

Учреждение Российской академии наук
Институт вычислительной математики РАН

На правах рукописи

Гусев Анатолий Владимирович

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ ОКЕАНА В
КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ ДЛЯ
ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ МИРОВОГО ОКЕАНА
И ЕГО ОТДЕЛЬНЫХ АКВАТОРИЙ**

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н. Дианский Н. А.

Москва – 2009

Оглавление

Введение	3
1 Математические основы σ-модели циркуляции океана ИВМ РАН и принципы ее численной реализации	10
1.1 Введение	10
1.2 Развитие σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН как составной части модели климатической системы	12
1.3 Формулировка задачи моделирования циркуляции океана	14
1.3.1 Понятие об обобщенных координатах	15
1.3.2 Уравнения гидродинамики океана в обобщенной σ -системе координат на сфере	16
1.4 Основные принципы и особенности численной реализации σ -модели общей циркуляции океана	28
1.4.1 Метод расщепления как методологическая основа построения численной модели циркуляции океана	28
1.4.2 Особенности разностной аппроксимации	31
1.4.3 Методика интегрирования по времени уравнений крупномасштабной циркуляции океана	33
1.5 Выводы	46
2 Воспроизведение климатической циркуляции Мирового океана	48
2.1 Введение	48
2.1.1 Современные модели Мирового океана, используемые для долгосрочных климатических расчетов	49
2.1.2 Расчетные сетки для моделирования глобальной циркуляции океана	51
2.2 Физические параметры модели и условия проведения экспериментов	57
2.3 Результаты расчетов	59
2.3.1 Течения на поверхности, уровень океана и морской лед	59
2.3.2 Экваториальная динамика	63
2.3.3 Характеристики меридиональной циркуляции	66
2.4 Выводы	70
3 Моделирование циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением	74
3.1 Введение	74
3.2 Воспроизведение циркуляции северной части Тихого океана с помощью σ -модели с разрешением $(1/8)^\circ$	75
3.3 Расчёт переноса загрязняющего вещества в северо-западной части Тихого океана по заданным сценариям выбросов	82

3.3.1	Методика расчета распространения пассивной примеси	82
3.3.2	Расчет переноса загрязняющего вещества с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского	85
3.4	Выводы	89
Заключение		91
Приложения		92
А Формулы преобразования координат и методика интерполяции при пе- реходе в криволинейную систему координат		93
A.1	Преобразование подпространства стандартной сферы в криволинейную си- стему с двумя симметрично смещенными полюсами	93
A.2	Практическая реализация преобразования координат и интерполяции . . .	97
В Методики расчета атмосферного воздействия для модели океана и мо- дель эволюции морского льда		100
B.1	Расчет потоков тепла, соли и импульса на поверхности океана	100
B.2	Модель эволюции морского льда, соединенная с сигма-моделью циркуля- ции океана	106
B.2.1	Термодинамика льда	107
B.2.2	Динамика льда	109
С Руководство по использованию модели океана		112
C.1	Структура модели и ее компиляция	112
C.2	Запуск модели	116
C.3	Подготовка данных	125
C.3.1	Подготовка исходных данных в z -координатах	126
C.3.2	Подготовка топографии	126
C.3.3	Подготовка трехмерных полей в σ -координатах	127
C.3.4	Создание температурной маски расчетной области	127
C.3.5	Использование GRIDCON для проверки входной температурной мас- ки	128
C.3.6	Подготовка данных для задания условий на жидких границах . . .	128
C.3.7	Особенности настройки модели и подготовки данных для глобаль- ного океана	129
C.4	Схема работы модели	129
Литература		133

Введение

В настоящее время период интенсивного развития, определяемого в конечном итоге бурным развитием вычислительной техники, переживают модели климатической системы Земли [113]. Ее важнейшими компонентами являются взаимодействующие между собой сложным образом атмосфера, океан и морской лед. Простые модели климатической системы (например, [10]) могут обеспечить лишь грубую количественную оценку некоторых глобально усредненных характеристик климата. Достоверные оценки взаимосвязей между ними и прогноз изменений климата могут быть получены только с помощью комплексных моделей климата. Их основу составляют модели общей циркуляции атмосферы и океана как главных компонентов климатической системы [21, 40, 113]. Поэтому главной задачей, поставленной в настоящей работе, являлось создание модели общей циркуляции океана, способной служить океаническим блоком модели климатической системы Земли, удовлетворяющей современным требованиям [113].

Международные организации, проектирующие научную стратегию по изучению проблемы изменений климата с помощью глобальных климатических моделей, на основе полученных результатов [113] предполагают переход к более сложным климатическим моделям высокого пространственного разрешения. При использовании обычной географической системы координат в окрестности Северного полюса возникает особенность, которая при реализации конечноразностных численных моделей океана требует введения дополнительных приемов, как правило, снижающих эффективность и точность расчетов. Поэтому при моделировании океана существует потребность в устранении этой особенности. Одним из способов ее устранения является использование систем координат, в которых особые точки находятся за пределами расчетной области. Если для региональных моделей, включающих Северный Ледовитый океан (СЛО) [41, 132, 58], достаточно осуществить поворот сферической системы, то для модели глобальной циркуляции океана необходимо использование координатных систем особого вида [143]. Адекватное воспроизведение динамики Северного Ледовитого океана и его ледового покрова важно для формирования циркуляции всего Мирового океана. Поэтому модель общей циркуляции океана должна также воспроизводить динамику и термодинамику морского льда.

Создание эффективной модели гидротермодинамики океана важно и для изучения процессов, формирующих циркуляцию морей и океанов, что в свою очередь, необходимо для потребностей судоходства, рыболовства, прогнозов состояния океана и погоды

и т.д. Актуальность моделирования повышает и то обстоятельство, что сбор натурных данных по океану и проведение наблюдательного эксперимента, особенно в глубинных слоях, связаны с большими трудностями и высокими затратами. Более того, для достоверного прогноза океанической циркуляции необходимо создание системы усвоения данных, и одним из ее основных компонентов должна служить верифицированная модель циркуляции океана. Системы усвоения данных в океане в настоящее время интенсивно развиваются в различных зарубежных и отечественных центрах. Подобная система четырехмерного усвоения, главным компонентом которой является представленная в данной работе модель [60, 157], разрабатывается и в ИВМ РАН.

Основной **целью диссертационной работы** является создание численной модели гидродинамики океана, способной: (1) применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ортогональных систем координат; (2) воспроизводить гидродинамику океана и характеристики морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы; (3) эффективно работать на параллельных вычислительных системах.

Методология исследования заключается в построении модели общей циркуляции океана, использующей в качестве вертикальной σ -координату, а в качестве горизонтальных – различные ортогональные криволинейные системы; объединении модели общей циркуляции океана с моделью динамики-термодинамики морского льда; разработке и реализации методики расчета атмосферного воздействия при заданных характеристиках атмосферы и системы обмена данными между океаном и атмосферой; реализации программного кода на параллельных вычислительных системах на общей памяти; проведении численных экспериментов и сравнительного анализа их результатов с привлечением данных наблюдений и результатов расчетов по другим моделям.

На защиту выносятся:

1. Программный комплекс, предназначенный для использования в качестве океанического блока в модели климата, а также для исследовательских и практических расчетов глобальной и региональной циркуляции океана, включающий:
 - новую версию σ -модели общей циркуляции океана ИВМ РАН, использующую криволинейные ортогональные системы координат, получаемые аналитическим преобразованием декартовой, и реализованную на параллельных вычислительных машинах с общей памятью;
 - систему расчета атмосферного воздействия, состоящую из эффективного алгоритма обмена данными между океаном и атмосферой и модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан;
 - модель динамики и термодинамики морского льда.

2. Результаты расчетов по воспроизведению циркуляции Мирового океана и их сравнение с данными наблюдений и результатами расчетов по другим моделям.
3. Результаты расчетов по воспроизведению циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением.

Научная новизна

Для решения поставленных задач разработана новая версия σ -модели общей циркуляции океана, первоначально реализованная в ИВМ РАН под руководством В.Б. Залесного и впоследствии усовершенствованная Н.А. Дианским [17]. Автором настоящей работы σ -модель ИВМ РАН была впервые реализована в криволинейных ортогональных системах координат и выполнена модификация ее программного кода для реализации на параллельных вычислительных системах с целью повышения быстродействия. Для адекватного воспроизведения характеристик океана в высоких широтах в модель океана была внедрена модель динамики-термодинамики морского льда [58, 109, 72]. Модель также была дополнена автором модулем расчета атмосферного воздействия, с помощью которого эффективно осуществляется обмен данными с атмосферой как для автономных расчетов, так и для ее работы совместно с моделью атмосферы. Этот алгоритм позволяет производить расчеты с использованием данных атмосферного воздействия как для среднеклиматического года, так и для реальных лет. Для моделирования Мирового океана было выбрано более высокое, по сравнению с предыдущей версией модели [17] пространственное разрешение $1^\circ \times 0,5^\circ$ в модельных координатах и 40 неравномерно распределенных по глубине σ -уровней. В настоящее время представленная σ -модель общей циркуляции океана используется в качестве океанического блока в новой версии модели климатической системы Земли IMNCM4.0 без применения процедуры коррекции потоков на поверхности океана.

Научная и практическая значимость

В настоящее время актуальны задачи достоверного диагноза и прогноза изменений климата и выявления причин, которые эти изменения обуславливают. Поскольку одним из основных методов решения этой проблемы является численное моделирование, основные усилия в работе были направлены на создание модели общей циркуляции океана как важного звена климатической системы.

Подготовленный программный комплекс позволяет эффективно использовать представленную модель океана для решения различных научных и практических задач, связанных с моделированием циркуляции как во всем Мировом океане, так и в его обширных акваториях с высоким пространственным разрешением.

Апробация работы

Материалы, вошедшие в диссертационную работу, представлялись на международных и российских конференциях: "Потоки и структуры в жидкостях" (г. Санкт-Петербург,

2007; г. Москва, 2009); "Workshop on Numerical Methods in Ocean Models"(г. Берген, Норвегия, 2007); Ассамблея Европейского геофизического общества (г. Вена, Австрия, 2008–2009); "Полярные исследования - Арктика и Антарктика. Перспективы Международного полярного года"(г. Санкт-Петербург, 2008); "XIV Международная конференция по промысловой океанологии"(г. Светлогорск, Калининградская обл., 2008); Рабочее совещание по итогам российско-германского проекта "Устойчивость шельфовой динамики Арктики и пресноводного баланса в свете глобальных изменений" (г. Гамбург, Германия, 2008); "Фундаментальные проблемы океанологии"(г. Москва, 2008); "Climate Variability in the Tropical Pacific"(г. Москва, 2009). Они также обсуждались на семинарах Института вычислительной математики РАН. Диссертация докладывалась в ИВМ РАН. Кроме того, модель циркуляции океана, представленная в ней, включена в совместную модель циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН INMCM4.0 в качестве океанического блока.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 5 работ в отечественных рецензируемых журналах.

Личный вклад автора в совместные работы можно охарактеризовать как: разработка и реализация моделей, участие в постановке экспериментов, их проведение, участие в обработке и анализе результатов.

Структура диссертации

Работа объемом 143 стр. состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы из 157 наименований. Она содержит 29 рисунков, включая 7 рисунков из приложений. Во **введении** к диссертации обосновывается актуальность темы, формулируются основные цели, а также дается краткий обзор содержания диссертации. Общий обзор литературных источников по темам диссертации во введении не приводится, поскольку такие обзоры помещены во введения к каждой из глав диссертации.

В **первой главе** приводится описание σ -модели общей циркуляции океана, разработанной в ИВМ РАН. Прежняя версия этой модели была существенно модифицирована автором. Будучи изначально рассчитанной на традиционную широтно-долготную систему координат на сфере, модель была переработана автором с целью ее использования в различных криволинейных ортогональных системах координат на неравномерных сетках, что весьма актуально при моделировании глобального океана из-за особенности традиционной системы в районе Северного полюса. В начале главы приводятся некоторые сведения из теории обобщенных координат. Модель основана на полной системе нелинейных (примитивных) уравнений гидротермодинамики океана в приближениях гидростатики и Буссинеска, записанных в σ -системе координат. Главная особенность модели состоит в том, что при ее численной реализации используется метод расщепления по физическим процессам и пространственным координатам. Это дает возможность использовать

эффективные неявные алгоритмы. В главе описаны проведенные (в том числе автором) модификации численной реализации модели, необходимые для включения ее в качестве океанического блока в совместную модель общей циркуляции атмосферы и океана. В частности, автором в модель была включена процедура расчета атмосферного воздействия, рассчитывающая потоки в океан тепла, соли и импульса, а также эффективная система обмена данными, которая позволяет переводить данные как из атмосферы в океан, так и наоборот. Модель океана была также реализована автором на параллельных вычислительных системах и дополнена моделью термодинамики и динамики морского льда, которая повышает адекватность воспроизведения характеристик океана в высоких широтах.

При написании главы решалась попутная задача: дать описание алгоритмов модели так, как они реализованы в ее программном коде. Поэтому эта глава может служить также основой руководства для пользователей модели. Более детальное руководство по использованию модели приведено в Приложении С.

Во **второй главе** диссертации проведены анализ и сравнение с наблюдениями циркуляции Мирового океана, воспроизводимой с помощью разработанной σ -модели. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, полученной путем конформного комплексного преобразования стандартной широтно-долготной системы, что позволяет разместить особые точки системы (полюса) за пределами расчетной области. Пространственное разрешение модели составляет $1^\circ \times 0,5^\circ$ в модельных координатах и 40 неравномерно распределенных по вертикали σ -уровней. В начале главы приводится некоторый обзор исследований из области аналитических ортогональных расчетных сеток [143], где обосновывается практическая важность их построения, а также обзор современных зарубежных моделей аналогичного пространственного разрешения, которые участвовали в серии экспериментов CORE по воспроизведению климатической циркуляции Мирового океана [103].

Главная цель, поставленная во второй главе, – это настройка параметров модели, с целью получения адекватной наблюдениям модельной климатической циркуляции Мирового океана. Такая работа необходима перед включением модели океана в модель климата ИВМ РАН. Важность этой работы обусловлена еще и тем, что в последней не используется коррекция потоков на поверхности океана, и поэтому атмосферный и океанский блоки должны по отдельности хорошо воспроизводить климатические состояния атмосферной и океанической циркуляции.

В этой главе проводится анализ среднегодового режима циркуляции, полученного при интегрировании модели на 100 лет с начального состояния январской климатологии Левитуса с реалистичным заданием атмосферного воздействия, рассчитанного по данным CORE (Data for Common Ocean-Ice Reference Experiments), подготовленным GFDL [99] (см. приложение В). Показано, что модельные распределения океанической циркуляции и термохалинных полей в целом согласуются с данными наблюдений и с расчетами

по другим зарубежным моделям близкого пространственного разрешения.

В **третьей главе** представлены результаты расчетов, полученные с помощью региональной модели высокого пространственного разрешения. Эта модель представляет собой ту же версию модели, которая описана в первых двух главах, но настроенной на акваторию Тихого океана с высоким пространственным разрешением. Включение этих результатов в диссертацию определяется, во-первых, тем, что будущее развитие глобальных климатических моделей океана будет происходить по пути увеличения пространственного разрешения, во-вторых, для демонстрации использования представленной модели океана для решения различных научных и практических задач (в данном случае, был выполнен расчет переноса загрязняющего вещества), и в-третьих, в этой работе удалось воспроизвести интересные пространственно-временные особенности климатического сезонного хода циркуляции Тихого океана, а именно, синоптические вихревые процессы.

Воспроизведение циркуляции Тихого океана выполнено с помощью модели с высоким пространственным разрешением $1/8^\circ$ по долготе и широте. Используются реалистичские донная топография и геометрия суши. Численные эксперименты проведены на 5 лет с начального состояния январской климатологии Левитуса с использованием реалистичного атмосферного воздействия, рассчитанного по данным CORE [99] (см. приложение В). Предварительный анализ результатов моделирования показал достаточно высокую адекватность модели. Так, например, получено меандрирование Курошио и выявлено наличие вихрей и фронтальных зон в области его струи. Затем были выполнены расчеты распространения загрязняющего вещества (ЗВ) с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского. Таким образом, продемонстрировано, что созданная модель циркуляции Тихого океана и переноса ЗВ может использоваться в исследовательских и практических целях. Кроме того, результаты настоящей работы дают представление о процессах формирования гидрологических полей в Тихом океане.

В **заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

В **приложениях** приводятся расчетные формулы для преобразования координат, метрических коэффициентов для криволинейной системы координат и практическая реализация интерполяции (Приложение А), описание методики расчета атмосферного воздействия и модели эволюции морского льда (Приложение В) и практическое руководство по использованию представленной модели океана (Приложение С).

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа по созданию модели общей циркуляции океана и проведение исследования с ее помощью была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 07-05-12033-офи, 06-05-64246-а, 06-05-64477-а, 07-08-00347-а); Министерством науки и технологий Российской Федерации (подпрограмма "Исследование природы Мирового океана" федеральной целевой программы "Мировой океан" по теме "Моделирование

и анализ изменчивости гидрофизических полей Северной Атлантики с высоким пространственным разрешением"); Программой фундаментальных исследований Президиума РАН (подпрограммы П17 "Мировой океан: геология, геодинамика, физика, биология" по теме "Разработка моделей совместной циркуляции Северного Ледовитого океана и Северной Атлантики" и П16 "Изменение окружающей среды и климата: природные катастрофы" по теме "Математическое моделирование возможных катастрофических изменений климата").

Автор выражает благодарность руководству и всем сотрудникам Института вычислительной математики РАН за внимание и полезные обсуждения в ходе выполнения этой работы. Особую признательность автор выражает своему научному руководителю д.ф.-м.н. Н.А. Дианскому за чуткое и внимательное руководство в процессе обучения в аспирантуре и в ходе выполнения всех исследований, проведенных в ИВМ РАН и д.ф.-м.н. В.Б. Залесному за полезные советы и рекомендации при разработке и модификации σ -модели океана. Автор также выражает благодарность академикам В.П. Дымникову, Г.И. Марчуку и А.С. Саркисяну, которые всегда поддерживали работы по созданию моделей Мирового океана; д.ф.-м.н. Е.М. Володину – за помощь по улучшению параметризаций модели глобального океана как компонента климатической модели; к.ф.-м.н. А.В. Багно – за практическую помощь в реализации и внедрении в модель океана модели термодинамики и динамики морского льда; к.ф.-м.н. В.Б. Сухову и д.ф.-м.н. Г.М. Кобелькову – за предложение использования криволинейной системы координат и математическую основу для ее реализации; д.ф.-м.н. С.Н. Мошонкину – за помощь в анализе результатов и идеи для публикаций и докладов; д.ф.-м.н. В.И. Агошкову – за полезные замечания при подготовке диссертационной работы.

Глава 1

Математические основы σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН и принципы ее численной реализации

1.1 Введение

Основу настоящей диссертационной работы составляет σ -модель общей циркуляции океана, первоначально разработанная в ИВМ РАН под руководством Марчука Г. И. Залесным В. Б. [34, 25, 6, 2, 7, 8, 26, 9]. Исходная версия модели использовалась для воспроизведения сезонной климатической термохалинной циркуляции Северной Атлантики с разрешением $5^\circ \times 5^\circ \times 10$ уровней по вертикали под действием внешнего атмосферного воздействия [6]. Далее к модели была добавлена упрощенная "0 – слойная" термодинамическая модель льда [8].

Позднее Дианским Н.А. [17] была проделана работа по модификации этой модели с целью повышения качества воспроизведения ею циркуляции Мирового океана. Модификация состояла в улучшении параметризации физических процессов путем разработки и численной реализации новых блоков модели и оптимизации программного кода модели для повышения ее эффективности [17, 52]. Модификация была также необходима для того, чтобы σ -модель общей циркуляции океана могла служить океаническим блоком модели климатической системы, созданной в ИВМ РАН [18].

В настоящее время известен ряд численных моделей циркуляции океана. Одни (например, [97, 103]) используются для исследования различных аспектов глобальной циркуляции океана (см., например, [154, 117, 93, 44, 27]), другие же (например, [43, 58]) разработаны для изучения особенностей отдельных регионов Мирового океана.

Главная особенность, которая отличает σ -модель общей циркуляции океана ИВМ РАН от хорошо известных зарубежных моделей таких как z-координатной MOM (Modular Ocean Model) [138], основанной на пионерских работах [73, 146, 81], σ -координатной POM (Princeton Ocean Model) [129], универсальной OPA (Ocean PARallélisé) [122], и других (см.,

например, обзоры работы [97, 101], а также отечественные работы [15, 28, 44, 14, 58]), заключается в том, что при ее численной реализации используется метод расщепления [36] по физическим процессам и пространственным координатам.

Наша модель относится к так называемому классу σ -моделей океана. В ней в качестве вертикальной переменной используется безразмерная переменная $\sigma \in [0, 1]$, задаваемая с помощью соотношения

$$\sigma = \frac{z - \zeta}{H - \zeta}, \quad (1.1)$$

где z – физическая вертикальная координата по глубине, H – глубина океана в состоянии покоя, при этом считается, что $H(x, y)$ – ограниченная функция $\zeta < H_{min} \leq H \leq H_{max}$ с ограниченными производными по x, y ; ζ – отклонение уровня океана от его невозмущенного состояния, соответствующего геопотенциальной поверхности $z = 0$. Следует отметить, что наша модель является единственной в мире моделью этого класса, способной воспроизводить климатическую циркуляцию Мирового океана и служить океаническим блоком в совместной модели [101].

Под понятием модель мы будем подразумевать, как это делается в международной литературе (см., например, [138, 122, 129]), сложный комплекс, включающий уравнения гидротермодинамики океана, методику их решения и вычислительную систему, представляющую собой совокупность большого количества программ, предназначенных как собственно для решения системы базовых уравнений, так и служебных программ, необходимых для организации интегрирования этих уравнений, задания параметров области, начальных и граничных условий, а так же для вывода информации, визуализации и обработки результатов расчета циркуляции океана.

Последние годы при активном участии автора работы сопровождалась дальнейшим развитием модели. В частности, в предыдущих версиях модели использовалось приближение "твердой крышки", при котором задача баротропной циркуляции решалась путем получения и разрешения уравнения для функции тока. Такой подход вызывает ряд проблем, связанных с островами и с адекватным описанием обменов через проливы. Поэтому в дальнейшем в модели стало использоваться условие линеаризованной свободной поверхности, позволяющее описывать эволюцию уровенной поверхности океана и не вызывающее проблем островов и проливов. Такая усовершенствованная версия модели использовалась для расчета циркуляции в отдельных океанах с вихредопускающим [41, 132] и вихреразрешающим [4] высокими пространственными разрешениями. В дальнейшем модель была еще более переработана автором и была дополнена блоком расчета атмосферного воздействия [99] и моделью эволюции морского льда [58, 109, 72], которые приведены детально в приложениях В и А. Одним из важнейших достижений по развитию модели стали ее реализация на параллельных вычислительных машинах и обобщение на более широкий класс ортогональных криволинейных систем координат, что является одним из основных результатов настоящей работы. Цель данной главы – дать описание основных принципов построения σ -модели общей циркуляции океана и ее

модификаций, проведенных автором. Здесь автор поставил также задачу отразить современное состояние модели, так чтобы представленное ниже описание могло в некоторой степени служить руководством для использования модели. Более подробное руководство содержится в приложении С.

1.2 Развитие σ -модели циркуляции океана ИВМ РАН как составной части модели климатической системы

Разработка представленной здесь модели началась с работ Марчука Г.И. и Залесного В.Б. [34, 24, 25], в которых приведены лежащие в ее основе уравнения и особенности применения метода расщепления при ее численной реализации. В дальнейшем модель постоянно совершенствовалась [2, 7, 8, 155, 26, 9]. Так в работе [2] процесс интегрирования по времени представлен в виде суперпозиции переноса-диффузии скорости, температуры и солёности с одной стороны и геострофического приспособления полей скорости и плотности (адаптация гидрологических полей) с другой. Это позволяет вести покомпонентное расщепление на этапе переноса-диффузии и чрезвычайно повышает экономичность расчетов.

Впоследствии эта модель была существенно развита [17, 52] с той целью, чтобы она могла служить составной частью модели климатической системы, созданной в ИВМ на основе совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана. Это подразумевает повышение адекватности σ -модели при воспроизведении характеристик циркуляции Мирового океана.

Важнейшие модификации, которые претерпела σ -модель океана за период своего развития, можно систематизировать следующим образом.

1. Повышение качества воспроизведения циркуляции океана за счет включения в модель новых физических параметризаций.
 - Разработка и реализация модуля горизонтального турбулентного обмена тепла и соли, более реалистично описывающая процесс боковой диффузии в σ -системе координат.
 - Разработка и реализация модуля бокового турбулентного обмена для импульса с помощью оператора 4-го порядка, более эффективно подавляющей численный шум и, за счет этого, позволяющей, что особенно важно при расчетах на большие времена, уменьшить коэффициенты диффузии для температуры и солёности.

- Реализация моделей вертикального перемешивания, позволяющие реалистично описывать процесс вертикального турбулентного перемешивания с учетом вертикальной стратификации скорости и плотности.
 - Введение параметризации проникающей коротковолновой радиации.
 - Параметризация квадратичного трения о дно для реалистичного учета стока импульса.
 - Переход к потенциальной температуре и введение новой формулы расчета плотности с учетом сжимаемости морской воды.
2. Увеличение более чем на 50% быстродействия модели за счет оптимизации численных алгоритмов и программного кода.
 3. Разработка и реализация системы подключения модели океана к модели атмосферы для создания совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана.
 4. Написание ряда вспомогательных программ, необходимых для подготовки модели к выполнению расчетов, обработки и анализа результатов моделирования.

При этом улучшение физических параметризаций модели позволило повысить качество воспроизведения циркуляции Мирового океана, в частности существенно улучшилось воспроизведение меридиональных переносов тепла и пресной воды, что очень важно при объединении моделей общей циркуляции атмосферы и океана в совместную модель климата. Практически все подпрограммы исходного кода модели были переписаны с целью оптимизации вычислительного процесса, что позволило существенно увеличить быстродействие модели. Это позволило, например, провести расчеты циркуляции Индийского [125, 19], Атлантического [3] и Тихого [4] океанов с высоким пространственным разрешением, позволяющим явно описывать масштаб Росси.

Автором настоящей работы модель, в свою очередь, была проведена дальнейшая модернизация модели. Основные изменения заключались в следующем:

1. Модификация модельного кода с целью возможности проведения расчетов в различных ортогональных криволинейных системах координат на неравномерных сетках.
2. Повышение качества воспроизведения циркуляции океана за счет включения в модель новых физических параметризаций: **(а)** модуля динамики и термодинамики морского льда; **(б)** модуля расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в океан; **(в)** модуля переноса для температуры и солености, обеспечивающего сохранение содержания тепла и соли в океане.
3. Увеличение быстродействия модели за счет реализации параллельных алгоритмов на общей памяти.

4. Разработка и реализация эффективной системы обмена данными с атмосферой.

Проведенные автором усовершенствования позволили значительно повысить качество модели. В частности, использование параметризаций атмосферного воздействия и морского льда дало возможность более адекватного воспроизведения особенностей полярных регионов (например, совместной циркуляции Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана [132]), а возможность работы модели в различных системах координат позволяет при ее реализации на различных областях (глобальных и региональных) эффективно выбирать из множества координатных систем наиболее подходящую [132, 41, 157].

1.3 Формулировка задачи моделирования циркуляции океана

В основе модели лежит система уравнений гидродинамики в приближениях гидростатики и Буссинеска. При записи этих уравнений также используются приближения, что Земля имеет форму шара и ускорение свободного падения $g = 982 \text{ см/с}^2$ – постоянно. Обоснование этих приближений приводится, например, в [13]. При использовании приближения гидростатики, когда вертикальный компонент градиента давления точно уравновешивается силой тяжести, как правило, применяются дополнительные упрощения [22] (запись уравнений не в полной сферической системе координат, а в так называемом "цилиндре над сферой" постоянного радиуса, когда пренебрегают изменением радиуса земли при изменении вертикальной координаты; пренебрежение составляющими силы Кориолиса от вертикального компонента скорости). Именно такая система уравнений носит название примитивных уравнений гидродинамики. Пренебрежение изменением расстояния до центра Земли при изменении вертикальной координаты в пределах толщи океана вполне можно сделать, еще и потому, что отношение средней глубины океана к радиусу Земли составляет около $5 \cdot 10^{-4}$. Эта так называемая система координат "цилиндр над сферой" используется практически во всех известных моделях общей циркуляции океана [29, 58, 138, 122, 129, 101]¹. Подробная теоретико-математическая формулировка уравнений, лежащих в основе модели, приводится также в [60, 157]. Ниже мы приводим ту формулировку уравнений модели, на основе которой выполнена численная реализация.

По-видимому, впервые эта система уравнений использовалась для построения модели циркуляции океана в работе Брайена [73]. При этом использовалось условие "твердой крышки" на поверхности океана, позволяющее вводить для расчета осредненной по глубине циркуляции т.н. баротропную функцию тока, которая становится прогностической переменной модели. Использование функции уровня океана, даже при условии твердой крышки, предложено Саркисяном А.С. [48, 49, 50]. Его последователями Ибраевым Р.А.

¹Следует отметить, что в работе [60] приводится запись уравнений гидротермодинамики с поправкой на это приближение.

и Яковлевым Н.Г. функция уровня в моделях динамики океана сначала использовалась при условии твердой крышки [28, 57], а затем и в случае "свободной поверхности океана" [29, 58]. В работе [114] была предложена методика включения расчета свободной поверхности океана для модели Брайана, которая была реализована в версии МОМ 3 [138].

Как уже было сказано выше, наша модель относится к классу т.н. σ -моделей океана (см. обзорную статью [97]). Наиболее известная модель, относящаяся к этому классу – это РОМ [129], разрабатываемая с 1977 г. [68, 69].

Математические проблемы разрешимости примитивных уравнений исследуются в работах [150, 115, 32, 1].

1.3.1 Понятие об обобщенных координатах

На практике часто бывает необходима постановка задачи в различных системах координат, отличных от стандартных декартовых [122, 56]. Приведем некоторые сведения из теории обобщенных координат, чтобы далее записать уравнения гидротермодинамики океана в обобщенной форме.

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$ – система координат в $\mathbf{R}^3$ с набором базисных векторов $\hat{\mathbf{e}}^{(\mathbf{X})} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)^{(\mathbf{X})}$. Тогда скалярное произведение векторов $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ в этих координатах вычисляется как $(\mathbf{P}, \mathbf{Q})^{(\mathbf{X})} = \mathbf{p}^T G^{(\mathbf{X})} \mathbf{q}$, где $\mathbf{p}$ и $\mathbf{q}$ – координатные столбцы векторов $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ в базисе $\hat{\mathbf{e}}^{(\mathbf{X})}$, $G^{(\mathbf{X})}$ – симметричная и положительно определенная матрица метрики, элементы которой $G_{ij}^{(\mathbf{X})}$ определяются по формуле: $G_{ij}^{(\mathbf{X})} = (\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$. Здесь и далее положим систему координат $\mathbf{X}$ декартовой, тогда $G^{(\mathbf{X})}$ является единичной матрицей $G^{(\mathbf{X})} = \text{diag}(1, 1, 1)$.

Рассмотрим произвольную систему обобщенных координат $\mathbf{Y} = (x, y, z)$. Переход от декартовой системы координат к произвольной задается так называемым дифференциалом преобразования:

$$D\mathbf{Y}/D\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X_1} & \frac{\partial x}{\partial X_2} & \frac{\partial x}{\partial X_3} \\ \frac{\partial y}{\partial X_1} & \frac{\partial y}{\partial X_2} & \frac{\partial y}{\partial X_3} \\ \frac{\partial z}{\partial X_1} & \frac{\partial z}{\partial X_2} & \frac{\partial z}{\partial X_3} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

Если преобразование (1.2) – невырожденное, то существует обратный дифференциал

преобразования:

$$D\mathbf{X}/D\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x} & \frac{\partial X_1}{\partial y} & \frac{\partial X_1}{\partial z} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x} & \frac{\partial X_2}{\partial y} & \frac{\partial X_2}{\partial z} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x} & \frac{\partial X_3}{\partial y} & \frac{\partial X_3}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

а в каждой точке пространства можно построить систему локальных базисных векторов $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$, направленных вдоль соответствующих обобщенных координат, причем

$$\mathbf{i} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial x}, \frac{\partial X_2}{\partial x}, \frac{\partial X_3}{\partial x} \right)^T, \quad \mathbf{j} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial y}, \frac{\partial X_2}{\partial y}, \frac{\partial X_3}{\partial y} \right)^T, \quad \mathbf{k} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial z}, \frac{\partial X_2}{\partial z}, \frac{\partial X_3}{\partial z} \right)^T. \quad (1.4)$$

Если $(D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T(D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})$ – диагональная матрица, то локальная система базисных векторов $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}) = \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial z} \right)$ является ортогональной и система координат (x, y, z) также называется ортогональной. В этом случае преобразованная матрица метрики является диагональной с положительными числами на диагонали и имеет вид:

$$G^{(\mathbf{Y})} = (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y})^T G^{(\mathbf{X})} (D\mathbf{X}/D\mathbf{Y}) = \text{diag}(r_1^2, r_2^2, r_3^2). \quad (1.5)$$

Отсюда видно, что числа r_i , называемые *метрическими коэффициентами*, могут быть вычислены по формуле:

$$r_i = \left| \left(\frac{\partial X_1}{\partial i}, \frac{\partial X_2}{\partial i}, \frac{\partial X_3}{\partial i} \right) \right|, \quad i = x, y, z. \quad (1.6)$$

Таким образом, имея формулы для преобразования координат и расчета метрических коэффициентов, можно вывести уравнения динамики океана в обобщенной форме.

1.3.2 Уравнения гидродинамики океана в обобщенной σ -системе координат на сфере

Поскольку форма Земли в большинстве случаев предполагается шарообразной, наибольший интерес для моделирования океана представляют системы координат, в которых подпространство координат (x, y) , являющееся эквипотенциальной поверхностью, является сферой. Поэтому в дальнейшем речь будет идти только о таких системах координат.

В случае классической сферической системы (λ, φ, z) , называемой в дальнейшем стандартной (подпространство координат (λ, φ) будем также называть стандартной сферой), преобразование координат задается следующим образом:

$$\begin{aligned} X_1 &= (R - z) \cos \lambda \cos \varphi, \\ X_2 &= (R - z) \sin \lambda \cos \varphi, \\ X_3 &= (R - z) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где λ – долгота, отсчитываемая от некоторого нулевого меридиана, φ – широта, отсчитываемая от экватора, z – глубина, отсчитываемая от поверхности сферы радиуса R в направлении ее центра. Метрические коэффициенты такой системы рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} r_\lambda &= (R - z) \cos \varphi, \\ r_\phi &= (R - z), \\ r_z &= 1. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Большинство моделей крупномасштабной циркуляции океана основаны на примитивной системе уравнений гидротермодинамики океана, в которой, помимо приближений гидростатики и Буссинеска, используется предположение о постоянном радиусе Земли, а все уравнения записываются в цилиндрическом слое над сферой. Следует заметить, что такого рода система координат, строго говоря, не является ортогональной [30]. Но на практике, ввиду малости глубины океана по сравнению с радиусом Земли, этим фактором часто пренебрегают. Таким образом, с учетом данного замечания, дальнейшие рассуждения относительно ортогональности будут справедливыми, если дальнейшие преобразования координат производить только в подпространстве (λ, φ) .

Чтобы записать систему уравнений гидротермодинамики океана в обобщенных координатах, ее бывает удобно изначально записать в векторно-инвариантной форме [122]. В криволинейной ортогональной (с учетом вышеуказанных оговорок) z -системе координат (x, y, z) с базисными векторами $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$, определяемыми (1.4) (в каждой точке области океана базисный вектор $\mathbf{k}$ сонаправлен радиусу Земли), система уравнений (в приближениях гидростатики и Буссинеска, радиус Земли положен постоянным) имеет вид:

$$\frac{\partial [\mathbf{U}]_h}{\partial t} = - \left[(\nabla \times \mathbf{U}) \times \mathbf{U} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}^2) \right]_h - l \mathbf{k} \times [\mathbf{U}]_h - \frac{1}{\rho_0} [\nabla p]_h + D^{\mathbf{U}}, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g, \quad (1.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot (\theta \mathbf{U}) + D^\theta + R^\theta, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot (S \mathbf{U}) + D^S, \quad (1.13)$$

$$\rho = \rho(T, S, p), \quad (1.14)$$

где $\mathbf{U} = (u, v, w)$ – вектор скорости течения в точке (x, y, z) в координатах $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$; θ – потенциальная температура, S – соленость, $\nabla, \nabla \cdot, \nabla \times$ – соответственно операторы градиента, дивергенции и ротора; $[\cdot]_h$ – оператор проекции на подпространство $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$; $l = 2(\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{k})$ – сила кориолиса, $\boldsymbol{\Omega}$ – угловая скорость вращения Земли; $D^{\mathbf{U}}, D^\theta$ и D^S – операторы параметризации маломасштабной физики (диффузии и вязкости), p – давление, ρ_0 – фоновая плотность, ρ – отклонение плотности от некоторого равновесного профиля, R^θ – внутренний источник тепла, обусловленный проникающей солнечной радиацией. Здесь

в общей форме записи (1.9) не приводятся граничные условия для системы, поскольку их частный вид определяется видом турбулентных операторов D^U , D^θ и D^S .

Рассмотрим произвольную ортогональную систему координат с метрическими коэффициентами r_x, r_y, r_z , где x, y, z - обобщенные координаты, а $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ единичные векторы, направленные вдоль соответствующих координат.

Для того, чтобы записать систему уравнений гидротермодинамики океана в такой произвольной системе, необходимо задать в ней операторы градиента, дивергенции и ротора для скалярной функции ϕ и векторного поля $\Phi = (\phi_x, \phi_y, \phi_z)$:

$$\nabla \phi = \mathbf{i} \frac{1}{r_x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{1}{r_y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{1}{r_z} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (1.15)$$

$$\nabla \cdot \Phi = \frac{1}{r_x r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y r_z \phi_x) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x r_z \phi_y) + \frac{\partial}{\partial z} (r_x r_y \phi_z) \right), \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \Phi = & \mathbf{i} \frac{1}{r_y r_z} \left(\frac{\partial}{\partial y} (r_z \phi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r_y \phi_y) \right) + \\ & + \mathbf{j} \frac{1}{r_z r_x} \left(\frac{\partial}{\partial z} (r_x \phi_x) - \frac{\partial}{\partial x} (r_z \phi_z) \right) + \\ & + \mathbf{k} \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial}{\partial x} (r_y \phi_y) - \frac{\partial}{\partial y} (r_x \phi_x) \right). \end{aligned} \quad (1.17)$$

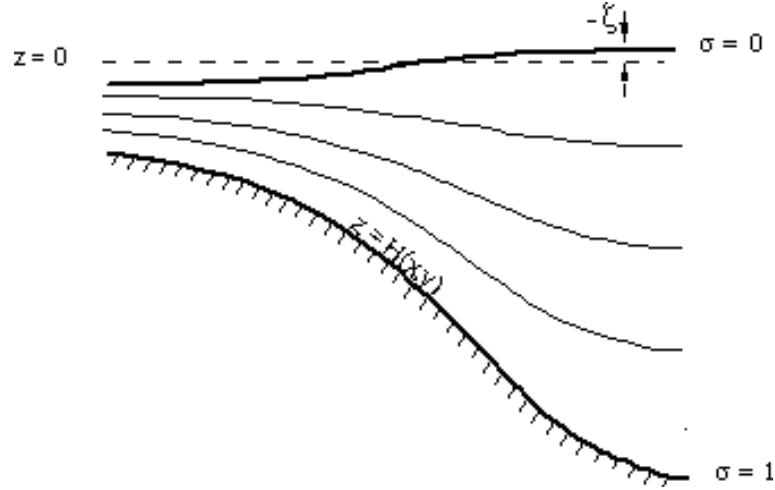
При произвольном невырожденном преобразовании вертикальной координаты система координат, вообще говоря, не является ортогональной, поэтому для корректной записи уравнений в системе с преобразованной вертикальной координатой необходимо выполнить некоторые дополнительные преобразования.

Одной из часто используемых вертикальных координат является так называемая сигма-система, в которой вертикальная координата $\sigma \in [0, 1]$ задается с помощью соотношения:

$$\sigma = \frac{z - \zeta(x, y, t)}{H(x, y) - \zeta(x, y, t)}, \quad (1.18)$$

где x и y - обобщенные горизонтальные координаты (которые здесь и далее полагаются ортогональными), z - направленная вниз обычная вертикальная координата по глубине, с началом на невозмущенной поверхности океана; H - глубина океана в состоянии покоя; ζ - отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности. На рис. 1.1 схематически изображено распределение σ уровней по глубине.

