$ -моделей океана. В ней в качестве вертикальной переменной используется безразмерная переменная  $\sigma \in [0, 1]$ , задаваемая, в случае условия свободной поверхности соотношением

$$\sigma = \frac{z - \zeta}{H - \zeta}, \quad (1)$$

где  $z$  – физическая вертикальная координата по глубине,  $H$  – глубина океана в состоянии покоя, полагающаяся ограниченной функцией с ограниченными производными,  $\zeta$  – отклонение уровня океана от его невозмущенного состояния.

В разделе 1.2 приводятся направления развития  $\sigma$ -модели циркуляции океана ИВМ РАН. Исходная версия этой модели, созданная Залесным В.Б. и его учениками, была усовершенствована Дианским Н.А., чтобы она могла служить составной частью модели климатической системы [Дианский и др., 2002]. Автором настоящей работы, в свою очередь, были выполнены следующие изменения в  $\sigma$ -модели океана.

1. Модификация модельного кода с целью возможности проведения расчетов в различных ортогональных криволинейных системах координат на неравномерных сетках.

2. Повышение качества воспроизведения циркуляции океана за счет включения в модель новых физических параметризаций: (а) модуля динамики и термодинамики морского льда; (б) модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан; (в) модуля переноса для температуры и солености, обеспечивающего сохранение содержания тепла и соли в океане при отсутствии потоков на границах.

3. Увеличение быстродействия модели за счет реализации параллельных алгоритмов на общей памяти.

4. Разработка и реализация эффективной системы обмена данными с атмосферой.

В разделе 1.3 приводится формулировка задачи моделирования циркуляции океана в обобщенной системе координат. Переход от декартовой системы координат к обобщенной задается прямым и обратным дифференциалами преобразования:

$$D\mathbf{Y}/D\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X_1} & \frac{\partial x}{\partial X_2} & \frac{\partial x}{\partial X_3} \\ \frac{\partial y}{\partial X_1} & \frac{\partial y}{\partial X_2} & \frac{\partial y}{\partial X_3} \\ \frac{\partial z}{\partial X_1} & \frac{\partial z}{\partial X_2} & \frac{\partial z}{\partial X_3} \end{pmatrix}, \quad D\mathbf{X}/D\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x} & \frac{\partial X_1}{\partial y} & \frac{\partial X_1}{\partial z} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x} & \frac{\partial X_2}{\partial y} & \frac{\partial X_2}{\partial z} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x} & \frac{\partial X_3}{\partial y} & \frac{\partial X_3}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$  – декартовы координаты с единичной матрицей метрики  $G^{(\mathbf{X})} = \text{diag}(1, 1, 1)$ , а  $\mathbf{Y} = (x, y, z)$  – произвольные обобщенные координаты. При этом в каждой точке пространства можно построить систему локальных базисных векторов  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}) = \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial z} \right)$ , направленных вдоль соответствующих обобщенных координат. Если  $(D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T(D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})$  – диагональная матрица, то локальная система базисных векторов  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  является ортогональной. Тогда система координат  $\mathbf{Y} = (x, y, z)$  называется ортогональной, и матрица метрики для нее имеет вид:

$$G^{(\mathbf{Y})} = (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T G^{(\mathbf{X})} (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y}) = \text{diag}(r_1^2, r_2^2, r_3^2), \quad (3)$$

а метрические коэффициенты  $r_i$ , могут быть вычислены по формуле:

$$r_i = \left| \left( \frac{\partial X_1}{\partial i}, \frac{\partial X_2}{\partial i}, \frac{\partial X_3}{\partial i} \right) \right|, \quad i = x, y, z. \quad (4)$$

В основе модели океана лежит т.н. система примитивных уравнений в приближениях гидростатики и Буссинеска, записанная в обобщенных ортогональных координатах по горизонтали и в  $\sigma$ -системе координат по вертикали. Уравнения выводятся с использованием преобразования вертикальной координаты (1) с использованием вспомогательных переменных  $Z = \sigma h + \zeta$ ,  $h = H - \zeta$ . Полную систему уравнений можно упростить, если предположить, что  $\zeta \ll H$ . Тогда можно оставить переменные по времени  $h$  и  $Z$  только в производных по времени, а в пространственных же производных положить  $h \approx H$  и  $Z \approx \sigma H$ . Такая система, в которой используется предложенная автором линеаризация, имеет вид:

$$D_t u - (l + \xi) v H = -\frac{H}{r_x} \left( \frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + F u, \quad (5)$$

$$D_t v + (l + \xi) u H = -\frac{H}{r_y} \left( \frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + F v, \quad (6)$$

$$\frac{1}{r_x r_y} \left( \frac{\partial u H r_y}{\partial x} + \frac{\partial v H r_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (7)$$

