

ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора физико-математических наук Савенкова Евгения Борисовича на диссертационную работу Ануприенко Дениса Валерьевича «Эффективные методы решения задач фильтрации и пороупругости на неструктурированных сетках», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа Д.В. Ануприенко посвящена разработке методов математического моделирования (математических моделей, вычислительных алгоритмов и их программной реализации) применительно к задачам фильтрации жидкости в геологических пористых проницаемых средах, в том числе с учетом напряженно-деформированного состояния среды. Несмотря на то, что указанная тематика является классической, ее разработка далека от завершения. Прежде всего, это связано со сложностью строения геологических сред, в частности, их ярко выраженной неоднородностью и анизотропией, а также с комплексностью протекающих в ней фильтрационных процессов. Решение этих вопросов требует цельного, комплексного рассмотрения задачи во всех ее основных аспектах, связанных как с построением непосредственно математической модели, так и с разработкой надежных вычислительных алгоритмов и их программной реализацией, эффективной для дискретных моделей среды высокой сеточной размерности.

Именно с такой позиции указанная задача рассмотрена в диссертационной работе автора.

Во-первых, автором рассмотрены фильтрационные и геомеханические модели, пригодные для анализа широкого класса течений в геологических средах в практически важных приложениях. Прежде всего, это задачи, связанные с прогнозом динамики подземных вод при анализе устойчивости гидротехнических сооружений, обеспечения безопасности подземного захоронения радиоактивных отходов и ряд других. Рассмотренные модели позволяют рассматривать фильтрационные процессы в условиях переменной насыщенности пористой среды флюидом и при учете напряженно-деформированного состояния среды.

Во-вторых, для моделей рассмотренного класса предложены новые вычислительные алгоритмы. Основной акцент сделан на использовании неструктурированных сеток, учитывающих особенности пространственного распределения фильтрационно-емкостных свойств среды. Это позволяет использовать разработанные алгоритмы при решении задач в реалистичных постановках, использующих детальные геологические модели пористых сред.

В-третьих, автором всесторонне рассматриваются вопросы численного решения возникающих при аппроксимации уравнений модели конечномерных задач, включая нелинейные и линейные решатели.

В-четвертых, разработана программная реализация предложенных алгоритмов, позволяющая решать задачи в постановках промышленного уровня сложности.

Таким образом, актуальность диссертационной работы не вызывает сомнений.

Структура и содержание работы. Диссертация состоит из введения, 4-х глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 102 страницы, включая 29 рисунков и 19 таблиц. Список литературы содержит 164 наименования.

Во введении обосновывается актуальность выполненных исследований, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируются цели и задачи работы, обосновывается ее научная новизна и практическая значимость, приводятся ее основные результаты.

Первая глава посвящена построению математической модели течения подземных вод в деформируемых пористых средах, основанной на уравнениях в частных производных. Рассмотрены основные допущения, использованные для построения моделей. Описывается подход Ричардса для описания не полностью насыщенных пористых проницаемых сред, формулируются определяющие соотношения модели. Приводится вывод модели пороупругости, описывающей совместно протекающие процессы фильтрации и эволюции напряженно-деформированного состояния среды. Рассматриваются различные варианты задания граничных условий и соответствующих постановок начально-краевых задач.

Вторая глава диссертации посвящена разработке методов дискретизации начально-краевых задач для построенных ранее моделей. Основное внимание уделено вопросам построения аппроксимаций с использованием неструктурированных сеток ячейками произвольной многогранной формы и с большими аспектными отношениям, типичными для задач подземной гидродинамики. Рассматривается построение аппроксимаций для чисто фильтрационной задачи с помощью метода конечных объемов и метода опорных операторов, обеспечивающими локальную консервативность конечномерных задач. Приводится обзор двухточечных и многоточечных аппроксимаций операторов задачи. Далее рассматривается построение аппроксимаций для уравнений попружной модели. При этом для фильтрационной группы уравнений используется метод конечных объемов, для упругой - метод виртуальных элементов.

Третья глава посвящена вопросам решения систем нелинейных алгебраических уравнений, описывающих конечномерную задачу. Рассмотрены вопросы применения метода продолжения по параметру для решения стационарного уравнения Ричардса. Описываются распространенные итерационные методы, применяемые для решения таких систем – методы Ньютона и Пикара (простой итерации), а также комбинированный метод на их основе. Приводится алгоритм линейного поиска, заключающийся в подборе множителя для вектора поправки, обеспечивающего достаточное падение нормы невязки в соответствии с правилом Армихо. Рассматривается метод установления, основанный на решении нестационарной задачи до достижения стационарного состояния. Далее описывается предлагаемый в работе метод продолжения по параметру, который формулируется в виде процедуры типа предиктор–корректор. Строятся предикторы нулевого и первого порядков. Рассматриваются подходы к решению систем алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации задач пороупругости: монолитный подход на основе метода Ньютона, применяемой к полной системе уравнений и схема расщепления с фиксированными деформациями.