При переходе к новой системе (x_1, y_1, σ, t_1) : $x_1 = x$, $y_1 = y$, $\sigma = \frac{z - \zeta(x, y, t)}{H(x, y) - \zeta(x, y, t)}$, $t_1 = t$ исходные уравнения термогидродинамики океана [73, 24], использующие приближения Буссинеска и гидростатики, переписываются путем замены частных производных

Рис. 1.1. Схематическое распределение σ -уровней по глубине океана.

согласно соотношениям:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial y_1} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t_1} - \frac{1}{h} \frac{\partial Z}{\partial t_1} \frac{\partial}{\partial \sigma},\end{aligned}\tag{1.19}$$

где x и y – обобщенные координаты, образующие ортогональное подпространство, t – время, $H = H(x, y)$ – невозмущенная глубина океана, $h = H - \zeta$ – эффективная глубина океана, $Z = \sigma h + \zeta$ – геопотенциальная z -координата как функция новых координат. Вывод уравнений геофизической гидротермодинамики при переходе от координаты обычной глубины z к σ -координате приведен, например, в работах [140, 68, 69, 2]. Далее мы будем опускать индекс "1" при координатах.

Используя (1.15) и (1.16), введем для нашей системы координат (x, y, σ) с единичными векторами локального базиса ($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$) дифференциальные операторы, являющиеся некими упрощенными аналогами (в силу неортогональности σ -системы) операторов градиента и дивергенции для скалярной функции ϕ и векторного поля $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$:

$$\begin{aligned}\text{grad } \phi &= \mathbf{i} \frac{1}{r_x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{1}{r_y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{1}{h} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}, \\ \text{div } \Phi &= \frac{1}{r_x r_y h} \left(\frac{\partial (r_y h \phi_1)}{\partial x} + \frac{\partial (r_x h \phi_2)}{\partial y} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial \phi_3}{\partial \sigma}.\end{aligned}\tag{1.20}$$

Будем использовать также обозначения grad_h и div_h для двумерных аналогов операторов боковых градиента и дивергенции, действующие на поверхностях $\sigma = \text{const}$, получаемые из (1.20) отбрасыванием членов с производными по σ .

Здесь под упрощениями также понимается (о чем было сказано выше), что если система координат задана в сферическом слое, то в выражениях для метрических коэффициентов радиус-вектор полной сферической системы заменяется средним радиусом

Земли, а частные производные по радиусу-вектору заменяются производными по σ , как это обычно делается в моделях океана (см., например, [138, 129, 122]). Обоснование этого можно найти также в [22, 150]. Например, если используется система координат над стандартной сферой, метрические коэффициенты r_λ и r_φ имеют вид:

$$r_\lambda = a \cos \varphi \quad \text{и} \quad r_\varphi = a, \quad (1.21)$$

где $a = 6370 \cdot 10^5$ см – величина¹ среднего радиуса Земли.

Для того, чтобы определить метрические коэффициенты в криволинейной системе координат, получаемой путем преобразования сферического подпространства, достаточно иметь формулу этого преобразования, а также значения метрики для стандартной сферы. Используя формулы (1.2)–(1.6), можно показать, что если r_λ, r_φ – метрические коэффициенты для стандартной сферы (λ, φ) , то для обобщенной сферы (x, y) метрические коэффициенты рассчитываются по формулам, использующим компоненты обратного дифференциала преобразования $(\lambda, \varphi) \rightarrow (x, y)$:

$$\begin{aligned} r_x &= \left(\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} r_\varphi \right)^2 \right)^{1/2}, \\ r_y &= \left(\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} r_\varphi \right)^2 \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Отметим, что при условии полной свободной поверхности переход в σ -систему координат приводит к появлению в системе уравнений гидротермодинамики дополнительных нелинейных членов и усложняет ее практическую реализацию. Однако, полученную полную систему уравнений можно существенно упростить, если ввести предположение о том, что отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности, за исключением узких прибрежных областей, намного меньше глубины океана, $\zeta \ll H$. Это позволяет оставить переменной по времени эффективную глубину океана h и вертикальную координату Z только в производных по времени. В пространственных же производных можно положить $h \approx H$ и $Z \approx \sigma H$. Такая система, в которой используется предложенная автором линеаризация, и лежит в основе построения численной реализации модели.

Приведем полную систему уравнений крупномасштабной гидротермодинамики океана при предположении $\zeta \ll H$:

$$D_t u - (l + \xi) v H = -\frac{H}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + F u, \quad (1.23)$$

$$D_t v + (l + \xi) u H = -\frac{H}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + F v, \quad (1.24)$$

$$\text{div}_h \mathbf{u} + \frac{1}{H} \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = \frac{1}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (1.25)$$

¹При реализации модели используется система CGCS.

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_\theta \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D \theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \quad (1.26)$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_S \frac{\partial S}{\partial \sigma} + D S, \quad (1.27)$$

$$\rho = \hat{\rho}(\theta, S + 35^\circ/\text{oo}, p_w) - \hat{\rho}(0, 0, \rho_0 g \sigma H). \quad (1.28)$$

Здесь $\mathbf{u} = (u, v)$ – вектор горизонтальной скорости, u и v – зональный и меридиональный компоненты скорости течения; ω – вертикальная скорость в σ -системе координат, связанная с вертикальной скоростью w в обычной z -системе координат соотношением

$$\omega = w - \left(\frac{u}{r_x} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial t} \right). \quad (1.29)$$

θ – потенциальная температура (см., например, [13]); R – поток проникающей солнечной радиации; S – соленость за вычетом константы $35^\circ/\text{oo}$; ρ – отклонение плотности воды от некоторого среднего профиля плотности, зависящего только от давления столба жидкости $\rho_0 g z$ со средней плотностью в океане $\rho_0 = 1,025$ г/см³ на глубине $z = \sigma H$. Само нелинейное уравнение состояния $\hat{\rho}(\theta, S + 35^\circ/\text{oo}, p_w)$ для расчета плотности воды (в г/см³), учитывающее сжимаемость за счет давления столба воды p_w взято из [74] и представляет собой полиномиальное выражение следующего вида:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(\theta, S, p_w) = & 0,9999079399 + 5,07043 \cdot 10^{-4} p_w - 5,43283 \cdot 10^{-7} p_w p_w + \\ & + (5,10768 \cdot 10^{-05} - 3,69119 \cdot 10^{-06} p_w + 6,54837 \cdot 10^{-09} p_w^2) \theta + \\ & + (8,05999 \cdot 10^{-04} - 9,34012 \cdot 10^{-07} p_w + 1,38777 \cdot 10^{-09} p_w^2) S - \\ & - (7,40849 \cdot 10^{-06} - 5,33243 \cdot 10^{-08} p_w + 1,01563 \cdot 10^{-10} p_w^2) \theta^2 - \\ & - (3,01036 \cdot 10^{-06} - 1,75145 \cdot 10^{-08} p_w + 2,34892 \cdot 10^{-11} p_w^2) \theta S + \\ & + (3,32267 \cdot 10^{-08} - 3,25887 \cdot 10^{-10} p_w + 4,98612 \cdot 10^{-13} p_w^2) \theta^3 + \\ & + (3,21931 \cdot 10^{-08} - 1,65849 \cdot 10^{-10} p_w + 2,17612 \cdot 10^{-13} p_w^2) \theta^2 S, \\ \text{где } & -2^\circ\text{C} < \theta < 40^\circ\text{C}, \quad 0^\circ/\text{oo} < S < 42^\circ/\text{oo}, \quad 0 < p_w < 100\text{МПа}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Полагая в (1.30) $p_w = 0$ мы получим выражение для потенциальной плотности. Далее для простоты отклонение плотности воды ρ , вычисляемое согласно (1.28), мы будем называть просто плотностью.

Параметр Кориолиса $l = 2\tilde{\Omega} \sin \varphi$, где $\tilde{\Omega} = \frac{2\pi(1 + \frac{1}{365.24})}{86400}$ с⁻¹ – угловая скорость вращения Земли с учетом годового вращения вокруг Солнца, а φ – географическая широта, в случае необходимости выражаемая через произвольные модельные координаты; $\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right)$ – слагаемое, возникающее из уравнения переноса импульса при преобразовании в криволинейную систему координат; ν , ν_θ и ν_S – коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости (для u и v) и диффузии (для θ и S), причем полагается, что $\nu_\theta = \nu_S$; p_a – атмосферное давление на поверхности океана. Коэффициенты ν , ν_θ и ν_S в случае устойчиво стратифицированного вертикального профиля потенциальной плотности рассчитываются согласно параметризации Пакановского-Филандера [137] или

Монина-Обухова [35, 116], а в случае неустойчивого – конвекция параметризуется как вязкость/диффузия с большими коэффициентами.

При выводе уравнений (1.23) и (1.24) для расчета компонентов горизонтального градиента давления P_x и P_y , вызванных возмущениями плотности, использовалось приближение гидростатики в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = g\rho h, \quad (1.31)$$

где p – возмущение давления. Путем несложных преобразований и вынесения производных по пространству уровня океана в отдельные слагаемые компоненты горизонтального градиента давления P_x и P_y в (1.23) и (1.24) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{2}g \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^\sigma \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial x} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right), \\ P_y &= \frac{1}{2}g \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^\sigma \left(\rho - \sigma \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma \right) - \sigma \left(\frac{\partial H}{\partial y} \rho - H \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right). \end{aligned} \quad (1.32)$$

Одна из трудностей применения σ -моделей динамики океана связана с наличием погрешности аппроксимации горизонтального градиента давления. В геопотенциальной z -системе координат, если плотность не зависит от горизонтальных координат x и y , то бароклинных течений не возникает. В σ -системе координат из-за погрешности разностной аппроксимации градиентов давления вдоль поверхностей $\sigma = const$ возникают ненулевые скорости. Иногда, при ярко выраженной стратификации плотности по вертикали и при больших градиентах топографии дна, эти фиктивные скорости могут быть значительными. Представление компонентов горизонтального градиента давления в виде (1.32) позволяет уменьшить эти погрешности, так как $P_x = P_y = 0$ для линейного по глубине профиля плотности $\rho = const \cdot \sigma H$, который может давать значительный вклад в полный вертикальный профиль. Использование уравнения состояния в виде (1.28) так же позволяет уменьшить эту ошибку, поскольку заранее вычитается та часть нелинейного по глубине профиля плотности, которая не дает вклада в *горизонтальный*¹ градиент давления, поскольку не зависит от x и y .

Оператор переноса, входящий в состав полной производной компонентов скорости в (1.23) и (1.24), используется в полудивергентной, симметризованной форме:

$$\begin{aligned} D_t \phi &= \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial h \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2r_x r_y} \left[r_y H u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + r_x H v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\omega \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma} \right), \end{aligned} \quad (1.33)$$

где ϕ – это u или v . С учетом (1.25) полудивергентный вид оператора переноса (1.33) в дифференциальной постановке эквивалентен градиентной и дивергентной формам его

¹Под горизонтальными понимаются поверхности $z = const$.

записи. С вычислительной точки зрения полудивергентная форма обладает следующими полезными свойствами:

- она сохраняет квадратичный интеграл переносимой величины по замкнутой области при условии непротекания на твердых границах (свойство кососимметрии оператора переноса) вне зависимости от выполнения уравнения неразрывности [20];
- она допускает простую конечноразностную аппроксимацию, сохраняющую свойство кососимметрии [20, 36];
- в случае, если область состоит из набора прямоугольников на сфере, из формы записи естественным образом следует разложение оператора задачи на сумму трех простых неотрицательных (в случае условия непротекания на границах) операторов переноса по координатам x , y , σ , каждый из которых в отдельности сохраняет квадратичный интеграл величины.

Данная форма записи позволяет свести трехмерную задачу к совокупности трех одномерных, каждая из которых может быть реализована с использованием неявных методов интегрирования по времени.

В новой версии модели оператор переноса, входящий в состав полной производной скалярных полей в (1.26) и (1.27), используется в дивергентной форме (в отличие от предыдущей версии, где использовалась та же форма записи (1.33), что и в уравнениях движения):

$$\tilde{D}_t \phi = \frac{\partial h \phi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y H u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v \phi) \right] + \frac{\partial \omega \phi}{\partial \sigma}, \quad (1.34)$$

где ϕ – это θ , S , а также при необходимости любые другие скалярные поля, часто называемые термином "трассер". Это связано с тем, что полудивергентная форма записи, подходящая для переноса компонентов импульса и позволяющая разложить оператор на неотрицательные составляющие, при покоординатном расщеплении оператора в общем случае не сохраняет первый интеграл переносимой величины, а также способна создавать ее ложные локальные источники. Поэтому оператор переноса трассера используется без расщепления по координатам, и соответствующие процедуры численно реализованы автором явными методами интегрирования по времени.

С целью более физического описания процессов крупномасштабной динамики океана в работе [17] операторы боковой вязкости F и диффузии D в (1.23), (1.24), (1.26) и (1.27) были реализованы в новой форме, по сравнению с ранними версиями модели [2, 7, 8, 26]. Это позволило значительно улучшить качество воспроизведения общей циркуляции океана [17]. Здесь и ниже используется термин *боковой*, а не горизонтальной диффузии или вязкости, т.к. в σ -системе координат эти процессы необязательно должны следовать горизонтальным поверхностям.

Оператор боковой диффузии D тепла и соли выбирается одинаковым для θ и S в (1.26) и (1.27) и выписывается в универсальном виде:

$$D \phi = \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial x} \left[K^x H \frac{r_y}{r_x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K^x H \frac{r_y}{r_x} \kappa_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left[K^y H \frac{r_x}{r_y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right] - \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[K^y H \frac{r_x}{r_y} \kappa_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \right], \quad (1.35)$$

где ϕ есть либо θ либо S , $K^x(x, y, \sigma H)$ и $K^y(x, y, \sigma H)$ – коэффициенты горизонтальной диффузии 2-го порядка вдоль x и y , выбираемые как некоторые функции от пространственных координат. Переменные κ_x и κ_y в данном операторе задают одну или комбинацию нескольких функций, вдоль изоповерхностей которых происходит диффузия. В общем случае предусмотрена следующая форма записи:

$$\begin{aligned} \kappa_x &= \alpha \frac{\partial Z / \partial x}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial x}{\partial \rho_p / \partial \sigma}, \\ \kappa_y &= \alpha \frac{\partial Z / \partial y}{\partial Z / \partial \sigma} + \beta \frac{\partial \rho_p / \partial y}{\partial \rho_p / \partial \sigma}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

При $\alpha = 0$, $\beta = 0$ оператор принимает простейший вид, описывающий диффузию вдоль сигма-поверхностей. Если $\alpha = 1$, $\beta = 0$, то оператор будет описывать диффузию вдоль геопотенциальных плоскостей, полностью эквивалентную таковой в обычной z -системе [17]. Если же $\alpha = 0$, $\beta = 1$, то будет описываться диффузия вдоль изоповерхностей потенциальной плотности (изопикническая диффузия) [92]. Возможны также другие положительные комбинации параметров α и β .

Форма (1.35) оператора универсальной диффузии второго порядка в σ -системе координат может быть выписана в форме, похожей на приближенную форму изопикнической диффузии, приведенную в работах [142, 82, 92] в пренебрежении членами второго порядка малости:

$$D = H \operatorname{div}(\mathbf{K} \operatorname{grad}) , \quad (1.37)$$

где оператор поворота $\mathbf{K}$ представляет собой симметричный тензор второго порядка, включающий в себя коэффициенты диффузии K^x и K^y в меридиональном и зональном направлениях. Элементы $\mathbf{K}$ связаны с наклонами горизонтальной поверхности по отношению к поверхностям $\sigma = \text{const}$ в данной точке:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K^x & 0 & -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} \\ 0 & K^y & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} \\ -K^x \frac{\kappa_x}{r_x} & -K^y \frac{\kappa_y}{r_y} & K^x \left(\frac{\kappa_x}{r_x} \right)^2 + K^y \left(\frac{\kappa_y}{r_y} \right)^2 \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Исходный простой вид оператора боковой вязкости 2-го порядка в (1.23) и (1.24) дополняется оператором 4-го порядка [17], так, что F представляет собой их комбинацию:

$$F \phi = F^1 \phi + F^2 \phi, \quad (1.39)$$

где ϕ есть либо u либо v , а F^1 и F^2 имеют вид

$$F^1 = H \operatorname{div}_h(\mathbf{A} \operatorname{grad}_h), \quad (1.40)$$

и

$$F^2 = -H \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h \right) \right)^2. \quad (1.41)$$

В (1.40) и (1.41) $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ представляют собой диагональные тензоры второго порядка:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A^x & 0 \\ 0 & A^y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B^x & 0 \\ 0 & B^y \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

где $A^x = A^x(x, y)$, $A^y = A^y(x, y)$, $B^x = B^x(x, y)$ и $B^y = B^y(x, y)$ – коэффициенты вязкости для операторов 2-го и 4-го порядков вдоль x и y , задаваемые как некоторые функции пространственных координат.

В уравнениях движения используется простой вид боковой вязкости (1.40) и (1.41), действующей вдоль σ -поверхностей, а также опущены слагаемые, содержащие младшие производные от компонентов скоростей, которые играют роль только в непосредственной близости к полюсам расчетной системы координат [54]. Это связано с тем, что за исключением узкой приэкваториальной области, течения в океане хорошо удовлетворяют приближению квазигеострофики. Они согласованы с пространственным распределением плотности, определяемым полями температуры и солености. В связи с этим вид оператора крупномасштабной турбулентной диффузии более важен в модели общей циркуляции океана по сравнению с оператором, описывающим крупномасштабную турбулентную вязкость. Варьируя значениями A^x , A^y , B^x и B^y можно добиваться, чтобы основная часть вязкой диссипации осуществлялась либо оператором 2-го, либо 4-го порядков. При этом оператор 4-го порядка, по сравнению с оператором вязкости 2-го порядка, более эффективно подавляет высокочастотные пространственные гармоники и менее искажает основное крупномасштабное решение. Следовательно, применение оператора 4-го порядка позволяет более физично осуществлять сток турбулентной кинетической энергии в высокочастотной области пространственного спектра, плохо разрешаемой вследствие использования конечноразностной аппроксимации, и эффективнее подавлять возникающий из-за этого численный шум.

Как показали численные эксперименты использование оператора 4-го порядка в качестве основного диссипатора существенно повышает адекватность модели, т.к. позволяет значительно уменьшить коэффициенты диффузии для θ и S и, таким образом, повысить роль адвекции, что особенно важно при достаточно грубом пространственном

разрешении модели. Следует отметить также, что коэффициенты боковой вязкости и диффузии, наряду с коэффициентами вертикального турбулентного обмена являются основными параметрами при настройке модели океана.

Система уравнений (1.23)–(1.28) рассматривается на интервале по времени $(t_0, t_e]$ в трехмерной области $\mathcal{D} = \Omega \times [0, 1]$, где Ω – в общем случае неодносвязная поверхность на сфере радиуса a с границей Γ . Таким образом граница области $\partial\mathcal{D}$ состоит из невозмущенной поверхности моря $\sigma = 0$, боковой (береговой) поверхности $\Sigma = \Gamma \times [0, 1]$ и дна $\sigma = 1$, соответствующей поверхности $z = H(x, y)$ в обычной системе координат. Боковая граница состоит из участков твердых берегов Σ_s и жидких границ Σ_l , так что $\Sigma = \Sigma_s \cup \Sigma_l$.

К системе уравнений присоединяются соответствующие граничные и начальные условия следующего вида.

На поверхности океана $\sigma = 0$:

– для компонентов горизонтальной скорости

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0}, \quad (1.43)$$

где (τ_x, τ_y) – вектор напряжения трения ветра на поверхности океана;

– для вертикальной скорости ставится условие

$$\omega \Big|_{\sigma=0} = 0, \quad (1.44)$$

которое в z -системе соответствует линеаризованному кинематическому условию $w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$.

– для температуры и солёности

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right]_{\sigma=0} \equiv - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = q_\phi, \quad (1.45)$$

где ϕ есть либо θ либо S , а q_θ и q_S нормированные значения потоков тепла и соли на поверхности океана, которые могут зависеть от решения на поверхности океана. Поток q_θ рассчитывается с учетом потоков явного и скрытого тепла, длинноволновой и коротковолновой радиации и потока, вызванного наличием льда, а q_S – с учетом баланса пресной воды, обусловленного осадками, испарением, стоком рек и образованием или таянием льда.

На дне $\sigma = 1$:

– условие непротекания, имеющее в σ -системе координат вид:

$$\omega \Big|_{\sigma=1} = 0, \quad (1.46)$$

согласно (1.29), соответствующее условию $w \Big|_{z=H} = u \Big|_{z=H} \frac{1}{r_x} \frac{\partial H}{\partial x} + v \Big|_{z=H} \frac{1}{r_y} \frac{\partial H}{\partial y}$ в z -системе координат;

– условие квадратичного придонного трения

$$-\frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = C_D \sqrt{u^2 + v^2 + e_b^2} \mathbf{u} \Big|_{\sigma=1}, \quad (1.47)$$

где $C_D = 2,5 \times 10^{-3}$ и $e_b = 5$ см/с – эмпирические константы;

– условие изоляции (отсутствия потоков тепла и соли)

$$\left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) - \frac{\nu_\phi}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right]_{\sigma=1} = 0, \quad (1.48)$$

где ϕ есть либо θ либо S .

На боковой поверхности Σ для скорости задаются условия непротекания и свободного скольжения:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (1.49)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{A} \text{grad}_h u_\tau + \mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u_\tau) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (1.50)$$

$$\mathbf{n} \cdot \text{grad}_h \left(\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h u) \right) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \text{grad}_h \left(\text{div}_h (\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h v) \right) \Big|_{\Sigma} = 0. \quad (1.51)$$

где $\mathbf{n}$ – единичная нормаль к береговой поверхности Σ (с учетом вида последней, $\mathbf{n}$ так же будет нормалью к Γ), u_τ – касательная к Σ составляющая горизонтальной скорости.

На твердых участках боковой границы Σ_s для θ и S ставятся условия изоляции:

$$\mathbf{n} (\mathbf{K} \text{grad } \theta) \Big|_{\Sigma_s} = 0, \quad \mathbf{n} (\mathbf{K} \text{grad } S) \Big|_{\Sigma_s} = 0. \quad (1.52)$$

Если бассейн не является замкнутым, то на жидких участках боковой границы Σ_l задаются известные из наблюдений температура θ_{obs} и соленость S_{obs} :

$$\theta \Big|_{\Sigma_l} = \theta_{obs}, \quad S \Big|_{\Sigma_l} = S_{obs}. \quad (1.53)$$

В работе [112] показано, что такой способ задания граничных условий в задачах расчета океанической циркуляции с большими пространственными масштабами вполне оправдан.

В качестве начальных условий при $t = t_0$ задаются

$$u = u_0, \quad v = v_0, \quad \theta = \theta_0, \quad S = S_0, \quad \zeta = \zeta_0. \quad (1.54)$$

В модель инкорпорирована упрощенная версия модели динамики и термодинамики морского льда [58, 109, 72]. Изначально она была адаптирована автором к данной σ -модели для более адекватного воспроизведения характеристик океана в Арктическом регионе [132] и показала хорошие результаты. Ее описание дано в Приложении В к диссертации.

1.4 Основные принципы и особенности численной реализации σ -модели общей циркуляции океана

1.4.1 Метод расщепления как методологическая основа построения численной модели циркуляции океана

Как было сказано выше, процедура решения уравнений модели основана на **методе расщепления** по физическим процессам и геометрическим координатам [36]. Для применения этого метода, уравнения гидротермодинамики океана записываются в специальной, симметризованной форме. Она позволяет представить оператор дифференциальной задачи в виде суммы более простых операторов, каждый из которых является неотрицательным в норме, определяемой законом сохранения полной энергии. Это дает возможность расщепить оператор полной задачи на ряд более простых [36] и построить пространственные аппроксимации соответствующих групп слагаемых (в разных уравнениях) так, чтобы энергетическому соотношению (закону сохранения), выполняющемуся для исходной дифференциальной задачи, удовлетворяли все расщепленные дискретные задачи. Отметим, что в нашем случае неотрицательность исходного оператора и операторов, на которые он расщепляется, будет иметь место для определенных типов граничных условий (непротекания, свободного скольжения, изолированности) и частного случая линеаризованного уравнения состояния. Тем не менее, опыт эксплуатации модели океана, основанной на методе расщепления, показывает успешную применимость этого метода для расчета циркуляции океана в широком диапазоне пространственно-временной изменчивости.

Неявные временные аппроксимации эволюционных уравнений обладают очень полезными свойствами, важнейшим из которых является их безусловная устойчивость. Чрезвычайно просто применять эффективные неявные методы интегрирования для решения одномерных задач. В этом случае легко можно применять широко известный метод прогонки. Именно метод расщепления позволяет свести решение исходной сложной многомерной задачи к последовательному решению ряда более простых, в частности одномерных, уравнений.

Использование неявных методов интегрирования по времени позволяет применять в нашей модели временные шаги в несколько раз большие, чем в моделях общей циркуляции океана, основанных на явных схемах (с аналогичными пространственным разрешением и коэффициентами вязкости и диффузии). Это дает существенное увеличение быстродействия модели, что особенно важно при больших временах интегрирования, например для достижения квазиравновесного состояния.

Основные положения излагаемого подхода состоят в следующем [125].

- Метод расщепления определяется для решения систем уравнений с неотрицательными операторами. Данное свойство должно быть априори установлено для рассматриваемой дифференциальной задачи. Это выражается в нахождении интегрального инварианта или закона сохранения, выполняющегося в модели при отсутствии (внешних) источников и (внутренних) стоков энергии.
- При использовании метода расщепления для модели океана важную роль играет выбор формы записи оператора переноса дифференциальной задачи. Наиболее удобным видом его записи уравнений является **симметризованная форма** (1.33) обладающая полезными свойствами (см. выше).
- Ключевым моментом построения расщепляемой иерархической модельной системы и метода ее решения является разбиение исходной базовой задачи на совокупность простых задач. Часто выбор такого расщепления является нетривиальным и не единственным [37]. Для каждой выделенной задачи выполняется установленный закон сохранения. При расщеплении может выделяться несколько уровней различной глубины. Макро-уровень расщепления основывается на расщеплении по физическим процессам. На нижнем уровне возможно выделение простейших, одномерных по пространству задач.
- После формирования этапов расщепления выбирается метод решения задачи на каждом этапе. При выборе метода аппроксимации задачи по пространству следует учитывать свойства выделенной задачи. Разные задачи (на отдельных этапах) могут требовать разных методов аппроксимации и решения. В общем случае в совокупной модели могут комбинироваться схемы конечных разностей и конечных элементов; отдельные задачи могут аппроксимироваться с повышенным порядком точности и т.д.
- Метод расщепления может рассматриваться не только как экономичный метод интегрирования сложной задачи расчета циркуляции океана, но и как основа построения иерархической модельной системы. Естественным свойством расщепленной модели является ее модульный принцип: отдельная задача — отдельный модуль. Вычислительные характеристики всей модели могут улучшаться за счет модификации отдельных вычислительных модулей. Каждая задача/модуль может иметь

свой сопряженный аналог. Конкретная модель гидротермодинамики океана с точки зрения ее физической полноты, размерности и пространственного разрешения в рамках единого подхода может формироваться путем сочетания отдельных модулей различной сложности.

Математические аспекты метода расщепления и его применение для решения широкого круга задач математической физики изложены в работах Дьяконова Е.Г. [23], Марчука Г.И. [124, 36, 38], Самарского А.А. [46], Яненко Н.Н. [59] и др. В применении к задачам моделирования циркуляции океана этот метод излагается в ряде работ Залесного В.Б. [24, 25, 26, 2, 155, 156]. Очень полезны для практического применения этого метода в задачах геофизической гидродинамики являются монографии Дымникова В.П. [20] и Марчука Г.И., Дымникова В.П. и Залесного В.Б. [37].

Суть метода состоит в следующем.

Предположим, что имеется следующая нестационарная задача, рассматриваемая в подходящих функциональных пространствах [36, 38]

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + L\phi = f, & t \in (t_0, t_e] \\ \phi = \phi^0, & t = t_0 \end{cases} \quad (1.55)$$

где ϕ – искомая вектор-функция, L – неотрицательный оператор, который может быть представлен в виде суперпозиции более простых также неотрицательных операторов L_i с соответствующими правыми частями f_i :

$$\begin{cases} L = \sum_{i=1}^I L_i, & L_i \geq 0, \quad \forall i \\ f = \sum_{i=1}^I f_i \end{cases} \quad (1.56)$$

Для решения задачи (1.55) разобьем временной интервал, на котором ищется решение, на равномерные интервалы длительностью Δt : $(t_0, t_e] = \bigcup_{j=0}^J (t_j, t_{j+1} = t_j + \Delta t]$. На каждом из этих временных интервалов решение задачи (1.55), согласно [124, 36, 38], используя положение (1.56) можно свести к последовательному решению I частичных (элементарных) задач, так что решение предыдущей служит начальным условием для последующей :

$$\begin{aligned} \frac{\phi^{j+1/I} - \phi^j}{\Delta t} + L_1 (\alpha_1 \phi^{j+1/I} + (1 - \alpha_1) \phi^j) &= f_1^j, \\ \frac{\phi^{j+2/I} - \phi^{j+1/I}}{\Delta t} + L_2 (\alpha_2 \phi^{j+2/I} + (1 - \alpha_2) \phi^{j+1/I}) &= f_2^j, \\ \dots &\dots \dots \\ \frac{\phi^{j+1} - \phi^{j+(I-1)/I}}{\Delta t} + L_I (\alpha_I \phi^{j+1} + (1 - \alpha_I) \phi^{j+(I-1)/I}) &= f_I^j. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Здесь $\phi^{j+i/I}$ решение i -ой частичной задачи со своей правой частью f_i^j , α_i – весовые коэффициенты, определяющие схему по времени для i -той задачи (например $\alpha_i = 1$ – неявная схема, $\alpha_i = 0$ – явная схема, $\alpha_i = 1/2$ – схема Кранка–Николсон). Решением исходной системы (1.57) в момент времени t_{j+1} объявляется вектор-функция ϕ^{j+1} . Следует отметить, что если даже на всех этапах расщепления применять схемы второго порядка аппроксимации по времени, в общем случае [36], разностная схема (1.57) аппроксимирует исходную задачу (1.55) с первым порядком. Для получения схемы 2-го порядка по времени можно применять двуциклический способ расщепления [36], который, однако, приводит к увеличению "стоимости" расчетов.

1.4.2 Особенности разностной аппроксимации

Для решения уравнений (1.23)–(1.28) применяется техника построения разностных аппроксимаций по пространству второго порядка точности (в случае равномерной сетки) на хорошо известной разнесенной "С" сетке по классификации Аракавы [130, 62]. Следует отметить, что впервые эта сетка была предложена Лебедевым В.И. [33].

В модели эти аппроксимации делаются на нерегулярной по долготе и широте и неравномерной по вертикали. Разобьем область $x \in [x_0, x_{max}]$, $y \in [y_0, y_{max}]$, куда входит исходная область $\mathcal{D}$, на элементарные ячейки, которые будут иметь форму прямоугольников:

$$\{(x, y, \sigma) : x_{m-1} < x < x_m, \quad y_{n-1} < y < y_n, \quad \sigma_{k-1} < \sigma < \sigma_k\}. \quad (1.58)$$

Здесь $x_0 < x_1 \cdots < x_{m-1} < x_m \cdots < x_M$, $m = 1, 2, \dots, M$; $y_0 < y_1 \cdots < y_{n-1} < y_n \cdots < y_N$, $y = 1, 2, \dots, N$; $0 = \sigma_0 < \sigma_1 \cdots < \sigma_{k-1} < \sigma_k \cdots < \sigma_K = 1$, $k = 1, 2, \dots, K$.

Распределение горизонтальных линий температурной сетки и уровней по σ может задаваться произвольным образом. По умолчанию, уровни распределения температурных точек по вертикали задаются с помощью эмпирической формулы [17]:

$$\sigma_{k+\frac{1}{2}} = 1.92^{((k+\frac{1}{2})/K)^{2.718}} + 0.08((k+\frac{1}{2})/K) - 1.0. \quad (1.59)$$

Особенность этого распределения такова, что для средней глубины Мирового океана (~ 3500 м) и $K = 33$ это выражение плавно аппроксимирует распределение по глубине т.н. океанографических горизонтов, на которых представлены данные атласов Левитуса [118, 119, 120]. Эти горизонты сосредоточены в верхнем слое для лучшего отражения вертикальной стратификации характеристик океана.

Обозначим через $\overline{\mathcal{D}}_h$ объединение элементарных ячеек (1.58) вместе с их границами, таких, что они и их границы принадлежат $\overline{\mathcal{D}} = \mathcal{D} \cup \partial\mathcal{D}$. Пусть $\partial\mathcal{D}_h$ граница $\overline{\mathcal{D}}_h$. Тогда контур боковой границы Γ_h на нашей сетке будет представлять собой линию с участками $\Gamma|_{x=const}$ или $\Gamma|_{y=const}$, так что сам контур и определяемая им боковая граница будут иметь вид:

$$\Gamma_h = \Gamma|_{x=const} \cup \Gamma|_{y=const} \quad \text{и} \quad \Sigma = \Sigma|_{x=const} \cup \Sigma|_{y=const}. \quad (1.60)$$

С учетом (1.60) граничные условия на боковой поверхности (1.49)–(1.52) упрощаются, и будут иметь следующий вид.

Условие непротекания:

$$u \Big|_{\Sigma|x=const} = 0, \quad v \Big|_{\Sigma|y=const} = 0. \quad (1.61)$$

Условие свободного скольжения:

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{\Sigma|x=const} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{\Sigma|y=const} = 0. \quad (1.62)$$

Дополнительные условия для u и v , необходимые для разрешения оператора 4-го порядка боковой вязкости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h \phi \right) \right) \Big|_{\Sigma|x=const} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\text{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \text{grad}_h \phi \right) \right) \Big|_{\Sigma|y=const} &= 0. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Условия изоляции для θ и S (1.52) на твердых участках боковой границы Σ_s будут:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \Big|_{\Sigma_s|x=const} &= 0, \\ \frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \Big|_{\Sigma_s|y=const} &= 0, \end{aligned} \quad (1.64)$$

где ϕ есть либо θ либо S .

Множество вершин ячеек (1.58) определяет сетку, для которой можно определить сеточные функции для переменных нашей модели. На рис. 1.2 показаны распределения прогностических переменных в каждой сеточной ячейке. Внутри ячейки располагаются скалярные величины (θ , S , p , ρ , ζ). С этих точек и начинается построение координатной сетки в модели. В этих же точках рассчитывается дивергенция скорости. На соответствующих гранях распределяются потоковые переменные, такие как компоненты вектора скорости (u, v, ω), а также производные скалярных величин по соответствующим направлениям. При этом точки скорости расположены точно в центре отрезка, соединяющего две соседние точки скалярных величин, что необходимо для получения правильной конечноразностной аппроксимации по пространству [36]. Относительная завихренность определяется в центрах вертикальных ребер ячеек. Топография дна задана в точках, соответствующих этим вертикальным ребрам в проекции на поверхность $\sigma = 0$. Параметр Кориолиса l определяется в точках топографии.

Распределение скалярных и векторных величин в сеточной области определяется путем их преобразования бесконечномерных величин как функций координат (x, y, σ) в

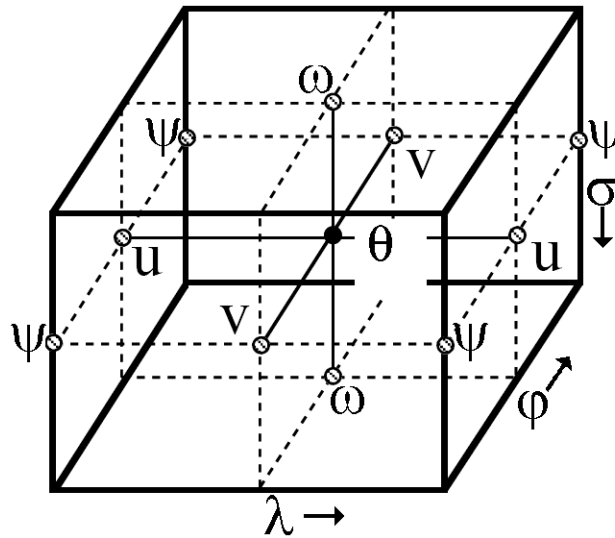


Рис. 1.2. Распределение прогностических переменных на ячейке модельной сетки. θ служит индикатором точки сетки, где определяются скалярные величины: температура, соленость, плотность, давление, уровень океана и дивергенция скорости. (u, v, ω) служат индикаторами точек, где определяются компоненты вектора скорости, а ψ — обозначает точки, где определяется баротропная функция тока и задана топография дна. Стрелками показаны направления в сторону увеличения независимых переменных (x, y, σ) и соответствующих им индексов узлов сетки.

конечномерную область с целыми индексами (m, n, k) для скалярных величин (θ -точки) и с целыми и/или полуцелыми индексами для других величин, в соответствии с рис. 1.2.

Дискретизация частных производных строится традиционным способом путем построения центральноразностных аппроксимаций на сетке "С". При построении схем особое место уделяется тому, чтобы сохранялись свойства симметрии и кососимметрии разностных аналогов отдельных операторов, которые выполняются для дифференциальной задачи. Это позволяет автоматически удовлетворять энергетическим соотношениям в разностной задаче, справедливым для дифференциальной.

Мы не будем далее углубляться в методику построения пространственных разностных аппроксимаций, используемую при численной реализации модели. Эти методы хорошо изложены, например, в [36, 45]. Остановимся более детально на описании метода решения задачи по времени, которое позволит понять суть работы.

1.4.3 Методика интегрирования по времени уравнений крупномасштабной циркуляции океана

Задача (1.23)–(1.28) является нелинейной и прежде чем приступить к описанию метода решения по времени частично линеаризуем ее на каждом интервале по времени $(t_j, t_{j+1}]$. На дне линеаризуем условия квадратичного придонного трения (1.47) беря сумму квад-

ратов компонентов горизонтальной скорости формулу с предыдущего шага:

$$\left. \frac{\nu}{H} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} \right|_{\sigma=1} = -C_D \sqrt{((u^j)^2 + (v^j)^2 + e_b^2)} \mathbf{u} \Big|_{\sigma=1}. \quad (1.65)$$

В операторе переноса компонентов скорости для полной производной (1.33) в адвективных членах положим $(u(t), v(t), \omega(t)) = (u(t_j), v(t_j), \omega(t_j)) = (u^j, v^j, \omega^j)$ для $t \in (t_j, t_{j+1}]$. Далее для всех переменных верхний индекс содержащий j или его комбинации будет обозначать сопутствующий момент времени для этих переменных. Полная производная по времени при этом переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} D_t \phi = & \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial h \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2r_x r_y} \left[r_y H u^j \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial r_y H u^j \phi}{\partial x} \right] + \frac{1}{2r_x r_y} \left[r_x H v^j \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial r_x H v^j \phi}{\partial y} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left[\omega^j \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega^j \phi}{\partial \sigma} \right] \equiv h \frac{\partial \phi}{\partial t} + T_h^j + T_x^j \phi + T_y^j \phi + T_\sigma^j \phi, \end{aligned} \quad (1.66)$$

где T_x^j , T_y^j и T_σ^j – одномерные операторы переноса действующие на интервале времени $(t_j, t_{j+1}]$ вдоль x , y и σ соответственно, а T_h^j – слагаемое, связанное с влиянием изменения уровня океана на переносимую величину:

$$\begin{aligned} T_x^j \phi = & \frac{1}{2r_x r_y} \left[r_y H u^j \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial r_y H u^j \phi}{\partial x} \right], \quad T_y^j \phi = \frac{1}{2r_x r_y} \left[r_x H v^j \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial r_x H v^j \phi}{\partial y} \right], \\ T_\sigma^j \phi = & \frac{1}{2} \left[\omega^j \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} + \frac{\partial \omega^j \phi}{\partial \sigma} \right], \quad T_h^j = \frac{1}{2} \phi \frac{\partial h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.67)$$

Эти одномерные операторы в полудивергентной форме записи адвективного члена при разностной аппроксимации на сетке "С" реализуются в центральноразностном виде.

Аналогично, оператор переноса для скалярных величин примет вид:

$$\tilde{D}_t \phi = \frac{\partial h \phi}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y H u^j \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x H v^j \phi) \right] + \frac{\partial \omega^j \phi}{\partial \sigma} \equiv \frac{\partial h \phi}{\partial t} + \tilde{T}_{xy\sigma}^j \phi. \quad (1.68)$$

По причинам, описанным в разделе (1.3.2), этот оператор не подвергается расщеплению по пространственным координатам.