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D \theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \quad (8)$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu_S}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + D S, \quad (9)$$

$$\rho = \hat{\rho}(\theta, S + 35^\circ/\text{oo}, p_w) - \hat{\rho}(0, 0, \rho_0 g \sigma H). \quad (10)$$

Здесь  $r_x$  и  $r_y$  – метрические коэффициенты,  $\mathbf{u} = (u, v)$  – вектор горизонтальной скорости,  $u$  и  $v$  – зональный и меридиональный компоненты скорости течения;  $\omega$  – вертикальная скорость в  $\sigma$ -системе координат, связанная с вертикальной скоростью  $w$  в  $z$ -системе координат соотношением  $\omega = w - \left( \frac{u}{r_x} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial t} \right)$ ;  $\theta$  – потенциальная температура;  $R$  – поток проникающей солнечной радиации;  $S$  – соленость за вычетом константы  $35^\circ/\text{oo}$ ;  $\rho$  – отклонение плотности воды от некоторого среднего профиля плотности, зависящего только от давления столба жидкости  $\rho_0 g z$  со средней плотностью в океане  $\rho_0 = 1,025 \text{ г/см}^3$  на глубине  $z = \sigma H$ . Нелинейное уравнение состояния  $\hat{\rho}(\theta, S + 35^\circ/\text{oo}, p_w)$  для расчета плотности воды, учитывающее сжимаемость за счет давления столба воды  $p_w$  взято из

[Bryden et al., 1999]. Параметр Кориолиса  $l = 2\tilde{\Omega} \sin \varphi$ , где  $\tilde{\Omega} = \frac{2\pi(1 + \frac{1}{365.24})}{86400} \text{ c}^{-1}$  – угловая скорость вращения Земли с учетом годового вращения вокруг Солнца, а  $\varphi$  – географическая широта;  $\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left( \frac{\partial r_y v}{\partial x} - \frac{\partial r_x u}{\partial y} \right)$  – слагаемое, описывающее дополнительный перенос импульса в криволинейных координатах;  $\nu$ ,  $\nu_\theta$  и  $\nu_S$  – коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости и диффузии, которые в случае устойчиво стратифицированного вертикального профиля потенциальной плотности рассчитываются согласно параметризации Пакановского-Филандера или Мони́на-Обухова, а в случае неустойчивого – полагаются большими для параметризации конвекции.

Компоненты горизонтального градиента давления  $P_x$  и  $P_y$  в (5) и (6) рассчитываются с использованием уравнения гидростатики в специальной форме:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{2}g \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( H \int_0^\sigma \left( \rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left( \frac{\partial H}{\partial x} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right), \\ P_y &= \frac{1}{2}g \left( \frac{\partial}{\partial y} \left( H \int_0^\sigma \left( \rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left( \frac{\partial H}{\partial y} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right), \end{aligned} \quad (11)$$

которая позволяет уменьшить погрешности при их разностных аппроксимациях в  $\sigma$ -системе координат, так как  $P_x = P_y = 0$  для линейного по глубине профиля плотности  $\rho = \text{const} \cdot \sigma H$ , который может давать значительный вклад в полный вертикальный профиль. Использование уравнения состояния в виде (7) также позволяет уменьшить эти погрешности, поскольку заранее вычитается та часть нелинейного по глубине профиля плотности, которая не дает вклада в горизонтальный градиент давления.

Оператор переноса, входящий в состав полной производной компонентов скорости в (5) и (6), используется в полудивергентной, симметризованной форме:

$$\begin{aligned} D_t \phi &= \frac{1}{2} \left( h \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial h \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2r_x r_y} \left[ r_y H u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + r_x H v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \omega \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\phi$  – это  $u$  или  $v$ .

