

ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора физико-математических наук

Колдобы Александра Васильевича

на диссертационную работу Ануприенко Дениса Валерьевича

«Эффективные методы решения задач фильтрации и

пороупругости на неструктурированных сетках»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы исследования.

Математическое моделирование на основе начально-краевых задач для уравнений в частных производных широко используется при изучении множества процессов, протекающих в геологических средах. Такое моделирование является необходимым этапом при изучении течения подземных вод, при разработке месторождений углеводородов, при оценке безопасности пунктов захоронения радиоактивных отходов.

По причине сложной геологической структуры областей, в которых протекают исследуемые в диссертации процессы, для построения численных моделей приходится использовать криволинейные неструктурированные расчетные сетки. Для аппроксимации дифференциальных уравнений на таких сетках разработан ряд подходов, достоинства и недостатки которых подробно разобраны в диссертации. В результате этого анализа автор отдает предпочтение методу виртуальных элементов, как наиболее адекватному для рассматриваемого в работе класса задач. Кроме того, современные вычислительные стандарты и возможности приводят к необходимости распараллеливания вычислительных алгоритмов с целью использования высокопроизводительных вычислительных систем. Поэтому разрабатываемые вычислительные алгоритмы должны допускать эффективное распараллеливание, что является еще одним актуальным направлением исследований, затронутым в работе.

Структура и содержание работы.

Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения.

Первая глава посвящена построению математической модели фильтрационных течений в деформируемых пористых средах. Модель основана на подходе Ричардса для описания течения подземных вод в условиях переменной насыщенности среды и модели Био для описания напряженно-деформированного состояния пористой среды. Формулируется

необходимые для замыкания модели определяющие соотношения --- закон Дарси и связь между насыщенностью и давлением (напором).

Обсуждаются возможные методы численного интегрирования описывающих модель уравнений в частных производных. Первоначально формулируются необходимые для численного моделирования свойства расчетных сеток, обусловленные спецификой решаемых гидрогеологических задач: неструктурированность, уплощенность ячеек, измельчение к объектам малого масштаба, использование ячеек произвольной многогранной формы.

Приводится обзор современных подходов, позволяющих аппроксимировать дифференциальные уравнения определенного типа на таких сетках. Обосновывается выбор метода виртуальных элементов для дискретизации уравнений упругости и пороупругости.

В третьей главе рассматриваются методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений, возникающих в результате дискретизации уравнений в частных производных. Приводятся общие сведения о системах нелинейных алгебраических уравнений, которые возникают при дискретизации уравнения Ричардса. Описан метод продолжения по параметру, который признан наиболее эффективным применительно к численному интегрированию стационарного уравнения Ричардса. Рассмотрены подходы к решению алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации задач пороупругости.

Четвертая глава посвящена численному моделированию. На ряде гидрогеологических задач выполнено сравнение метода продолжения по параметру с методом установления. Рассмотрены течения подземных вод в теле дамбы, вблизи двух пунктов захоронения радиоактивных отходов и на полигоне твердых бытовых отходов. Эти задачи характеризуются многослойностью и неоднородностью расчетных областей, анизотропией материалов. На примере двух задач с сильной нелинейностью проведено сравнение различных предикторов в методе продолжения по параметру. Исследована сходимость численного решения, получаемого в задачах пороупругости схемой на основе методов конечных объемов и виртуальных элементов, к аналитическому на двух типах расчетных сеток.

Научная новизна.

В диссертации разработаны и апробированы методы решения систем нелинейных алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации стационарного уравнения Ричардса. В частности, показана эффективность метода продолжения по параметру со специальной параметризацией относительной проницаемости. Показано, что этот метод представим в виде процедуры типа предиктор–корректор, исследованы различные предикторы и корректоры с точки зрения влияния на время решения задач. Для связанных задач пороупругости и фильтрации построена численная модель на основе методов конечных объемов и виртуальных элементов. Изучена эффективность различных подходов для решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих в результате линеаризации нелинейных уравнений численной модели.