Нелинейность на каждом временном интервале в системе (1.23)–(1.28) сохранится лишь в уравнении состояния (1.28).

Оператор боковой диффузии (1.35) для температуры и солёности $D \phi$ реализуется в разностном виде на вершинах прямоугольника, определяемого 9-точечным шаблоном, без покоординатного расщепления.

Оператор вязкости второго¹ порядка F^1 (1.40) представляется как

$$\begin{aligned} F^1 \phi = & F_{xx}^1 \phi + F_{yy}^1 \phi, \\ F_{xx}^1 = & \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial x} A^x \frac{r_y}{r_x} H \frac{\partial}{\partial x}, \quad F_{yy}^1 = \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} A^y \frac{r_x}{r_y} H \frac{\partial}{\partial y}, \end{aligned} \quad (1.69)$$

¹Оператор вязкости четвертого порядка F^2 (1.41) порядка в модели расщеплению не подвергается.

где операторы F_{xx}^1 , F_{yy}^1 имеют простой вид и реализуются в разностном виде на трехточечных шаблонах.

Модификация граничных условий (1.61), (1.62), (1.64) и (1.65) при расчете методом расщепления отдельных выделенных частей полных операторов согласно (1.67) и (1.69) позволяет использовать для них свои граничные условия отдельно по x , y и σ , как это будет показано ниже.

Интегрирование модели на шаге $(t_j, t_{j+1}]$

Для решения частично линеаризованной по (1.65), (1.66) задачи (1.23)–(1.28) используется описанный выше метод расщепления. Расщепление этой системы уравнений проводится на нескольких иерархических уровнях. Сначала используется расщепление по физическим процессам. На более высоких уровнях процесс расщепления доходит до выделения простейших локально-одномерных по пространству уравнений.

На каждом интервале $(t_j, t_{j+1}]$ процесс, описываемый системой уравнений (1.23)–(1.28), линеаризованной по (1.65), (1.66), представим в виде суперпозиции процесса переноса–диффузии для θ , S , u , v и процесса приспособления полей скорости и плотности (адаптации гидрологических полей). Это макро-уровень расщепления. В дифференциальной постановке эти задачи описываются следующими уравнениями.

I(a). Перенос-диффузия θ и S :

$$\begin{aligned}\tilde{D}_t \theta &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + D \theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \\ \tilde{D}_t S &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu_S}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + D S.\end{aligned}\tag{1.70}$$

I(б). Перенос-диффузия u и v :

$$\begin{aligned}D_t u - \xi v H &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + F u, \\ D_t v + \xi u H &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + F v,\end{aligned}\tag{1.71}$$

где $\xi = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} v - \frac{\partial r_x}{\partial y} u \right)$ – слагаемое, описывающее адвекцию, возникающую вследствие кривизны расчетной сетки.

II. Процесс адаптации (приспособления) гидрологических полей:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - lv = -\frac{1}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + lu = -\frac{1}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y u H}{\partial x} + \frac{\partial r_x v H}{\partial y} \right) + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma}, \end{cases}\tag{1.72}$$

который отвечает физическим процессам приспособления горизонтальных составляющих скорости u и v к отклонениям давления, вызванном отклонениями плотности воды и уровня океана.

Процессы переноса-диффузии (1.71) решаются путем расщепления по элементарным процессам переноса-диффузии вдоль координат, а (1.70) – без расщепления оператора переноса (оператор диффузии расщеплять можно). Для решения (1.72) используется расщепления на адаптацию баротропной и бароклинной мод для компонент горизонтальной скорости. Это необходимо сделать для того, чтобы выполнить граничные условия (1.44) и (1.46) на поверхности и дне океана для вертикальной скорости ω .

Ниже дадим описание процесса интегрирования в модели на интервале $(t_j, t_{j+1}]$ в полуразностной постановке, когда в разностном виде представляются только производные по времени, а пространственные операторы остаются в дифференциальной постановке. Такой способ представления модели, на наш взгляд, наиболее доступен для пользователя и не перегружен частностями, что облегчает понимание работы модели. При этом каждому из описанных элементарных процессов соответствуют свои подпрограммы при реализации модели.

Интерполяция атмосферных характеристик. Исходные атмосферные данные заданы в обычной географической системе координат с пространственно-временным разрешением, отличным от модельного, поэтому они переводятся на модельную область внутри расчетного блока модели путем интерполяции, разработанной и реализованной автором.

Сначала осуществляется интерполяция по времени. Компоненты полей синоптического атмосферного воздействия (суточные и 6-часовые) [99] интерполируются на модельный временной шаг кусочно-постоянно, а среднемесячные данные, включая температуру и соленость поверхности океана – с помощью процедуры, которая позволяет сохранять среднемесячное значение проинтерполированного поля равным исходному [17]. Эта процедура использует реальное распределение количества дней месяцев с учетом високосных лет. Затем производится интерполяция по пространству (см. приложение А). Она реализована для нескольких типов модельных координатных систем (сферической, включая поворот полюсов, и криволинейной с одним или двумя смещенными полюсами) и может переводить данные как из географической системы в модельную, так и наоборот. Это свойство особенно полезно при работе океанической модели совместно с атмосферной.

И пространственная, и временная интерполяции реализованы непосредственно в модели, что позволяет подавать на вход данные любого временного и пространственного разрешения, заданные в стандартной географической системе координат. Такой способ расчета граничных условий облегчает переход на любую новую региональную область Мирового океана.

Расчет характеристик морского льда производится перед основным шагом по времени океанической модели. Модель льда, реализованная автором в модели океана, со-

стоит из следующих компонентов.

- Локально-одномерная модель термодинамики льда. Рассчитывает изменение массы и концентрации льда и снега за счет намерзания, таяния и выпадения осадков. Представляет собой термодинамическую модель из [58].
- Перенос льда. Рассчитывает изменение массы и концентрации льда за счет пространственного перемещения. В данной процедуре автором реализована на модельной сетке монотонная схема 1-го порядка точности из [72], обеспечивающая неотрицательность переносимых величин.
- Динамика льда. Рассчитывает изменение скорости дрейфа льда за счет ветра, наклона уровня океана и реологии льда. В качестве параметризации реологии используется упруго-вязко-пластичная реология [109, 72], реализованная автором на сетке модели. Ввиду физических особенностей процессов динамики льда данные процедуры интегрируются с малым шагом по времени, так что на один шаг модели океана приходится порядка 60 шагов модели динамики льда.

При этом в процедурах термодинамики и динамики льда используются сынтеполированные на модельную область атмосферные характеристики, которые используются для расчета потоков тепла, осадков и импульса из атмосферы в лед с использованием балк-формул (см. приложение В).

Расчет потоков тепла, соли и импульса в океан производится с использованием балк-формул (приложение В) для момента времени t_j . Для их расчета используются как сынтеполированные на модельную область атмосферные данные, так и рассчитанные характеристики морского льда, а также характеристики поверхности океана из решения задачи на этот момент времени, которое считается известным.

После расчета морского льда и потоков тепла, соли и импульса вычисляются коэффициенты диффузии и вязкости, которые также могут зависеть от решения задачи на данный момент времени. Особенно это касается коэффициентов вертикальных диффузии и вязкости, для которых могут использоваться различные параметризации. Затем осуществляется собственно процесс численного интегрирования уравнений модели океана (1.23)–(1.28) на интервале $(t_j, t_{j+1}]$.

I(a). Процесс переноса-диффузии θ и S на интервале $(t_j, t_{j+1}]$ решается методом расщепления по физическим процессам, реализованным автором. Решение осуществляется в четыре этапа, на которых решается своя задача со своими граничными условиями. Сначала решается задача для переноса. Ввиду того, что оператор переноса расщеплению по пространству не подвергается, эта задача (если не прибегать к итерационным

методам) решается только явными по времени методами интегрирования (в данной модели за основу была взята обобщенная трехслойная схема Адамса-Бэшфорта [45, 47]). При этом, во избежание возникновения неустойчивости по Курранту, основной модельный шаг по времени делится на N внутренних подшагов, и на каждом из них решается уравнение переноса. Поскольку в задаче используется переменная по времени эффективная глубина океана h , известная на текущий и предыдущий моменты времени, она линейно интерполируется внутри основного модельного шага таким образом, чтобы на каждом мелком шаге выполнялось уравнение неразрывности (1.25), определяющее изменение эффективной глубины океана за счет дивергенции поля скорости. Так как для данной трехслойной схемы, помимо значений величины на текущем шаге по времени, требуется значение на предыдущем, то на первом внутреннем подшаге задача решается по чисто явной схеме Эйлера, а на следующих – уже по трехслойной схеме ¹:

$$\begin{aligned}
& \frac{h^{j+\frac{n}{N}-1}\theta^{j+\frac{n}{4N}} - h^{j+\frac{n-1}{N}-1}\theta^{j+\frac{n-1}{4N}}}{\Delta t/N} + \tilde{T}_{xy\sigma}^j((1 + \alpha_{AB})\theta^{j+\frac{n-1}{4N}} - \alpha_{AB}\theta^{j+\frac{n-2}{4N}}) = 0, \\
& \left. u^j((1 + \alpha_{AB})\theta^{j+\frac{n-1}{4N}} - \alpha_{AB}\theta^{j+\frac{n-2}{4N}}) \right|_{\Sigma|x=const} = 0, \\
& \left. v^j((1 + \alpha_{AB})\theta^{j+\frac{n-1}{4N}} - \alpha_{AB}\theta^{j+\frac{n-2}{4N}}) \right|_{\Sigma|y=const} = 0, \\
& \left. \omega^j((1 + \alpha_{AB})\theta^{j+\frac{n-1}{4N}} - \alpha_{AB}\theta^{j+\frac{n-2}{4N}}) \right|_{\sigma=0,1} = 0, \\
& \alpha_{AB} = 0 \text{ при } n = 1, \\
& \alpha_{AB} = 0,6 \text{ при } n = 2, \dots, N,
\end{aligned} \tag{1.73}$$

причем параметр α_{AB} (в отличие от чистой схемы Адамса-Бэшфорта, где он равен 0,5) для повышения устойчивости увеличен в сторону неясности [61].

Затем решается задача для диффузии. При этом интегрирование для боковой диффузии осуществляется по чисто явной схеме:

$$\begin{aligned}
& \frac{h^j\theta^{j+2/4} - h^j\theta^{j+1/4}}{\Delta t} = D \theta^{j+1/4}, \\
& \left. \frac{1}{r_x} K^x H \left(\frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial \sigma} \right) \right|_{\Sigma|x=const} = 0, \\
& \left. \frac{1}{r_y} K^y H \left(\frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial \sigma} \right) \right|_{\Sigma|y=const} = 0, \\
& \left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial \sigma} \right) \right]_{\sigma=0,1} = 0, \\
& \left[\frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial \theta^{j+1/4}}{\partial \sigma} \right) \right]_{\sigma=0,1} = 0,
\end{aligned} \tag{1.74}$$

¹Следует отметить, что решение задачи переноса (и вообще любой задачи с кососимметрическим оператором) по схеме Эйлера не рекомендуется, поскольку при отсутствии диссипативных операторов она дает рост квадратичного интеграла переносимой величины при любом шаге по времени [45, 47].

далее решается задача для изменения температуры за счет проникающей радиации:

$$\frac{h^j \theta^{j+3/4} - h^j \theta^{j+2/4}}{\Delta t} = \frac{\partial R^j}{\partial \sigma}, \quad (1.75)$$

и задача вертикальной диффузии, решаемая по чисто неявной схеме:

$$\begin{aligned} \frac{h^j \theta^{j+1} - h^j \theta^{j+3/4}}{\Delta t} &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_\theta \frac{\partial \theta^{j+1}}{\partial \sigma}, \\ -\frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial \theta^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} &= q_\theta^j, \quad \frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial \theta^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = 0. \end{aligned} \quad (1.76)$$

Подобный подход используется в РОМ, одной из моделей океана, построенных в σ -системе координат [68, 69, 129]. Это связано с тем, что в σ -координатах в прибрежных районах и в верхних слоях океана толщина расчетного слоя может быть очень мала, а коэффициенты вертикальной диффузии могут достигать больших величин.

Аналогичным образом решается задача для солёности, но в три этапа, поскольку модуль расчета притока проникающей коротковолновой радиации (1.75) здесь отсутствует:

$$\begin{aligned} \frac{h^{j+\frac{n}{N}-1} S^{j+\frac{n}{3N}} - h^{j+\frac{n-1}{N}-1} S^{j+\frac{n-1}{3N}}}{\Delta t/N} + \tilde{T}_{xy\sigma}^j ((1 + \alpha_{AB}) S^{j+\frac{n-1}{3N}} - \alpha_{AB} S^{j+\frac{n-2}{3N}}) &= 0, \\ u^j ((1 + \alpha_{AB}) S^{j+\frac{n-1}{3N}} - \alpha_{AB} S^{j+\frac{n-2}{3N}}) \Big|_{\Sigma|x=const} &= 0, \\ v^j ((1 + \alpha_{AB}) S^{j+\frac{n-1}{3N}} - \alpha_{AB} S^{j+\frac{n-2}{3N}}) \Big|_{\Sigma|y=const} &= 0, \\ \omega^j ((1 + \alpha_{AB}) S^{j+\frac{n-1}{3N}} - \alpha_{AB} S^{j+\frac{n-2}{3N}}) \Big|_{\sigma=0,1} &= 0, \\ \alpha_{AB} &= 0 \text{ при } n = 1, \\ \alpha_{AB} &= 0,6 \text{ при } n = 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (1.77)$$

$$\begin{aligned} \frac{h^j S^{j+2/3} - h^j S^{j+1/3}}{\Delta t} &= D S^{j+1/3}, \\ \frac{1}{r_x} K^x H \left(\frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial \sigma} \right) \Big|_{\Sigma|x=const} &= 0, \\ \frac{1}{r_y} K^y H \left(\frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial \sigma} \right) \Big|_{\Sigma|y=const} &= 0, \\ \left[\frac{1}{r_x^2} K^x H \kappa_x \left(\frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial x} - \kappa_x \frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial \sigma} \right) \right]_{\sigma=0,1} &= 0, \\ \left[\frac{1}{r_y^2} K^y H \kappa_y \left(\frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial y} - \kappa_y \frac{\partial S^{j+1/3}}{\partial \sigma} \right) \right]_{\sigma=0,1} &= 0, \end{aligned} \quad (1.78)$$

$$\begin{aligned} \frac{h^j S^{j+1} - h^j S^{j+2/3}}{\Delta t} &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \nu_\theta \frac{\partial S^{j+1}}{\partial \sigma}, \\ -\frac{\nu_\theta}{H} \frac{\partial S^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} &= q_S^j, \quad \frac{\nu_S}{H} \frac{\partial S^{j+1}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} = 0. \end{aligned} \quad (1.79)$$

После решения задач (1.73)–(1.79) для учета условий на жидких границах (если таковые имеются) полученные значения температуры θ^{j+1} и солёности S^{j+1} корректируются по предложенным автором формулам

$$\theta^{j+1}\Big|_{\Sigma_l} = \frac{\theta^{j+1}\Big|_{\Sigma_l} + \gamma\Delta t \theta_{obs}^{j+1}}{1 + \gamma\Delta t}, \quad S^{j+1}\Big|_{\Sigma_l} = \frac{S^{j+1}\Big|_{\Sigma_l} + \gamma\Delta t S_{obs}^{j+1}}{1 + \gamma\Delta t}, \quad (1.80)$$

которые, в отличие от предыдущих версий модели, представляют собой не чистую замену значений на границах данными наблюдений, а релаксация к этим данным с параметром γ , который имеет размерность обратного времени и соответствует времени релаксации к данным наблюдений около суток.

Значения θ^{j+1} и S^{j+1} после коррекции принимаются в качестве решения полной задачи для температуры и солёности на момент времени t_{j+1} .

I(б). Процесс переноса-диффузии u и v на интервале $(t_j, t_{j+1}]$ решается путем расщепления по геометрическим переменным (покомпонентное расщепление) и физическим процессам. Вначале решается система уравнений для учета поправки к процессу переноса, возникающей в криволинейной системе координат.

$$\begin{cases} \frac{u^{j+1/6} - u^j}{\Delta t} - \xi^j v^{j+1/6} = 0 \\ \frac{v^{j+1/6} - v^j}{\Delta t} + \xi^j u^{j+1/6} = 0 \end{cases} \quad (1.81)$$

При решении этой системы уравнений используется неявная схема (схема естественного фильтра). При ее реализации на разнесенной сетке "С", когда u и v заданы в разных узлах сетки, используется методика диагонализации возникающего пространственного оператора (1.81), предложенная в [16], при этом величина ξ задается в точках топографии. Этот же метод применяется для интегрирования Кориолисовых членов, о чем будет сказано ниже.

Затем для компонентов вектора горизонтальной скорости вводится расщепление по геометрическим переменным, имеющее простой вид, поскольку здесь используется простая форма боковой диффузии второго порядка. Кроме того, здесь для упрощения переменная во времени толщина модельного слоя в производной по времени заменяется на постоянную, поскольку для процессов крупномасштабной циркуляции процесс переноса импульса менее важен по сравнению с температурой и солёностью.

Для компонента u имеем:

$$H \frac{u^{j+2/6} - u^{j+1/6}}{\Delta t} + T_x^j (\alpha_u u^{j+2/6} + (1 - \alpha_u) u^{j+1/6}) = F_{xx}^1 u^{j+2/6}, \quad (1.82)$$

$$u^{j+2/6}\Big|_{\Sigma|x=const} = 0,$$

$$\begin{aligned}
H \frac{u^{j+3/6} - u^{j+2/6}}{\Delta t} + T_\sigma^j (\alpha_u u^{j+3/6} + (1 - \alpha_u) u^{j+2/6}) &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu_u}{H} \frac{\partial u^{j+3/6}}{\partial \sigma}, \\
-\frac{\nu}{H} \frac{\partial u^{j+3/6}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} &= \frac{\tau_x^j}{\rho_0}, \\
\frac{\nu}{H} \frac{\partial u^{j+3/6}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} &= -C_D \sqrt{((u^j)^2 + (v^j)^2 + e_b^2)} u^{j+3/6} \Big|_{\sigma=1},
\end{aligned} \tag{1.83}$$

$$\begin{aligned}
H \frac{u^{j+4/6} - u^{j+3/6}}{\Delta t} + T_y^j (\alpha_u u^{j+4/6} + (1 - \alpha_u) u^{j+3/6}) &= F_{yy}^1 u^{j+4/6}, \\
\frac{\partial u^{j+4/6}}{\partial y} \Big|_{\Sigma|_{y=const}} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.84}$$

Для компонента v имеем:

$$\begin{aligned}
H \frac{v^{j+2/6} - v^{j+1/6}}{\Delta t} + T_x^j (\alpha_v v^{j+2/6} + (1 - \alpha_v) v^{j+1/6}) &= F_{xx}^1 v^{j+2/6}, \\
\frac{\partial v^{j+2/6}}{\partial x} \Big|_{\Sigma|_{x=const}} &= 0,
\end{aligned} \tag{1.85}$$

$$\begin{aligned}
H \frac{v^{j+3/6} - v^{j+2/6}}{\Delta t} + T_\sigma^j (\alpha_v v^{j+3/6} + (1 - \alpha_v) v^{j+2/6}) &= \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{\nu}{H} \frac{\partial v^{j+3/6}}{\partial \sigma}, \\
-\frac{\nu}{H} \frac{\partial v^{j+3/6}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} &= \frac{\tau_y^j}{\rho_0}, \\
\frac{\nu}{H} \frac{\partial v^{j+3/6}}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=1} &= -C_D \sqrt{((u^j)^2 + (v^j)^2 + e_b^2)} v^{j+3/6} \Big|_{\sigma=1},
\end{aligned} \tag{1.86}$$

$$\begin{aligned}
H \frac{v^{j+4/6} - v^{j+3/6}}{\Delta t} + T_y^j (\alpha_v v^{j+4/6} + (1 - \alpha_v) v^{j+3/6}) &= F_{yy}^1 v^{j+4/6}, \\
v^{j+4/6} \Big|_{\Sigma|_{y=const}} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.87}$$

В уравнениях (1.82)–(1.87) для диффузионных членов используется неявная схема по времени, а для адвективных членов все коэффициенты неявности α_T , α_S , α_u и α_v полагаются равными 0,55, так, что для расчета адвекции используется схема, которая по своим свойствам близка к схеме Кранка-Николсон (см., например, [36]) с небольшим перевесом в сторону неявности. При этом, в этих уравнениях, как было уже сказано, одномерные операторы переноса и диффузии реализуются в разностном виде на трехточечных шаблонах. Поэтому они легко обращаются с помощью эффективного метода прогонки.

Далее решения для u и v сглаживаются с помощью оператора вязкости 4-го порядка:

$$\begin{aligned}
 H \frac{u^{j+5/6} - u^{j+4/6}}{\Delta t} &= -H \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h \right) \right)^2 u^{j+4/6}, \\
 u^{j+4/6} \Big|_{\Sigma|x=\text{const}} &= 0, \quad \frac{\partial u^{j+4/6}}{\partial y} \Big|_{\Sigma|y=\text{const}} = 0, \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h u^{j+4/6} \right) \right) \Big|_{\Sigma|x=\text{const}} &= 0,, \\
 \frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h u^{j+4/6} \right) \right) \Big|_{\Sigma|y=\text{const}} &= 0.
 \end{aligned} \tag{1.88}$$

$$\begin{aligned}
 H \frac{v^{j+5/6} - v^{j+4/6}}{\Delta t} &= -H \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h \right) \right)^2 v^{j+4/6}, \\
 v^{j+4/6} \Big|_{\Sigma|y=\text{const}} &= 0, \quad \frac{\partial v^{j+4/6}}{\partial y} \Big|_{\Sigma|x=\text{const}} = 0, \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h v^{j+4/6} \right) \right) \Big|_{\Sigma|x=\text{const}} &= 0, \\
 \frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{div}_h \left(\mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \operatorname{grad}_h v^{j+4/6} \right) \right) \Big|_{\Sigma|y=\text{const}} &= 0.
 \end{aligned} \tag{1.89}$$

Задачи (1.88) и (1.89) решаются без расщепления по явной схеме. При численной реализации они решаются в два этапа последовательного применения операторов второго порядка, так, что при первом их применении на боковой границе учитываются естественные условия непротекания (1.61) и свободного скольжения (1.62), а при втором – условия (1.63).

Коэффициенты B^x и B^y зависят от пространственных шагов по долготе и широте соответственно и шага по времени:

$$B^x = b \frac{(\Delta x r_x)^4}{\Delta t}, \quad B^y = b \frac{(\Delta y r_y)^4}{\Delta t}, \quad 0 < b < 1/64. \tag{1.90}$$

Здесь b - безразмерная константа, диапазон изменения которой определяется тем, чтобы число Куранта при аппроксимации разностных задач (1.88) и (1.89) по явной схеме на крест шаблоне было меньше 1, и, следовательно, они были устойчивы при любом шаге по времени. Такая форма коэффициентов B^λ и B^φ фактически сводит задачи (1.88) и (1.89) к двумерной пространственной фильтрации решения на каждом шаге по времени, позволяющей отфильтровывать из него высокочастотный пространственный шум. Последний определяется высокочастотными гармониками, возникающими вследствие работы центрально-разностного оператора переноса 2-го порядка для компонентов скорости. Выбирая конкретное значения параметра b можно выбирать уровень ослабления высокочастотного шума. Так, значение $b = 0,0156$ примерно в 2 раза за шаг интегрирования уменьшает амплитуду "паразитной" двухшаговой сеточной моды.

В случае использования модели глобального океана при решении задач (1.73), (1.74), (1.77) и (1.78), (1.82), (1.85), (1.88) и (1.89) используются условия периодичности по λ на тех участках жидкой границы, где это необходимо.

II. Процесс приспособления гидрологических полей описывает физические процессы приспособления горизонтальных составляющих скорости u и v к градиенту давления, вызванному отклонениями плотности воды, отклонениями уровня и атмосферного давления.

Эта задача решается в три этапа. Сначала по значениям θ^{j+1} и S^{j+1} рассчитывается отклонение плотности на момент времени t_{j+1} согласно (1.28). При этом для давления столба воды используется упрощенная формула $p_w = \rho_0 g \sigma H$, что позволяет, практически не снижая точности, существенно ускорить процедуру расчета плотности.

Затем решаются уравнения, определяющие изменение импульса, обусловленное горизонтальным градиентом давления, вызванным, в свою очередь, плотностными неоднородностями:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{u}^{j+1} - u^{j+5/6}}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_0 r_x} P_x^{j+1}, \\ \frac{\tilde{v}^{j+1} - v^{j+5/6}}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_0 r_y} P_y^{j+1}. \end{aligned} \quad (1.91)$$

Оставшаяся часть системы (1.72), описывающая геострофическое приспособление, — *линейная*. Поэтому ее можно решать путем естественного разделения на баротропную и бароклинную моды. Для этого представим решение для компонентов горизонтальной скорости с предыдущего этапа в следующем виде:

$$\tilde{u}^{j+1} = \bar{u} + u', \quad \tilde{v}^{j+1} = \bar{v} + v', \quad (1.92)$$

где

$$\bar{u} = \int_0^1 \tilde{u}^{j+1} d\sigma, \quad \bar{v} = \int_0^1 \tilde{v}^{j+1} d\sigma. \quad (1.93)$$

Из (1.92) и (1.93) следует, что

$$\int_0^1 u' d\sigma = 0, \quad \int_0^1 v' d\sigma = 0. \quad (1.94)$$

Принимая во внимание (1.92) и (1.93), оставшаяся после решения (1.91) часть задачи (1.72) распадается на решение двух систем уравнений, описывающих бароклинную и баротропную адаптации.

Система бароклинной адаптации имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{u'^{j+1} - u'}{\Delta t} - l v'^{j+1} = 0, \\ \frac{v'^{j+1} - v'}{\Delta t} + l u'^{j+1} = 0, \end{cases} \quad (1.95)$$

Расчет вертикальной скорости производится путем интегрирования по глубине уравнения неразрывности (1.25) по горизонтальным составляющим бароклинной скорости, рассчитанным по уравнениям системы (1.95):

$$\omega^{j+1} = \int_1^\sigma \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial u'^{j+1} r_y H}{\partial x} + \frac{\partial v'^{j+1} r_x H}{\partial y} \right) d\sigma. \quad (1.96)$$

В точках сетки, прилегающих к боковым границам, при разностной аппроксимации реализации уравнения (1.96) используются условия (1.61). Граничные условия для вертикальной скорости (1.44) и (1.46) удовлетворяются автоматически в силу (1.94).

При решении уравнений системы (1.95), также как и (1.81), используется неявная схема с методикой диагонализации [16] пространственного оператора для кориолисовых членов, возникающего при применении сетки "С". Вообще говоря, расчет Кориолисова ускорения на сетке "С" представляет нетривиальную задачу, поскольку составляющие горизонтальной скорости разнесены по разным узлам сетки. Это приводит к тому, что зачастую в моделях океана допускаются аппроксимационные ошибки, приводящие к нарушению свойства кососимметричности исходного оператора, описывающего Кориолисовы члены. К тому же нельзя применять для их интегрирования явную схему Эйлера, поскольку она будет неустойчивой. Сетка "С" по своим дисперсионным свойствам имеет ряд преимуществ по сравнению с другими [63] и широко применяется в конечно-разностных моделях океана (см. обзорные статьи [97, 103]). Поэтому разрабатываются разные методы аппроксимации и интегрирования Кориолисова ускорения на сетке "С" [97]. Методика [16] является наиболее оптимальной, поскольку позволяет применять неявную схему естественного фильтра, при этом схема на которой аппроксимируются Кориолисовы члены остается компактной (методика диагонализации) и сохраняет исходное свойство кососимметричности (в определенных нормах). При разностной реализации этой методики в настоящей работы параметр Кориолиса задавался в точках H (рис. 1.2) для уравнений системы (1.95).

Уравнения баротропной адаптации (1.97) наиболее сложны для решения, поскольку требуют совместного решения сразу трех уравнений, записанных с использованием неявной схемы по времени:

$$\begin{cases} \frac{\bar{u}^{j+1} - \bar{u}}{\Delta t} - \bar{v}^{j+1} + r\bar{u}^{j+1} = \frac{1}{r_x} \left(g \frac{\partial \zeta^{j+1}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} \right), \\ \frac{\bar{v}^{j+1} - \bar{v}}{\Delta t} + \bar{u}^{j+1} + r\bar{v}^{j+1} = \frac{1}{r_y} \left(g \frac{\partial \zeta^{j+1}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} \right), \\ \frac{\zeta^{j+1} - \zeta^j}{\Delta t} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y \bar{u} H}{\partial x} + \frac{\partial r_x \bar{v} H}{\partial y} \right), \end{cases} \quad (1.97)$$

Здесь в первые два уравнения введены дополнительные слагаемые, которые можно рассматривать как Рэлеевское трение с коэффициентом r для дополнительного стока импульса. Они необходимы для регуляризации задачи (1.97) в случае, если условие свободной поверхности заменить на условие твердой крышки (поскольку в этом случае система

становится вырожденной), а также при больших шагах по времени (более нескольких часов).

Система уравнений (1.97), также известная как система уравнений мелкой воды, может быть решена по неявной схеме интегрирования по времени двумя способами. Первый заключается в сведении системы трех уравнений к одному уравнению для ζ , второй же предполагает разрешение системы целиком. Ввиду удобства реализации и высокого быстродействия в нашей модели используется второй способ. Он использует специальный пакет программ по работе с разреженными матрицами и может быть реализован как прямыми [85], так и итерационными [145] методами.

После решения всей цепочки задач (1.73)–(1.97) производится объединение бароклинических и баротропных скоростей, и решением исходной задачи в момент времени t_{j+1} являются функции

$$\theta^{j+1}, \quad S^{j+1}, \quad \omega^{j+1}, \quad u^{j+1} = \bar{u}^{j+1} + u'^{j+1}, \quad v^{j+1} = \bar{v}^{j+1} + v'^{j+1}, \quad \zeta^{j+1}. \quad (1.98)$$

В процессе интегрирования модели периодически осуществляется вывод результатов. При этом используется разработанная автором методика, описанная выше, позволяющая при необходимости выводить результаты в стандартной географической системе координат. Подробно она также описана в приложении А.

Таким образом, полностью описан метод решения по времени задачи крупномасштабной циркуляции океана и приведена общая схема его реализации.

Все представленные подзадачи (за исключением баротропной адаптации (1.97)) реализованы автором с использованием параллельного алгоритма на общей памяти (OpenMP), что позволило значительно увеличить быстродействие модели. Предварительный анализ показал, что процедура, занимающая наибольшую часть процессорного времени – это перенос-диффузия температуры и солёности. Очевидно, что причиной тому является сложная форма записи оператора универсальной диффузии (1.35), который аппроксимируется на 9-точечном шаблоне. Практика показала, что при замене этого оператора простым (оператором для компонентов скорости (1.40)) быстродействие заметно увеличивается. Поэтому процедуры переноса-диффузии трасера являлись важнейшими из всех для распараллеливания.

Следует отметить, что по сравнению с предыдущей версией модели, которая работала только в сферических координатах с равномерным шагом по пространству, новая версия в однопроцессорном варианте работала медленнее. Это объясняется тем, что при реализации программы в более общем виде увеличивается количество действий, а шаги сетки, которые были заданы параметрами, стали представляться двумерными массивами, что увеличило время работы программы с памятью. Тем не менее при реализации новой версии в параллельном виде ее быстродействие значительно увеличилось. В частности, при распараллеливании на 8 процессоров скорость счета увеличилась более чем в 4 раза.

Представленный в этой главе метод расщепления, используемый для решения задачи общей циркуляции океана, можно рассматривать более широко – как модульный принцип построения модели. На его основе можно создавать численную модель более сложного физического процесса. Например можно обогатить исходную модель за счет включения дополнительных этапов расщепления в цепочку (1.73)–(1.79) или (1.82)–(1.87) для повышения порядка аппроксимации по времени, например одним из способов, описанных в [36]). Можно изменить исходную модель, упростив в исследовательских целях исходную задачу, решая только необходимые блоки. Можно изменить задачу на отдельном этапе.

1.5 Выводы

1. В первой главе представлен созданный автором вычислительный комплекс, представляющий собой совокупность большого количества программ, предназначенных как собственно для решения уравнений гидротермодинамики океана на одном шаге по времени, так и служебных программ, необходимых для организации интегрирования этих уравнений на конечном временном интервале, задания параметров области, начальных и граничных условий, а так же для вывода информации, визуализации и обработки результатов расчета циркуляции океана. В международной литературе под той или иной моделью океана подразумевается именно подобный комплекс программ (см., например, [138, 122, 129, 103]) вкúпе с базовыми уравнениями и методикой их решения.
2. Представлены базовые уравнения и принципы их численного решения, лежащие в основе σ -модели циркуляции океана. Главные цели, поставленные автором при ее численной реализации, состояли в том, чтобы модель могла служить океаническим блоком совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана, а также автономно воспроизводить гидродинамику Мирового океана и его отдельных акваторий с предписанными характеристиками атмосферного воздействия. Для этого автор существенно переработал математическую постановку и численную реализацию модели, чтобы иметь возможность использовать ее в различных криволинейных ортогональных система координат на неравномерных сетках. Это особенно актуально при моделировании глобального океана, поскольку для этого крайне важно постановка задачи в системе координат, особые точки которой лежат за пределами расчетной области (на суше). О проблеме непосредственного построения систем координат, удовлетворяющих этому требованию, сказано в следующей главе настоящей диссертации. Модель была дополнена эффективной системой обмена данными с атмосферой (приложение А), модулями расчета реалистичного атмосферного воздействия и динамики-термодинамики морского льда (приложение В), а также реализована на параллельных вычислительных системах, что позволи-

ло существенно повысить ее быстродействие. Созданный программный комплекс позволяет эффективно использовать представленную σ -модель циркуляции океана для решения различных научных задач, связанных с моделированием крупномасштабной циркуляции как во всем Мировом океане, так и его отдельных акваторий.

3. Разработанный комплекс программ был необходим прежде всего для верификации глобальной σ -модели при воспроизведении общей циркуляции океана, чему посвящена следующая глава диссертации. Эта работа необходима перед включением модели океана в совместную модель общей циркуляции атмосферы и океана без использования коррекции потоков на поверхности океана. Результаты по воспроизведению циркуляции Мирового океана с помощью представленной модели представлены в главе 2. Однако, положенный в основу построения σ -модели общей циркуляции океана метод расщепления, можно рассматривать более широко – как модульный принцип построения модели. На его основе можно создавать численную модель более сложного физического процесса для решения практических задач, например включение модели экосистемы или модуль переноса пассивной примеси. И, наоборот, можно упростить в исследовательских целях исходную задачу, решая только необходимые блоки. Так, например, в главе 3 представлены расчеты по модели циркуляции северной части Тихого океана – от экватора до Берингова пролива – с высоким разрешением $1/8^\circ$ по широте и долготе, в которой был выполнен расчет переноса загрязняющего вещества с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского.

Глава 2

Воспроизведение климатической циркуляции Мирового океана

2.1 Введение

Данная глава посвящена воспроизведению термохалинной циркуляции Мирового океана для верификации качества модели. Мы ограничимся анализом среднегодовых квазиравновесных характеристик воспроизводимой с помощью модели циркуляции в экспериментах, проводимых на длительный срок и не будем останавливаться на изучении сезонного цикла, присутствующего в модели, поскольку это выходит за рамки целей настоящей работы¹.

В данной главе приведен некоторый обзор по некоторым современным моделям Мирового океана с аналогичным нашей модели разрешением, а также обзор исследований из области аналитических ортогональных расчетных сеток, где обосновывается практическая важность их построения. Далее приводится описание параметров σ -модели общей циркуляции океана с разрешением $1^\circ \times 0,5^\circ$, реализованной автором в Институте вычислительной математики РАН. Эта модель служит океаническим блоком совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН. Показано качество воспроизведения циркуляции Мирового океана этой моделью. Для этого проводится анализ и сравнение с наблюдениями среднегодового режима, полученного при интегрировании модели на 100 лет с реалистичным заданием климатического годового хода атмосферного воздействия, рассчитанного на основе данных CORE [99] (см. приложение В). Оценивается адекватность представленной модели Мирового океана климатическим наблюдениям, а также проводится сравнение с результатами расчетов по другим моделям.

¹Следует отметить, что невозможно достичь правильного формирования среднегодовых характеристик без учета сезонного хода в атмосферном воздействии. Это связано с тем, что важную роль в формировании циркуляции океана играет глубоководная конвекция, происходящая зимой в высоких широтах Северного и Южного полушарий.

2.1.1 Современные модели Мирового океана, использующиеся для долгосрочных климатических расчетов

Механизм формирования 10-100-летней климатической изменчивости связан с глобальной океанической термохалинной циркуляцией [136]. Однако и на меньших межгодовых и внутригодовых масштабах процессы взаимодействия атмосферы и океана необходимо учитывать при изучении формирования климатических изменений. Таким образом, при создании модели климата Земли, способной описывать основные параметры климатических изменений, создание численной модели крупномасштабной динамики глобального океана становится необходимой задачей. При этом необходимым условием сопряжения атмосферного и океанического блоков в совместной модели без искусственной коррекции потоков на границе атмосфера–океан служит требование адекватного воспроизведения крупномасштабной циркуляции как атмосферы, так и океана. Работа по настройке параметров модели океана, с целью получения адекватного модельного климата, является необходимой перед включением модели океана в совместную модель климата. Так, модель общей циркуляции океана Национального центра атмосферных исследований (NCAR), созданная на основе версий модели MOM (Modular Ocean Model) [136], неоднократно проходила тестирование и использовалась для изучения климатической циркуляции Мирового океана [117, 93], прежде чем была включена в модель климатической системы (Climate System Model) NCAR [70].

В настоящее время известен ряд численных моделей крупномасштабной циркуляции Мирового океана (см., например, [154, 117, 93], а также обзоры [97, 98]), на основе которых проводятся исследования глобальной термохалинной циркуляции. По своей физической структуре различные модели крупномасштабной циркуляции Мирового океана близки друг к другу. Как было уже сказано выше наша модель относится к так называемому классу σ -моделей океана. Это единственная модель этого класса, способная воспроизводить крупномасштабную климатическую циркуляцию Мирового океана при расчетах на большие времена [101].

При решении задач исследования долгопериодной динамики океана многие модели используют невысокое пространственное разрешение. Это связано с тем, что для анализа квазиравновесной циркуляции необходимо проводить расчеты на весьма большой срок – сотни и тысячи лет. Следует отметить, что эти же модели иногда реализуются и при более высоком разрешении, если длительного интегрирования по времени не требуется.

Одна из недавних обзорных работ [103] посвящена сравнению результатов, полученных по нескольким океанским моделям, включающим расчет морского льда, в качестве атмосферного воздействия которых использовались одни и те же атмосферные данные CORE [99] (см. приложение В). Некоторые основные характеристики этих моделей приведены в таблице из этой работы.

Модель	Вертикальная координата	Сетка	Горизонтальные координаты
NCAR-POP	$z(40)$	B	Displace (320x384)
FSU-HYCOM	Hybrid (32)	C	Displace (320x384)
GFDL-MOM	$z(50)$	B	Tripolar (360x200)
GFDL-HIM	$\rho(50)$	C	Tripolar (360x210)
KNMI-MICOM	$\rho(16)$	C	Tripolar (180x95)
MPI	$z(40)$	C	Displace (256x220)
Kiel-ORCA	$z(30)$	C	Tripolar (180x148)

Приведем краткое описание этих моделей.

NCAR-POP – модель океана с модулем расчета морского льда, являющаяся частью климатической модели CCSM3 (Community Climate System Model) [78]. Она состоит из модели океана POP (Los Alamos Parallel Ocean Program) [148], использующей z -систему координат в качестве вертикальной. Модель океана объединена с моделью льда CSIM (Community Sea Ice Model) [72]. Пространственное разрешение модели порядка 1° (320 точек по долготе), в экваториальной области используется повышенное разрешение (384 точки по широте) и 40 неравномерных уровней по вертикали. Северный полюс смещен на Гренландию, что позволило использовать повышенное разрешение в море Лабрадора.