В новой версии модели оператор переноса, входящий в состав полной производной скалярных полей в (8) и (9), используется в дивергентной форме:

$$\tilde{D}_t \phi = \frac{\partial h \phi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma}, \quad (13)$$

где  $\phi$  – это  $\theta$ ,  $S$ , а также при необходимости любые другие скалярные поля.

Оператор боковой диффузии  $D$  тепла и соли выбирается одинаковым для  $\theta$  и  $S$  в (8) и (9) и выписывается в универсальном виде:

$$D \phi = \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial x} \left[ K^x H \frac{r_y}{r_x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ K^x H \frac{r_y}{r_x} \kappa_x \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left[ K^y H \frac{r_x}{r_y} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ K^y H \frac{r_x}{r_y} \kappa_y \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right], \quad (14)$$

где  $\phi$  есть либо  $\theta$  либо  $S$ ,  $K^x(x, y, \sigma H)$  и  $K^y(x, y, \sigma H)$  – коэффициенты горизонтальной диффузии 2-го порядка вдоль  $x$  и  $y$ , выбираемые как некоторые функции от пространственных координат. Переменные  $\kappa_x$  и  $\kappa_y$  задают одну или комбинацию нескольких функций, вдоль изоповерхностей которых происходит боковая диффузия. В частности, это могут быть  $\sigma$ -,  $Z$ - или  $\rho$ -поверхности.

Оператор боковой вязкости  $F$  в (5) и (6) представляет собой комбинацию операторов 2-го и 4-го порядков:

$$F \phi = H \operatorname{div}_h(\mathbf{A} \operatorname{grad}_h) \phi - H \left( \operatorname{div}_h(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h) \right)^2 \phi, \quad (15)$$

где  $\phi$  есть либо  $u$  либо  $v$ ,  $\operatorname{grad}_h$  и  $\operatorname{div}_h$  – двумерные операторы боковых градиента и дивергенции, действующие на поверхностях  $\sigma = \text{const}$ .  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  – диагональные тензоры второго порядка:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^x & 0 \\ 0 & A^y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B^x & 0 \\ 0 & B^y \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $A^x = A^x(x, y)$ ,  $A^y = A^y(x, y)$ ,  $B^x = B^x(x, y)$  и  $B^y = B^y(x, y)$  – коэффициенты вязкости для операторов 2-го и 4-го порядков вдоль  $x$  и  $y$ , задаваемые как некоторые функции пространственных координат. Оператор 4-го порядка, по сравнению с оператором 2-го порядка, более эффективно подавляет высокочастотные пространственные гармоники и менее искажает основное крупномасштабное решение.

В качестве граничных условий на поверхности океана ( $\sigma = 0$ ) для скорости задаются поток импульса от напряжения трения ветра  $(\tau_x, \tau_y)$  и универсальное условие для  $\omega$

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0}, \quad \omega \Big|_{\sigma=0} = 0, \quad (17)$$

а для температуры и солёности нормированные потоки тепла  $q_\theta$  и  $q_S$  соли

$$-\frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = q_\theta, \quad -\frac{\nu_S}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = q_S. \quad (18)$$

Поток  $q_\theta$  рассчитывается с учетом потоков явного и скрытого тепла, длинноволновой и коротковолновой радиации и потока, вызванного наличием льда, а  $q_S$  – с

учетом баланса пресной воды, обусловленного осадками, испарением, стоком рек и образованием или таянием льда.

На дне ( $\sigma = 1$ ) задаются условие непротекания, имеющее в  $\sigma$ -системе координат простой вид

$$\omega|_{\sigma=1} = 0, \quad (19)$$

и квадратичного придонного трения

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = C_D \sqrt{u^2 + v^2 + e_b^2} \mathbf{u} \Big|_{\sigma=1}, \quad (20)$$

где  $C_D = 2.5 \cdot 10^{-3}$  и  $e_b = 5$  см/с – эмпирические константы.

На боковой поверхности для скорости задаются условия непротекания и свободного скольжения. На твердых участках боковой границы и на дне для температуры и солёности ставятся условия изоляции. Если бассейн не является замкнутым, то на жидких участках боковой границы задаются температура и солёность, взятые из наблюдений.

