ОТЗЫВ

официального оппонента, кандидата физико-математических наук Бахвалова Павла Алексеевича, на диссертационную работу Гоймана Гордея Сергеевича «Масштабируемые алгоритмы решения уравнений глобальной динамики атмосферы на редуцированной широтно-долготной сетке», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация посвящена разработке высокоточных методов для моделирования динамики атмосферы в приближении мелкой воды и эффективной программной реализации этих методов. Автор использует редуцированную широтно-долготную сетку, то есть прямоугольную сетку в сферической системе координат, на разных широтах содержащую разное число ячеек по долготе. Отклонение уровня жидкости от уровня поверхности задаётся в центрах ячеек; компонента скорости вдоль долготы задаётся в центрах граней, лежащих на меридианах; компонента скорости вдоль широты задаётся в дополнительных точках, лежащих на широтах и равномерно распределённых на них. В полудискретном приближении используемый численный метод сохраняет массу и полную энергию.

Актуальность темы исследования. Необходимость создания новых алгоритмов для численного моделирования атмосферы вызвана развитием средств для высокопроизводительных вычислений. Это, с одной стороны, позволяет использовать более мелкие расчётные сетки, в результате чего преимущества более точных численных методов становятся более явными. С другой стороны, это предъявляет новые требования к численным методам и их программным реализациям, которые в конечном счёте сводятся к масштабируемости.

Структура и содержание работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Во Введении объясняется актуальность темы, формулируются цели и задачи работы, объясняется её теоретическая и практическая значимость. Также приводится обзор литературы по теме исследования, содержащий, в том числе, альтернативные подходы к решению поставленных задач.

Глава 1 посвящена аппроксимации уравнений мелкой воды на редуцированной широтно-долготной сетке с разнесением переменных. В разделе 1.1 вводятся решаемые уравнения и их линеаризованный аналог. В разделе 1.2 вводится понятие редуцированной широтно-долготной сетки, которое используется далее на протяжении всей работы. В разделах 1.3 и 1.4 строится численная схема для решения уравнений мелкой воды на широтно-долготной сетке, попутно доказываются её свойства. Там же приводятся результаты некоторых верификационных расчётов.

В Главе 2 описывается геометрический многосеточный алгоритм решения эллиптических уравнений на редуцированной широтно-долготной сетке. Алгоритм применяется к решению модельной системы линейных уравнений (I-L)x=y, где L – аппроксимация оператора Лапласа на двумерной равномерной декартовой сетке с периодическими условиями. Подробно эта постановка и свойства матрицы I-L описаны в разделе 2.1. В разделе 2.2 описывается многосеточный метод решения СЛАУ. В разделе 2.3 приводятся детали его программной реализации на системах с распределённой памятью. В разделе 2.4 приводятся результаты измерений параллельной эффективности.

Глава 3 посвящена оптимизации программного комплекса ПЛАВ, используемом в Гидрометцентре РФ.

Научная новизна. Предложена новая полудискретная схема для решения уравнений мелкой воды на сфере и доказано, что она сохраняет массу и полную энергию. Геометрический многосеточный метод решения разреженных СЛАУ впервые применён для систем, возникающих в схемах на редуцировнанной широтно-долготной сетке.

Практическая и научная ценность работы. Научная ценность состоит в построении новой численной схемы и теоретическом анализе её свойств. Практическая ценность заключается в создании программного комплекса, реализующего разработанную схему и многосеточный алгоритм решения эллиптических уравнений на редуцированной широтно-долготной сетке. Также автор внёс вклад в развитие программного комплекса ПЛАВ.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов. Доказательства свойств численных методов являются строгими. Изложение прочих результатов соответствует стандартам, общепринятым в научной литературе.

Замечания по работе. Основным замечанием к настоящей работе является отсутствие ясности, каким порядком аппроксимации и каким порядком точности обладает разработанный автором численный метод. Автор прав в том, что уделил основное внимание вопросам сохранения массы и энергии; при моделировании бездиссипативных процессов в длительном времени свойство сохранения энергии кажется более важным, чем формальный порядок аппроксимации. Тем не менее, автор сам во введении в качестве желательного свойства указывает «возможность построения схем высокого порядка аппроксимации (выше второго)». Поэтому было бы полезно провести анализ дифференциального приближения для построенной схемы (например, для линеаризованного уравнения) и оценить порядок аппроксимации. Численное исследование, проведённое автором, также не даёт понимания, каким порядком точности обладает построенный численный метод: численный порядок точности в разных экспериментах оказывается разным. Например, на рис. 1.10 для гармоники с числом l=3 наблюдается сходимость с первым порядком, причина чего не ясна. Стоило также подчеркнуть, на каком этапе построения схемы автор жертвует порядком аппроксимации ради свойства сохранения энергии.