FSU-HYCOM – модель океана с модулем расчета морского льда, являющаяся частью климатической модели CCSM3 (Community Climate System Model) [78]. В качестве модели океана выступает HYCOM (HYbrid Coordinate Ocean Model). Горизонтальная сетка и топография такие же, как в NCAR-POP, за исключением того, что в HYCOM используется сетка "C" по классификации Аракавы. Вертикальное измерение представляет собой 32 уровня в гибридных координатах. Это p -координаты в верхнем перемешанном слое и других нестратифицированных регионах, изопикнические координаты в стратифицированных и изобатические в прибрежных областях [77].

GFDL-MOM – модель океана с модулем расчета морского льда, являющаяся частью климатической модели GFDL (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory) [102]. Представляет собой z -координатную модель MOM4 [100] с моделью льда [84]. Модель содержит 360 точек по долготе (1°), 200 точек по широте ($1/3^\circ$ в районе экватора) и 50 вертикальных уровней (верхние 220 м содержат 22 уровня). Горизонтальная система координат – триполярная [133].

GFDL-HIM, в отличие от MOM, представляет собой изопикническую модель (Hallberg Isopycnal Model)[106]. Модель содержит 360 точек по долготе (1°), 210 точек по широте ($1/3^\circ$ в районе экватора) и 50 вертикальных уровней потенциальной плотности, отсчитываемой от 200 дбар. Горизонтальная система координат – триполярная [133].

KNMI-MICOM (Royal Netherlands Meteorological Institute) – компонент климатической системы SpeedO [107]. Модель океана представляет собой реализованную на глобальном океане модель MICOM (Miami Isopycnal Model) [67]. В качестве вертикальной

системы координат ниже перемешанного слоя используется изопокическая. Модель соединена с моделью льда из [66]. Горизонтальная система координат – триполярная [133]. Разрешение по долготе – 2° (180 точек), по широте – 2° вне тропиков, $1/2^\circ$ в тропиках (95 точек). Вертикальное разрешение – 16 изопокических уровней, плотность отсчитывается от 2000 дбар.

MPI (Max-Planck-Institute) – модель океана-льда, составная часть климатической модели MPI [144]. Модель океана основана на примитивных уравнениях (сетка "C", z -координаты, свободная поверхность) с параметризацией донного слоя для воспроизведения течений на склонах дна [126]. Модель льда – динамика-термодинамика с вязко-пластичной реологией [108]. Модель содержит 40 вертикальных уровней (при этом верхние 600 м содержат 20 уровней). Горизонтальное разрешение двухполюсной системы меняется от 12 км в районе Гренландии до 190 км в тропиках Тихого океана.

Kiel-ORCA – модель океана-льда, являющаяся частью климатической модели IPSL (Institut Pierre-Simon Laplace). Она использует рабочую оболочку NEMO (Nucleus for European Modelling of the Ocean) с z -координатной версией модели OPA [122] и моделью льда LIM2 [151]. Океаническая модель содержит 30 вертикальных уровней (16 из них в верхних 200 м). Горизонтальная система – триполярная, при этом разрешение по долготе составляет 2° , а по широте – 2° в основной части и $0,5^\circ$ в экваториальной.

Как видно из обзора, модели имеют сравнимое пространственное разрешение, близкое к нашему. Разностные аппроксимации в них выполнены на сетках "B" и "C" по классификации Аракавы [130], а модельная область построена так, чтобы особые точки координатной системы не попали в океан. В данном случае это либо система координат со смещенными полюсами, как в нашей модели, либо в триполярной системе. В разделе 2.1.2 о таких системах сказано более подробно. Поскольку параметры нашей модели очень близки к моделям из данной работы, то часть результатов, полученных в ней, использована для сравнения с результатами экспериментов, проведенных с помощью нашей модели океана.

2.1.2 Расчетные сетки для моделирования глобальной циркуляции океана

В численных моделях океана традиционно используются конечно-разностные аппроксимации уравнений гидротермодинамики океана на регулярных и нерегулярных сетках. Наиболее распространены сетки "B" и "C" по классификации Аракавы [130]. При использовании стандартной геофизической широтно-долготной сетки схождение меридианов в районе Северного географического полюса (рис. 2.1) накладывает жесткие ограничения на шаг по времени для уравнений моделей и/или требует введения дополнительных численных приемов, таких как околополюсная фильтрация, которые могут нефизичным образом повлиять на решение системы. Чтобы избежать этой проблемы при

моделировании глобального океана, значительное количество исследований в мире было посвящено разработке алгоритмов по генерации расчетных сеток, в которых Северный полюс находится за пределами расчетной области.

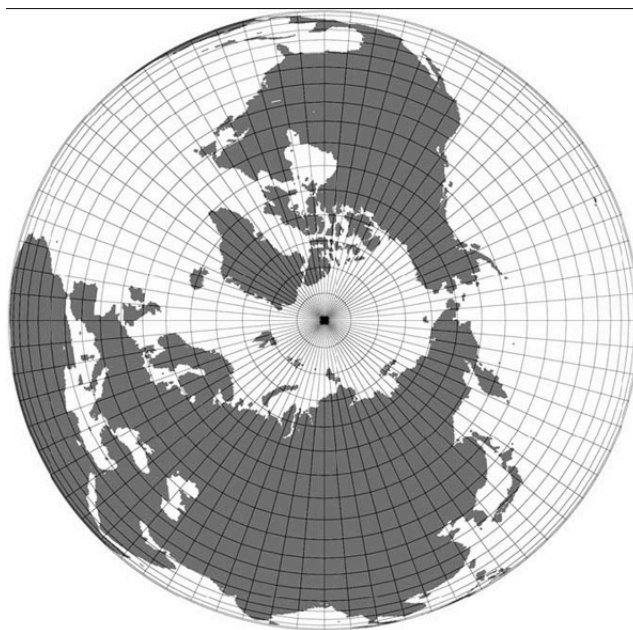


Рис. 2.1. Ортографическая проекция Северного полушария на широтно-долготной сетке с шагом 5° , демонстрирующая особенность в район Северного полюса.

Один из алгоритмов, предложенный в работах [83, 87], состоит в использовании комбинации из двух сферических сеток. При этом для Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана используется повернутая сферическая система координат с полюсами на экваторе, а для остальной части Мирового океана – стандартная географическая. Эти две системы координат плавно соединены на экваторе Атлантического океана. Однако, такая комбинированная система координат имеет серьезный недостаток, а именно, их невозможно непосредственно связать в Беринговом проливе (рис. 2.2). В работе [96] эта проблема в некоторой мере решена путем параметризации обменов водными массами и льдом между Тихим и Северным Ледовитым океанами. Однако, при моделировании океана крайне важно явное описание этих процессов, поскольку Берингов пролив крайне важен для адекватного воспроизведения балансов тепла и пресной воды в Северном Ледовитом океане [127]. Более того, на линии стыка двух сфер нарушается непрерывность второй производной метрических коэффициентов, хотя в [80] полагается, что в рамках работы [87] это допустимо.

В итоге многие исследователи пришли к необходимости разработки алгоритмов генерации глобальных ортогональных криволинейных сеток. В работе [133] описаны методы генерации различных конформных сеток. Одни из них имеют два несимметрично расположенных полюса, другие – несколько полюсов, третьи основаны на семействах эллиптически-гиперболических систем с общими фокусами. Было также предложено использование этих методов в различных комбинациях. Например в модели MOM [138] ис-



Рис. 2.2. Система координат, состоящая из геофизической (голубая) и повернутой (зеленая) сеток, объединенных на экваторе Атлантики, но не связанных в Беринговом проливе.



Рис. 2.3. Триполярная система координат [133], состоящая из двух сфер: основной – в большей части поверхности земли, и преобразованной – в полярной части Северного полушария.

пользуется триполярная система координат, состоящая из двух частей. Первая представляет собой стандартную широтно-долготную сетку до некоторой линии широты Северного полушария, в полярной же части используется конформно преобразованная сфера, полюса которой расположены на материках. Эти две части плавно состыкованы вдоль линии широты. Некоторые сетки полулагранжевых атмосферных моделей, такие как конформные кубические сетки [141], были сгенерированы путем конформного преобразования многоугольных и многогранных сеток и имеют несколько особых точек. Конформная кубическая сетка (рис. 2.4) была внедрена в эйлерову модель океана MIT [61]. В такого рода сетках наличие особых точек в расчетной области требует внедрения в модель дополнительных численных приемов, но, поскольку сеточное сгущение вокруг этих точек сравнительно невелико, то ограничение на шаг по времени по сравнению с окрестностью сферического полюса становится приемлемым. Тем не менее, в общем для моделей океана наличие в расчетной области особенностей любого типа крайне нежелательно, и по возможности эти особенности следует смещать на сушу.

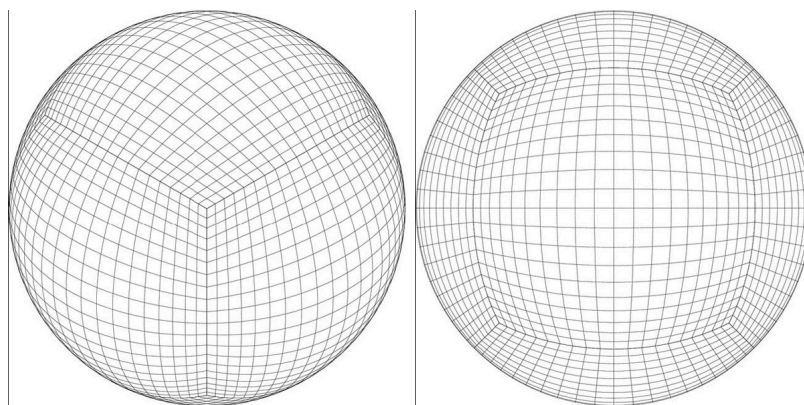


Рис. 2.4. Конформная кубическая сетка[141], используемая в модели MIT[61]

В связи с этим много внимания было уделено разработке сеток с двумя несимметрично расположенными полюсами, при этом южный полюс оставался на месте, а северный перемещался на Гренландию, Канаду или Сибирь. Большинство сеток такого типа представляют собой аналитический диполь, который можно получить путем конформного отображения традиционной широтно-долготной сетки. Для того чтобы осуществить это, существуют несколько способов. Это, например, метод сечения сферы плоскостями с общей осью [149], полярная стереографическая ре-проекция [133], а также комплексное преобразование [65, 56]. Все эти методы генерируют одну и ту же сетку и эквиваленты преобразованию Мебиуса или Шмидта [147] линий сетки на плоскость стереографической проекции. Важное свойство этого преобразования состоит в том, что круговые линии, покрывающие сферу, остаются круговыми и после преобразования. Аналитический диполь с Северным полюсом на Гренландии изображен на рис. 2.5.

В процессе вышеописанных исследований был сформулирован ряд требований, которые необходимо предъявить к расчетным сеткам для глобального океана. Основные из



Рис. 2.5. Глобальный аналитический диполь с особыми точками, расположенными в 75° с.ш., 40° з.д. и в 90° ю.ш. (преобразование всей сферы по методу [65]). Географический экватор отмечен жирной линией для сравнения.

них следующие:

- *Ортогональность.* Данное качество существенно упрощает уравнения движения и означает, что изменения в направлении одной координаты независимы от изменений в направлении другой [98]. Поэтому ортогональность обычно является априорным требованием к расчетным сеткам.
- *Гладкость.* Это требуется для удовлетворения точности конечноразностной постановки [83, 87, 133].
- *Близость к сферической системе в районе экватора.* В силу осевого вращения земли, географический экватор имеет важнейшее геофизическое значение. Экваториальная динамика океана воспроизводится более адекватно, когда координатные линии сетки сосредоточены вдоль географического экватора [121, 149, 104, 105].
- *Расположение особых точек за пределами расчетной области.* Это избавляет от жестких ограничений на шаг по времени и от использования искусственных численных приемов, которые могут отрицательно сказаться на результатах.

Еще одним желательным свойством расчетной сетки является соотношение максимального и минимального шагов порядка единицы, однако это скорее вопрос рационального использования вычислительных ресурсов, нежели существенное требование.

Создание системы координат, удовлетворяющей всем этим требованиям, – нетривиальная задача. В самом деле, если сместить Северный полюс, оставив на месте Южный

(как реализовано автором в работе [157]), то географический экватор в новых криволинейных координатах не является координатной линией и, соответственно не совпадает ни с какой линией сетки при построении конечноразностной аппроксимации уравнений модели (рис. 2.5). Поэтому единственный способ сохранить географический экватор – смещение обоих полюсов вдоль одного меридиана симметрично к экватору. Важность сохранения положения экватора на новой расчетной сетке обуславливается тем, что географический экватор служит своеобразным волноводом для крупномасштабных экваториальнозахваченных волн Кельвина и Россби, а также в области экватора формируется сложная структура течений и противотечений, воспроизведение которой очень важно для, например, явления Эль-Ниньо-Южное колебание. Поэтому сохранение положения экватора в новой системе координат позволяет лучше воспроизводить эти физические процессы.

Для этого можно воспользоваться такой методикой, как представление широтно-долготного подпространства сферической системы координат в виде комплексной сферы Римана и ее дальнейшее конформное преобразование по формуле Мебиуса [143, 56]. Подробные формулы преобразования приведены в приложении В. Такая система использовалась в работе [126], при этом смещение полюсов было произведено на Гренландию и южную часть моря Уэдделла. Однако, в данном случае полюса расположены недостаточно далеко от расчетной области. Тем не менее, в работе [56] было найдено такое преобразование координат, при котором полюса расчетной системы расположены на расстоянии $4\text{--}5^\circ$ от расчетной области, что позволило обойтись без искусственного уменьшения модельного шага по времени. Расположение полюсов, удовлетворяющее этому требованию, следующее. Один полюс располагается в точке с географическими координатами 100°в.д. , 70°с.ш. (полуостров Таймыр), а второй – в симметричную относительно географического экватора точку с координатами 100°в.д. , 70°ю.ш. (побережье Антарктиды) (рис. 2.6). Именно такая система координат и используется в настоящей работе.

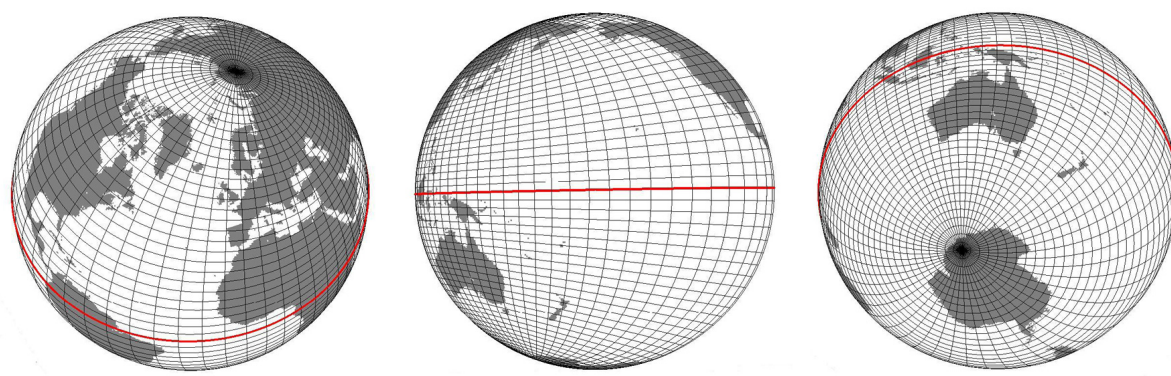


Рис. 2.6. Глобальный аналитический диполь с полюсами, расположенными в 100°в.д. , 70°с.ш. , и в 100°в.д. , 70°ю.ш. Экватор преобразованной системы совпадает с географическим, который выделен для сравнения.

2.2 Физические параметры модели и условия проведения экспериментов

Созданная сигма-модель Мирового океана включает в расчетную область акватории Черного и Каспийского морей, Байкала, Ладожского, Великих американских и др. больших озер. Пространственное разрешение составляет 1° по долготе, 0.5° по широте и 40 неравномерно расположенных сигма-уровней по глубине.

На рис. 2.7 показана топография дна Мирового океана в координатах модельной сетки. Она была получена на основе данных ETOPO2, которые представляют собой топографию всей поверхности Земли с 2-минутным разрешением. Модельная глубина на нашей сетке была ограничена минимальной величиной в 10 м и сглажена с помощью нелинейной фильтрации. Это необходимо для σ -модели океана, поскольку здесь используется преобразование вертикальной координаты (1.18), и следовательно, функция $H(x, y)$ должна быть отделена от нуля и достаточно гладкой на выбранной пространственной сетке.

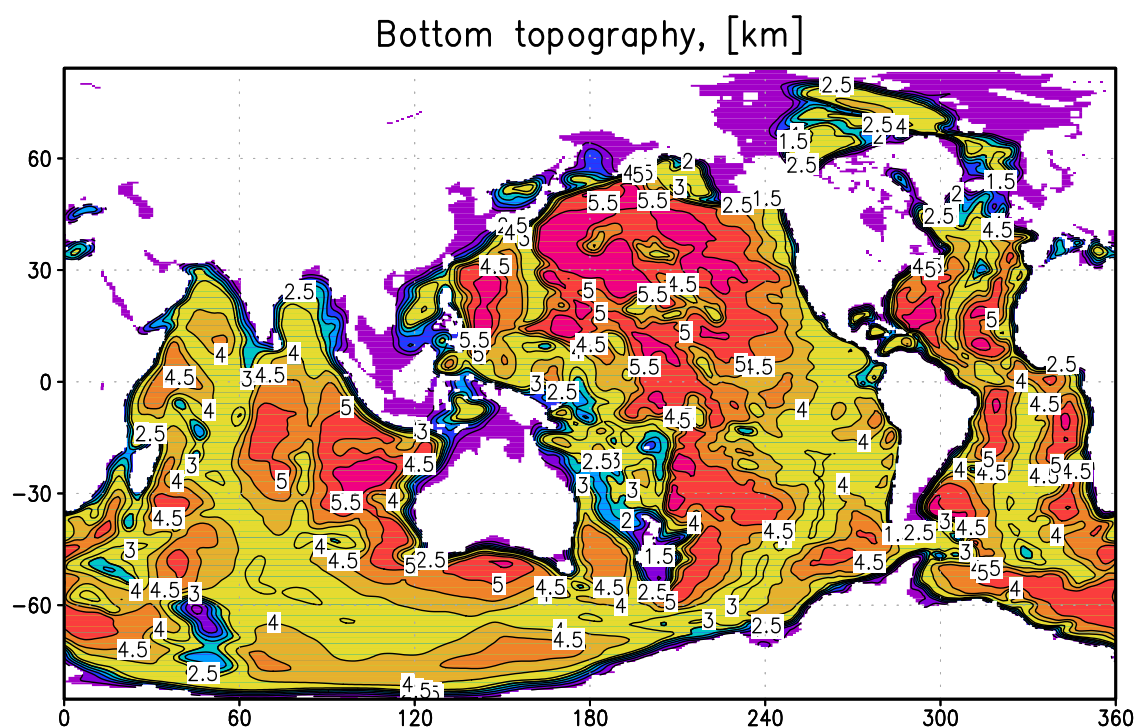


Рис. 2.7. Топография дна, км, используемая в модели, изображенная в сеточных координатах модельной системы.

В численных экспериментах боковая диффузия тепла и соли параметризовалась как среднее между горизонтальной и изопикнической диффузией (в операторе (1.35) полагалось $\alpha = 0,5$, $\beta = 0,5$). Коэффициенты боковой диффузии для температуры T и солёности S брались одинаковыми. В меридиональном направлении K^y задается как функция широты и глубины:

$$K^y = K_0 \left[0,5 + 0,5 \exp\left(-\frac{\sigma H}{D}\right) \right], \quad (2.1)$$

где $K_0 = 4 \cdot 10^6 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ – максимальная величина, которую K^y достигает на поверхности океана и экваторе одновременно. $D = 300$ м – параметр экспоненциального затухания по глубине; на глубинах больше этой величины коэффициент диффузии стремится к 1/2 части от своего максимального значения на поверхности океана.

Коэффициент диффузии в зональном направлении K^x выбирается в виде:

$$K^x = K_0 \left[0,5 + 0,5 \exp\left(-\frac{\sigma H}{D}\right) \right] \cos y, \quad (2.2)$$

где y – модельная координата, являющаяся аналогом географической широты. Согласно этим формулам, сетки K^x уменьшается по отношению к K_0 с уменьшением шага сетки с увеличением абсолютного значения y .

В данной версии модели вязкость второго порядка (1.40) играет вспомогательную роль. Величина коэффициента вязкости в меридиональном направлении задается малым фоновым значением, не превышающим $1,5 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$. В качестве основной боковой вязкости используется сеточная фильтрация скоростей, определяемая оператором Лапласа во второй степени. Это позволяет модели не терять устойчивости даже при тех малых – с учетом пространственного разрешения – коэффициентах диффузии для температуры и солености.

Коэффициенты вертикальной вязкости и диффузии выбирались согласно параметризации Пакановского и Филандера как функция числа Ричардсона [137]. С целью регуляризации задачи значения коэффициентов ограничивались максимальным и минимальным значениями. Коэффициент вязкости изменялся от $1,0 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ до $70 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, а диффузии – с фонового значения $0,01 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ до $35 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$. Чтобы избежать возможных ситуаций "выклинивания" вертикальных профилей температуры и солености в приповерхностном слое океана, в верхнем 5-метровом слое коэффициенты диффузии и вязкости задавались равными $500 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$. В случае неустойчивой стратификации, коэффициент вертикальной диффузии увеличивался до значения $500 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, а коэффициент вязкости брался равным $70 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ (как для случая максимальной сдвиговой неустойчивости).

Для верификации модели динамики Мирового океана проведены серии численных экспериментов на срок 100 лет. Для расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в модели используются атмосферные данные CORE(Forcing for Common Ocean-ice Reference Experiments)[99], предназначенные для экспериментов с моделями океана, включающими в себя модуль параметризации морского льда (см. приложение В). Автоматом в модель были инкорпорированы расчеты реалистичного атмосферного воздействия и модель термодинамики и динамики морского льда (см. приложение В). Численный эксперимент показал, что модель Мирового океана адекватно воспроизводит наблюдаемую структуру основных гидрофизических полей. Для сравнения будут также использоваться результаты воспроизведения глобальной циркуляции океана, представленные в

работе [103], где несколько зарубежных моделей близкого пространственного разрешения, использующих те же самые атмосферные данные CORE[99], интегрировались на длительный срок.

2.3 Результаты расчетов

2.3.1 Течения на поверхности, уровень океана и морской лед

На рис. 2.8 показаны карты среднегодовых течений на глубине 10 м, функция тока баротропной циркуляции и отклонения уровня Мирового океана, полученные в модели к концу 100-летнего расчета. На рисунке хорошо видны западные пограничные течения в Северном полушарии – Гольфстрим и Куро시오. Их среднегодовая скорость может превышать $30 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$. В Южном океане скорость Антарктического Циркумполярного течения составляет в среднем $8\text{--}10 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, превышая $30 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$ в проливе Дрейка. Хорошо просматривается экмановский дрейф, когда течения несколько поворачиваются вправо в северном полушарии и влево в южном. Поэтому на глубине 50 м западные пограничные течения выражены лучше, чем на поверхности. Величины скоростей в западных пограничных течениях определяются пространственным разрешением модели и, как показывают недавние расчеты [4, 41], растут при уменьшении горизонтальных сеточных шагов и коэффициентов боковой крупномасштабной вязкости и диффузии. При этом экмановский дрейф существенно меньше искажает струйные течения Мирового океана.

В центре экваториального Тихого океана наблюдается интенсивное западное течение со скоростью $50 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, соответствующее Южному пассатному течению. На глубинах более 60-и м направление течения меняет знак. Более подробно структура экваториальных течений Тихого океана будет описана ниже. В экваториальной Атлантике скорость течений на поверхности достигает $50 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, а противотечение имеет наибольшую величину $80 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$ на глубине 100 м (не приводится). Хорошо просматриваются интенсивные течения вдоль Южной и Центральной Америк и в Мексиканском заливе. Величины скоростей в Гвианском течении могут превышать $90 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$. В Индийском океане среднегодовое течение около Сомали отражает в большей степени летнюю структуру, поскольку именно летом Сомалийское течение существенно интенсивнее, нежели зимой.

Распределение вертикальной скорости на глубине 50 м (не приводится) отражает интенсивный апвеллинг в экваториальном поясе Тихого океана и Атлантики, а также подъем вод в областях, где ветер дует вдоль материка. В частности, в Атлантике это – побережье Северной Америки и у Западной Африки.

Среднегодовой расход Антарктического циркумполярного течения (АЦТ) в проливе Дрейка составляет 150 Св, что хорошо согласуется с другими модельными расчетами и анализом данных наблюдений (см. [93] и [117]). Расходы в главных среднеширотных круговоротах Северного полушария – в Гольфстриме и Куро시오 несколько превышают

20 Св и 60 Св соответственно.

В модельном решении хорошо проявляются субполярные круговороты в Атлантическом и Тихом океанах. В Атлантике интенсивность, достигающая 30 Св, выше по сравнению с [93] и [117]. Наличие этого круговорота может быть связано с особенностями атмосферного воздействия в этом районе, примыкающем к зоне шторм-треков с севера, а также сложной топографией дна и характером береговой черты, обусловленным близостью Гренландии и Исландии. Следует отметить, что в работе [88] интенсивность этого круговорота достигает 40 Св. Этот результат получен с помощью σ -модели океана [69] при краткосрочном моделировании циркуляции в Северной Атлантике с пространственным разрешением 30-40 км по методу диагноза и прогноза (адаптации). Ранее подобный метод исследования циркуляции океана применялся в работах [50] и [28].

Сильный среднеширотный круговорот с западной интенсификацией величиной до 60 Св наблюдается в южной части Индийского океана в районе Агульясского течения. Индонезийские проливы в модели были аппроксимированы одним широким проливом. Среднегодовой поток через него около 25 Св, что очень близко к значению 26 Св по данным наблюдений [89]. Среднегодовой расход в Мозамбикском проливе достигает 35 Св. Можно отметить, что в целом среднегодовая функция тока баротропной циркуляции, приведенная на рис. 2.8, довольно близка к полученным в работах [117, 93].

Распределение уровня океана согласовано с течениями на поверхности. В Атлантике повышение уровня наблюдается в районе Мексиканского залива, понижение – у южного побережья Гренландии, а также перепад в районе Гольфстрима. Аналогично, в Тихом океане перепад уровня соответствует Куроисио, а зоны повышенного и пониженного уровня расположены к югу и к северу от Куроисио соответственно. Видно, что средний уровень Тихого океана приблизительно на 70 см выше, чем в Атлантике, что хорошо известно из данных наблюдений. Также ярко выражен перепад уровня с севера на юг, соответствующий Антарктическому Циркумполярному течению.

На рис. 2.9 представлена концентрация льда по результатам расчетов и по данным наблюдений [111] для марта (месяца максимального покрытия льдом в Северном полушарии) и сентября (месяца максимального покрытия льдом в Южном полушарии). Видно, что в марте модельное распределение модельного льда довольно близко к наблюдаемому. Немного завышена концентрация льда в Баренцевом и Гренландском морях, а занижена – в Охотском море. В сентябре количество льда в Северном Ледовитом океане на 20-30% меньше наблюдаемого. В Южном океане площадь льда занижена моделью в сентябре на 10-20%, а в марте – на 40-50%. Следует отметить, что качество воспроизведения морского льда очень чувствительно ко многим модельным параметрам.

Приведем результаты расчетов моделей, участвовавших в программе CORE [103]. На верхнем рис. 2.10 представлена концентрация льда в марте, а на нижнем – в сентябре. На этих рисунках также приведены данные по базе спутниковой климатологии за 1979 - 2004 годы [79]. В марте все модели воспроизводят высокую концентрацию во всей Арк-

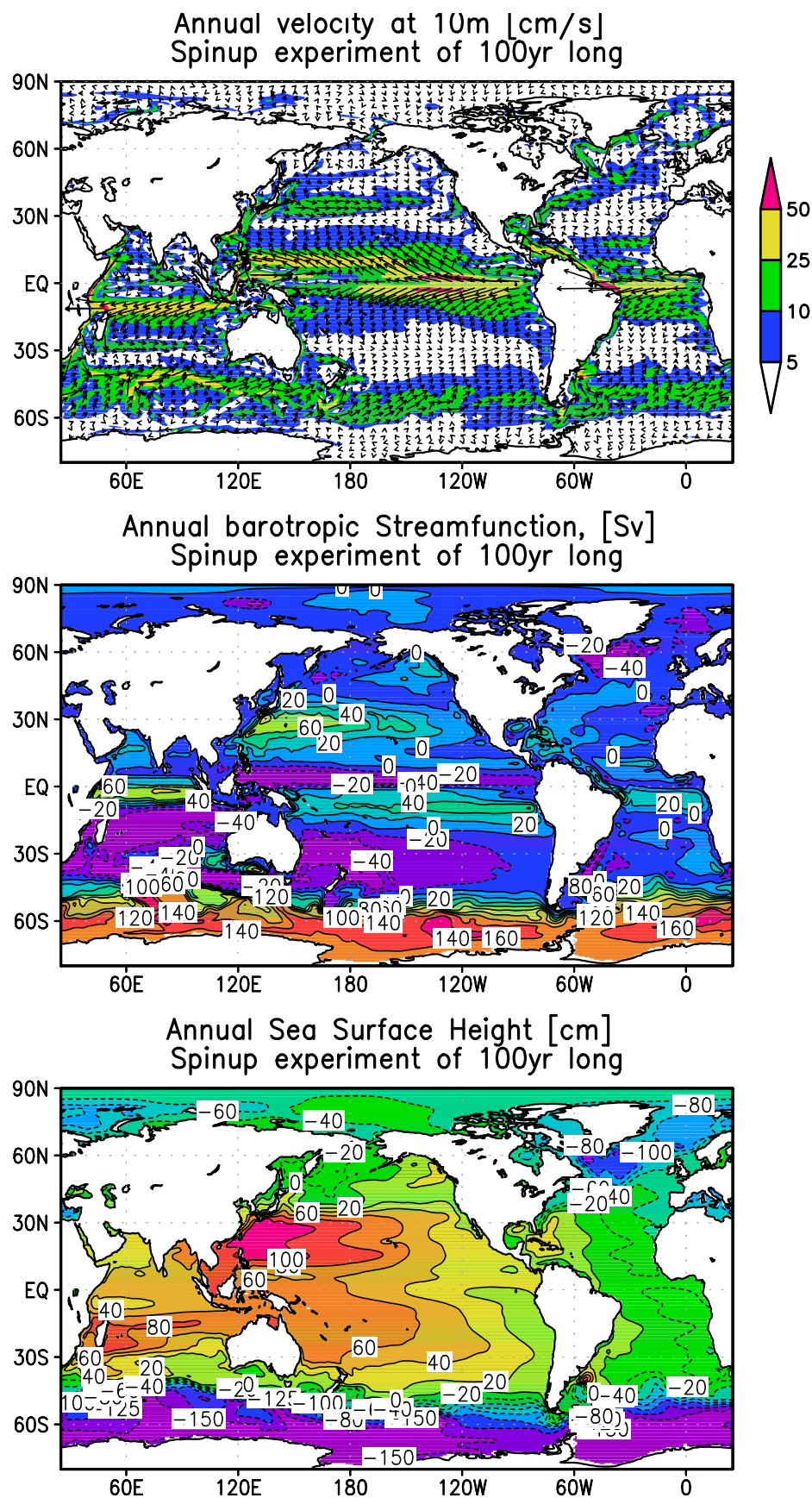


Рис. 2.8. Среднегодовые скорости течений на глубине 10 м, см/с (сверху), баротропная функция тока, Св.(в центре) и уровень океана, см (снизу) за 100-й год расчетного периода.

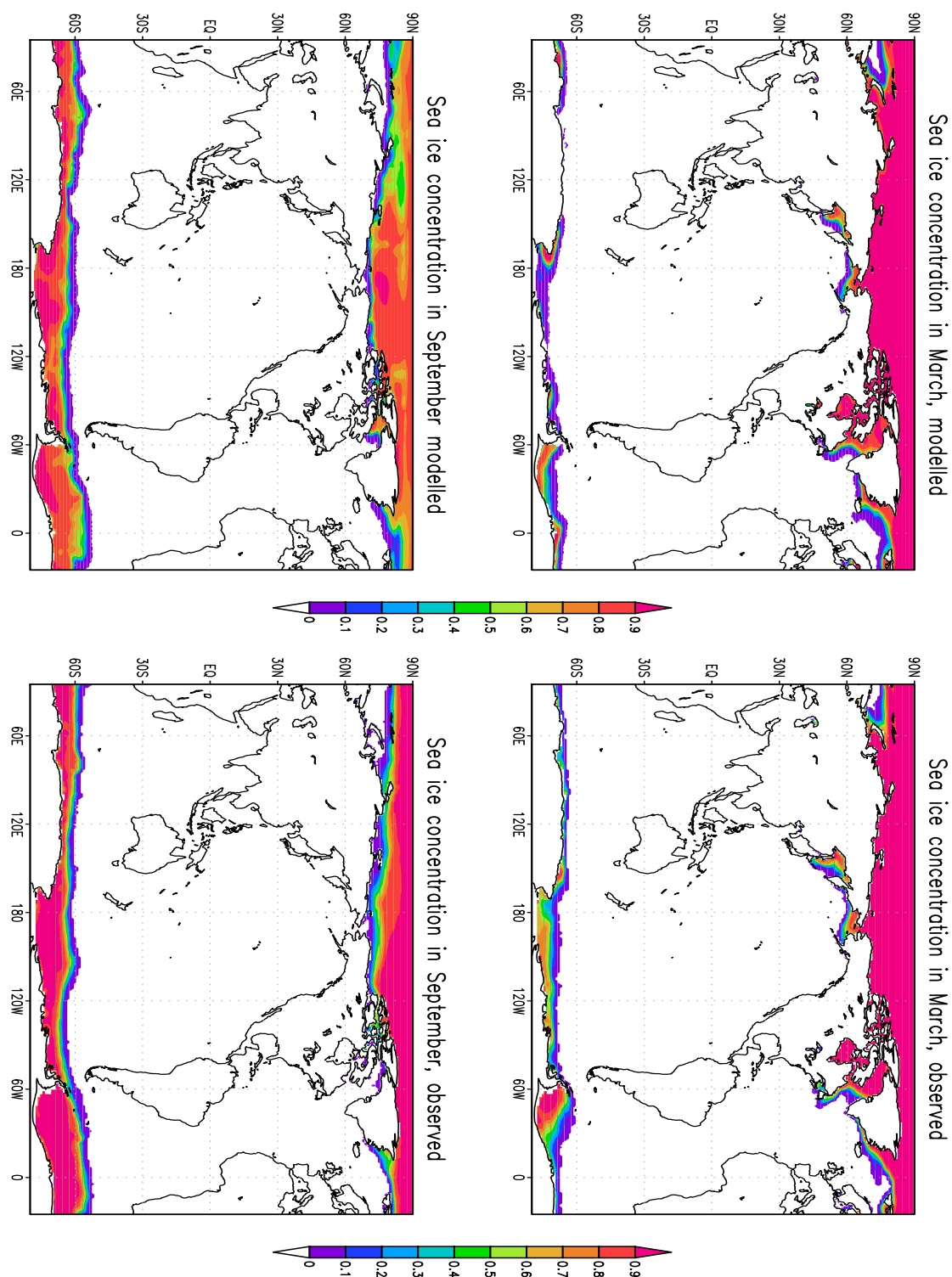


Рис. 2.9. Концентрация морского льда. Сверху – по результатам расчетов, снизу – по данным наблюдений [111]. На обоих рисунках (верхнем и нижнем): справа – в марте, слева – в сентябре.

тике, за исключением субполярной части Северной Атлантики и северной части Тихого океана. В сентябре результаты моделирования очень близки к наблюдениям, за исключением результатов по модели KNMI-MICOM, которая занижает площадь льда. В целом, характерно ярко выраженное различие между результатами по воспроизведению льда в теплый период (для соответствующего полушария).

2.3.2 Экваториальная динамика

На рис. 2.11 приведены вертикальные разрезы зональной скорости течения для нашей модели океана в области экватора в Тихом океане. Они хорошо согласуются с результатами по OGCM MOM3 с пространственным разрешением $0,1^\circ$, реализованной на суперкомпьютере Earth Simulator [128], эксперименты с которой проведены на срок 50 лет. Сравнение рис. 2.11 с рисунками из [128] показывает хорошее сходство картин зональной циркуляции, особенно в верхнем слое, более важном с точки зрения формирования меридионального переноса тепла, чем глубинные слои.

Как видно из рис. 2.12, удалось добиться хорошего соответствия воспроизведенной в эксперименте с нашей моделью океана экваториальной динамики даже на сравнительно грубом для экваториальной области пространственном разрешении $1^\circ \times 0,5^\circ$ и полученной с помощью ассимиляции данных по материалам SODA [75, 76]. Сравнение результатов, полученных с помощью представленной в данной работе модели, с результатами других моделей и данными наблюдений показывает, что пространственная структура и величины приповерхностных западных течений воспроизводятся достаточно точно. Несмотря на сравнительно невысокое пространственное разрешение модели, основная вертикальная структура динамики экваториальных течений хорошо воспроизводится. Адекватно воспроизводится также структура восточного подповерхностного противотечения. Численные расчеты показали, что использование вязкости 4-го порядка позволяет лучше воспроизводить сложную структуру экваториальных течений.

Для дополнительного сравнения на рис. 2.12 приведены результаты, полученные с помощью ряда зарубежных моделей, участвовавших в программе CORE [103]. В большинстве моделей воспроизводится противотечение со скоростью порядка 1 м/с (в предыдущем поколении моделей МГЭИК скорость была в 2-3 раза ниже). Исключениями являются модели MPI и FSU-HYCOM. В MPI причиной занижения скорости является, очевидно, грубое меридиональное разрешение ($>1,7^\circ$) в тропиках Тихого океана. Несмотря на низкие локальные величины скоростей, интегральный расход порядка 50 Св соответствует наблюдениям. Результаты же расчетов по новой версии этой модели с разрешением $0,4^\circ$ (не приводятся) демонстрируют скорость порядка 1 м/с, как и в остальных моделях. В FSU-HYCOM же, судя по всему, проблемы в параметризации вертикального турбулентного перемешивания.

Качественное воспроизведение структуры экваториальных течений в Тихом океане необходимо для успешного воспроизведения апвеллинга у Южноамериканского побере-

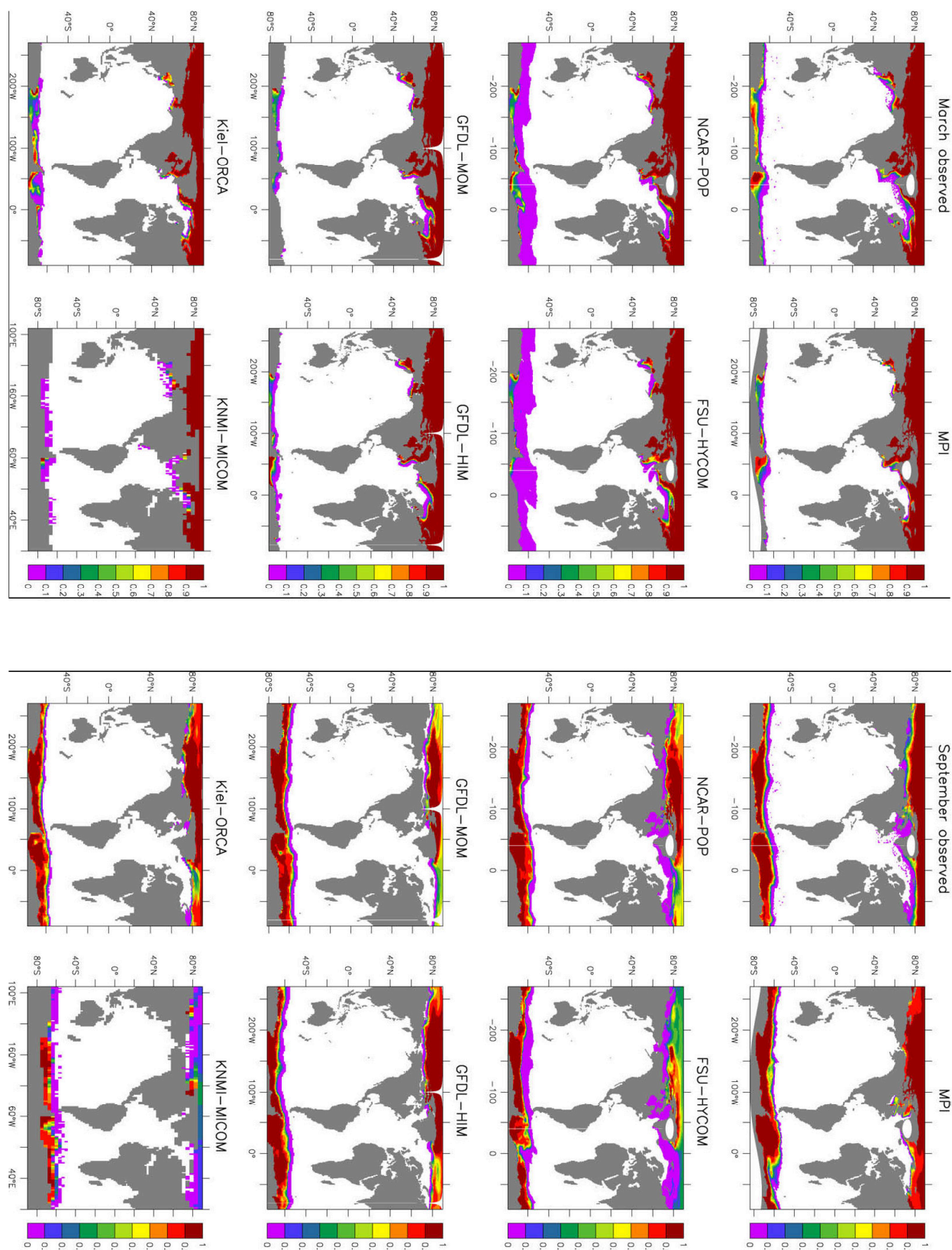


Рис. 2.10. Концентрация морского льда. Сверху – в марте, снизу – в сентябре. Результаты расчетов по моделям проекта CORE [103].