В разделе 1.4 приводятся принципы построения и особенности численной реализации  $\sigma$ -модели океана, которые основываются на методе расщепления. Впервые для расчета циркуляции океана этот метод применен в работе Марчука и Залесного [1974]. Он позволяет использовать эффективные неявные методы интегрирования с большими шагами по времени. Для его применения на каждом интервале интегрирования  $(t_j, t_{j+1}]$  система уравнений (5)–(10) частично линеаризуется: в операторах переноса (12) и (13) скорость переноса субстанции, и при расчете квадратичного трения о дно модуль скорости, входящий в коэффициент трения (20), берутся с предыдущего шага по времени.

Для решения уравнений (5)–(10) применяется техника построения разностных аппроксимаций по пространству на разнесенной "С" сетке по классификации Аракавы.

Перед решением уравнений (5)–(10) в модели производятся следующие вспомогательные расчеты, результаты которых используются при решении основной системы уравнений.

**Интерполяция атмосферных характеристик.** Исходные атмосферные данные заданы в обычной географической системе координат с пространственно-временным разрешением, отличным от модельного, поэтому они переводятся на модельную область внутри расчетного блока модели путем пространственной и временной интерполяции, разработанной автором работы.

**Расчет характеристик морского льда.** Модель льда, инкорпорированная автором в модель океана, состоит из локально-одномерной модели термодинамики [Яковлев, 2003], переноса [Briegleb et al., 2004] и динамики льда [Hunke and Dukowicz, 1997].

**Расчет потоков тепла, соли и импульса** в океан производится с использованием как синтерполированных на модельную область атмосферных данных,

так и рассчитанных характеристик морского льда, а также характеристик поверхности океана из решения задачи на этот момент времени, которое считается известным.

Расщепление системы уравнений (5)–(10) проводится на нескольких иерархических уровнях. Сначала используется расщепление по физическим процессам. На более высоких уровнях процесс расщепления доходит до выделения простейших локально-одномерных по пространству уравнений. На каждом интервале интегрирования  $(t_j, t_{j+1}]$ , процесс, описываемый частично линеаризованной системой уравнений (5)–(10), представляется в виде суперпозиции процесса переноса-диффузии для  $\theta$ ,  $S$ ,  $u$ ,  $v$  и процесса приспособления полей скорости и плотности (адаптации гидрологических полей). В дифференциальной постановке эти задачи описываются следующими уравнениями (решение исходной задачи на момент времени  $t_j$  считается известным).

I. Перенос-диффузия  $\theta$  и  $S$ :

$$\begin{aligned}\tilde{D}_t\theta &= \frac{\partial}{\partial\sigma} \nu_\theta \frac{\partial\theta}{\partial\sigma} + D\theta + \frac{\partial R}{\partial\sigma}, \\ \tilde{D}_tS &= \frac{\partial}{\partial\sigma} \nu_S \frac{\partial S}{\partial\sigma} + D S.\end{aligned}\quad (21)$$

II. Перенос-диффузия  $u$  и  $v$ :

$$\begin{aligned}D_t u - \xi v H &= \frac{\partial}{\partial\sigma} \nu \frac{\partial u}{\partial\sigma} + F u, \\ D_t v + \xi u H &= \frac{\partial}{\partial\sigma} \nu \frac{\partial v}{\partial\sigma} + F v.\end{aligned}\quad (22)$$

III. Процесс адаптации (приспособления) гидрологических полей:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - lv = -\frac{1}{r_x} \left( \frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + lu = -\frac{1}{r_y} \left( \frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left( \frac{\partial r_y u H}{\partial x} + \frac{\partial r_x v H}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma}. \end{cases}\quad (23)$$

Процесс переноса-диффузии (21) реализован автором с помощью расщепления по физическим процессам: перенос, боковая диффузия и вертикальная диффузия. Для решения задачи переноса по времени используется явная схема Адамса-Бэшфорта. Дивергентная форма оператора переноса обеспечивает сохранение тепла и соли в океане в случае отсутствия потоков этих величин на границах. Задача для боковой диффузии решается по явной, а для вертикальной – по неявной схемам по времени.

Процесс переноса-диффузии (22) решается путем расщепления по элементарным процессам переноса-диффузии вдоль координат, что позволяет сделать полудивергентная форма (12), обладающая при условии непротекания на границах

свойством кососимметрии (неотрицательности) для каждого направления отдельно.