Также к работе есть ряд незначительных замечаний.

Стр. 11. «Недостатком является в 10 раз более жесткий критерий устойчивости Куранта (по сравнению с методом конечных разностей)». Для методов DG и FD какого порядка приведено это значение (10)?

Стр. 18. «Основным недостатками данной сетки являются, во-первых, неконформность ячеек сетки, что не позволяет напрямую применить известные универсальные подходы для построения аппроксимаций (станданртные формулировки методов конечных объемов или конечных элементов предполагают наличия этого свойства)». Это утверждение ошибочно: конформность нужна только для стандартного метода Галёркина. Ни для метода конечных объёмов, ни для разрывного метода конформность не требуется.

Стр. 19. «Решения этих уравнений содержат как вращательные, так и дивергентные движения». Что такое дивергентные движения?

Стр. 21. В (1.6) почему f, а не (f+\xi)?

Стр. 21. При записи линеаризованных уравнений в качестве искомых величин обычно выбирают пульсации относительно фонового поля, то есть v и h+h_s-H. Тогда линеаризованные уравнения получаются однородными.

Стр. 23. Распределение материала между п. 1.3 и п. 1.4 непонятно. Почему для линеаризованной системы для дифференцирования вдоль меридиана применяется 2-точечная разность, а для полной системы – 4-точечная? Почему проблема аппроксимации вблизи полюсов рассматривается только для нелинейного случая? В п. 1.3 на стр. 40, судя по разнице численных порядков точности в нормах Linf и L2, точность схемы упирается как раз в проблему полюсов; в п. 1.4 автор исправляет схему, поэтому результаты на стр. 40 относятся к «недоделанной» схеме, а результаты для исправленной схемы не приведены.

Стр. 29. Условие (1.36) означает сопряжённость двух операторов интерполяции друг к другу относительно скалярных произведений, введённых выше. В устных докладах автор свободно оперирует терминами «скалярное произведение» и «сопряжённый оператор», но в тексте диссертации почему-то ограничивается векторно-матричным представлением.

Стр. 32. Поскольку используемый базис не ортогональный, выбранный вид операторов ограничения нуждается в пояснении. Также нужно было подчеркнуть, что произведение оператора ограничения на оператор продолжения не является тождественным оператором.

Стр. 35. Откуда получаются формулы (1.55) и (1.56) и почему они обеспечивают нужную точность интерполяции, становится понятно, только если дочитать до формул (1.76)--(1.77).

Стр. 35. Раздел 1.3.3.4 плохо структурирован: не указано, чем плохи кусочно-полиномиальные функции, а фраза «Однако использование дельта-функций...» никак не связана с предыдущим текстом.

Стр. 38. «Первая схема построена с использованием кусочно-кубической Лагранжевой интерполяции для всех операторов. Как обсуждалось выше, применение такой интерполяционной процедуры приводит к отсутствию законов сохранения массы и полной энергии». Непонятно, как это согласуется со сказанным выше, что использование одинакового базиса для всех операторов даёт схему, сохраняющую полную энергию.

Стр. 40. «порядок аппроксимации полученных схем совпадает с ожидаемым» – неясно, какой порядок автор ожидал и почему.

Стр. 49. Название раздела 1.4 «Полунеявная полулагранжева модель...», неудачно, поскольку способ интегрирования по времени описан двумя предложениями, а влияние точности интегрирования по времени никак не исследовалось.

Стр. 66. Выражение «число обусловленности μ уравнения Гельмгольца» некорректно.

Также в работе допущено несколько опечаток: "диссертиации" (стр. 16), "реалистичные фазовых скоростей" (стр. 17), "закона сохранение энергии" (стр. 35), "исследуется дисперсионные свойства" (стр. 36), "полулагрнжевых" (стр. 49) и др.

Общая оценка работы. Приведенные замечания относятся скорее не к существу, а к форме представления результатов. Работа выполнена на высоком научном уровне, а ее результаты представляют научную ценность.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации опубликованы в 4 работах в изданиях, индексируемых в Scopus, Web of Science или входящих в список ВАК. Диссертация удовлетворяет всем требованиям пунктов Положения о присуждении учёных степеней, а её автор Гойман Гордей Сергеевич заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент, научный сотрудник Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»	ПБахвалов	Бахвалов Павел Алексеевич

« 29 » июля 2022 г.

Подпись Бахвалова П.А. удостоверяю

Учёный секретарь Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» /Давыдов А.А./

М.П.

« 29 » 07 2022 г.