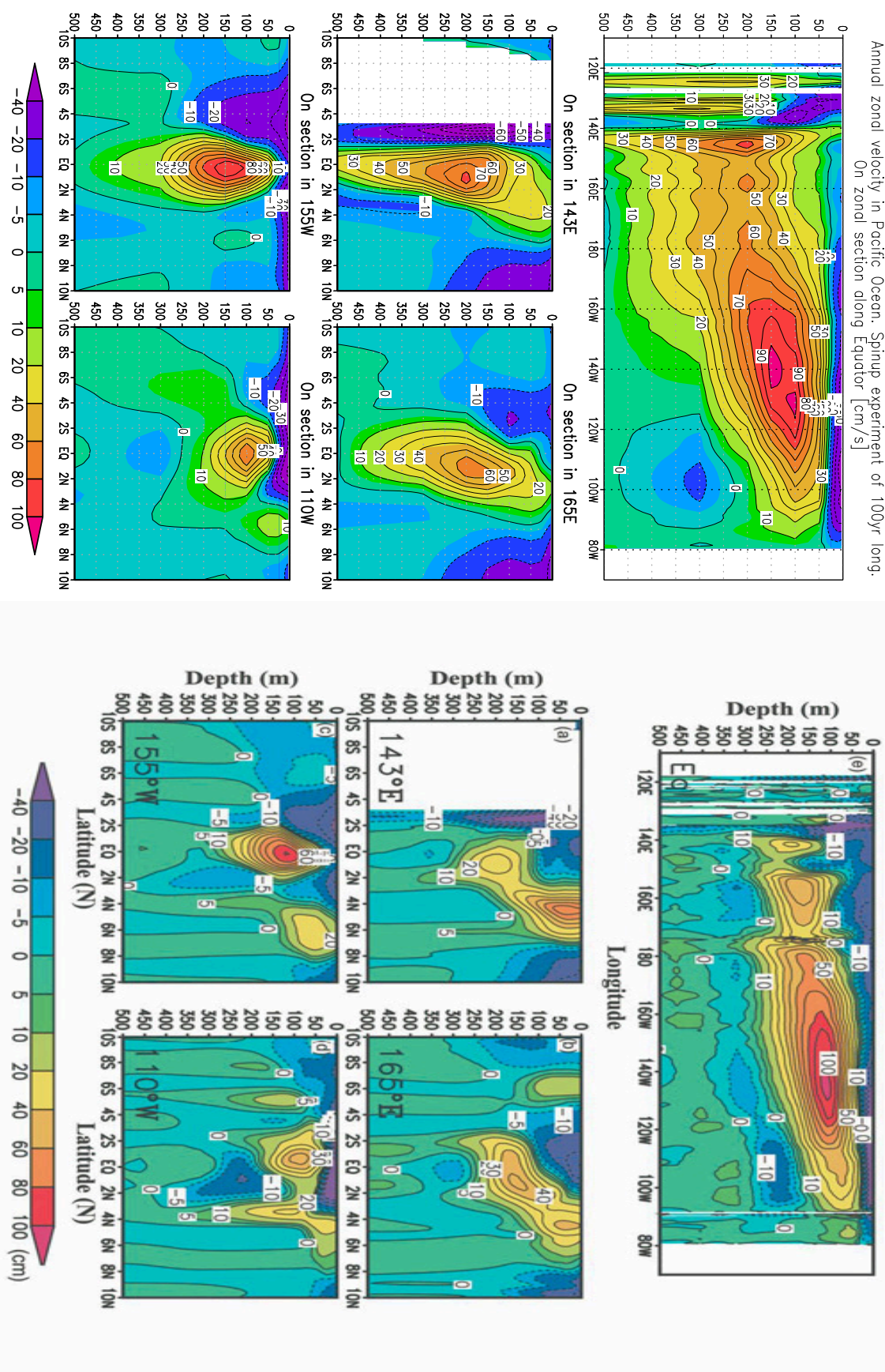


Рис. 2.11. Вертикальные разрезы зональной скорости течений в Тихом океане, см/с. Сверху – по результатам, полученным с помощью представленной модели, снизу – по результатам [128]. На обоих (верхнем и нижнем) рисунках: справа – зональный разрез вдоль экватора, слева – меридиональные разрезы вдоль нескольких линий долготы.

жья, изменчивость которого является важным фактором формирования явления Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК). Воспроизведение ЭНЮК в совместной модели атмосферы и океана является одним из ключевых факторов воспроизведения климатической изменчивости.

2.3.3 Характеристики меридиональной циркуляции

На рис. 2.13 приведена рассчитанная среднегодовая функция тока зонально-интегральной циркуляции для всего Мирового океана и для Атлантики. Характерной особенностью вертикальных круговоротов (рис. 2.13, сверху) является дипольная структура у экватора, связанная с интенсивным экваториальным апвеллингом. Величина расхода в северной от экватора ячейке достигает 45 Св, а в южной – 55 Св. Центры этих круговоротов расположены на глубине 100 м на расстоянии около 5° к северу и югу от экватора. В Северном полушарии меридиональная функция тока имеет максимум порядка 15 Св на глубине около 1 км и широте 30° с.ш. Этот меридиональный круговорот обусловлен меридиональной циркуляцией в Атлантическом океане, где она имеет классический вид монополюсной ячейки (рис. 2.13, снизу). В Южном полушарии выделяется приповерхностная циркуляционная ячейка с вращением по часовой стрелке, имеющая максимум порядка 35 Св. Формирование этой ячейки циркуляции связано с присутствием Антарктического циркумполярного течения (АЦТ). Следует отметить, что рассчитанная меридиональная циркуляция также хорошо согласуется с результатами [128].

На рис. 2.14 приведены результаты, полученными с помощью моделей-участников программы CORE [103]. Анализируя картину меридиональной циркуляции для Атлантики, можно отметить, что самое высокое значение атлантического максимума в модели GFDL-MOM, а самое низкое – в KNMI-MICOM. Следует учитывать, что картина для FSU-HYCOM получена интерполяцией из гибридных модельных координат на горизонтальные уровни, а GFDL-MOM и KNMI-MICOM представлены в модельных изопикнических координатах. Остальные картины выведены в модельных z -координатах.

На левом верхнем рис. 2.15 показаны среднегодовой меридиональный перенос тепла (МПТ). МПТ является одной из важнейших характеристик циркуляции Мирового океана, оказывающих большое влияние на состояние общей климатической системы Земли. Рассчитанный по нашей модели глобальный среднегодовой МПТ (рис. 2.15, сплошная линия) имеет максимум 1,5 ПВт на 15° с.ш. и минимум -1,1 ПВт на 15° ю.ш. В Северном полушарии, выше 40-й параллели, перенос тепла к полюсу осуществляется, в основном, за счет переноса тепла в Атлантическом океане, который связан с западным пограничным течением вдоль всего Американского континента.

Величина теплопереноса в Атлантике (верхний рис. 2.15, длинный пунктир) возрастает с 0,3 до 0,8 ПВт на 19° с.ш. и далее убывает вместе с поворотом на восток и уменьшением интенсивности Гольфстрима и Северо-Атлантического течения. Особенностью рассчитанного МПТ в Атлантике является его относительное постоянство от 0,3 ПВт у

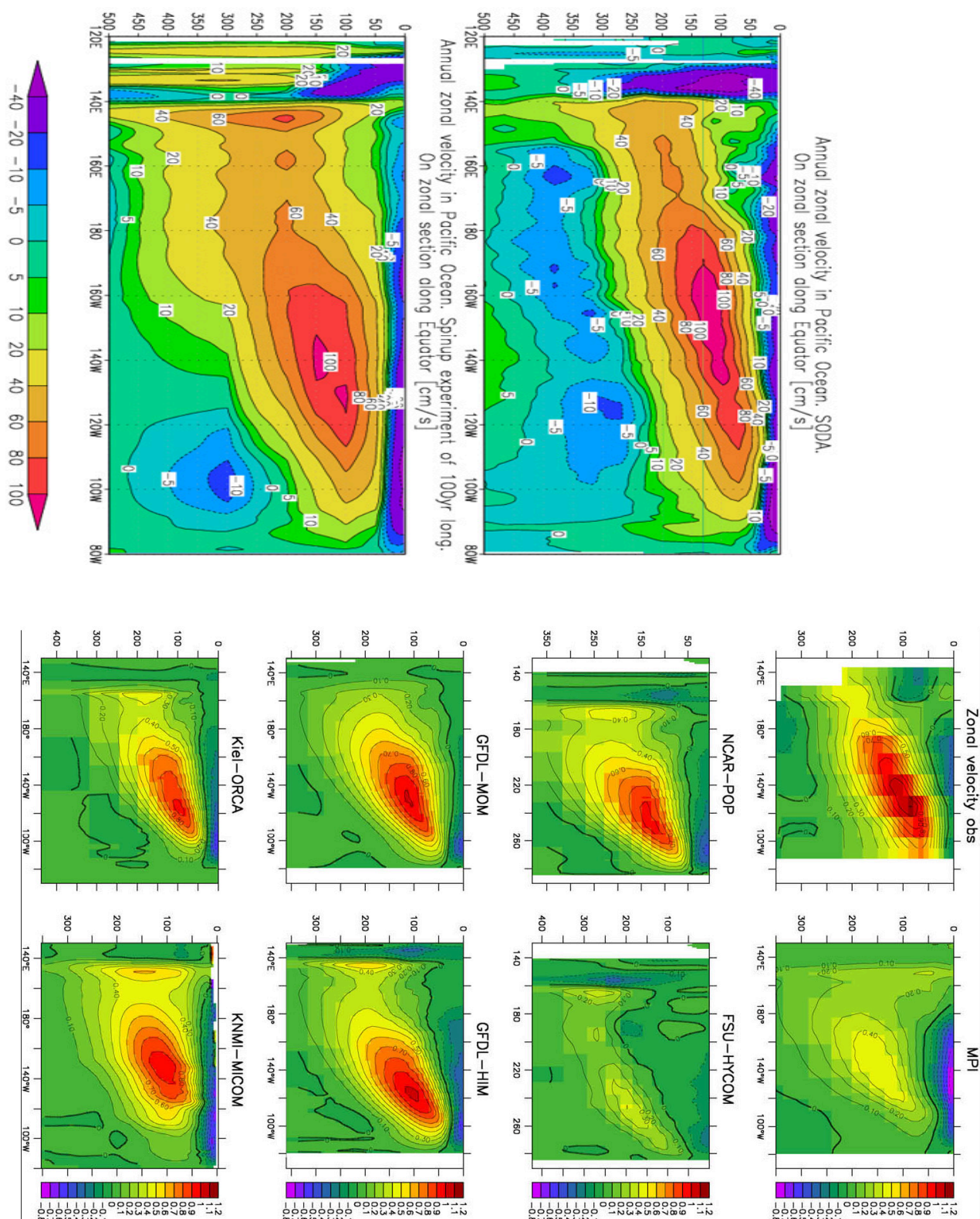


Рис. 2.12. Вертикальные разрезы зональной скорости течений вдоль экватора Тихого океана. Сверху: справа – по материалам SODA [75, 76], слева – по результатам расчетов. Снизу: Результаты расчетов по ряду моделей, участвовавших в программе CORE [103]

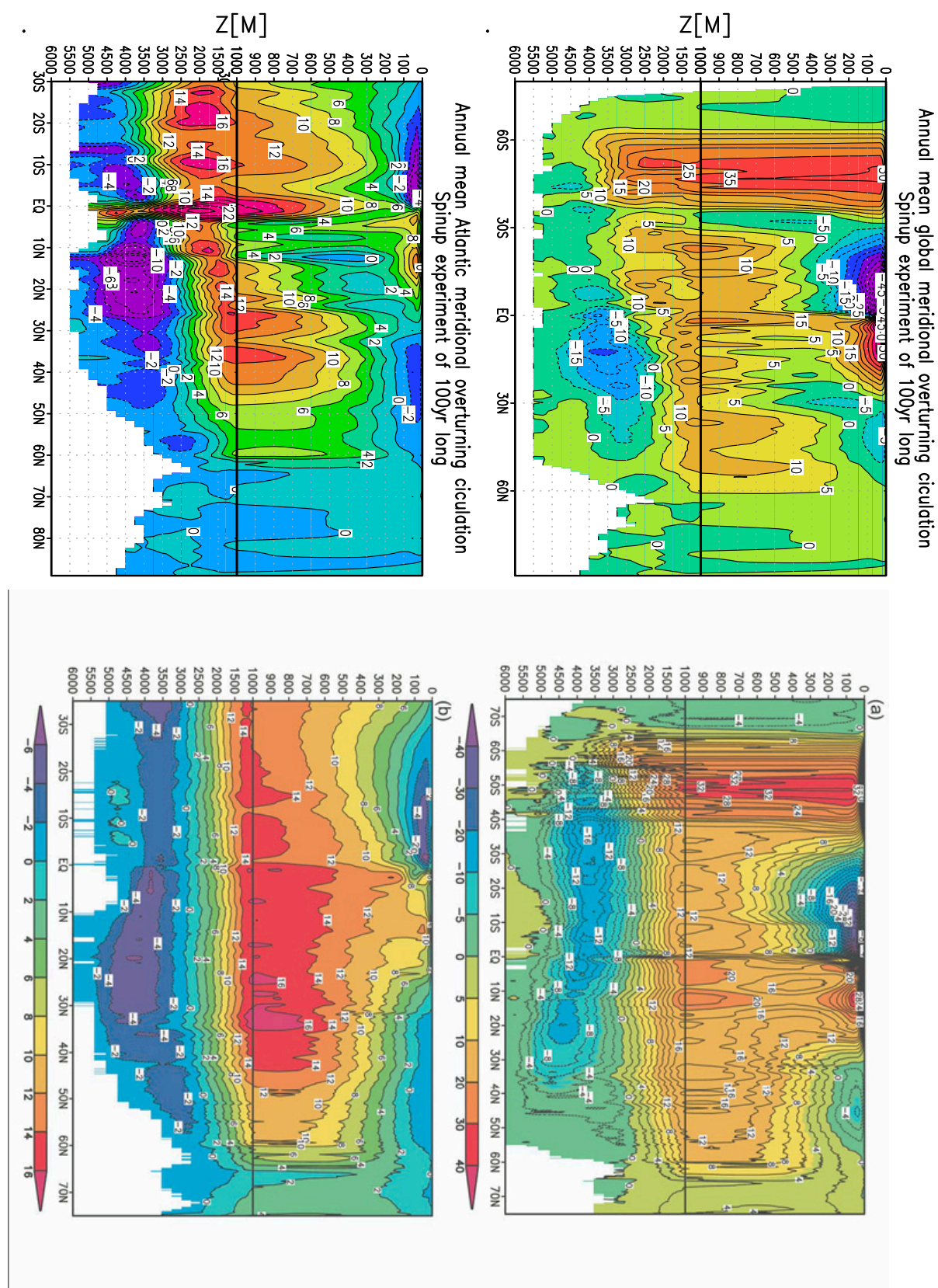


Рис. 2.13. Среднегодовая функция тока зонально-интегральной циркуляции, Св. Сверху – по результатам, полученным с помощью представленной модели, снизу – по результатам [128]. На обоих (верхнем и нижнем) рисунках: справа – для глобального океана, слева – для Атлантического.

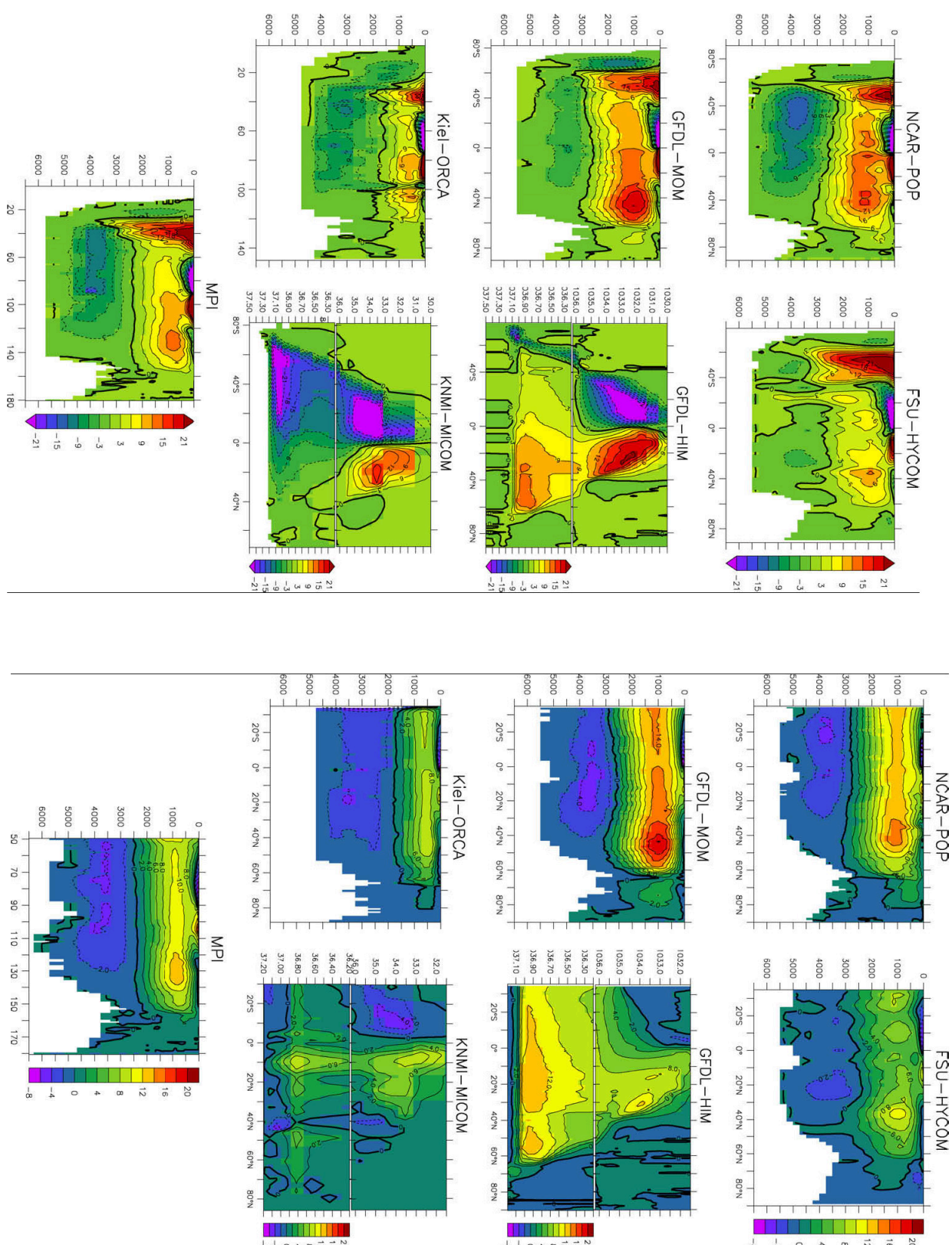


Рис. 2.14. Среднегодовая функция тока зонально-интегральной циркуляции Св. Результаты расчетов по ряду моделей, участвовавших в программе CORE [103]. Сверху – для глобального океана, снизу – для Атлантического.

южной части Африки до 0,4 ПВт на 11° ю.ш. и дальнейший заметный рост на 0,3 ПВт в районе экватора. Перенос тепла на север в области южнее экватора до 35° ю.ш. вызван тем, что в Атлантике южная приэкваториальная ячейка, отвечающая за перенос тепла в Южном направлении, несколько подавлена. Она имеет максимальный расход всего 5 Св (северная – более 10 Св), что может быть вызвано направленным на север экмановским переносом в Южной Атлантике. К тому же на глубине около 1-го км располагается вытянутая вдоль всей Атлантики ячейка циркуляции с направлением по часовой стрелке и величиной расхода, достигающей 15 Св, которая также ответственна за перенос тепла на север.

В Южном полушарии перенос тепла определяется, главным образом, процессами в Тихом и Индийском океанах. Совместный перенос тепла в этих океанах на юг (рис. 2.15, короткий пунктир) достигает максимума 1,5 ПВт на 15° ю.ш.

Для сравнения с данными наблюдений на левом нижнем рис. 2.15 приведены значения оценок меридионального переноса тепла из [152] для глобального океана и отдельных акваторий. Можно отметить некоторое занижение абсолютных величин модельного МПТ. Предположительно, причинами такого занижения может служить ограниченность расчетов климатической циркуляции океана при предписанном атмосферном воздействии, а также недостаточно высокое пространственное разрешение модели.

На правых рис. 2.15 приведены также результаты, полученные с помощью моделей-участников программы CORE [103]. Наибольший перенос тепла в субтропиках обоих полушарий воспроизводит модель MPI (2 ПВт в Северном и 1,5 ПВт в Южном полушариях). Результаты по остальным моделям, за исключением KNMI-MICOM, в общем согласуются друг с другом. И, наконец, результаты по модели KNMI-MICOM резко отличаются от остальных, демонстрируя 1 ПВт в Северном полушарии и 3 ПВт в Южном. Точная причина этого неизвестна, но возможно, дело в больших отклонениях термохалинных характеристик от климата, что отрицательно влияет на воспроизведение МПТ.

В целом рассчитанный в модели МПТ хорошо согласуется с результатами моделирования [117, 93, 103] и оценками по данным наблюдений [152]. Следует отметить, что правильное воспроизведение МПТ моделью океана является необходимым условием построения совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана без коррекции потоков обменов между атмосферой и океаном на его поверхности. В свою очередь соединение атмосферной и океанической блоков в единую модель климата без коррекции потоков является современным требованием к CSM.

2.4 Выводы

В этой главе проведен анализ и сравнение с наблюдениями циркуляции Мирового океана, воспроизводимой с помощью представленной в главе 1 σ -модели общей циркуляции океана. Модель реализована в криволинейной ортогональной системе координат, особые

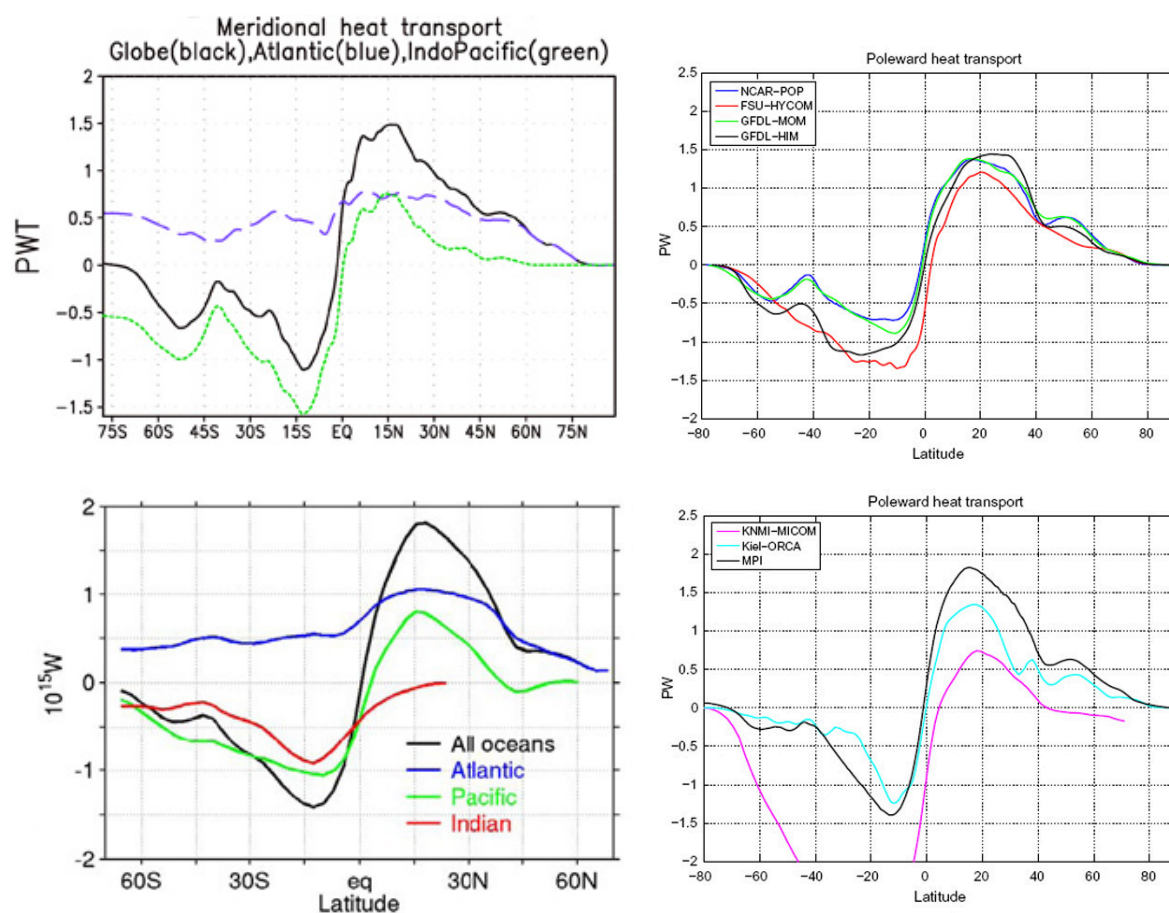


Рис. 2.15. Слева: сверху – среднегодовые меридиональные переносы тепла по результатам расчетов, ПВт: Мировой океан (сплошная линия), Атлантический океан (длинный пунктир), суммарный перенос в Тихом и Индийском океане (короткий пунктир); снизу – оценки из [152]. Положительные значения МПТ соответствуют переносу тепла на север, а отрицательные – на юг. Справа: МПТ по результатам расчетов моделей, участвовавших в программе CORE [103].

точки которой расположены за пределами расчетной области, что позволило обойтись без искусственного уменьшения шага по времени и использования фильтрации в районе особых точек. Расчетная область включает в себя область Черного и Каспийского морей, Байкала, Ладожского, Великих американских и др. больших озер. Пространственное разрешение составляет $1^\circ \times 0,5^\circ$ в модельных координатах и 40 неравномерно расположенных σ -уровней по глубине. Проведены тестовые эксперименты с ней по настройке параметров. Приведем основные выводы относительно результатов выполненных расчетов.

1. Проведенные расчеты показывают, что модельные распределения океанической циркуляции и термохалинных полей соответствуют данным наблюдений и хорошо согласуются с расчетами по другим моделям [117, 93, 103]. В поле горизонтальных течений хорошо просматриваются западные пограничные течения в Северном полушарии – Гольфстрим и Күросио. Их среднегодовая скорость может превышать $30 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. В Южном океане скорость Антарктического Циркумполярного течения составляет в среднем $8\text{--}10 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, превышая $30 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ в проливе Дрейка. Представленные в данной работе расчеты выполнены со сравнительно невысоким пространственным горизонтальным разрешением $1^\circ \times 0,5^\circ$ (по долготе и широте). Как показывают недавние расчеты [19, 53, 41], скорости в струйных течениях Мирового океана растут при уменьшении горизонтальных сеточных шагов и коэффициентов боковой крупномасштабной вязкости и диффузии. При этом на поверхности океана экмановский дрейф в меньшей степени искажает струйные течения, поскольку интенсивность ветрового воздействия слабо зависит от горизонтального разрешения в модели океана, в то время как роль градиентных течений при увеличении пространственного разрешения повышается.

2. Несмотря на сравнительно невысокое пространственное разрешение модели, достаточно хорошо воспроизводится вертикальная структура экваториальных течений, которая хорошо согласуется с результатами [128, 75, 76, 103]. Структура восточного подповерхностного противотечения воспроизводится адекватно. По сравнению с результатами, полученными с помощью более ранней версии модели с разрешением $2,5^\circ \times 2^\circ \times 33$ [17], величины скоростей значительно возросли, что говорит о важности повышения пространственного разрешения модели.

3. Рассчитанная меридиональная циркуляция хорошо согласуется с результатами [117, 93, 128, 103]. В прежних версиях модели наблюдались отличия в глубоких слоях ($>1,5 \text{ км}$) [17].

3. Рассчитанный в модели МПТ хорошо согласуется с результатами моделирования [117, 93, 103] и оценками по данным наблюдений [152].

Главная цель, поставленная в главе, – это настройка параметров модели с целью получения адекватной наблюдениям модельной климатической циркуляции Мирового океана. Такая работа была необходима перед включением модели океана в модель климата

ИВМ РАН. Важность этой работы обусловлена еще и тем, что модель климата не использует коррекцию потоков на поверхности океана, и поэтому атмосферный и океанский блоки должны по отдельности хорошо воспроизводить климатические состояния атмосферной и океанической циркуляции. Таким образом, показано, что качество воспроизведения циркуляции Мирового океана в 100-летних климатических расчетах соответствует наблюдениям и расчетам по другим климатическим моделям общей циркуляции океана. В настоящее время представленная модель включена в новую версию совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана [12], разработанной в ИВМ РАН, в качестве океанического блока, а также может применяться для расчетов на различных регионах Мирового океана с различным пространственным разрешением. В главе 3 представлены результаты моделирования Тихого океана с высоким пространственным разрешением.

Глава 3

Моделирование циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением

3.1 Введение

В предыдущих главах настоящей работы приведены описание σ -модели гидротермодинамики океана ИВМ РАН и результаты расчетов циркуляции Мирового океана. В данной главе представлены результаты экспериментов по воспроизведению циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением. Для расчета циркуляции использовалась версия представленной модели, настроенная на акваторию Тихого океана с высоким пространственным разрешением, способная воспроизводить вихревую динамику океана (мезомасштабную изменчивость).

В настоящее время ведущими научно-исследовательскими коллективами разных стран выполняются исследования по разработке эффективных численных моделей общей циркуляции Мирового океана высокого пространственного разрешения и изучение с их помощью природы и изменчивости гидрофизических процессов, протекающих в толще океанских вод. (см., например, обзор [101]). Благодаря увеличению быстродействия вычислительной техники и развитию численных методов, имеющих место в последние годы, повысилось качество математического моделирования циркуляции океана. Поэтому модели океана могут служить хорошим инструментом исследований в области изучения океанических процессов. Одной из главных проблем моделирования циркуляции океана в настоящий момент является создание моделей высокого пространственного разрешения, способных воспроизводить структуры течений, вихревых образований, прибрежной и придонной динамики и т.д. с высокой точностью на значительной акватории [64].

Для целей настоящего исследования используется версия модели циркуляции в северной части Тихого океана от экватора до Берингова пролива с разрешением $(1/8)^\circ$ по долготе и широте. Необходимость выбора высокого пространственного разрешения обу-

словлена и тем, что получение реальных по величинам скоростей крупномасштабного поля течений возможно только с помощью модели высокого разрешения (см., например, [51, 19]), воспроизводящих синоптическую изменчивость океана. Так, например, получение меандрирование Куро시오 и сопровождающее его вихреобразование, которое порождает вихревую структуру циркуляции (так называемые синоптические вихри [39, 31]). Однако, расчеты с высоким пространственным разрешением требуют наличия высокопроизводительных многопроцессорных компьютеров, а сама численная реализация модели должна быть распараллелена. Проведенные технические усовершенствования модели высокого пространственного разрешения позволили повысить ее физическую адекватность и, что особенно важно, быстродействие. Программный код модели ИВМ, по сравнению с версией [4], был модифицирован с целью ускорения счета с помощью ОМР параллелизации.

Предварительный анализ результатов моделирования показал достаточно высокую физическую адекватность модели. Как и ожидалось, вихреразрешающая модель воспроизводит вихревую структуру циркуляции океана.

С целью демонстрации применения представленной модели в практических задачах, в работе, описанной в данной главе, она используется вначале для расчета и исследования циркуляции в северной части Тихого океана, а затем – для расчета распространения загрязняющего вещества (ЗВ) на основе рассчитываемого поля течений. Был проведен расчет переноса загрязнения, выброшенного в акватории около Петропавловска-Камчатского. Район к востоку от п-ва Камчатка мало освещен данными наблюдений, поэтому роль численного моделирования для данной акватории представляется особенно важной.

В [4] уже использовалась предыдущая версия модели для расчета переноса ЗВ в северо-западной части Тихого океана. Однако в той работе применялся упрощенный подход, когда использовалось стационарное среднегодовое трехмерное поле течений. В настоящей работе расчет течений велся одновременно с расчетом переноса ЗВ. Такой подход позволяет реалистично описывать процесс переноса ЗВ течениями, изменчивыми во времени как за счет вариаций атмосферного воздействия, так и за счет собственной синоптической изменчивости, присущей океанической циркуляции.

3.2 Воспроизведение циркуляции северной части Тихого океана с помощью σ -модели с разрешением $(1/8)^\circ$

Для настоящей работы важна северо-западная часть акватории Тихого океана. Однако построение модели отдельно для этой акватории было бы некорректно, поскольку циркуляция здесь во многом определяется общей структурой циркуляции всей северной

части Тихого океана. Поэтому была создана модель высокого пространственного разрешения для всей северной (от экватора) части Тихого океана. Представляемая версия σ -модели с пространственным разрешением $(1/8)^\circ$ по долготе и широте была настроена на акваторию Тихого океана от 99° в.д. до 77° з.д. и от 0° с.ш. до 66° с.ш. Сеточная область в горизонтальной плоскости содержит 1472×528 узлов. По вертикали было задано 20 неравномерно распределенных по глубине σ -уровней. Шаг по времени, исходя из устойчивости решения, был выбран равным $1/4$ ч.

Топография дна, используемая в модели, была получена из данных ETOPO2, которые представляют собой топографию всей поверхности Земли разрешением $2' \times 2'$. Исходные данные высокого разрешения были сглажены для устранения локальных особенностей, а затем сынтеполированы на модельную область. Далее модельная топография на сетке с разрешением по широте и долготе в $(1/8)^\circ$ была еще раз сглажена для устранения изломов. Боковые границы области ограничены вертикальной стенкой с минимальной величиной 5 м. Сглаживание топографии и ненулевая глубина во всех точках области, включая береговые, необходима для σ -модели океана, поскольку здесь используется преобразование вертикальной координаты (1.18).

Для расчета потоков тепла, соли и импульса из атмосферы в модели используются атмосферные данные CORE (Forcing for Common Ocean-ice Reference Experiments) [99] (см. приложение В), предназначенные для экспериментов с моделями общей циркуляции океана. По этим данным рассчитывались потоки тепла, соли и импульса на поверхности океана. Для потоков соли проводилась коррекция путем добавления слагаемых, моделирующих отрицательную обратную связь. При этом коэффициенты обратной связи выбирались таким образом, чтобы в верхних слоях толщиной 50 м приблизительно за 2 месяца происходила релаксация модельной поверхностной солености к данным Левитуса [71]. Необходимость введения поправки по солености обусловлена тем, что в автономных экспериментах по модели океана для нее нет стабилизирующей обратной связи, как это есть, например, для температуры поверхности океана. В данных экспериментах использовались атмосферные данные, характерные для т.н. среднеклиматического года, который искусственно составлялся из среднемесячных климатических данных за 1958-2004 гг. и аномалий наиболее характерного года из этого интервала [99].

Модельная область содержит семь участков жидких границ на юге и севере области. На жидких границах от поверхности до дна на каждом шаге интегрирования задаются значения температуры и солености по данным массива Левитуса [71]. При интегрировании модели учитывается сток основных рек, влияющих на распределение солености, внесением соответствующих поправок в поток пресной воды.

В численных экспериментах коэффициенты крупномасштабной горизонтальной турбулентной диффузии, параметризующей подсеточную мезомасштабную вихревую активность, брались одинаковыми как для температуры, так и для солености. Коэффициенты горизонтальной турбулентной диффузии в меридиональном и зональном направлениях

задаются как функция глубины и широты, так что в окрестности экватора они составляют $5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$, а в средних широтах существенно меньше – $\sim 3 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$. Поскольку использовалась упомянутая выше сеточная фильтрация скоростей, определяемая сеточным оператором Лапласа второй степени, то даже при таких малых коэффициентах модель не теряет устойчивости.

Коэффициенты вертикальной вязкости и диффузии выбирались согласно параметризации Монина-Обухова как функция сдвига скорости и стратификации [35, 116]. С целью регуляризации задачи значения коэффициентов ограничивались максимальным и минимальным значениями. Коэффициент вязкости изменялся от $1,0 \text{ см}^2/\text{с}$ до $100 \text{ см}^2/\text{с}$, а диффузии – с фонового значения $0,03 \text{ см}^2/\text{с}$ до $50 \text{ см}^2/\text{с}$. Чтобы избежать возможных ситуаций "выклинивания" вертикальных профилей температуры и солености в приповерхностном слое океана, в верхнем 5-метровом слое коэффициенты диффузии и вязкости задавались равными $1000 \text{ см}^2/\text{с}$. В случае неустойчивой стратификации, коэффициент вертикальной диффузии задавался равным $1000 \text{ см}^2/\text{с}$. Для составляющих скорости на твердых границах и на дне ставится условие свободного скольжения, а для температуры и солености – условие отсутствия потоков.

Эксперимент ставился следующим образом. Сначала, начиная с январских климатических полей температуры и солености, модель из состояния покоя рассчитывалась на 4 года. За этот промежуток времени течения в верхнем слое порядка 1 км выходят на квазиустановившийся сезонный ход.

Затем осуществлялось интегрирование модели еще на один год, когда расчет течений велся одновременно с расчетом переноса загрязняющего вещества (ЗВ) как пассивной примеси. Такой подход позволяет испытать модель для расчетов в оперативном режиме. Для краткости приводим описание особенностей пространственного распределения только приповерхностных течений Тихого океана в выбранном варианте модельной реализации, поскольку только в этом слое имеются данные наблюдений, пригодные для оценки адекватности модели.

Картина течений всей северной части Тихого океана приведена на рис. 3.1. Сравнивая рассчитанную по модели структуру течений с известными из наблюдений схемами течений (см., например, [42]), можно констатировать, что модель воспроизводит все известные для данной акватории течения. Так, хорошо просматривается система экваториальных поверхностных течений. Выделяется Южное и Северное пассатные течения, разделяемые Межпассатным противотечением, простирающиеся по всему Тихому океану от восточной до западной границ. Как и по данным наблюдений, стрежень Южного пассатного течения привязан к области экватора, а более размытая струя Северного пассатного течения находится в окрестности 10°с.ш. Струя Межпассатного противотечения привязана к 5°с.ш. Очень хорошо проявляется течение Куро시오. При этом по результатам моделирования просматривается его меандрирование, вызванное бароклинной неустойчивостью. Также как и в данных наблюдений, оно отрывается от о. Хонсю

на широте Токио ($\sim 35^\circ$ с.ш.) и через систему меандров переходит в Северотихоокеанское течение. Далее у западного берега Северной Америки оно разделяется на две струи. Одна из них, поворачивая на север, формирует теплое, по отношению к окружающим водам, Аляскинское течение, другая, поворачивая на юг, формирует Калифорнийское течение, холодное по отношению к окружающим водам.

Согласно полученной картине течений, в Беринговом море просматривается струя, пересекающая его в направлении с юго-востока на северо-запад, которая вливается в Камчатское течение, располагающееся вдоль восточного берега п-ова Камчатки.

Поскольку для целей настоящих исследований важна динамика северо-западной части Тихого океана, следует остановиться на ней подробнее.