Процесс приспособления гидрологических полей (23) решается в три этапа. Сначала по значениям  $\theta$  и  $S$ , полученным из этапа (21), согласно (10) рассчитывается плотность и, затем, по (11) компоненты градиента давления  $P_x$  и  $P_y$ . По рассчитанным  $P_x$  и  $P_y$  вычисляется обусловленное ими изменение импульса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 r_x} P_x \quad \text{и} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 r_y} P_y. \quad (24)$$

Оставшаяся часть системы решается путем разделения на баротропную и бароклинную моды:

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad \bar{u} = \int_0^1 u d\sigma, \quad \bar{v} = \int_0^1 v d\sigma. \quad (25)$$

Принимая во внимание (25), оставшаяся после решения (24) часть системы (23) распадается на решение двух систем уравнений, описывающих бароклинную и баротропную адаптации.

Система бароклинной адаптации имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} - lv' = 0, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + lu' = 0. \end{cases} \quad (26)$$

При решении этой системы, используется неявная схема с методикой диагонализации [Делеклюз и Залесный, 1996] пространственного оператора для кориолисовых членов, возникающего при применении сетки "С".

Вертикальная скорость находится путем интегрирования по глубине уравнения неразрывности (7) по горизонтальным рассчитанным составляющим бароклинной скорости, с учетом условий непротекания и свободного скольжения на боковых границах:

$$\omega = \int_1^\sigma \frac{1}{r_x r_y} \left( \frac{\partial u' H r_y}{\partial x} + \frac{\partial v' H r_x}{\partial y} \right) d\sigma. \quad (27)$$

В силу (25) граничные условия для вертикальной скорости на поверхности и дне удовлетворяются автоматически, поскольку  $\int_0^1 u' d\sigma = \int_0^1 v' d\sigma = 0$ .

Уравнения баротропной адаптации (28) требуют совместного решения сразу

трех уравнений, записанных с использованием неявной схемы по времени:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - l\bar{v} = \frac{1}{r_x} \left( g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + l\bar{u} = \frac{1}{r_y} \left( g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left( \frac{\partial r_y \bar{u} H}{\partial x} + \frac{\partial r_x \bar{v} H}{\partial y} \right). \end{cases} \quad (28)$$

Система (28), также известная как система уравнений мелкой воды, решается целиком, не используя расщепление или сведение системы к одному уравнению для  $\zeta$ . Для этого используется специальный пакет программ по работе с разреженными матрицами. Решение может производиться как прямыми [Demmel et al., 1999], так и итерационными [Saad, 1994] методами.

Все представленные подзадачи (за исключением баротропной адаптации (28)) реализованы с использованием параллельного алгоритма на общей памяти, что позволило повысить быстродействие модели. При распараллеливании на 8 процессоров скорость счета увеличилась более чем в 4 раза.

Во **второй главе** диссертации проведены анализ и сравнение с наблюдениями циркуляции Мирового океана, воспроизводимой с помощью разработанной  $\sigma$ -модели. Главная цель, поставленная в этой главе, – настройка параметров модели, с целью получения адекватной наблюдениям модельной климатической циркуляции Мирового океана. Такая работа необходима перед включением модели океана в модель климата ИВМ РАН. В этой главе проводится анализ среднегодового режима циркуляции, полученного при интегрировании модели на 100 лет с начального состояния январской климатологии Левитуса.

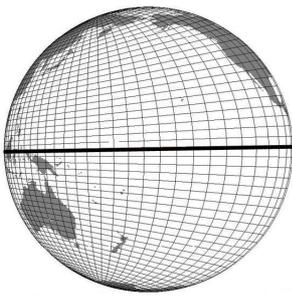


Рис. 1. Система координат, используемая в модели глобального океана. Ее полюса расположены в  $100^\circ$ в.д.,  $70^\circ$ с.ш., и в  $100^\circ$ в.д.,  $70^\circ$ ю.ш. Экватор модельной системы совпадает с географическим.

Во введении (**раздел 2.1**) приводится некоторый обзор исследований из области аналитических ортогональных расчетных сеток, где обосновывается практическая важность их построения, а также обзор современных зарубежных моделей аналогичного пространственного разрешения, которые участвовали в серии экспериментов CORE по воспроизведению климатической циркуляции Мирового океана [Griffies et al., 2009]. Некоторые результаты, полученные с помощью них, используются для сравнения.