Практическая и научная ценность работы.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в развитии эффективных методов численного интегрирования связанных задач фильтрации и пороупругости на неструктурированных сетках, что необходимо для моделирования процессов, протекающих в геологических средах. Разработаны вычислительные алгоритмы для численного интегрирования связанных уравнений фильтрации и пороупругости. Эти алгоритмы реализованы в виде программного комплекса. Это позволило встроить их в программный комплекс GeRa. Метод продолжения в GeRa доведен до практического применения и доступен для пользователей.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов.

Достоверность и обоснованность научных результатов гарантируется использованием классических методов математического моделирования для исследования физических процессов с использованием уравнений в частных производных, известных моделей теории нелинейной фильтрации и пороупругости. Автор использовал хорошо зарекомендовавшие себя при решении широкого круга задач методы построения дискретных моделей и решения систем уравнений. Достоверность результатов, полученных в диссертации, подтверждается сравнением результатов расчетов с известными аналитическими решениями тестовых задач и результатами, полученными аттестованными программными средствами.

Замечания по работе:

1. В тензор полных напряжений частично насыщенной пористой среды помимо слагаемых, обусловленных деформацией скелета, добавлено слагаемое, содержащее множителем насыщенность среды водой. Эта линейная зависимость как-либо теоретически обоснована или является произвольным выбором автора?
2. Неясен смысл преобразований уравнения Ричардса от закона сохранения к квазилинейному виду. Так как насыщенность является функцией давления (напора), а пористость давления и следа тензора деформаций, то и влагосодержание определяется этими величинами. Далее достаточно конкретизировать эти зависимости, например, Ван Генухтена – Муалема для насыщенности, линейную для пористости.
3. В работе введены некоторые объекты, которые в дальнейшем не используются и могли быть опущены. К таковым относятся нотация Фойгта и тензор эффективных напряжений. Под последним в диссертации понимается часть тензора напряжений, обусловленная деформацией скелета, хотя обычно этот термин имеет другой смысл.
4. Работа не свободна от опечаток и неудачных формулировок. На стр.9 вместо «ускорить время расчетов» лучше, на мой взгляд, написать «сократить время расчетов». На стр.44 опечатка «.. оператор $A^{-1}b$ ».

Общая оценка работы.

Указанные замечания носят редакционный характер и не умаляют качества работы, которую можно охарактеризовать как законченное самостоятельное исследование, выполненное на высоком научном уровне. Автором получены интересные результаты, имеющие несомненную ценность для моделирования процессов, протекающих в геологических средах. Рассматриваемые в диссертации проблемы актуальны. Постановка

задач, математические модели и численные методы обоснованы и ясно изложены. Результаты работы обладают научной новизной и практической ценностью.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации.

Научные положения и результаты диссертационного исследования неоднократно докладывались на российских и международных конференциях. Результаты диссертации опубликованы в 5 работах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание учёной степени кандидата наук. Автором зарегистрирована (в составе группы разработчиков) программа для ЭВМ (свидетельство о государственной регистрации № 2020611976 «Программа для трёхмерного геофильтрационного и геомиграционного моделирования (GeRa/V2)»).

Считаю, что диссертация «Эффективные методы решения задач фильтрации и пороупругости на неструктурированных сетках» отвечает всем квалификационным требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, установленным «Положения о присуждении ученых степеней», а ее автор, Ануприенко Денис Валерьевич, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), старший научный сотрудник, заведующий кафедрой моделирования и технологий разработки нефтяных месторождений Федерального государственного автономного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт» (национальный исследовательский университет)

Колдоба Александр
Васильевич

«5» июня 2023 г.

Ученый секретарь Ученого совета МФТИ (НИУ),
к.ф.-м.н.



Евсеев Е.Г.

«5» июня 2023 г.