На рис. 3.2а показано поле среднегодового распределения течений на глубине 50 м на акватории северо-западной части Тихого океана, включающей Японское, Охотское моря и часть Берингова моря. На этой карте более подробно просматривается струйный характер течения Куроисио с шириной струи ~ 100 км. Скорости в Куроисио достигают 100 см/с и выше. Проявляется его меандрирование и образование квазистационарных вихрей вокруг него. Далее Куроисио через район меандрирования и формирования вихрей с противоположными значениями завихренности переходит в Северотихоокеанское течение. При этом скорости в Северотихоокеанском течении падают по сравнению со скоростями в Куроисио до 50 см/с.

Стоит отметить, что недавно японскими учеными были выполнены расчеты для небольшого участка Тихого океана в районе Куроисио с высоким разрешением [131], хорошо согласующиеся с полученными результатами. Так, после отрыва Куроисио от о. Хонсю выделяется так называемый район бифуркации (рис. 3.2а, который по своей картине очень хорошо согласуется с расчетами [131]). В 1998 г. были проведены российско-японско-американские экспедиционные исследования в Охотском море. В этой экспедиции выполнялись прямые измерения скорости течений, что случается редко в связи с высокой стоимостью подобных мероприятий. Очень хорошо согласуются с данными прямых измерений результаты расчетов в Восточно-Сахалинском течении [135].

Скорости Камчатского течения достигают 50 см/с и более. Это течение несет свои воды на юго-запад вдоль восточного берега п-ва Камчатки. У южной оконечности полуострова Камчатское течение делится на две струи. Основная продолжает перенос вод на юго-запад, формируя течение Оясио и далее Курильское течение, располагающееся вдоль гряды Курильских островов. Оно немного отклоняется на широте $\sim 45^\circ$ с.ш. из-за особенностей топографии дна. Другая часть Камчатского течения поворачивает на север в Охотское море. В Охотском море формируется классический тип морских течений в северном полушарии, определяемых общим циклоническим вращением вод. Ярко выраженной составляющей этого круговорота служит хорошо проявляющееся Восточно-Сахалинское течение. В пр. Лаперуза формируется интенсивное течение со скоростями > 50 см/с, переносящее воды из Японского моря в Охотское.

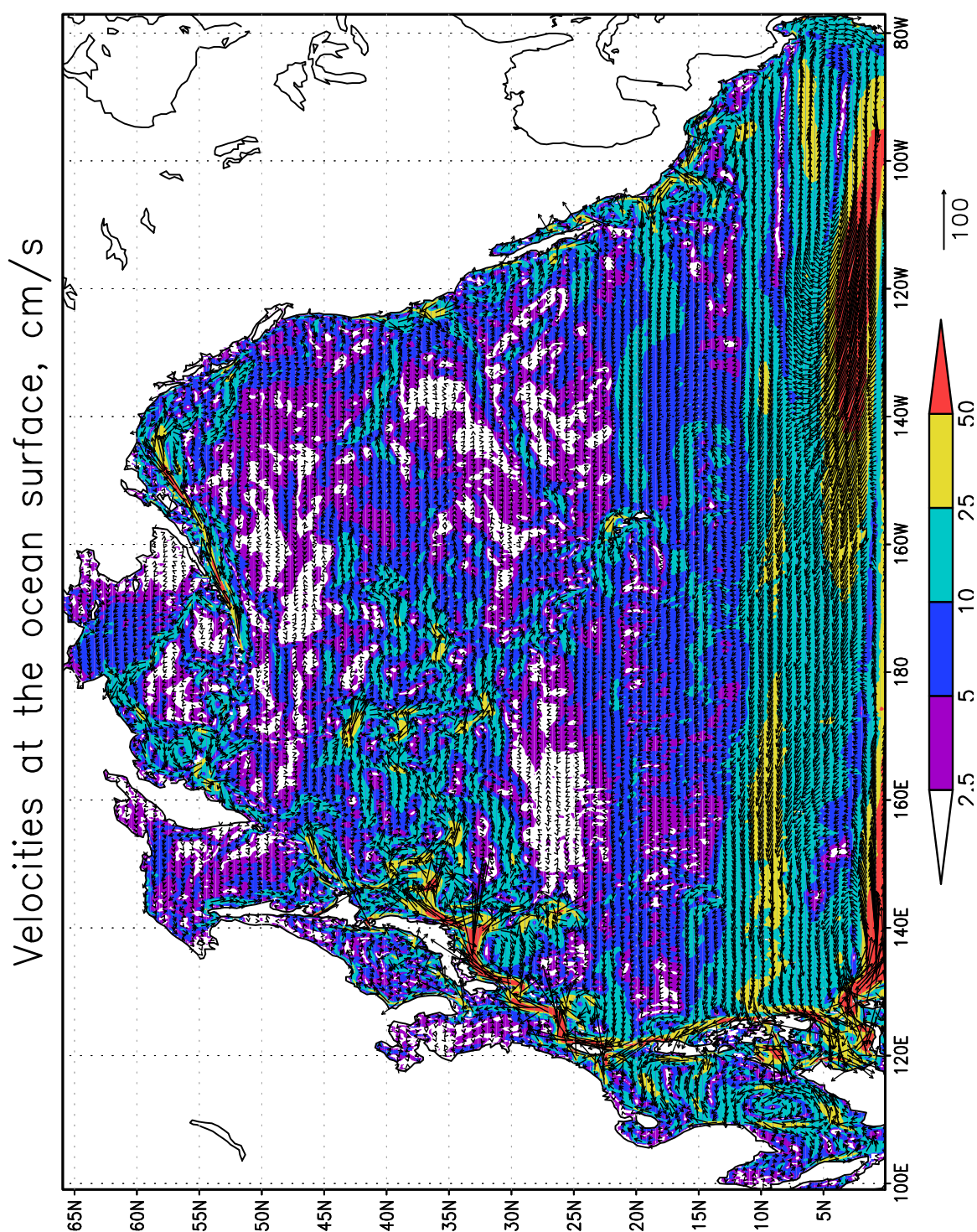


Рис. 3.1. Среднегодовое поле скорости течений в приповерхностном слое северной части Тихого Океана по результатам расчета модели с разрешением $(1/8)^\circ$ по широте и долготе. Стрелки показаны для каждой шестой точки расчетной сетки. Их масштаб указан под рисунком.

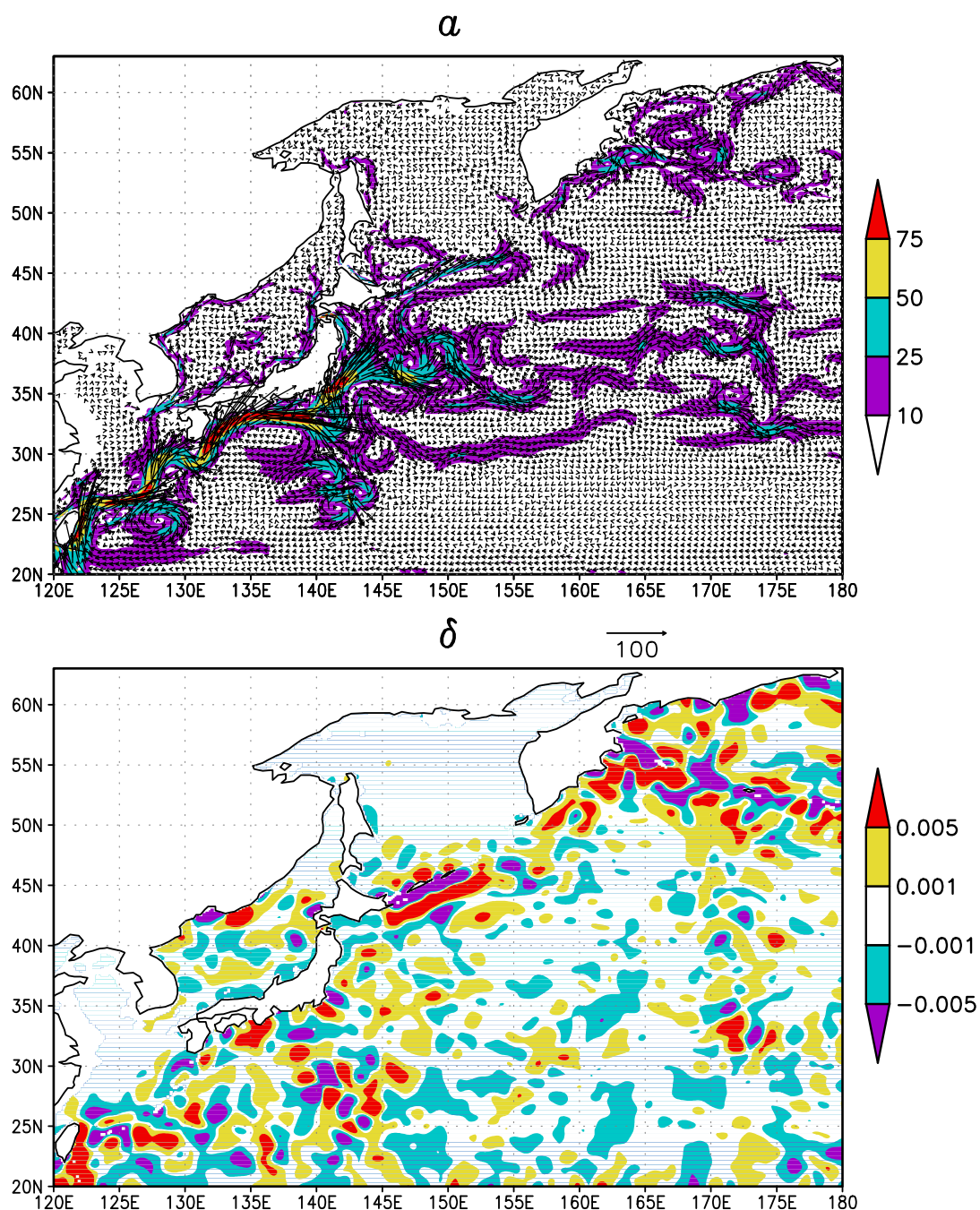


Рис. 3.2. Среднегодовое поле скорости течений в приповерхностном слое северо-восточной части Тихого Океана по результатам расчета модели с разрешением $(1/8)^\circ$ по широте и долготе (а). Стрелки показаны для каждой четвертой точки расчетной сетки. Их масштаб указан под рисунком. Вертикальная скорость на горизонте 250 м (б). Затемнениями показаны градации величин скоростей со шкалами сбоку от рисунков. Положительные значения соответствуют подъему, отрицательные – опусканию вод.

В Японском море хорошо просматривается Цусимское течение, которое приносит воды из Восточно-Китайского моря. Скорости этого течения в Цусимском проливе достигают 50 см/с. Простираясь на северо-восток вдоль западного берега о. Хонсю, Цусимское течение делает свой вклад в формирование классической циклонической циркуляции вод Японского моря. При этом в пр. Цугару (Сунгарский) между островами Хонсю и Хоккайдо формируется интенсивное течение со скоростями >50 см/с, определяющее перенос водных масс из Японского моря в Тихий океан.

На рис. 3.2б, показано поле среднегодового распределения вертикальной скорости на горизонте 250 м в акватории северо-западной части Тихого океана. Вертикальная скорость важна при анализе распространения ЗВ в глубинные слои. Течение Куро시오, текущее вдоль берегов Японии, сопровождается общим подъемом вод, так как свал глубин находится слева от течения. После того, как Куро시오 минует точку отрыва и выходит в открытый океан, оно сопровождается общим опусканием вод. Камчатское и Курильское течения сопровождаются областями опускания вод, преобладающими над областями подъема, что связано с тем, что свалы глубин располагаются справа по отношению к этим течениям. То же самое можно сказать и про Цусимское течение. Для Курильского течения в южной его части наблюдается интересная картина продольного сочетания областей опускания и подъема вод, связанных с наличием интенсивного свала глубин в Курильском желобе как слева, так и справа от течения. Следует отметить, что перемежаемая структура в поле вертикальной скорости, проявляющаяся в пятнистости поля на рис. 3.2б, связана с вихревой структурой горизонтальных полей течений (рис. 3.2а, которая обусловлена наличием циклонической и антициклонической завихренностей, сопровождающихся подъемом и опусканием вод соответственно.

Обширные области перемежаемости подъема и опускания вод связаны с наличием топографических возмущений в районе гряды Алеутских островов и Северо-Западного подводного хребта. В целом можно констатировать вполне адекватное воспроизведение средней трехмерной структуры полей течений в Тихом океане.

Чтобы продемонстрировать изменчивый характер Куро시오, на рис. 3.2 показаны скорости на глубине 25 м в районе Куро시오 около Японии. На этом рисунке изображены временные срезы с интервалом 60 сут. для всего года. Видно, что мгновенные скорости достигают 200 см/с. Необходимо отметить, что характер изменений в Куро시오 год от года совершенно разный, хотя, как уже было сказано выше, использовалось ежегодно повторяющееся атмосферное воздействие нормализованного года. Поэтому главная изменчивость Куро시오 – это собственная океаническая изменчивость, вызванная бароклинной неустойчивостью этого течения. Вообще следует отметить, что такая неустойчивость в той и или иной мере характерна практически для всего океана. Однако она сравнима или даже превышает изменчивость, вызванную синоптическим атмосферным воздействием только в областях интенсивных струйных течений. Воспроизведение изменчивого характера течений, показанного на рис. 2, возможно, только если шаг пространственной сетки

в горизонтальной плоскости существенно меньше масштаба Россби, который для океана в средних широтах составляет приблизительно 50-100 км. Наш выбор шага сетки $(1/8)^\circ$ по долготе и широте вполне удовлетворяет этому критерию. Поэтому представленная модель вполне успешно воспроизводит мезомасштабную изменчивость течений, пример которой показан на рис. 3.2.

3.3 Расчёт переноса загрязняющего вещества в северо-западной части Тихого океана по заданным сценариям выбросов

В предыдущем разделе описана рассчитанная структура циркуляции в северо-западной части Тихого океана. Эти поля скорости течений использовались в описываемых ниже экспериментах переноса ЗВ.

Для расчета переноса пассивной примеси существует численных методов. Одни из них основаны на традиционных конечноразностных аппроксимациях, другие, как например, в работе [5] используют эффективную методику турбулентного рассеивания. В настоящей работе использовалась конечноразностная схема первого порядка точности, поскольку основным требованием, предъявляемым к численной схеме, была ее монотонность, а задача максимально точного решения задачи переноса загрязнения перед автором не стояла. Ниже приводится краткое описание этой схемы, методики задания начального состояния и расчета распространения ЗВ, а также результаты вычислений и их анализ.

3.3.1 Методика расчета распространения пассивной примеси

При реализации схемы переноса-диффузии требовалось, чтобы эта схема удовлетворяла двум условиям: 1) она должна быть монотонной [47]; 2) ее численная реализация возможна при минимальных изменениях в структуре модели. Гибридная схема представляет собой совокупность оператора переноса и оператора диффузии с определенным выбором коэффициента, выписанных на сетке C , и удовлетворяет свойству неотрицательной определенности ее оператора [36], следовательно, она может быть получена на основе схемы переноса-диффузии тепла и соли, принятой в модели, путем задания подходящих коэффициентов диффузии.

В схеме переноса-диффузии коэффициент горизонтальной диффузии задается прямо пропорционально модулю скорости и половине шага пространственной сетки. При выборе коэффициента пропорциональности, равном единице, эта схема будет монотонной и практически совпадать со схемой направленных разностей [47]. Расчеты переноса ЗВ, приводимые в этом разделе, проведены с помощью гибридной схемы переноса-диффузии

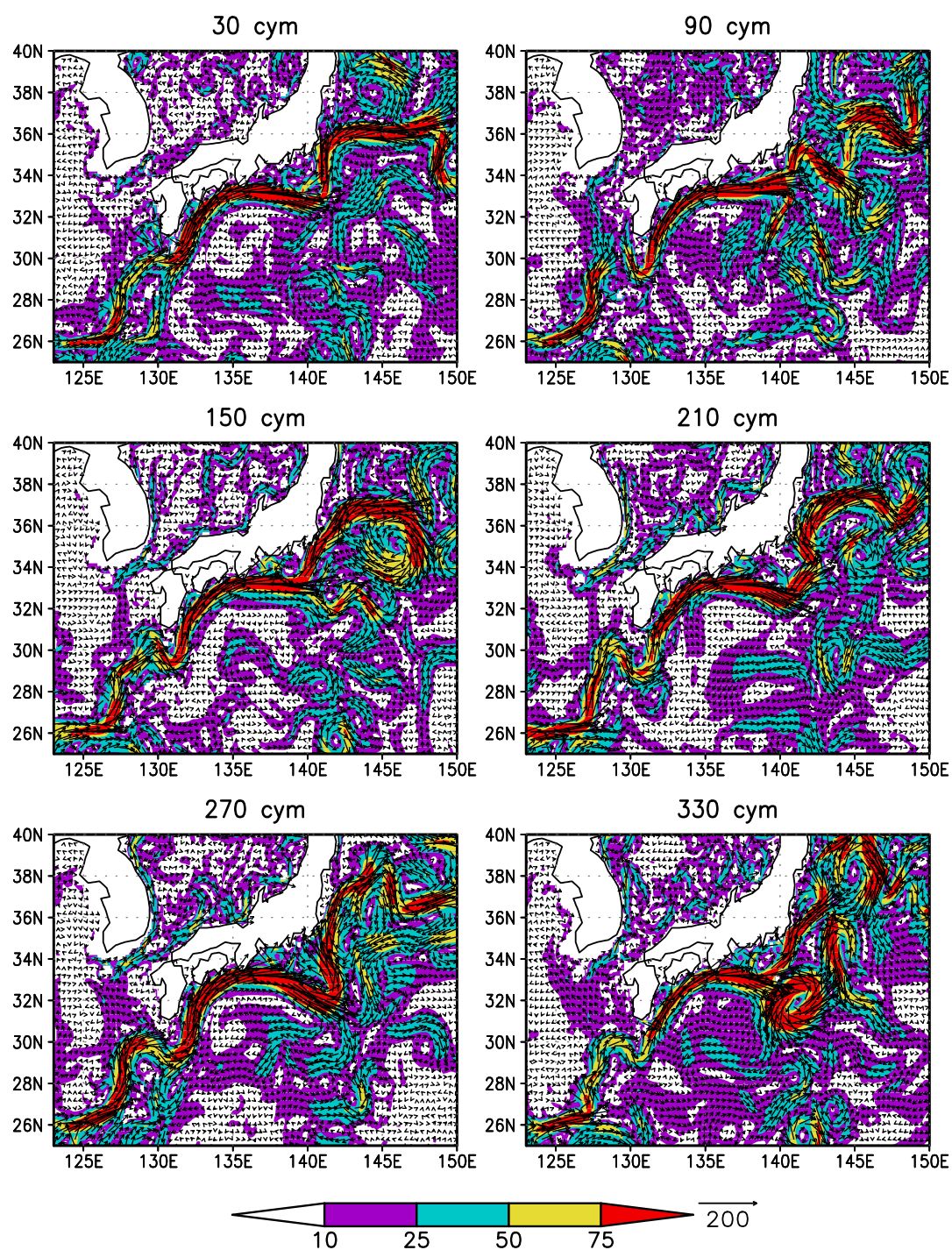


Рис. 3.3. Поверхностные скорости в районе Кюросио около Японии. Изображены временные срезы с интервалом 60 сут для всего года. Стрелки показаны для каждой третьей точки расчетной сетки. Масштаб скорости течений в см/с показан цветом и стрелкой.

именно в этом варианте. Коэффициент диффузии нашей схемы при выбранных шагах расчетной сетки и характерных скоростях 10-15 см/с сетки вполне сопоставим в целом по океану с измеренными значениями коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии, который составляет $\sim 10^6$ см²/с (см., например, [55]). В струйных течениях типа Куроисио со скоростями более 10-15 см/с коэффициент диффузии, обусловленный этой схемой, выше в несколько раз. Однако, как будет видно из приведенных ниже карт, перенос течениями существенно превалирует над диффузионными процессами.

В настоящей работе рассчитывалось распространение ЗВ с разовым выбросом около Петропавловска-Камчатского. Предполагалось, что после выброса ЗВ почти мгновенно перемешивается в ячейке с размерами по горизонтали приблизительно 100 м×100 м и глубиной 5 м. Эти размеры сопоставимы с размерами судов, предназначенными для транспортировки ОЯТ. Эта мелкая ячейка помещалась в центр расчетной $(1/8)^\circ$ ячейки модели с координатами 159,0625° в.д., 52,6875° с.ш.

В начальный момент времени в мелких ячейках задавалась разовая доза ЗВ нейтральной плавучести, с концентрацией, равной условной единице, которая выбрасывалась в верхний слой океана (первый расчетный уровень). Такое задание концентрации ЗВ позволяет интерпретировать ее как коэффициент разбавления. Поскольку разрешение расчетной сетки составляет $(1/8)^\circ$ по широте и долготе (~ 14 км), а характерные размеры источника выброса ~ 100 м×100 м×5 м, то перед проведением расчета на крупной сетке большой акватории необходимо было произвести некоторые предварительные оценки. Первая из них – время, за которое примесь распространится от источника до границ ячейки расчетной сетки модели, вторая – средняя концентрация примеси в модельной ячейке к этому моменту. Эти оценки были проведены аналитически, исходя из предположения, что ЗВ из мелкой вышеописанной ячейки за счет процесса диффузии заполняет крупную расчетную ячейку модели размером $(1/8)^\circ \times (1/8)^\circ$. При этом мелкая ячейка располагается в центре крупной, а коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии полагается равным 10^6 см²/с [55]. Оценки показали, что характерное время распространения примеси до границ расчетной ячейки составляет ~ 17 ч, а средняя начальная безразмерная концентрация ЗВ в ней составляет

$$C_0 = (1/\cos \phi)(100\text{м} \times 100\text{м} \times 5\text{м}) / (13900\text{м} \times 13900\text{м} \times h_1),$$

где ϕ – широта, h_1 – толщина первого уровня модели в метрах в месте выброса ЗВ, которая в нашей модели зависит от глубины места. Здесь в числителе рассчитывается объем малой ячейки по ее размерам, в знаменателе – объем расчетной ячейки на экваторе, также рассчитанный по ее размерам, заданным в метрах. Поэтому к моментам отсчетного модельного времени необходимо делать поправку, добавляя ~ 17 ч, которая для удобства не делается.

Расчеты проводились сроком на один год. Ниже дается анализ распространения ЗВ от Петропавловска-Камчатского. При выборе неравномерной шкалы концентрации ЗВ, одинаковой для всех рисунков, приводимых далее, для наглядного представления резуль-

татов расчета будут выделяться две характерные градации концентрации ЗВ: $5 \cdot 10^{-12}$ и $2 \cdot 10^{-9}$. Этот выбор обусловлен тем, что если загрязняющим веществом являются отходы ядерного топлива (ОЯТ), а интенсивность разового выброса ОЯТ принять равной 10^{16} Бк, то эти два характерных уровня градаций коэффициента разбавления будут соответствовать концентрации ОЯТ, равной 1 Бк/м³, которая на ~30 % превышает фоновое излучение, и 400 Бк/м³, с небольшим превышением соответствующей ПДК. Эти градации будут называться первым и вторым характерными уровнями, на рисунках они маркируются цифрами 1 и 2. Второй уровень может быть также назван опасным, поскольку условно превышает ПДК.

3.3.2 Расчет переноса загрязняющего вещества с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского

На рис. 3.4 показано распространение ЗВ на поверхности океана для четырех характерных моментов времени от начала расчета, объективно показывающих процесс распространения ЗВ: 5 сут., 1,5 мес., 4 мес. и 12 мес. На рис. 3.5 показано то же самое, но для горизонта 500 м. Для рассмотрения в этой работе выбран именно этот горизонт как наиболее информативно отражающий глубинное распространение ЗВ. Для наглядности того, что перенос ЗВ горизонтальными течениями играет основную роль в распространении ЗВ, на карты концентрации ЗВ нанесены векторы скоростей течений на соответствующих уровнях. При этом, поскольку эти скорости подвержены синоптическому воздействию атмосферы и собственной мезомасштабной изменчивости [39, 31], они изменчивы во времени. Поэтому на рис. 3.4 и рис. 3.5 показаны поля течений за различные моменты времени с различным осреднением. В первую очередь это сделано для того, чтобы показать, что основную роль в распространении ЗВ в горизонтальных плоскостях играют именно перенос течениями, а не диффузия.

По рис. 3.4а можно видеть процесс распространения ЗВ на поверхности океана. Рис. 3.4а, показывает, как ЗВ примесь подхватывается на 5 сут. Камчатским течением и начинает переноситься на юго-восток. Затем в период до 1,5 мес. большая ее часть подхватывается течением Оясио и далее Курильским течением и переносится вдоль Курильских островов со стороны Тихого океана (рис. 3.4б). Другая часть ЗВ через Четвертый Курильский пр. между островами Парамушина и Онекотан переносится в Охотское море. Область ЗВ с уровнем, условно превышающим ПДК, делится на две части. Первая уходит в Охотское море, а вторая – на юго-восток в открытый океан.

На исходе четырех месяцев после выброса (рис. 3.4) в ЗВ с величиной первого характерного уровня достигает берегов о. Хоккайдо. Значительное количество ЗВ с концентрацией, превышающей первый характерный уровень, попадает в Охотское море. Область с опасным уровнем концентрации уменьшается и пропадает приблизительно через месяц. Такое быстрое разбавление концентрации связано с тем, что в перенос включена вер-

тикальная турбулентная диффузия, которая и способствует быстрому размешиванию и проникновению ЗВ в глубь океана. Область с опасным уровнем концентрации делится на две части: большая часть, смещается на юго-восток в открытый океан, другая уходит в Охотское море.

К исходу первого года расчетов (рис. 3.4г) ЗВ растекается по поверхности и в глубину океана. Область с ЗВ первого уровня занимает обширную акваторию, занимая почти все Охотское море, а в открытом океане ограничиваясь 37-й параллелью с юга и 160 з.д. При этом ЗВ не попадает в Японское море, поскольку его течения выносят водные массы через пр. Лаперуза и Цугару в открытый океан, а обмены с Охотским морем малы вследствие незначительной ширины Татарского пр. в самой узкой его части. Что же касается глубинного проникновения концентрации ЗВ первого уровня, то к моменту истечения первого года максимальная глубина, на которой обнаруживается наличие ЗВ таких концентраций, составляет 1700 м и расположена в окрестности точки 154°в.д., 49°с.ш.

Из рис. 3.4г видно, что через год ЗВ появляется, правда с незначительными уровнями концентрации, вдоль всего восточного побережья Камчатки, включая место ее первоначального выброса у Петропавловска-Камчатского, а также пятнами у Алеутских островов. Ниже будет показано, что за процессы возникновения ЗВ в этих районах ответственны глубинные слои океана.

Сравнивая картины распространения ЗВ на горизонте 500 м (рис. 3.5) с только что рассмотренными на поверхности океана (рис. 3.4) можно видеть, что опасный второй характерный уровень концентрации не появляется на этих глубинах. Как показывает анализ трехмерного распространения, опасные концентрации ЗВ достигают глубины 500 м у побережья Камчатки на 15-е сут. после начала распространения, что связано с сильным даунвеллингом в этом регионе, а к моменту времени 4 мес. за счет увеличения горизонтальной зоны распространения глубина проникновения опасной концентрации уменьшается и в районе 155,5°в.д. 44,5°с.ш. составляет 50 м. В условиях эксперимента, когда выброс производится только в верхнем горизонте, попарное сравнение картин распространения ЗВ для одинаковых моментов времени на рис. 3.4 и 3.5 показывает, что горизонтальные процессы переноса-диффузии в верхних слоях превалируют над таковым в глубинных (сравним интенсивность течений на рис. 3.4 и 3.5), куда примесь поступает изначально за счет вертикальных обменов, а затем и горизонтальным переносом, который в глубинных слоях менее интенсивен. Поэтому, как правило, в глубинных слоях появление примеси запаздывает по сравнению с верхним горизонтом. Так области с содержанием ЗВ, превышающем первый характерный уровень на горизонте 500 м значительно меньше, чем на поверхности.

Более того, в районе 175-го меридиана на годовом распределении ЗВ на глубине 500 м (рис. 3.5г) имеется обособленная область, протяженная с севера на юг, с небольшим содержанием ЗВ. Очевидно, что ЗВ поступает туда из верхних слоев за счет опускания

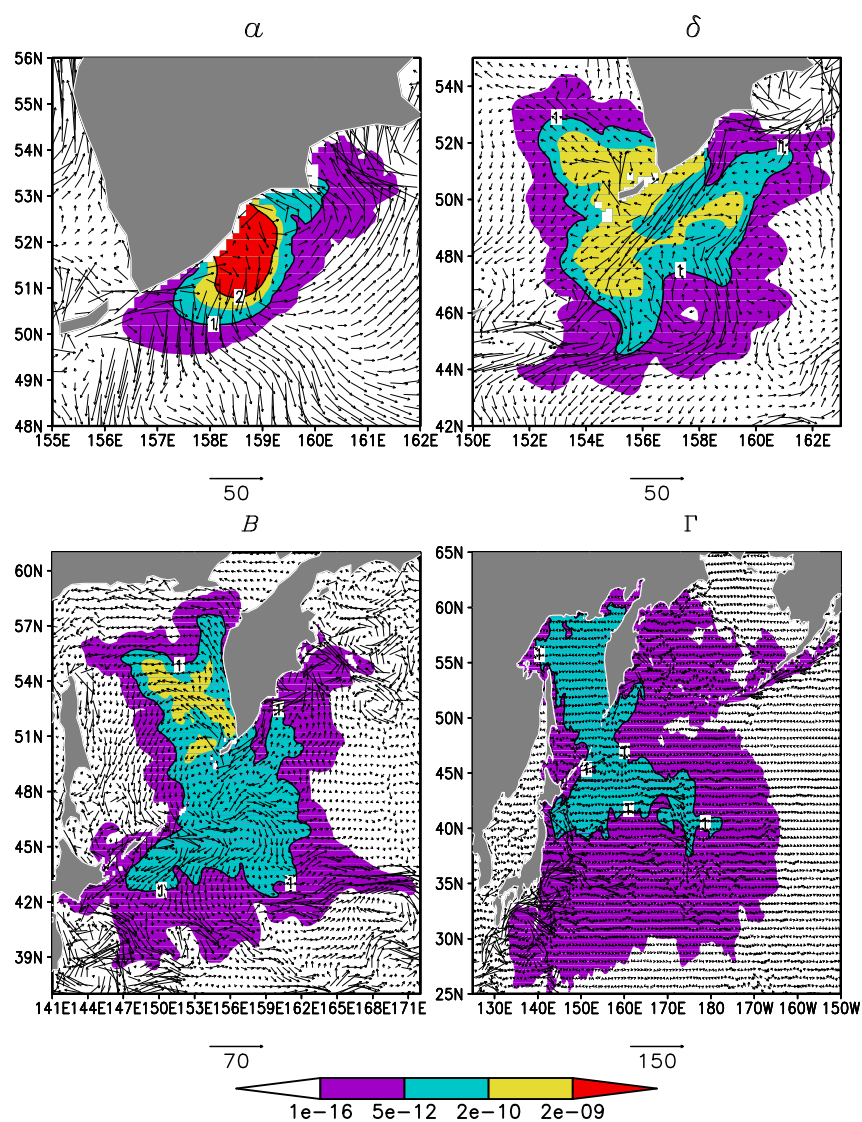


Рис. 3.4. Распространение ЗВ от Петропавловска-Камчатского на поверхности океана для четырех характерных моментов времени от начала расчета: 5 сут. (а), 1,5 мес. (б), 4 мес. (в) и 12 мес. (г). Шкала градаций концентрации ЗВ показана внизу. 1 и 2 – характерные уровни опасности концентрации ОЯТ. Звездочкой отмечено место первоначального выброса ЗВ. На карты концентрации ЗВ нанесены векторы скоростей течений на поверхности океана с масштабом стрелок в см/с, указанным под рисунками.

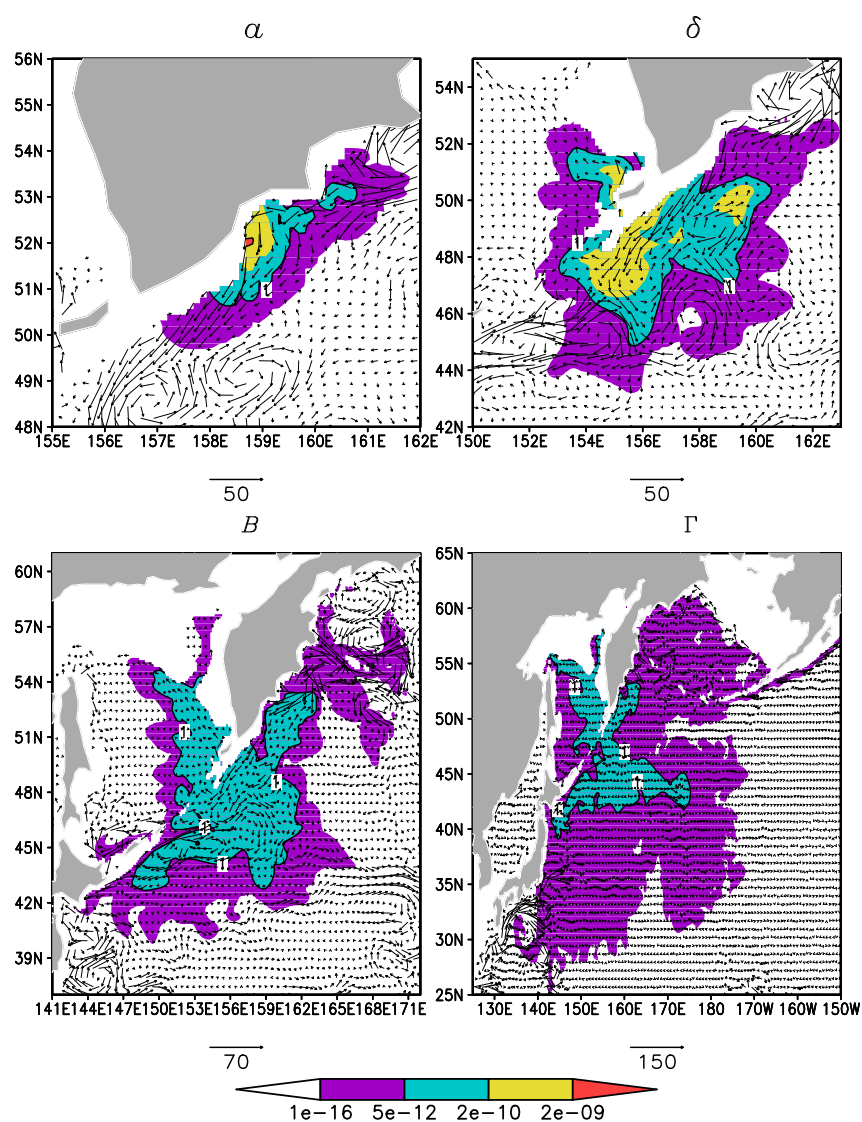


Рис. 3.5. Распространение ЗВ от Петропавловска-Камчатского на глубине 500 м для четырех характерных моментов времени от начала расчета: 5 сут. (а), 1,5 мес. (б), 4 мес. (в) и 12 мес. (г). 1 и 2 – характерные уровни опасности концентрации ОЯТ. Звездочкой отмечено место первоначального выброса ЗВ. На карты концентрации ЗВ нанесены векторы скоростей течений на на глубине 500 м с масштабом стрелок в см/с, указанным под рисунками.

вод, имеющегося в данной области (см. рис. 3.26).

Однако в районе восточного берега Камчатки и Алеутских островов мы наблюдаем обратную картину распространения, когда первоначально в эту область ЗВ поступает на глубинных слоях, а потом за счет подъема вод поступает в верхние слои. Подтверждением этому служит то, что ЗВ в этом районе на горизонте 500 м имеет больший ареал распространения (сравним рис. 3.4в и 3.5в). Очевидно, что если продолжать расчеты на более длительное время, то ЗВ, двигаясь вдоль гряды Алеутских островов, может достичь берегов Северной Америки.

3.4 Выводы

Разработана и реализована модель циркуляции Тихого океана с высоким пространственным разрешением, способная воспроизводить вихревую динамику океана (мезомасштабную изменчивость). Ее основу составляет версия σ -модель гидротермодинамики океана ИВМ РАН, подробное описание которой приведено в главе 1. Эта модель была настроена на акваторию Тихого океана от экватора до Берингова пролива с разрешением $(1/8)^\circ$ по широте и долготе.

Необходимость выбора высокого пространственного разрешения (вихреразрешающего) на значительной акватории Тихого Океана обусловлена необходимостью получения реальных по величинам скоростей течений, что возможно только с помощью модели высокого разрешения, воспроизводящей как синоптическую изменчивость океана, так и крупномасштабную картину течений. Анализ предварительных расчетов циркуляции показал, что использование высокого пространственного разрешения позволило воспроизвести вихревые процессы. Так, в модели воспроизводятся меандрирование Кюросио и сопровождающее его вихреобразование, которое порождает вихревую структуру циркуляции (так называемые синоптические вихри).

В данной работе, с целью демонстрации применения представленной модели в практических задачах, помимо расчета и анализа циркуляции Тихого океана, рассчитывался перенос загрязняющего вещества на основе рассчитываемого поля течений. При этом использовались течения, характерные для среднестатистического года, когда синоптическое атмосферное воздействие соответствовало т.н. нормальному году из данных CORE. Расчет течений велся одновременно с расчетом переноса ЗВ как пассивной примеси. Такой подход соответствует расчету переноса ЗВ в *оперативном режиме*. Для расчета переноса ЗВ использовалась гибридная схема переноса-диффузии, которая в горизонтальной плоскости соответствует схеме направленных разностей, а в вертикальном направлении используется центрально-разностная схема с физическим заданием коэффициента вертикальной диффузии.

Приводится анализ распространения ЗВ от Петропавловска-Камчатского. Анализ карт распространения ЗВ показывает, что перенос течениями превалирует над диф-

фузионным распространением, а перенос против потока отсутствует. Так если выброс ЗВ произошел за пределами Японского моря, севернее широты его южной границы, ЗВ в него не попадает, поскольку течения через пр. Лаперуза и Цугару выносят водные массы в открытый океан, а обмены с Охотским морем малы вследствие незначительной ширины Татарского пр. в самой узкой его части. Горизонтальный перенос существенно интенсивнее в верхних слоях океана, чем в глубинных. Поэтому возможны ситуации, когда ЗВ попадает в глубинные слои не через глубинный горизонтальный перенос, а при вертикальном опускании из верхних слоев, куда она уже поступила. Такая картина распространения наблюдается в области Северо-Тихоокеанского течения в районе 175-го меридиана. Однако из-за сложной трехмерной структуры горизонтального и вертикального переноса возможны ситуации, когда ЗВ в верхних слоях океана появляется за счет подъема вод из глубинных слоев, куда она поступила за счет горизонтального переноса глубинными течениями, несовпадающими по направлениям с поверхностными. Это проявляется в возникновении очага ЗВ в районе Алеутских островов в случае выброса в районе Петропавловска-Камчатского.

Таким образом продемонстрировано, что созданная модель циркуляции Тихого океана способна воспроизводить океанскую синоптическую изменчивость, а также использоваться в оперативном режиме для решения практических задач. Помимо практического значения по оценке зон распространения радиоактивного загрязнения, результаты настоящей работы дают представление о процессах формирования гидрологических полей в Тихом океане.

Заключение

В настоящее время весьма актуальна проблема изменения климата Земли. Все большую значимость приобретают задачи диагноза и прогноза климатических изменений, выявления причин и следствий этих изменений. Одним из основных способов решения отмеченных задач является метод численного моделирования, интенсивно развиваемый в ведущих научно-исследовательских коллективах и мировых климатических центрах.

Целью настоящей диссертационной работы являлось создание эффективной численной модели общей циркуляции океана, способной: **(1)** служить океаническим блоком модели климатической системы Земли; **(2)** адекватно воспроизводить гидродинамику Мирового океана и его отдельных акваторий под влиянием заданного атмосферного воздействия. Основные результаты работы состоят в следующем.

- Разработан оригинальный программный комплекс для проведения и анализа расчетов σ -модели общей циркуляции океана ИВМ РАН, который может применяться для Мирового океана и его отдельных акваторий с использованием различных криволинейных ортогональных систем координат и конечноразностных аппроксимаций на неравномерных сетках. Вместе с моделью общей циркуляции океана комплекс включает модель динамики и термодинамики морского льда, а также эффективную систему обмена данными с атмосферой. Комплекс можно применять для воспроизведения гидродинамики океана и характеристик морского льда как при заданном атмосферном воздействии, так и совместно с моделью атмосферы. Разработанный программный комплекс может использоваться как на параллельных вычислительных системах с общей памятью, так и на современных персональных компьютерах и рабочих станциях.
- На основе разработанного комплекса создана новая версия σ -модели общей циркуляции океана, воспроизводящая крупномасштабную гидродинамику Мирового океана. Модель построена в криволинейной ортогональной системе координат, полученной путем конформного комплексного преобразования стандартной широтно-долготной системы, что позволило разместить особые точки системы (полюса) за пределами расчетной области. Пространственное разрешение модели Мирового океана составляет $1^\circ \times 0,5^\circ$ в горизонтальных координатах и 40 неравномерно распределенных по вертикали σ -уровней. Проведен численный эксперимент по расчету

глобальной циркуляции океана на срок 100 лет с начального состояния, соответствующего январской климатологии Левитуса, с реалистичным заданием годового хода атмосферного воздействия. Результаты численных расчетов показали, что модель адекватно воспроизводит основные характеристики крупномасштабной динамики Мирового океана.