В **разделе 2.2** описываются параметры  $\sigma$ -модели глобального океана. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, полученной путем конформного комплексного преобразования стандартной

широтно-долготной системы, что позволяет разместить особые точки системы за пределами расчетной области. Один полюс располагается на Таймыре, а второй

– в Антарктиде симметрично первому относительно Экватора, таким образом, чтобы Экватор в модельной системе координат совпадал с географическим.

Ее расчетная область включает акватории Черного и Каспийского морей, Байкала, Ладожского, Великих американских и др. больших озер. Пространственное разрешение составляет  $1^\circ$  по долготе,  $0.5^\circ$  по широте и 40 неравномерно расположенных сигма-уровней по глубине.

В численных экспериментах боковая диффузия тепла и соли параметризовалась как среднее между горизонтальной и изопикнической диффузией. Коэффициенты вертикальной вязкости и диффузии выбирались согласно параметризации Пакановского и Филандера как функция числа Ричардсона. Для расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в модели используются атмосферные данные CORE [Griffies et al., 2004], предназначенные для экспериментов с моделями океана, включающими в себя модуль параметризации морского льда.

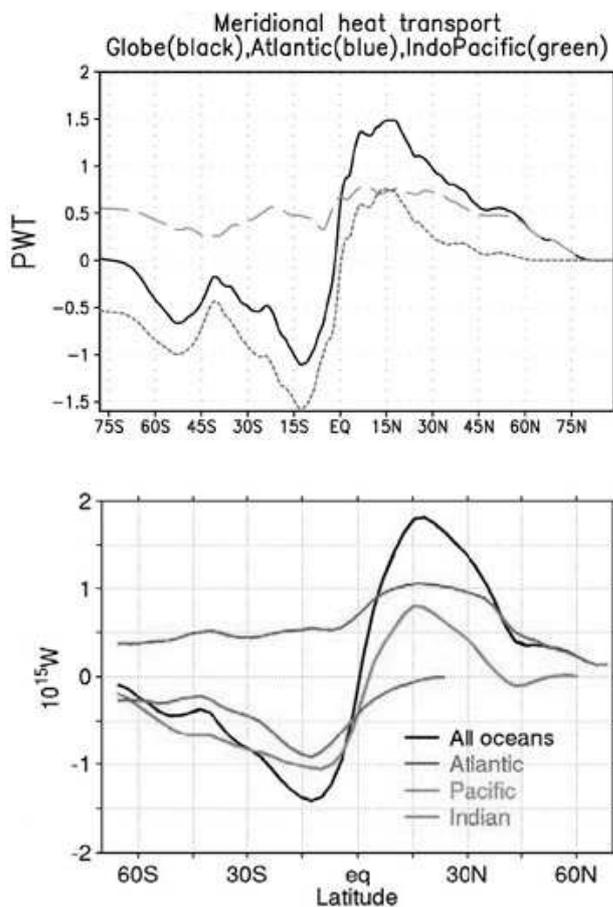


Рис. 2. Сверху – среднегодовые меридиональные переносы тепла по результатам расчетов, ПВт: Мировой океан (сплошная линия), Атлантический океан (длинный пунктир), суммарный перенос в Тихом и Индийском океане (короткий пунктир); снизу – оценки из [Trenberth and Carron, 2001].

et al., 2004] разрешения, а также с результатами системы усвоения данных SODA [Carton et al., 2000].

Рассчитанная меридиональная циркуляция хорошо совпадает с результатами

В разделе 2.3 рассматриваются среднегодовые характеристики глобального океана. Анализ расчетов показывает, что модельные распределения океанической циркуляции и термохалинных полей соответствуют данным наблюдений и хорошо согласуются с расчетами по другим климатическим моделям океана. Картина циркуляции и уровня океана хорошо согласуется с глобальными моделями сходного разрешения. Распределение морского льда также соответствует данным наблюдениям и результатам по другим моделям близкого пространственного разрешения.