Четвертая глава содержит результаты численных экспериментов. Проводится сравнение метода продолжения с методом установления на ряде задач, описывающих течение подземных вод в теле дамбы, вблизи двух пунктов захоронения радиоактивных отходов и на полигоне твердых бытовых отходов. За исключением задачи о дамбе, эти задачи характеризуются неоднородностью и анизотропией распределения свойств среды. Приводятся характеристики расчета и результаты исследования алгоритма линейного поиска на сходимость метода Ньютона. Продемонстрирована высокая эффективность предложенного варианта метода продолжения по параметру. Приводятся результаты сравнения эффективности различных корректоров в методе продолжения, методов Ньютона и Пикара, в том числе для задач с сильной нелинейностью и характеристиками сред, приводящими к образованию капиллярных барьеров. Исследуется робастность и эффективность различных способов построения аппроксимаций. Экспериментально исследуется сходимость численного решения задач пороупругости схемами на основе методов конечных объемов и виртуальных элементов с

использованием аналитического решения для сеток с призматическими ячейками с многоугольным основанием и ячейками в виде шестигранников. Сетки обоих типов не являются К-ортогональными. Показана эффективность использования многоточечных аппроксимаций. Проводится сравнение эффективности параллельной реализации монолитного подхода и схемы расщепления для задачи пороупругости, анализируется эффективность способа распараллеливания и ее зависимость от компонентов полного алгоритма решения задачи.

Научная новизна работы включает в себя предложенный в работе метод продолжения по параметру со специальной параметризацией относительной проницаемости для решения систем уравнений, возникающих при дискретизации стационарного уравнения Ричардса и его формализация в виде схемы предиктор-корректор; результаты исследования различных вариантов предикторов и корректоров с точки зрения влияния на время решения задач; комбинированный метод конечных объемов и виртуальных элементов для решения задач пороупругости в условиях переменной насыщенности среды; метод итерационного расщепления, применяемый, наряду с монолитным подходом, для решения возникающих систем алгебраических уравнений.

Практическая и научная ценность работы состоит в разработке новых вычислительных алгоритмов для решения важного класса задач и их программной реализации с помощью платформы INMOST. Это позволяет встроить их в программный комплекс GeRa, применяемый для оценки безопасности проектируемых пунктов захоронения радиоактивных отходов и других влияющих на подземные воды объектов. Метод продолжения в GeRa доведен до практического применения и доступен для пользователей; с его помощью удалось значительно сократить время расчета для ряда практических задач.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов обеспечивается использованием обоснованных методов для описания физических процессов на основе уравнений в частных производных, использованием обоснованных методов вычислительной математики, а также сравнением результатов, полученных разработанным комплексом программ, с аналитическими решениями.

Замечания по работе:

1. Основной моделью, рассмотренной автором, является модель однофазной фильтрации в пороупругой среде. Вместе с тем, для ряда важных прикладных задач ее целесообразно дополнить уравнениями, описывающими процесс переноса активных или пассивных примесей потоком жидкости. Было бы целесообразно, по крайней мере, указать на возможность такого обобщения полученных автором результатов в части как непосредственно математической модели, так и вычислительных алгоритмов и их программной реализации.
2. В том случае, когда для решения задачи используется метод Ньютона совместно с тем или иным методом крыловских подпространств, распространенным способом сокращения времени расчета является использование так называемого «неточного метода Ньютона», в котором точность линейного решателя обоснованным образом выбирается в зависимости от величины нелинейной невязки. В силу того, что часть полученных в работе результатов связана с алгоритмической оптимизацией процесса решения задачи, рассмотрение методов такого типа сделало бы работу более полной.
3. Для валидации предложенных алгоритмов и их программной реализации в работе используется единственное точное аналитическое решение. Было бы уместно привести

примеры расчетов в пороупругих постановках для, например, известных тестовых задач Манделя и Терцаги (для задачи Био в случае полностью насыщенной среды).

4. В работе присутствуют погрешности оформления (например, таблица 3 на стр. 59 выходит за границу страницы).

Общая оценка работы. Стоит отметить, что вышеуказанные недостатки не снижают общей положительной оценки работы в целом и не уменьшают ценности основных теоретических и практических результатов исследования. Работа выполнена на высоком научном уровне, а ее результаты представляют научную ценность. Комплексность рассмотрения вопросов от постановки задачи и выбора математической модели до конечной программной реализации, всесторонний анализ возникающих задач и эффективность предложенных решений делает ее заслуживающей самой высокой оценки.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации.

Научные положения и результаты диссертационного исследования неоднократно докладывались на международных конференциях. Результаты диссертации опубликованы в пяти работах в изданиях, удовлетворяющих требованиям ВАК.

Считаю, что диссертация отвечает всем квалификационным требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, установленным «Положением о присуждении ученых степеней», а ее автор **Ануприенко Денис Валерьевич** заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук
(специальность 05.13.18 —
Математическое моделирование,
численные методы и комплексы
программ), ведущий научный сотрудник
Федерального государственного
учреждения «Федеральный
исследовательский центр Институт
прикладной математики им.
М.В. Келдыша» Российской академии
наук»

Савенков
Евгений Борисович

«08» июль 2023 г.

Подпись ведущего научного сотрудника ИПМ им. М.В. Келдыша РАН Савенкова Е.Б. удостоверяю.

Ученый секретарь ИПМ им. М.В.
Келдыша РАН, к.ф.-м.н.



Давыдов А.А.

«08» июль 2023 г.