- На основе разработанного комплекса реализована модель циркуляции северной части Тихого океана от экватора до Берингова пролива с пространственным разрешением $1/8^\circ$. Модель хорошо воспроизводит крупномасштабную структуру циркуляции и ее пространственно-временную изменчивость: меандрирование Куросио, океанские синоптические вихри, фронтальные зоны и т.д. Выполнены расчеты распространения загрязняющего вещества (ЗВ) с разовым выбросом в районе Петропавловска-Камчатского. Результаты демонстрируют характер распространения ЗВ и дают представление о процессах формирования гидрологических полей в северо-западной части Тихого океана.

Приложение А

Формулы преобразования координат и методика интерполяции при переходе в криволинейную систему координат

С практической точки зрения задать криволинейную систему координат (x, y) на сфере означает предъявить прямое и обратное отображения:

$$(\lambda, \varphi) \xrightarrow{\mathcal{F}} (x, y),$$

$$(\lambda, \varphi) \xleftarrow{\mathcal{F}^{-1}} (x, y),$$

где (λ, φ) – географические координаты, а (x, y) – криволинейные; затем вычислить прямой и обратный дифференциалы отображения:

$$d\mathcal{F} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \lambda} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \lambda} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{pmatrix},$$

$$d\mathcal{F}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{pmatrix},$$

и вычислить метрические коэффициенты:

$$r_x(x, y), \quad r_y(x, y).$$

Приведем подробные формулы для этих вычислений [56].

А.1 Преобразование подпространства стандартной сферы в криволинейную систему с двумя симметрично смещенными полюсами

Для перехода в криволинейную систему координат с двумя симметрично смещенными полюсами воспользуемся преобразованием Мебиуса в комплексных числах [143]. Пара-

метрами преобразования выступают величины: λ_0, φ_0 – соответственно долгота и широта новых координат Северного полюса, а также x_0 – долгота в новых координатах λ_0 -го меридиана. Величины считаются принадлежащим следующим промежуткам: $\lambda, \lambda_0, x, x_0 \in [-\pi, \pi)$, $\varphi, \varphi_0, y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Для этого представим координаты в обеих системах в комплексном виде:

$$w = a + bi, \quad (\text{A.1})$$

$$z = s + ti, \quad (\text{A.2})$$

где

$$a = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right) \cos(x - x_0), \quad (\text{A.3})$$

$$b = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right) \sin(x - x_0), \quad (\text{A.4})$$

$$s = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cos(\lambda - \lambda_0), \quad (\text{A.5})$$

$$t = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \sin(\lambda - \lambda_0). \quad (\text{A.6})$$

Переход между координатными системами (λ, φ) и (x, y) осуществляется совокупностью формул:

$$z = \frac{1 + Aw}{w + A}, \quad (\text{A.7})$$

где

$$A = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2} \right) \in \mathbb{R}. \quad (\text{A.8})$$

Последовательность формул преобразования координат можно записать следующим образом (переход от новых координат к старым):

$$s = \frac{(aA + 1)(a + A) + b^2 A}{(a + A)^2 + b^2}, \quad (\text{A.9})$$

$$t = \frac{bA(a + A) - b(aA + 1)}{(a + A)^2 + b^2}, \quad (\text{A.10})$$

$$\lambda = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left(\frac{t}{s} \right) + \operatorname{sign}(t)\theta(-s)\pi + \lambda_0, & s \neq 0, \\ \frac{\pi}{2} + \lambda_0, & s = 0, t > 0, \\ -\frac{\pi}{2} + \lambda_0, & s = 0, t < 0, \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

где

$$\theta(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0, \end{cases}$$

$$\operatorname{sign}(\alpha) = \begin{cases} -1, & \alpha \leq 0, \\ 1, & \alpha > 0, \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \left(\sqrt{s^2 + t^2} \right) - \frac{\pi}{2}. \quad (\text{A.13})$$

При переходе от одной координатной системы к другой для преобразования скалярных полей (температуры, солености и др.) достаточно иметь только формулы преобразования координат (A.1)–(A.13). Преобразование же векторных полей (скорости течений, ветра и др.) несколько сложнее, поскольку локальные базисные векторы этих координатных систем в общем случае не параллельны друг другу, и в новой координатной

системе необходимо выполнить пересчет компонентов вектора. Для этого нужно рассчитать компоненты дифференциала преобразования между координатными системами. Сделаем это поэтапно.

Вычислим частные производные:

$$\frac{\partial a}{\partial x} = -\sin(x - x_0) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right), \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\cos(x - x_0)}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2})}, \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial b}{\partial x} = \cos(x - x_0) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right), \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial b}{\partial y} = \frac{\sin(x - x_0)}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2})}, \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial s}{\partial a} = \frac{1 + aA + A(a + A)}{(a + A)^2 + b^2} - \frac{2(a + A)((a + A)(1 + aA) + Ab^2)}{((a + A)^2 + b^2)^2}, \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial s}{\partial b} = \frac{2Ab}{(a + A)^2 + b^2} - \frac{2b((a + A)(1 + aA) + Ab^2)}{((a + A)^2 + b^2)^2}, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial t}{\partial a} = -\frac{2(a + A)(A(a + A)b - (1 + aA)b)}{((a + A)^2 + b^2)^2}, \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial t}{\partial b} = \frac{A(a + A) - 1 - aA}{(a + A)^2 + b^2} - \frac{2b(A(a + A)b - (1 + aA)b)}{((a + A)^2 + b^2)^2}, \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial s} = -\frac{t}{s^2 + t^2}, \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{s}{s^2 + t^2}, \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{2s}{\sqrt{s^2 + t^2}(1 + s^2 + t^2)} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2t}{\sqrt{s^2 + t^2}(1 + s^2 + t^2)}. \quad (\text{A.25})$$

Далее воспользуемся правилами сложного дифференцирования:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial x}, \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial s}{\partial y} = \frac{\partial s}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial s}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial y}, \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial t}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial x}, \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial t}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial y}, \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\partial \lambda}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x}, \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = \frac{\partial \lambda}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y}, \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x}, \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y}. \quad (\text{A.33})$$

Окончательно по формулам:

$$r_x = \left(\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} r_\varphi \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.34})$$

$$r_y = \left(\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} r_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} r_\varphi \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.35})$$

полагая $r_\lambda = R \cos \varphi$, $r_\varphi = R$, вычисляем метрические коэффициенты.

Наконец, осталось вывести формулы преобразования для компонентов векторного поля при переходе из одной координатной системы в другую. Пусть (u_λ, v_φ) – координаты вектора скорости в географической системе (λ, φ) , а (u_x, v_y) – в криволинейной системе (x, y) . Заметим, что

$$u_\lambda = r_\lambda \frac{\partial \lambda}{\partial t}, \quad v_\varphi = r_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad u_x = r_x \frac{\partial x}{\partial t}, \quad v_y = r_y \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (\text{A.36})$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (\text{A.38})$$

получим формулы:

$$u_x = r_x \left(\frac{1}{r_\lambda} \frac{\partial x}{\partial \lambda} u_\lambda + \frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial x}{\partial \varphi} v_\varphi \right), \quad (\text{A.39})$$

$$v_y = r_y \left(\frac{1}{r_\lambda} \frac{\partial y}{\partial \lambda} u_\lambda + \frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial y}{\partial \varphi} v_\varphi \right), \quad (\text{A.40})$$

выражающие компоненты вектора скорости в новой системе через компоненты в старой.

Таким образом, все соотношения, необходимые для перехода из географической системы в криволинейную, заданы. Аналогично можно получить все соотношения для обратного преобразования, которое может потребоваться для отображения результатов а стандартной географической системе.

Выражая из (А.7) переменную w как функцию z , получим формулу обратного преобразования:

$$w = \frac{1 - Az}{z - A}, \quad (\text{A.41})$$

где

$$A = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2} \right) \in \mathbb{R}. \quad (\text{A.42})$$

Видно, что формула (А.41) может быть получена из (А.7) путем замены A на $-A$, что соответствует замене φ_0 на $\pi - \varphi_0$. Поэтому для обратного преобразования можно использовать все те же формулы, что и для прямого. Для этого достаточно во входных параметрах заменить x_0 на λ_0 , λ_0 на x_0 , а φ_0 на $\pi - \varphi_0$. На практике это позволяет использовать для обратного преобразования те же программные процедуры, что и для прямого.

А.2 Практическая реализация преобразования координат и интерполяции

Для проведения расчетов в модельной системе координат необходимо подготовить для нее исходные данные, такие как рельеф дна, начальные условия и атмосферное воздействие. Для подготовка данных необходимо выполнить следующие действия:

1. Определить границ искомого массива в модельной системе координат;
2. Для каждой точки (x, y) данного массива вычислить по формулам преобразования (А.1)–(А.13) ее координаты (λ, φ) в географической системе;
3. По ближайшим известным точкам данных географической системы произвести интерполяцию.
4. В случае преобразования векторного поля сделать коррекцию согласно формулам (А.36)–(А.40)

Определение границ расчетной области производится эмпирическим путем, после тестовых экспериментов по преобразованию рельефа дна.

Остановимся более подробно на процедуре интерполяции. В простейшем случае двумерная интерполяция проводится по четырем точкам. Возникает вопрос, как приблизить функцию внутри прямоугольника значениями в его углах.

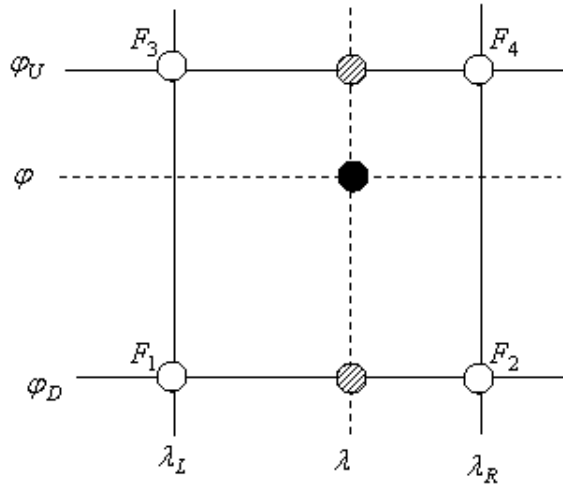


Рис. А.1. Интерполяция по четырем точкам

Если рассматривать интерполяцию на плоскости в декартовых координатах, то в данном случае можно использовать билинейную интерполяцию, задаваемую функцией вида $F(x, y) = (Ax + B)(Cy + D)$, где коэффициенты A, B, C, D однозначно вычисляются по значениям F_1, F_2, F_3, F_4 в углах прямоугольника. Искомый интерполянт имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F(x, y) = & \frac{(x_R - x)(y_U - y)}{(x_R - x_L)(y_U - y_D)} F_1 + \frac{(x - x_L)(y_U - y)}{(x_R - x_L)(y_U - y_D)} F_2 + \\
 & + \frac{(x_R - x)(y - y_D)}{(x_R - x_L)(y_U - y_D)} F_3 + \frac{(x - x_L)(y - y_D)}{(x_R - x_L)(y_U - y_D)} F_4,
 \end{aligned} \tag{А.43}$$

где x_L, x_R - левая и правая, y_D, y_U - нижняя и верхняя границы прямоугольника соответственно.

Можно заметить, что данная функция имеет вид $F(x, y) = X(x)Y(y)$ и является гармонической, то есть удовлетворяет уравнению Лапласа в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{A.44})$$

с граничными условиями, заданными линейными функциями на сторонах прямоугольника, восстановленными по значениям в его углах.

Более того, каждая ее составляющая удовлетворяет уравнениям:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = 0. \quad (\text{A.45})$$

Наша задача состоит в том, чтобы отыскать функцию вида $F(\lambda, \varphi) = \Phi(\varphi)\Lambda(\lambda)$, обладающую аналогичными свойствами на сфере, т. е. которая удовлетворяет уравнению Лапласа в сферических координатах

$$\frac{1}{R^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{R^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 F}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (\text{A.46})$$

и составляющие которой удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial \lambda^2} = 0. \quad (\text{A.47})$$

Выбор гармонической функции в качестве интерполянта обусловлен отсутствием экстремумов внутри локальной области, что гарантирует отсутствие ложных выбросов интерполируемой величины.

Решая уравнения (A.47), нетрудно видеть, что функция Λ имеет вид

$$\Lambda(\lambda) = C_1 \lambda + C_2, \quad (\text{A.48})$$

а выражение для Φ оказывается несколько сложнее:

$$\Phi(\varphi) = C_1 \ln \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + C_2. \quad (\text{A.49})$$

Таким образом, ищется решение уравнения (A.46) с граничными условиями, заданными функциями вида (A.48-A.49), восстановленными по значениям в углах сферической трапеции.

Искомый интерполянт будет описываться уравнением

$$\begin{aligned} F(\lambda, \varphi) = & \frac{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi))}{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi_D))} F_1 + \\ & + \frac{(L_\lambda(\lambda) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi))}{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi_D))} F_2 + \\ & + \frac{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi_D))}{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi) - L_\varphi(\varphi_D))} F_3 + \\ & + \frac{(L_\lambda(\lambda_R) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi_U) - L_\varphi(\varphi_D))}{(L_\lambda(\lambda) - L_\lambda(\lambda_L))(L_\varphi(\varphi) - L_\varphi(\varphi_D))} F_4, \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

где

$$L_\lambda(\lambda) = \lambda, \quad L_\varphi(\varphi) = \ln \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad (\text{A.51})$$

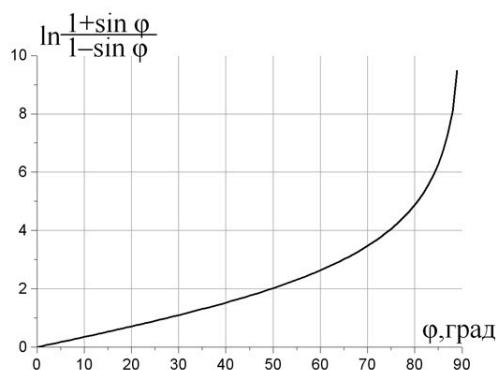


Рис. А.2. Гармоническая компонента, зависящая от широты

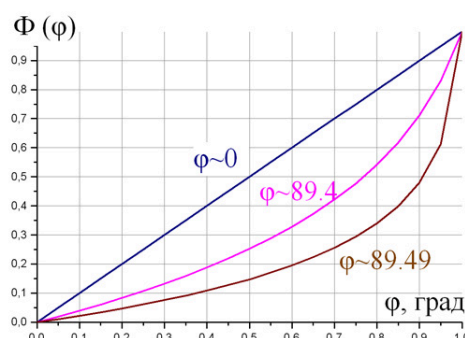


Рис. А.3. Интерполяция по двум точкам на разных широтах

а λ_L, λ_R - левая и правая, φ_D, φ_U - нижняя и верхняя границы сферической трапеции соответственно.

График функции $L_\varphi(\varphi)$ изображен на рисунке (А.2). На рисунке (А.3) изображены графики функций, получающихся в результате интерполяции на отрезке длиной $\Delta\varphi = 1^\circ$ функции, заданной значением равным 0 на левой границе и 1 на правой, при различных широтах. Можно заметить, что почти на всей сфере, за исключением узкой зоны вокруг полюсов, интерполянт очень близок к билинейному. Вблизи же полюса больший вес имеют значения функции, расположенные дальше от полюса. Таким образом, данный способ интерполяции позволяет учитывать реальную метрику сферы.

Расчет преобразования координат с использованием тригонометрических функций занимает значительный объем вычислительных ресурсов компьютера. Если для преобразования начальных данных и рельефа дна эта процедура является разовой и не сказывается на работе модели, то при расчете атмосферного воздействия, содержащего значительное количество записей по времени, эта проблема становится наиболее ощутимой. Поэтому было решено рассчитать коэффициенты перехода из одной системы в другую всего один раз и хранить полученные значения в памяти компьютера, вызывая их при необходимости. Тогда перерасчет данных сводится к линейной операции умножения матрицы на вектор, которая занимает гораздо меньше ресурсов. Это позволяет напрямую использовать эту процедуру в модели, подавая на вход поля, заданные в географической системе координат.

Приложение В

Методики расчета атмосферного воздействия для модели океана и модель эволюции морского льда

В σ -модели океана предусмотрены возможности задания заранее рассчитанных потоков импульса, тепла и соли в океан и соответствующей им маски ледового покрова океана, а также непосредственный расчет этих потоков вместе с использованием модели эволюции морского льда.

Морской лед – важный элемент климатической системы. Ледовый покров блокирует обмены теплом, импульсом и влагой океана и атмосферы. Поскольку, в отличие от так называемых солоноватых вод, соленость которых ниже $24,63\text{‰}$, температура замерзания морских вод выше температуры максимальной плотности, именно ледовый покров предохраняет океан от полного перемешивания в зимний период и сохраняет запасы тепла в верхней части пикноклина (insulating capacity). Лед воздействует на плавучесть в океане посредством потоков тепла и соли, возникающих при его росте или таянии.

В.1 Расчет потоков тепла, соли и импульса на поверхности океана

Для автономных экспериментов с σ -моделью океана для расчетов атмосферного воздействия используются данные, подготовленные для проекта CORE (Forcing for Common Ocean-ice Reference Experiments) [99]. Эти данные лежат в свободном доступе на сайте: [http : //data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/mom4/CORE.html](http://data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/mom4/CORE.html). Они включают в себя следующие глобальные поля следующих величин:

- температура воздуха T_A на 10 м;
- влажность Q_A на 10 м;
- падающая длинноволновая радиация LW_{DW} ;
- падающая коротковолновая радиация SW_{DW} ;
- осадки PR_A ;
- сток рек R ;
- атмосферное давление на уровне моря P_A ;
- скорость ветра на 10 м (W_λ , W_φ).

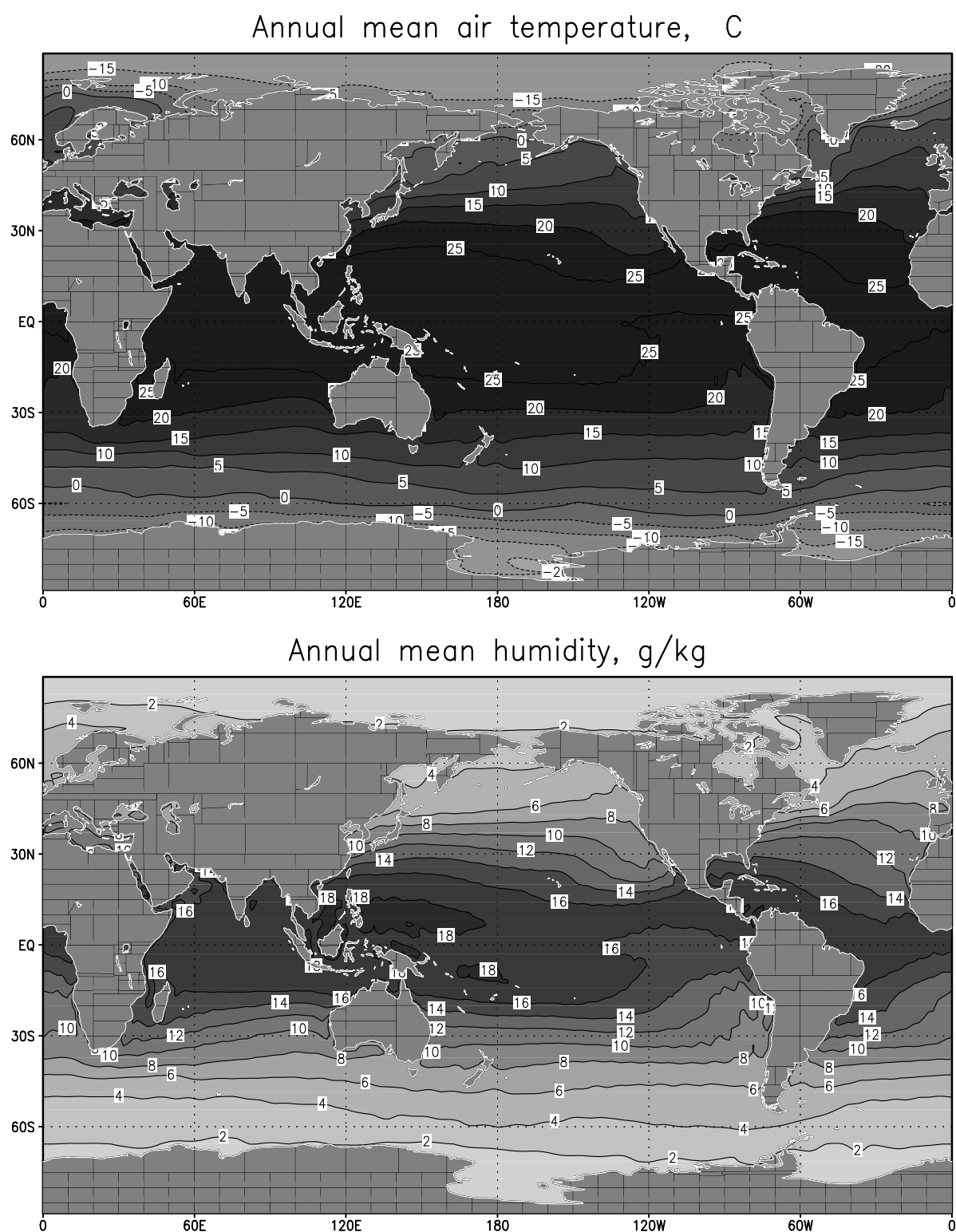


Рис. В.1. Вверху: T_A – температура воздуха на высоте 10 м, °C. Внизу: Q_A – влажность воздуха на высоте 10 м, г/кг

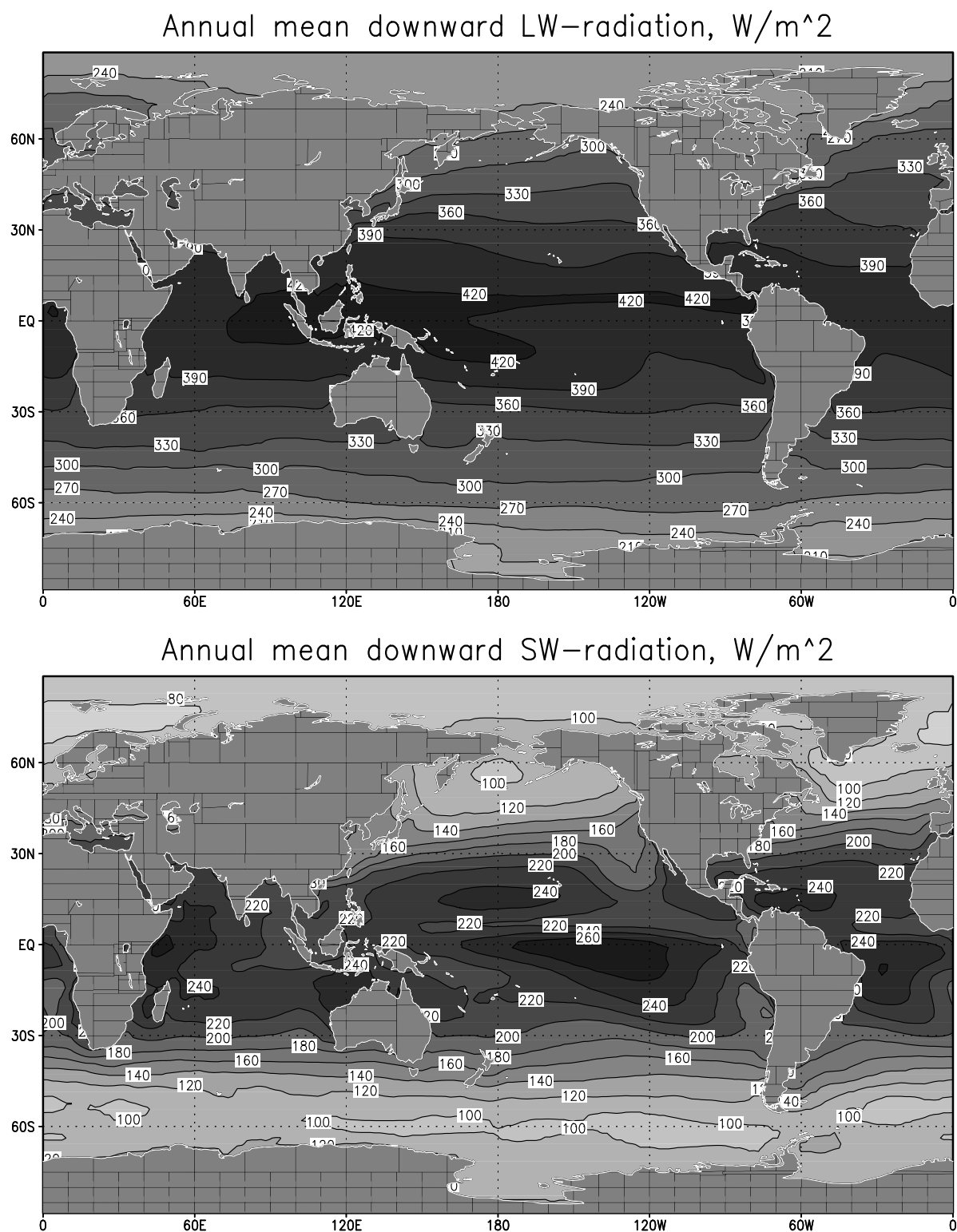


Рис. В.2. Вверху: LW_{DW} – падающая длинноволновая радиация, $Вт/м^2$. Внизу: SW_{DW} – падающая коротковолновая радиация, $Вт/м^2$

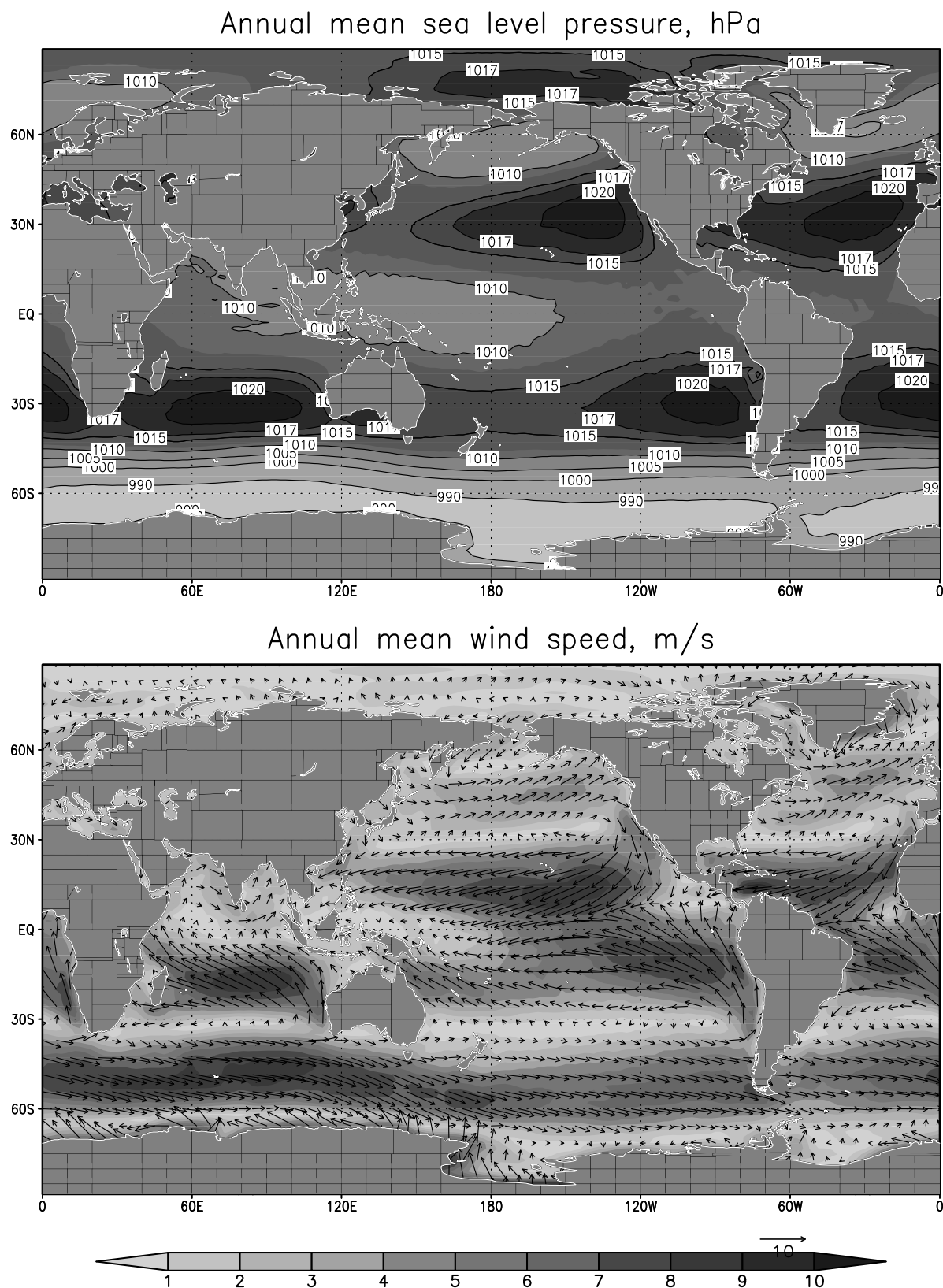


Рис. В.3. Вверху: P_A – атмосферное давление на уровне моря, гПа. Внизу: (W_λ, W_φ) – скорость ветра на высоте 10 м, м/с

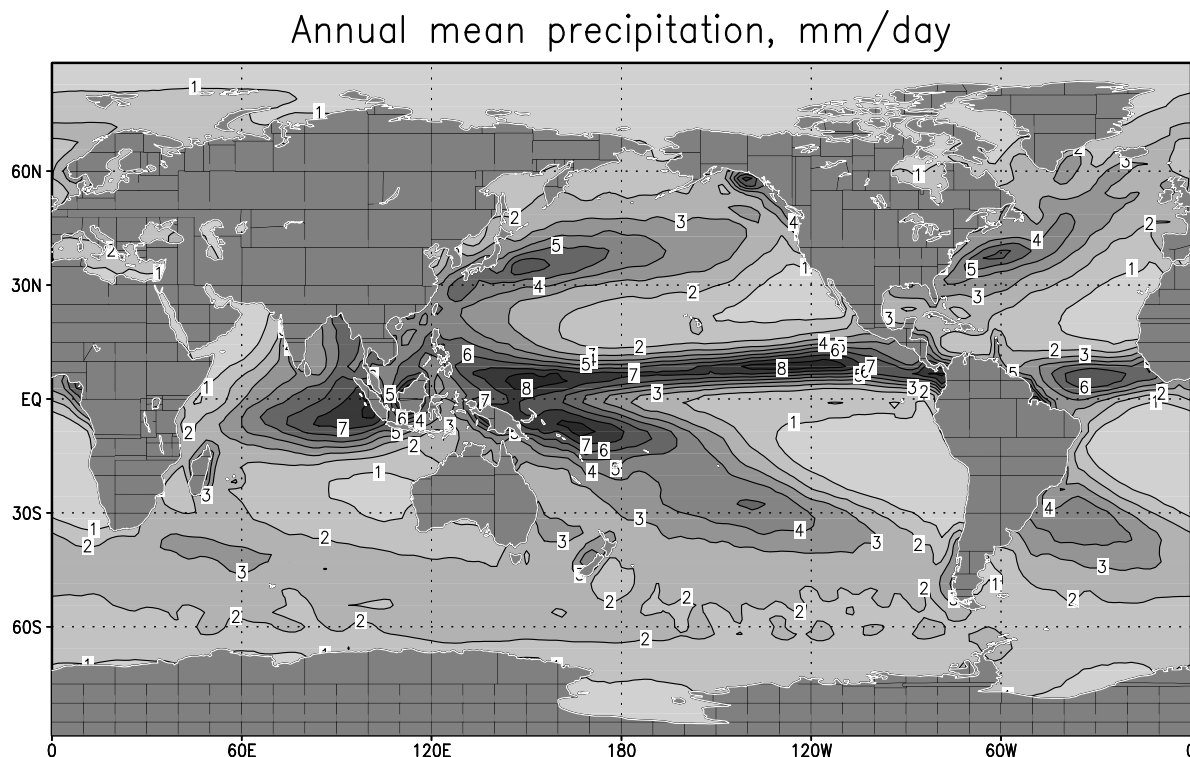


Рис. В.4. PR_A – скорость выпадения осадков, мм/день

Для целей настоящего исследования использовались среднемесячные, суточные и 6-часовые поля этих величин как для нормализованного годового хода, так и для конкретных лет [99]. На рис. В.1–В.4, приведены среднегодовые карты этих величин для среднеклиматического "нормального" года, которые позволяют судить о качестве подготовленных данных для расчета циркуляции. Компоненты полей атмосферного воздействия высокого временного разрешения (суточные и 6-часовые) интерполировались на модельный временной шаг простейшим образом – кусочно-постоянно, а среднемесячные данные, включая температуру и соленость поверхности океана – с помощью процедуры, которая позволяет сохранять среднемесячное значение проинтерполированного поля равным исходному [17]. Эта процедура использует реальное распределение количества дней месяцев с учетом високосных лет. Поскольку данные CORE были заданы в обычной географической системе координат на сетке, отличной от океанической, они переводились на модельную область внутри расчетного блока модели путем пространственной интерполяции, разработанной и реализованной автором, основанной на решении уравнения Лапласа и позволяющей избежать ложных экстремумов преобразуемой величины (см. приложение А). И пространственная, и временная интерполяции реализованы непосредственно в модели, что позволяет подавать на вход данные любого временного и пространственного разрешения, заданные в стандартной географической системе координат. Такой способ расчета граничных условий облегчает переход на любую новую региональную область Мирового океана.

Приведем балк-формулы для расчета потоков тепла и соли.

На пространстве, не занятом льдом (открытой воде), поток тепла рассчитывается следующим образом:

$$Q_{OW} = Q_{SH} + Q_{LH} + 0.6Q_{SW} + Q_{LW}, \quad (\text{B.1})$$

где:

$$\begin{aligned} Q_{SH} &= \rho_A c_A C_D (E_0 + |\vec{W}|) (T_A - T) \quad - \text{поток явного тепла;} \\ Q_{LH} &= \rho_A q_E C_D (E_0 + |\vec{W}|) (Q_A - Q_{\max}) \quad - \text{поток скрытого тепла;} \\ Q_{SW} &= S W_{DW} (1 - \alpha_W) \quad - \text{баланс коротковолновой радиации;} \\ Q_{LW} &= L W_{DW} E_W - E_W \sigma_{SB} T^4 \quad - \text{баланс длинноволновой радиации.} \end{aligned}$$

Здесь ρ_A – плотность воздуха, c_A – теплоемкость воздуха, q_E – удельная теплота парообразования, $Q_{\max}$ – влажность насыщенного пара как функция температуры и давления, $\vec{W} = (W_\lambda - u|_{\sigma=0}; W_\varphi - v|_{\sigma=0})$ – скорость ветра относительно поверхности океана, C_D – безразмерный коэффициент, зависящий от свойств поверхности, E_0 – параметр, характеризующий поток тепла для безветренной погоды и считающийся эквивалентным ветру в 1 м/с, α_W – альбедо (коэффициент отражения) воды, E_W – коэффициент, характеризующий способность к излучению (серость) воды, σ_{SB} – постоянная Стефана-Больцмана, $Q_{\max}$ – влажность насыщенного пара как функция температуры и давления, рассчитываемая по следующим образом [95]. Сначала рассчитывается давление насыщенного пара e над поверхностью океана (в паскалях):

$$e = 10^{\left[\frac{0,7859 + 0,03477T}{1,0 + 0,00412T} + 2 \right]}, \quad (\text{B.2})$$

где T – температура поверхности океана в градусах Цельсия. Затем рассчитывается сама влажность насыщенного пара:

$$Q_{\max} = \frac{0,622e}{P_A - 0,378e}. \quad (\text{B.3})$$

При потоке коротковолновой радиации стоит коэффициент 0,6, поскольку в потоке тепла на поверхности присутствует только эта часть, а остальная проникает в глубинные слои океана с масштабом затухания по глубине 20 м.

Поток тепла подо льдом рассчитывается по формуле:

$$Q_{OI} = -\rho_0 c_w C_b (h_i) (T - T_F) + Q_{SWI}, \quad (\text{B.4})$$

где h_i – толщина льда, c_w – теплоемкость воды, T_F – температура замерзания воды при данной солености [123], Q_{SWI} – часть коротковолновой радиации, проникающей под лед при отсутствии на нем снежного покрова. Безразмерный коэффициент C_b зависит от толщины льда [86]:

$$C_b = \begin{cases} 1,26 \cdot 10^{-2} W_* / \sqrt{h_i}, & h_i < 3, \\ 7,27 \cdot 10^{-3} W_*, & h_i \geq 3, \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

где толщина льда берется в метрах, а коэффициент $W_* \approx 1 \div 3$ (скорость в ед. см/с). Таким образом, вводится сильная зависимость потока тепла от толщины льда для тонкого однолетнего льда. В модели полагалось, что $W_* \equiv 2$.

Таким образом, полный нормированный поток тепла в ячейке рассчитывается по формуле:

$$q_\theta = \frac{1}{c_w \rho_0} (A_0 \cdot Q_{OW} + (1 - A_0) \cdot Q_{OI}) + \gamma_\theta (\theta_{obs} - \theta), \quad (\text{B.6})$$

где A_0 – доля ячейки, не занятая льдом.

Испарения рассчитываются из потока скрытого тепла:

$$E = \frac{Q_{LH}}{\rho_0 q_E}.$$

Граничное условие для потока солености в океан с учетом изменения массы льда и снега будет иметь вид:

$$Q_S = (S - S_i) \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial m_i}{\partial t} + S \cdot \min(0, \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial m_s}{\partial t}) - S \cdot PR_A \cdot \Phi(T_A, A_0) + S \cdot E \cdot A_0 + \gamma_S (S_{obs} - S) \quad (B.7)$$

где S_i - средняя соленость льда ($\approx 40/00$), m_i, m_s - масса льда и снега (на единицу площади), Q_{FW} - поток пресной воды, включающий в себя разность осадков и испарений, а также сток рек. Второе слагаемое означает, что поток солености, связанный с изменением массы снега, возникает только при уменьшении его массы - таянии, либо попадании в воду за счет таяния лежащего под ним льда. Эмпирическая функция Φ определяет зависимость от температуры воздуха и от относительной доли открытой, не занятой льдом, воды [153]:

$$\Phi(T_A, A_0) = \begin{cases} 1, & T_A \geq 5^{\circ}C, \\ A_0 + (1 - A_0)(T_A + 5)/10, & -5^{\circ}C < T_A < 5^{\circ}C, \\ A_0, & T_A \leq -5^{\circ}C. \end{cases} \quad (B.8)$$

Таким образом, характер осадков в модели определяется по температуре воздуха - если последняя больше $5^{\circ}C$, то осадки считаются дождем, который не меняет свойств поверхности и целиком попадает в океан. При температуре меньше $-5^{\circ}C$, осадки считаются снегом и при наличии льда приводят к увеличению массы снежного покрова. Попадание осадков на открытую воду вызывает соответствующий поток солености.

Слагаемые с коэффициентами γ_θ и γ_S в уравнениях (B.6) и (B.8) моделируют отрицательные обратные связи, имеющиеся при реальном взаимодействии атмосферы и океана. Они "привязывают" модельные значения температуры θ и солености S к значениям температуры и солености на поверхности, полученным из наблюдений θ_{obs} и S_{obs} , с некоторым временем релаксации.