Достаточно хорошо воспроизводится вертикальная структура экваториальных течений. Величина подповерхностного противотечения достигает 1 м/с, что согласуется с наблюдениями и результатами моделей аналогичного [Griffies et al., 2009] и более высокого [Masumoto

по другим известным моделям [Masumoto et al., 2004; Griffies et al., 2009]. Её характерной особенностью является дипольная структура у экватора, связанная с интенсивным экваториальным апвеллингом. Рассчитанный меридиональный перенос тепла (МПТ) хорошо согласуется с результатами по другим моделям [Griffies et al., 2009] и оценками по данным наблюдений (рис. 2).

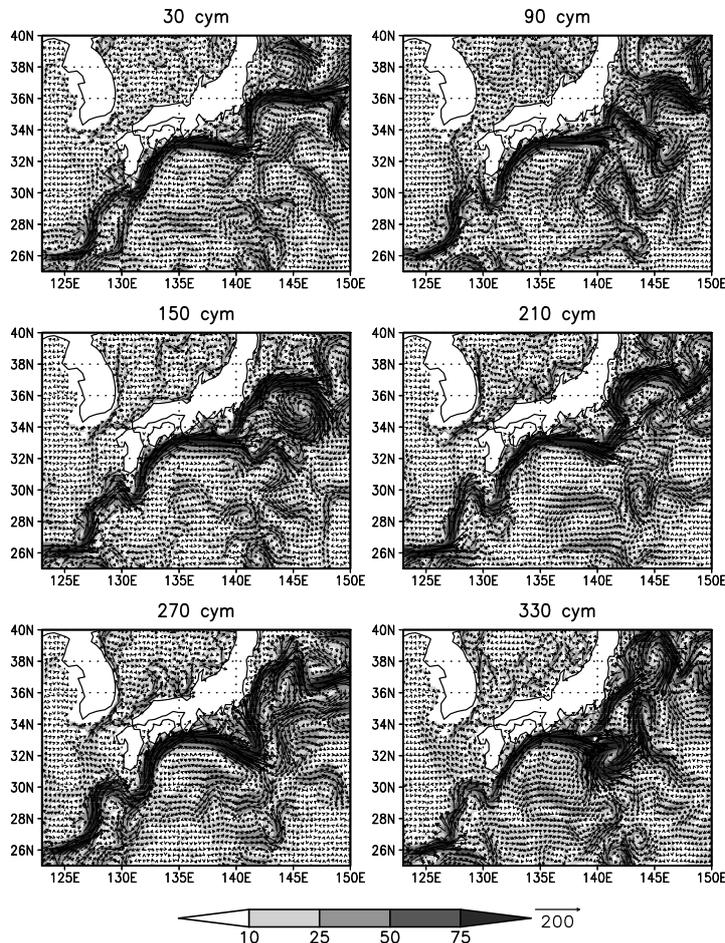


Рис. 3. Поверхностные скорости в районе Курошио около Японии. Изображены временные срезы с интервалом 60 сут для всего года. Масштаб скорости течений в см/с показан цветом и стрелкой.

был выполнен расчет переноса загрязняющего вещества), и в-третьих, в этой модели воспроизводятся вихревые процессы океанской синоптики.

В разделе 3.2 описываются параметры модели и результаты расчетов. Воспроизведение циркуляции Тихого океана выполнено с помощью модели с высоким пространственным разрешением  $1/8^\circ$  по долготе и широте. Численные эксперименты проведены на 5 лет с начального состояния январской климатологии Левитуса с использованием реалистичного атмосферного воздействия, рассчитанного по данным CORE [Griffies et al., 2004]. Предварительный анализ результатов моделирования показал достаточно высокую адекватность модели. Она воспроизводит меандрирование Курошио и процессы вихреобразования в области его струи (рис. 3).

В третьей главе представлены результаты расчетов, полученные с помощью региональной модели высокого пространственного разрешения. Эта модель представляет собой ту же версию модели, которая описана в первых двух главах, но настроенной на акваторию Тихого океана с высоким, т.н. вихреразрешающим, пространственным разрешением. Во введении к главе (раздел 3.1) обосновывается включение этих результатов в диссертацию, во-первых, тем, что будущее развитие глобальных климатических моделей океана будет происходить по пути увеличения пространственного разрешения, во-вторых, для демонстрации использования представленной модели океана для решения различных научных и практических задач (в данном случае, был выполнен расчет переноса загрязняющего вещества), и в-третьих, в этой модели воспроизводятся вихревые процессы океанской синоптики.

В разделе 3.3 приводятся результаты расчетов распространения загрязняющего вещества (ЗВ) с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского. Таким образом, продемонстрировано, что созданная модель циркуляции Тихого океана и переноса ЗВ может использоваться в исследовательских и практических целях.

В заключении приведены основные результаты диссертационной работы.

В приложениях приводятся расчетные формулы для преобразования координат, метрических коэффициентов для криволинейной системы координат и практическая реализация интерполяции (Приложение А), описание методики расчета атмосферного воздействия и модели эволюции морского льда (Приложение В) и практическое руководство по использованию представленной модели океана (Приложение С).

## Основные результаты работы

1. Разработан оригинальный программный комплекс для проведения и анализа расчетов  $\sigma$ -модели общей циркуляции океана ИВМ РАН, который может применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ортогональных систем координат и конечноразностных аппроксимаций на неравномерных сетках. Вместе с моделью общей циркуляции океана комплекс включает модель динамики и термодинамики морского льда, а также эффективную систему обмена данными с атмосферой. Комплекс можно применять для воспроизведения гидродинамики океана и характеристик морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы. Разработанный программный комплекс может использоваться как на параллельных вычислительных системах с общей памятью, так и на современных персональных компьютерах и рабочих станциях.
2. На основе разработанного комплекса создана новая версия  $\sigma$ -модели общей циркуляции океана, воспроизводящая крупномасштабную гидродинамику Мирового океана. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, полученной путем конформного комплексного преобразования стандартной широтно-долготной системы, что позволило разместить особые точки системы (полюса) за пределами расчетной области. Пространственное разрешение модели Мирового океана составляет  $1^\circ \times 0,5^\circ$  в горизонтальных координатах и 40 неравномерно распределенных по вертикали  $\sigma$ -уровней. Проведен численный эксперимент по расчету глобальной циркуляции океана на срок 100 лет с начального состояния, соответствующего январской климатологии Левитуса, с реалистичным заданием годового хода атмосферного воздействия. Результаты численных расчетов показали, что модель адекватно воспроизводит основные характеристики крупномасштабной динамики Мирового океана.

3. На основе разработанного комплекса реализована модель циркуляции северной части Тихого океана от экватора до Берингова пролива с пространственным разрешением  $1/8^\circ$ . Модель хорошо воспроизводит крупномасштабную структуру циркуляции и ее пространственно-временную изменчивость: мандрирование Курошио, океанские синоптические вихри, фронтальные зоны и т.д. Выполнены расчеты распространения загрязняющего вещества (ЗВ) с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского. Результаты демонстрируют характер распространения ЗВ и дают представление о процессах формирования гидрологических полей в северо-западной части Тихого океана.

### **Основные публикации автора по теме диссертации (по времени, в обратном порядке)**

1. *Zalesny V.B., Gusev A.V.* Mathematical model of the World Ocean dynamics with algorithms of variational assimilation of temperature and salinity fields. // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2009, V. 24, № 2, P. 171–191.
2. *Agoshkov V.I., Gusev A.V., Diansky N.A., Oleinikov R.V.* An algorithm for the solution of the ocean hydrothermodynamics problem with variational assimilation of the sea level function data // Russ. J. Numer. Anal. Math/ Modelling. 2007. V. 12, № 2. P. 133–161.
3. *Мошонкин С.Н., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Влияние взаимодействия Атлантики с Северным Ледовитым океаном на Гольфстрим // Океанология. 2007. Т. 47. № 2. С. 197–210.
4. *Антипов С.В., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Особенности распространения радиоактивного загрязнения в северо-западной части Тихого океана. // Изв. РАН. Энергетика. 2006. № 6. С. 52–70.
5. *Moshonkin S.N., Bagno A.V., Gusev A.V., and Diansky N.A.* Numerical modelling of oceanic circulation and sea ice in the North Atlantic-Arctic Ocean-Bering Sea region// Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2006. V. 21, No. 4. P. 421–443.

---

Подписано в печать 11.11.2009. Усл. печ. л. 1,0. Тираж 90 экз.

Компьютерный набор

Учреждение Российской академии наук  
Институт вычислительной математики РАН  
119333, г. Москва, ул. Губкина 8.

---