Результирующее напряжение трения, действующее на воду, рассчитывалось по формуле:

$$\vec{\tau} = A_0 \cdot \vec{\tau}_a + (1 - A_0) \cdot \vec{\tau}_{wi}, \quad (B.9)$$

где $\vec{\tau}_a$ - напряжение трения ветра, рассчитываемое следующим образом:

$$\vec{\tau}_a = \rho_a \cdot D \cdot |\vec{W}| \cdot \vec{W},$$

где $D = (1, 1 + 0,0004 \cdot |\vec{W}|) \cdot 10^{-3}$ (скорость ветра в единицах см/с), $\vec{\tau}_{iw}$ - напряжение трения, передаваемое океану льдом:

$$\tau_{iw} = \rho_0 C_{wi} |\vec{u}_i - \vec{u}_w| (\vec{u}_i - \vec{u}_w), \quad (B.10)$$

где C_{wi} - коэффициент трения между водой и льдом.

В.2 Модель эволюции морского льда, соединенная с сигма-моделью циркуляции океана

В σ -модель циркуляции океана инкорпорирована модель динамики - термодинамики морского льда на основе модели эволюции льда [58].

Термодинамический блок нарастания - таяния морского льда учитывает разводя, наличие снега и другие важные физические процессы.

Блок динамики включает дрейф льда под действием ветра и течений с учетом сил упругости, возникающих при деформации льда. При торошении происходит перераспределение льда и снега между градациями льда по толщине. Зависимость сил напряжения от скорости деформации в простейшем случае описывается реологией типа "кавитирующая жидкость". В последующем была добавлена более совершенная параметризация - упруго-вязко-пластичная реология. Модель использует конечноразностную аппроксимацию на сетке "С" и соединена с сигма-моделью циркуляции океана, применяющей функцию высоты уровенной поверхности океана [4, 41, 60, 132]. Монотонная схема переноса первого порядка точности обеспечивает неотрицательность массы льда и снега.

В.2.1 Термодинамика льда

Для описания термической эволюции морского льда и снежного покрова [58] используется гипотеза о локально-одномерном характере процессов таяния и образования льда и снега. В целом физическая постановка задачи близка к классической работе [139]. Предполагается, что термический режим снега и льда очень быстро приспосабливаются к заданным потокам, так что производной температуры по времени, или теплоемкостью снега и льда, можно пренебречь. Далее, будем считать коэффициент теплопроводности постоянным по всей толщине снежного или ледяного покрова. Это означает, что профиль температуры в соответствующей среде можно считать линейным. Заметим, что формулировка модели и программная реализация не накладывают жестких ограничений на аппроксимацию профиля коэффициента теплообмена, значимость теплоемкости снега и льда и число расчетных слоев в каждой из сред.

Поскольку процессы обмена тепловой энергией зависят от толщины льда, модель рассчитана на использование нескольких градаций толщины льда, так что задача термической эволюции льда и снега на нем решается отдельно для каждой из градаций [58]. В наиболее простом варианте используется одна градация льда. Это делается, например, для глобальной модели $2,5^\circ \times 2^\circ$ разрешения, используемой в качестве океанического блока совместной модели [11, 21]. В работе [58] используются следующие восемь градации льда: 0–10 см, 10–30 см, 30–70 см, 70–120 см, 1,2–2 м, 2–4 м, 4–6 м, более 6 м. Эти градации соответствуют принятой в России классификации льда по толщине (нилас, серый и серо-белый лед, тонкий однолетний лед, промежуточный однолетний лед, толстый однолетний лед, и более 6 м - многолетние льды)

На верхней границе снега или льда задаются скорость выпадения осадков, потоки коротковолновой и длинноволновой радиации, рассчитываются потоки радиации, явного и скрытого тепла. Поток явного тепла на границе с атмосферой рассчитывался аналогично потоку явного тепла в океан с учетом возможности безветренных условий (см. раздел В.1). На нижней границе льда задается значение температуры льда, равной температуре замерзания T_F при данной солености [123].

Изменения сплоченности льда при процессах таяния учитываются "обычным" образом [108], но отдельно для каждой градации толщины льда:

$$\frac{\partial A_k}{\partial t} = \begin{cases} \frac{(1 - \sum A_n)}{h^* \cdot \rho_i} \frac{\partial m_{i,1}}{\partial t}, & \frac{\partial m_{i,1}}{\partial t} > 0, \quad k = 1; \\ C_1 \frac{A_k}{m_{i,k}} \frac{\partial m_{i,k}}{\partial t}, & \frac{\partial m_{i,k}}{\partial t} < 0, \end{cases} \quad (B.11)$$

Здесь ρ_i - плотность льда, A_k - парциальная сплоченность k -ой градации, $m_{i,k}$ - масса льда в k -ой градации, h^* - эмпирический параметр. Обычно для моделей с пространственным разрешением порядка 100 км этот параметр выбирается равным 50 см. Постоянная C_1

выбирается в пределах 0,5-0,7. Такой выбор постоянных h^* и C_1 делается для моделей с двумя градациями – открытой водой и толстым льдом, поэтому в дальнейшем для усовершенствования модели может потребоваться дополнительная настройка этих параметров.

Изменение массы льда задается уравнением:

$$\rho_i \frac{\partial m_{i,k}}{\partial t} = - \frac{A_k(Q_{ai} + Q_{wi})}{q_i}, \quad (B.12)$$

где Q_{ai} и Q_{wi} – потоки тепла из атмосферы и из океана соответственно, q_i – теплота плавления льда.

Про формирование потоков тепла подробно описано в разделе В.1. По аналогии с формулой (В.1), поток тепла из атмосферы в лед складывается из четырех компонент: а) явное тепло, б) скрытое тепло, в) длинноволновая радиация, г) коротковолновая радиация. Необходимо только заменить все параметры воды аналогичными параметрами для льда. В данном случае изменится формула для расчета давления насыщенного пара над поверхностью льда/снега:

$$e = 10^{\left[\frac{0,7859 + 0,03477T}{1,0 + 0,00412T} + 0,00422T + 2 \right]}. \quad (B.13)$$

Для параметризации проникающей в лед (не покрытый снегом) коротковолновой радиации используется предположение о том, что часть радиации, не отраженная поверхностью, поглощается в самом верхнем слое льда, так что это можно также трактовать как поглощение в толще льда, отнесенное к его поверхности. Доля радиации, проникающая в лед – $i_0 = 0,17$. Это приводит к изменению эффективного альбеда льда, так что в выражении для потока коротковолновой радиации появляется множитель $1 - \beta i_0$:

$$Q_{SW} = SW_{DW}(1 - \beta i_0)(1 - \alpha_I). \quad (B.14)$$

В реальности часть проникающей в лед радиации идет на объемный нагрев льда, который можно рассматривать как эффективный нагрев поверхности, задавая $\beta < 1$. В работе [139] полагалось, что $\beta = 0,4$.

Поток Q_{wi} рассчитывается по формуле (В.4), но имеет противоположный знак.

Температура льда определяется из условия равенства потоков

$$k_s \frac{T_s - T_i}{h_s} = k_i \frac{T_i - T_F}{h_i}, \quad (B.15)$$

где k_i и k_s – коэффициенты теплопроводности, а T_i и T_s – температура льда и снега соответственно.

Считается, что новый лед попадает в первую, самую тонкую, градацию по толщине. Уравнение изменения массы снега включает в себя дополнительное слагаемое, описывающее попадание снега в воду в случае уменьшения сплоченности льда за счет бокового таяния. Этот процесс формирует соответствующий поток солености в океан.

Кроме того, для предотвращения накопления многолетнего снега введены механизмы превращения толстого снега в лед за счет “старения” снега и смерзания снежных кристаллов, и за счет погружения снега в лед в случае, когда плавучесть льды меньше массы льда и снега на нем (аналогично используемым в модели [134]). В данной модели считается, что превращение снега в лед за счет “старения” происходит при толщине снега больше 50 см, а характерный масштаб времени такого превращения равен 10^7 сек.

Альбеда снега и льда зависят от их состояния (например, от температуры и толщины) – в работе различались состояния “сухой” и “тающей” поверхности. В сложных моделях

альбедо поверхности вычисляется для нескольких спектральных интервалов падающего излучения, учитывается характер излучения, угол падения, наличие луж и т.д. [86].

Выбор альбедо оказывает сильное влияние на характеристики снежного и ледового покрова. Наблюдения показывают [90], что альбедо сухого льда зависят от его толщины так, что альбедо льда толщиной 3 м равно 0,65, а альбедо льда толщиной 1 м – примерно 0,5. В модели выбиралось некоторое среднее значение 0,70, примерно соответствующее толщине льда 4 м. Альбедо тающего льда, согласно наблюдениям, сильно меняется до толщины примерно 4 м, после чего остается постоянным и равным 0,55. Альбедо тающего льда толщиной 1 м равно всего 0,25. Все это говорит о сложности выбора параметризации альбедо даже в случае задания его как функции только состояния поверхности.

Изменение сплоченности и массы льда и снега в процессе дрейфа описывается уравнениями:

$$\begin{aligned}\frac{\partial m_{i,k}}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i m_{i,k}) &= 0, \\ \frac{\partial m_{s,k}}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i m_{s,k}) &= 0, \\ \frac{\partial A_k}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}_i A_k) &= 0,\end{aligned}\tag{B.16}$$

где – скорость льда, одинаковая для всех градаций в данной пространственной ячейке.

В.2.2 Динамика льда

Эволюция скорости дрейфа льда $\vec{u}_i = (u_i, v_i)$ рассчитывается из уравнений движения льда:

$$\begin{aligned}m_i \frac{\partial u_i}{\partial t} - m_i l v_i &= \frac{m_i g}{r_x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A \tau_{ax} + A \tau_{wix} + F_x, \\ m_i \frac{\partial v_i}{\partial t} + m_i l u_i &= \frac{m_i g}{r_y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A \tau_{ay} + A \tau_{wiy} + F_y,\end{aligned}\tag{B.17}$$

где m_i – суммарная масса льда и снега в ячейке, A – суммарная сплоченность льда, $\vec{\tau}_a = (\tau_{ax}, \tau_{ay})$ – напряжение трение ветра, $\vec{\tau}_{wi} = (\tau_{wix}, \tau_{wiy})$ – напряжение трения между льдом и водой, рассчитываемое по формуле:

$$\vec{\tau}_{wi} = \rho_0 C_{wi} |\vec{u}_w - \vec{u}_i| (\vec{u}_w - \vec{u}_i),\tag{B.18}$$

где $\vec{u}_w$ – скорость течения на поверхности океана, C_{wi} – коэффициент трения.

Ключевой силой в динамике льда является $\vec{F} = (F_x, F_y)$ – сила реологии. Для ее расчета используется методика [109, 72]. Уравнения для компонент тензора скоростей деформации записываются в виде (предполагая, что движение льда может считаться двумерным):

$$\dot{\epsilon}_{11} = \frac{1}{r_x} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{v_i}{r_y} \frac{\partial r_x}{\partial y} \right),\tag{B.19}$$

$$\dot{\epsilon}_{22} = \frac{1}{r_y} \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{u_i}{r_x} \frac{\partial r_y}{\partial x} \right),\tag{B.20}$$

$$\dot{\epsilon}_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_x}{r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_i}{r_x} \right) + \frac{r_y}{r_x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_i}{r_y} \right) \right),\tag{B.21}$$

Запись производной от метрики в явном виде в уравнениях для компонент $\dot{\epsilon}_{11}, \dot{\epsilon}_{12}$ позволяет построить энергетически согласованную пространственную аппроксимацию, что обеспечит при численном решении задачи выполнение соотношения

$$\dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22} = \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial u_i r_y}{\partial x} + \frac{\partial v_i r_x}{\partial y} \right) = \text{div } \vec{u}_i.$$

В силу особенностей численного решения задачи с вязко-пластичной реологией в работе [109, 110] была предложена регуляризация в виде упруго-вязко-пластичной реологии. Основная идея состоит в формальном введении упругих волн, затухающих за время с масштабом T_d (что можно связать с аналогом модуля Юнга E) и формулировке эволюционной задачи для компонент тензора напряжений. Для этого удобно ввести вспомогательные переменные:

$$\begin{aligned}\sigma_D &= \sigma_{11} + \sigma_{22}, & \sigma_T &= \sigma_{11} - \sigma_{22} \\ \dot{\epsilon}_D &= \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}, & \dot{\epsilon}_T &= \dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22} \\ \sigma_1 &\equiv \sigma_D, & \sigma_2 &\equiv \sigma_T, & \sigma_{11} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, & \sigma_{22} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\end{aligned}$$

Три эволюционных уравнения для компонент тензора напряжений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_D}{\partial t} + \frac{\sigma_D}{2T_d} + \frac{P}{2T_d} &= \frac{P}{2T_d \Delta} \dot{\epsilon}_D, \\ \frac{\partial \sigma_T}{\partial t} + \frac{e^2 \sigma_T}{2T_d} &= \frac{P}{2T_d \Delta} \dot{\epsilon}_T, \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} + \frac{e^2 \sigma_{12}}{2T_d} &= \frac{P}{2T_d \Delta} \dot{\epsilon}_{12}.\end{aligned}\tag{B.22}$$

Давление во льду может определяться из простого соотношения [108]:

$$P = P^* \cdot \bar{h} \cdot e^{(-C^*(1-\bar{A}))},$$

где параметр P^* – прочность льда ($P^* \approx 1 \div 3 \cdot 10^4 \text{ Нм}^{-2}$), C^* – эмпирическая безразмерная константа порядка 20, $\bar{h}$ – средняя по градациям толщина, $\bar{A}$ – суммарная сплоченность льда. Заметим, что достаточно реалистично выглядит также идея о связи давления не со средней толщиной $\bar{h}$, а с толщиной самого тонкого льда. Существуют также параметризации, связывающие прочность льда P^* с квадратом средней толщины льда $\bar{h}$.

Величина

$$\Delta^2(\dot{\epsilon}) = (\dot{\epsilon}_{11}^2 + \dot{\epsilon}_{22}^2)(1 + e^{-2}) + 4\dot{\epsilon}_{12}^2 e^{-2} + 2\dot{\epsilon}_{11}\dot{\epsilon}_{22}(1 - e^{-2}),$$

где e – эксцентриситет эллиптической реологии.

Сила представляет собой дивергенцию от тензора напряжений $\mathbf{F} = \nabla \cdot \sigma$. Силу записывается также с явной записью производных от метрики:

$$\begin{aligned}F_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_x} \frac{\partial \sigma_D}{\partial x} + \frac{1}{r_x r_y^2} \frac{\partial}{\partial x} (r_y^2 \sigma_T) + \frac{2}{r_x^2 r_y} \frac{\partial}{\partial y} (r_y^2 \sigma_{12}) \right), \\ F_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_y} \frac{\partial \sigma_D}{\partial y} - \frac{1}{r_x^2 r_y} \frac{\partial}{\partial y} (r_x^2 \sigma_T) + \frac{2}{r_x r_y^2} \frac{\partial}{\partial x} (r_x^2 \sigma_{12}) \right).\end{aligned}$$

Ввиду того, что характерный масштаб изменения скорости льда по времени очень мал (порядка 1 мин. для разрешения 1°), задача динамики льда решается с малым шагом по времени Δt_e (порядка $1/60$ от шага для модели океана).

В работе [110] предложен метод регуляризации в случае режима медленного торошения, хотя определенная регуляризация уже сделана путем введения затухающих упругих волн. Предполагается, что прочность льда ограничена сверху некоторым значением, связанным с характерной массой льда, входящей в некоторый коэффициент C , пространственным разрешением, мерой деформации льда, выраженной через величину Δ и разрешением по времени Δt_e :

$$P < \frac{C \cdot h_x h_y T_d}{\Delta t_e^2} \cdot \Delta.$$

Упрощенная реология типа "кавитирующая жидкость" может быть получена предельным переходом из упруго-вязко-пластичной [91] :

$$\mathbf{F} = -\vec{\nabla}(P \cdot Hev(-div \vec{u}_i)).$$

Здесь использовано обозначение Hev – функция Хевисайда, определяемая следующим образом:

$$Hev(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

Метод численного решения задачи с реологией типа “кавитирующей жидкости” несколько отличается от более общего метода в силу более простого оператора задачи.

Приложение С

Руководство по использованию модели океана

В данном приложении приводится структура модели циркуляции океана, схема ее работы и руководство по ее использованию. Для работы с моделью необходимо иметь установленный Фортран-компилятор на Windows- или Linux-платформе.

С.1 Структура модели и ее компиляция

Программа модели циркуляции океана имеет следующую структуру. Файл *octask.f* является головной программой, которая осуществляет инициализацию данных, временной цикл и выдачу результатов. Остальные файлы находятся в следующих папках:

- *Control* – файлы управления;
- *Function* – файлы, содержащие решение отдельных физических подзадач;
- *Service* – файлы служебных подпрограмм;
- *Lib* – файлы, выполняющие роль некоторых программных библиотек, а также три библиотеки (*sparsekitLib.lib*, *SparsekitLibRel.lib*, *SuperLUMod.lib*), необходимые для решения уравнений мелкой воды в терминах (u, v, ζ) . Эти три библиотеки работают только на 32-битном персональном компьютере под Windows, а для рабочей станции их нужно создавать отдельно. Исходные коды этих библиотек с подробным описанием процесса их компиляции под различные платформы доступны на сайтах <http://crd.lbl.gov/xiaoye/SuperLU/> и <http://www-users.cs.umn.edu/saad/software/SPARSKIT/sparskit.html>
- *Inc* – inc-файлы, в которых задается основная часть входных параметров модели.

Основная часть входных параметров задается в .inc-файлах, расположенных в папке Inc. Имена файлов, подлежащих редактированию пользователями, как правило, начинаются с цифры 1. Ниже приводится их описание.

- 0VGRID.INC – параметры вертикальной сетки. По умолчанию определяется аналитическое задание вертикальных Т-уровней и расположение W-уровней посередине между Т-уровнями. При необходимости ручного задания уровней параметр

ANALITCAL_SET устанавливается равным .FALSE., а оператор DATA, в котором перечисляются эти уровни, раскомментируется. В случае, если требуется альтернативная система (в которой Т-уровни расположены посередине между W-уровнями), параметр WGR_IN_TGR следует изменить с .TRUE. на .FALSE.

- Файлы, управляющие степенью явности-неявности интегрирования по времени для некоторых блоков:
 - 0ADEXPIMP.INC – уравнения бароклинной адаптации,
 - 0SWEXPIMP.INC – уравнения баротропной адаптации,
 - 0TRTSS.INC – уравнения переноса-диффузии тепла и соли (ТОЛЬКО при использовании расщепления по геометрическим координатам),
 - 0TRUVS.INC – уравнения переноса-диффузии компонентов скорости.

редактируются только при крайней необходимости. Во всех файлах параметр с окончанием IMP – это коэффициент неявности при решении соответствующих блоков. Значение, равное 1, дает чисто неявный алгоритм, 0 – чисто явный. Обычно в уравнениях переноса используется 0.55 (схема Кранка-Николсон с перевесом в сторону неявности), а в уравнениях адаптации – 1 (чисто неявная схема).

- 1ATMFORCING.INC – параметры, касающиеся атмосферных данных и сетки, на которой они заданы. В частности, здесь указаны размерность, разрешение и левая нижняя граница атмосферной сетки и коэффициенты перехода, необходимые в случае, если исходные данные заданы в единицах измерения, отличных от модельных.
- 1ATMGRID.INC – задание непосредственно атмосферной сетки.

Эти два атмосферных файла привязаны только к конкретным атмосферным данным и при переходе на новую акваторию не меняются, поскольку в модель встроена программа пространственной интерполяции, которая переводит эти данные на океаническую сетку. В случае же, если решено использовать другие атмосферные данные, вообще говоря, эти файлы нужно редактировать.

1. 1BASINPAR.INC - основной файл, содержащий информацию о расчетной области.

- NX, NY, NZ – размерность области по пространственным координатам. Здесь следует подчеркнуть, что данные в модели используются на расширенной по горизонтали сетке размером NX x NY, которая, помимо содержательной центральной части размером (NX-4) x (NY-4), содержит пустую рамку (по 2 точки с каждой границы) для возможности работы с периодической областью. Так что если известны размеры значимой области, то нужно прибавить к ним по 4, чтобы определить NX и NY.
- MLR – параметр, зависящий от имеющейся температурной маски суша-вода и характеризует число прогонок, используемых при решении уравнений переноса-диффузии. Как его выбирать, будет сказано ниже.
- MMM, MM, NNN, NN – сеточные координаты крайних значимых точек по горизонтали. По умолчанию модель использует MMM=3, MM=NX-2, NNN=3, NN=NY-2, т.е. остается рамка размером две точки с каждой стороны.

- MMD – в случае непериодической области равен 0, в случае периодической – период по долготе.
 - NBASINS – число акваторий, для которых требуется вывод меридиональных характеристик. Если это нужно только для всей области, то ставится 1. Для глобальной модели, как правило ставится 4 и в файл температурной маски добавляется копия основной маски, в которой регионы помечены цифрами (см. ниже).
 - DXST и DYST – шаги пространственной сетки в градусах. Имеют полный смысл только для равномерной сетки.
 - RLON и RLAT – координаты нижнего левого угла ЗНАЧИМОЙ расчетной области, т.е. на модельной сетке эта точка должна иметь сеточные координаты (3,3).
 - ROTATION_ON_LON, ROTATION_ON_LAT - эйлеровы углы поворота (в градусах) в случае, если расчетная область является сферой, полученной путем поворота географической сетки на данные углы. В случае географической системы оба этих параметра задаются нулями.
 - X_POLE, Y_POLE – используются только в случае криволинейной системы координат (с одним или двумя смещенными полюсами) и характеризуют координаты нового полюса (в градусах) в географической системе.
 - CRIT_LAT – широта в Северном полушарии, выше которой используется Фурье-фильтрация решения для устранения численного шума в районе Северного полюса.
 - LAT_CRIT_4D – широта в Северном полушарии, выше которой используется фильтрация решения фильтром 4-го порядка для устранения численного шума в районе Северного полюса.
2. 1BASPAR.INC – построение расчетной области (на температурной сетке). В случае равномерного шага используются циклы по пространству, в противном случае некоторые координаты прописываются вручную.
 3. 1BASTYPE.INC – параметры системы координат.
 - CURVE_GRID – тип системы координат. 0 – сферическая, 1 – криволинейная со смещенным северным полюсом, 2 – криволинейная с двумя смещенными полюсами.
 4. 1DAYDIST.INC – распределение дней за 4 года. Можно выбрать четырехлетие длиной 1440 дней (фиктивное по 30 дней в месяц), 1460 (по 365 без високосного года) и 1461 (с високосным годом). Зависит от имеющихся данных по атмосферному воздействию.
 5. 1LATDIFF.INC – выбор способа задания коэффициентов бокового турбулентного обмена.
 6. 1LEVS.INC – файл, в котором прописываются вертикальные z-уровни, на которых будут выводиться трехмерные массивы результатов.
 7. 1LEVS_YZ.INC – файл, в котором прописываются вертикальные z-уровни, на которых будет выводиться массив меридиональной функции тока.

8. 1LQBC.IBC – параметры жидких граничных условий. Параметр NUMB_OF_LQP_MAX отвечает за максимально возможное число жидких граничных точек. Задание самих точек описано ниже.
9. 1LREC.INC – параметры записи данных в двоичные файлы прямого доступа. На ПК LRECL=1, на некоторых рабочих станциях LRECL=4.
10. 1MASSTRANS.INC – настройка необходима, если при выдаче результатов вызывается подпрограмма, рассчитывающая перенос массы через ключевые проливы. Содержит координаты граничных точек.
11. 1SEAICE.INC – характеристики модели морского льда. MGRAD – количество градаций по толщине, HMAX – задание самих градаций.
12. 1STDOUT.INC – определяет систему координат, в которой будет производиться вывод результатов.
 - GEO_OUTPUT – если задается 0, то результаты выводятся в той же системе координат, в которой работает модель. Адекватно, если расчеты проводятся на стандартной географической сетке. Если же параметр равен 1, то при выдаче результатов производится интерполяция в географическую систему. В случае географической модельной сетки нецелесообразно.
 - остальные параметры – актуальны только в случае, если GEO_OUTPUT=1. Определяют параметры географической сетки, на которую производится выдача результатов. Их смысл аналогичен схожим по названию параметрам из файла 1BASINPAR.INC. Параметр OUT_MASK_FILE характеризует имя файла с маской на выходной сетке, которая должна соответствовать параметрам этой сетки.
13. 1SWEQPRECOND.INC – характеристики солвера уравнений мелкой воды.
use_direct_solver=1, если используется прямой алгоритм решения, и
use_direct_solver=0 в случае итерационного алгоритма. В последнем случае необходимо поставить параметр pzmax достаточно большим для заданной размерности области.
14. 1TRANSTS.INC – управляет явным алгоритмом для задачи переноса скалярных полей.
 - NITER_TRANS – определяет число внутренних подшагов для решения задачи переноса.
 - ALPHA_TRANS – параметр Адамса-Бэшфорта. Если равен нулю, то определяет явную схему Эйлера, 0.5 – чистую схему Адамса-Бэшфорта. По умолчанию установлен 0.6.

В модели есть еще несколько inc-файлов, которые можно редактировать, но это стоит делать только в крайнем случае в целях более тонкого подбора этих параметров.

1. 0ICEPAR.INC – файл, содержащий параметры модели льда, а также параметры, необходимые для расчета атмосферных потоков по балк-формулам.
2. 2FUNDCONST.INC – файл с фундаментальными константами (радиус земли, ускорение свободного падения и др.).

Трансляцию модели на ПК можно осуществлять следующим образом. Если работа с моделью идет в рамках фортран-проекта, то модель удобно транслировать через этот проект. Нужно только из режима Debug, удобного для отладки программы, переключиться в режим Release, который использует различные оптимизации для увеличения быстродействия. Далее надо выполнить трансляцию проекта, и при отсутствии разного рода ошибок в папке Release создается исполняемый модуль INM_OCEAN_MODEL.EXE.

Можно поступить и иначе. После запуска скрипта mk_constr_zone.bat в папке Constr_Zone появятся файлы oc_contr.f, oc_modls.f, oc_serv.f, oc_lib.f, а также все .inc- и .lib-файлы. Далее надо скопировать в папку Constr_Zone файлы octask.f и mkexe.bat из корневой директории модели, зайти в папку Constr_Zone и запустить трансляцию программы командой mkexe.bat octask.f. В случае успеха в этой папке появится файл octask.exe, который и представляет собой основной исполняемый модуль.

Для трансляции модели на Linux в корневой папке модели существуют файлы makefile и Makefile.inc. Последний нужно отредактировать, поставив в нем нужный фортран-компилятор. При этом нужно заранее транслировать все библиотеки, о чем подробно написано в файлах readme к ним, и скопировать их в корневую папку модели. После этого выполнить команду make. Создастся исполняемый модуль dsom.

В итоге исполняемый модуль нужно поместить в директорию с экспериментами (назовем ее EXP).

С.2 Запуск модели

Для запуска модели необходимо в корневой папке с экспериментами (EXP) создать папку для конкретного эксперимента (напр. E01) и подпапки E01/XY, E01/XYZ и E01/XYZ, в которые будут записываться результаты. В саму папку E01 нужно поместить данные с начальными условиями (контрольными точками) в σ -координатах. В общем случае для запуска нужны данные по температуре и солености (cpss.dat, cptt.dat), горизонтальным скоростям (cpuu.dat, cpvv.dat) и уровню океана (cpslh8.dat), а также накопительный файл для расчета среднемесячных полей cpmmean.dat и файл cpmmc.txt с информацией о количестве накопленных полей. Кроме того, если в какой-то степени задействована модель льда, необходимо поместить туда начальные данные по льду. Это cpaice.dat (сплоченность), cphice.dat (масса льда), cphsnow.dat (масса снега), cpuice.dat и cprvice.dat (компоненты скорости дрейфа льда) и, наконец, cpsig1.dat, cpsig2.dat, cpsig12.dat (компоненты тензора напряжений льда). Как видно, все необходимые для перезапуска модели файлы начальных данных начинаются с "ср". Обычно они берутся из предыдущих экспериментов. При запуске же модели впервые на новом регионе счет ведется с нулевых скоростей и отсутствии льда, в этом случае нужны только данные по температуре и солености океана (cpss.dat, cptt.dat). В корневой папке EXP должны быть данные топографии, температурной маски суша-вода и 3 файла с параметрами. О подготовке всех данных будет сказано ниже, сейчас же опишем подробнее файлы с параметрами, без которых модель работать не будет. При редактировании необходимо придерживаться формата ввода параметров, который указан в каждом комментарии.

Файл octask.par содержит параметры интегрирования модели по времени, а также информацию о местоположении необходимых данных. Его структура следующая.

```
7200.0 :STEP, IN SECONDS(*-FORMAT, 11-COLUMNS)
7300.0 :DURATION OF RUN IN DAY(*11C)
87600 :INITIAL STEP
1958 :INITIAL YEAR(I7)
```

```

730      :WRITING PERIOD IN STEPS FOR CONTROL POINT OUTPUT
120      :WRITING PERIOD IN STEPS FOR INTEGRAL PARAMETER OUTPUT
10       :WRITING PERIOD IN STEPS FOR LOCAL OUTPUT (not use if =<0)
730. 10. :EXTERNAL&INTERNAL PERIODS IN DAYS TO WRITE XYZ ARRAYS
730. 10. :EXTERNAL&INTERNAL PERIODS IN DAYS TO WRITE PASSIVE TRACER ARRAYS
3650. 10. :EXTERNAL&INTERNAL PERIODS IN DAYS TO WRITE XY ARRAYS
3650. 5.  :EXTERNAL&INTERNAL PERIODS IN DAYS TO WRITE YZ ARRAYS
3 3 3 :TYPES OF SS CONDITION FOR T,S,WIND(
1 1 :USAGE OF ICE BLOCK IN OCEAN MODEL(0-D0 NOT USE,1-USE)
1 2 :1-D0 NOT 2- REMOVE SPACE AVARAGING WATER FLUXES(2I4)
2.0E-03 2.0E-03 :COEFFICIENT OF RELAXATION FOR SST & SSS[CM/S](*22C)
E01-20AB :PATH TO OCEAN CONTROL POINT(RESULTES)(A32)
/data1/gusev/OGCM1X05/SS :PATH TO OCEAN DATA FILES
sst1x05npf.dat :SEA SURFACE TEMPERATURE
sss1x05npf.dat :SEA SURFACE SALINITY
tlbc.dat :T-VALUES FOR LIQUID WALLS
slbc.dat :S-VALUES FOR LIQUID WAL
/data1/gusev/DATA :PATH TO FILES OF ATM FORCINGM
mzs.dat :SEA SURFACE ZONAL WIND STRESS(A32)
mms.dat :SEA SURFACE MERIDIONAL WIND STRESS(A32)
mnhf.dat :SEA SURFACE HEAT BALANCE(OCMOD)(A32)
mswr.dat :SEA SURFACE SHORTWAVE RAD BALANCE(A32)
mpme.dat :PRECIPITATION-EVAPORATION(A32)
icemask.dat :ICE MASK (A32)
UNUSED.dat :TEMPERATURE OF ATMOSPHERE(CM ONLY)
slp.dat :SEA LEVEL PRESSURE
roff.dat :RIVER RUNOFF
lwat.dat :DW-LW-RAD
swat.dat :DW-SW-RAD
prat.dat :PRECIPIT
tat.dat :TEMP OF ATMOSPHERE
qat.dat :HUMIDITY
uat.dat :U-WIND SPEED
vat.dat :V-WIND SPEED
NONE :SEA-LAND MASK FOR ATMPSPHERE

```

Построчные комментарии.

1. Модельный шаг по времени в секундах.
2. Продолжительность счета в сутках.
3. Номер начального шага (0, если старт из состояния покоя, в случае перезапуска значение берется из файла `cpar.txt` из директории предыдущего эксперимента)
4. Начальный год. Ставится, если расчет ведется по атмосферному воздействию реальных лет.
5. Период (в шагах), через который будет производиться запись контрольных точек.
6. Период (в шагах), через который будет производиться выдача интегральных характеристик.

7. Период (в шагах), через который будет производиться выдача некоторых локальных характеристик (см. ниже). Если 0, то локальные характеристики не выводятся.
8. Внешний и внутренний периоды записи XYZ-массивов. Запись 730. 10. означает, что каждые 10 суток будут записываться файлы 3-мерных полей, а каждые 730 суток эти файлы будут перезаписываться сначала.
9. То же, для трехмерных массивов пассивного трасера (если участвует).
10. То же, для XY-массивов.
11. То же, для YZ-массивов.
12. Типы граничных условий для температуры, солёности и скорости. Варианты: для температуры и солёности:
 - а) ± 1 – первое условие (задаются T и S на поверхности); если отрицательно, то значение на поверхности нулевое;
 - б) ± 2 – второе условие (задаются балансы тепла, КВ-радиации и пресной воды); если отрицательно, то поток нулевой;
 - в) ± 3 – третье условие (потоки тепла и/или соли рассчитываются по балк-формулам); если отрицательно, то поток нулевой.Варианты для скорости:
 - а) 1 – задается на напряжение трения ветра;
 - б) 2 – задается на напряжение трения ветра, атмосферное давление влияет на скорость течений;
 - в) ± 3 – напряжение трения ветра рассчитывается по балк-формулам;
 - г) ± 4 – напряжение трения ветра рассчитывается по балк-формулам, атмосферное давление влияет на скорость течений.если в случаях в) и г) отрицательное число, то скорость ветра в полярных регионах рассчитывается по атмосферному давлению. В зависимости от типов граничных условий, считываются только те данные, которые нужны.
13. Использование блока льда.

Первое число.

 - а) 0 – не используется;
 - б) 1 – используется.Второе число – количество внутренних шагов по времени для задачи динамики льда.
14. Числа, показывающие, вычитается ли среднее из потока тепла и пресной воды соответственно. на практике актуально только для потока пресной воды. 1 – нет, 2 – да.
15. Коэффициенты релаксации для коррекции потоков тепла и соли соответственно (в см/с)
16. Путь к директории с текущим экспериментом (контр. точками).

17. Путь к директории с данными температуры и солености на поверхности и жидких границах.
18. Путь к файлу поверхностной температуры (на океанической сетке, 12 среднемесячных полей).
19. То же, для солености.
20. Путь к файлу температуры на жидких границах(12 среднемесячных полей).
21. То же, для солености.
22. Путь к директории, где хранятся данные по атмосферному воздействию (среднемесячные или 6- и 24-часовые, климатические или реальных лет).
23. Файл зонального напряжения трения ветра.
24. Файл меридионального напряжения трения ветра.
25. Файл баланса тепла на поверхности.
26. Файл баланса коротковолновой радиации на поверхности.
27. Файл баланса пресной воды на поверхности (осадки – испарения).
28. Файл концентрации льда на поверхности (если неактивна модель льда).
29. Файл температуры воздуха (нужен только для совместной модели).
30. Файл атмосферного давления.
31. Файл стока рек.
32. Файл падающей длинноволновой радиации.
33. Файл падающей коротковолновой радиации.
34. Файл осадков.
35. Файл температуры воздуха.
36. Файл влажности воздуха.
37. Файл зональной скорости ветра.
38. Файл меридиональной скорости ветра.
39. Файл маски суша-вода на атмосферной сетке (если есть, иначе NONE).

Необходимо отметить следующее. Если в файле модели 1ATMFORCING.INC какой-либо файл помечен как среднеклиматический, то полный путь к нему будет строиться так. Берутся путь к атмосферным данным и имя файла, а между ними вставляется директория CLIM. Например, для данного файла otask.par полный путь к данным по температуре воздуха будет следующим: /data1/gusev/DATA/CLIM/tat.dat. Если же файл помечен как файл реального года, то вставляется номер года, соответствующий модельному времени. В данном случае полный путь станет таким: /data1/gusev/DATA/1958/tat.dat.

Поэтому если ведется расчет по данным реальных лет, важно правильно поставить номер начального года.

Файл "oceanmodel.par" содержит ключи управления физическими подзадачами модели и их параметры. Его структура следующая.

```

4  :DENSITY DEVIATION(1,3,4/2 = NONZERO/ZERO)
5  :SEA LEVEL (+1/5 = NO/YES)
3  :LATERAL TRANSPORT&MIX OF T&S(+1/2/3 = NO/SIGMA/UNIVERSAL)
-7 :VERTICAL TRANSPORT&MIX OF T&S(+1/2,3/4,5/6,7 = NO/CONST COEF/PPMIX/MO)
-2 :LATERAL TRANSPORT&MIX OF U&V(+1/2 = NO/CONST COEF.)
4  :VERTICAL TRANSPORT&MIX OF U&V(1/2/3/4 = NO/CONST COEF./PPMIX/MO)
1  :LATERAL TRANSPORT&MIX OF PASSIVE TRACER(1/2 = NO/YES)
1  :VERTICAL TRANSPORT&MIX OF PASSIVE TRACER(1/2 = NO/YES)
0  :NUMBER OF LIQUID BOUNDARIES INCLUDED(0-NO INCLUDED)
0.0D-06 1.2 :BAROTROPIC RELAXATION PARAMETER & ITERATION PARAMETER
1.0E+00 4.0E+06 :LATERAL DIFFUSION COEFFICIENTS IN X&YDIRECTION[UNDIM,CM**2/S]
1.0E+00 2.0E+04 :LATERAL VISCOUS COEFFICIENTS IN X&YDIRECTION[UNDIM,CM**2/S]
0.0156 0.0156 :LATERAL DIFFUSION OF 4-TH ORDER X&YDIRECTION[UNDIM,UNDIM]
0.002 0.002 :LATERAL VISCOSITY OF 4-TH ORDER X&YDIRECTION[UNDIM,UNDIM]
1000.0 0.01 :VERTICAL MAX(TOP)&BACKGROUND DIFFUSION COEFFICIENTS
1000.0 1.0 :VERTICAL MAX(TOP)&BACKGROUND VISCOUS COEFFICIENTS
1.0 1.00 0.00 :WEIGHT COEFFICIENT LATERAL S,Z,R -DIFFUSION
1.00 0.00 :WEIGHT COEFFICIENT VERTICAL Z,R -DIFFUSION(1ST PART)
1.00 0.00 0.00 :WEIGHT COEFFICIENT VERTICAL Z,R,ZR-DIFFUSION(2ND PART)
300.0 300.0 1.0 :SWITCHING DEPTH FOR TYPE OF LATERAL DIFFUSION[M]
mask1x05r.txt :FILE WITH TEMPERATURE MASK(0-OCEAN,1-LAND)(A32)
top1x05Hgr.dat :FILE WITH BOTTOM TOPOGRAPHY[M](A32)

```

Построчные комментарии.

1. Влияние градиентов плотности на движение:

- а) 1,3,4 – влияют;
- б) 2 – не влияют (в модели плотность обнуляется).

2. Алгоритм с помощью, которого решается баротропная циркуляция в модели:

- а) 1 – никакой;
- б) 5 – алгоритм решения полной системы уравнений мелкой воды (Русаков А.С.).

3. Боковые перенос и диффузия температуры и солености:

- а) ± 1 – не используется; б) ± 2 – осуществляется вдоль сигма-уровней; в) ± 3 – осуществляется по горизонтальным или изопикническим поверхностям, вид которых задается в строках 17-19. г) ± 4 – используется полулагранжевая изопикническая диффузия, реализованная Е.М.Володиным (только в случае решения переноса траcera без расщепления по пространственным координатам)

Параметры боковой диффузии задаются в строке 11. Если перед цифрой поставить минус, то дополнительно будет работать сеточная диффузия 4 порядка (для температуры и солености в сигма-координатах не рекомендуется). Ее параметры задаются в строке 13.

4. Перенос температуры и солёности по вертикали и параметризация вертикального перемешивания и конвекции:

- а) ± 1 – не используется;
- б) $\pm 2,3$ – производится с постоянными коэффициентами диффузии;
- в) $\pm 4,5$ – производится согласно параметризации Филандера-Пакановского;
- г) $\pm 6,7$ – производится согласно параметризации Мони́на-Обухова.

В случае четных ключей дополнительно включается принудительное перемешивание температуры и солёности. В случае отрицательного ключа работает распределенный по глубине источник тепла за счет проникающей коротковолновой радиации. Физические параметры вертикальной диффузии задаются в строке 15.

5. Боковой перенос компонент горизонтальной скорости и вид боковой вязкости:

- а) ± 1 – не используется; б) ± 2 – производится с постоянными коэффициентами вдоль сигма-уровней.

Параметры боковой вязкости задаются в строке 12. Если перед цифрой поставить минус, то дополнительно будет работать сеточная вязкость 4 порядка. Ее параметры задаются в строке 14.

6. Перенос компонент горизонтальной скорости по вертикали и параметризация вертикального перемешивания и конвекции:

- а) 1 – не используется;
- б) 2 – производится с постоянными коэффициентами;
- в) 3 – производится согласно параметризации Филандера-Пакановского;
- г) 4 – производится согласно параметризации Мони́на-Обухова.

Физические параметры вертикальной вязкости задаются в строке 15.

7. Боковые перенос и диффузия пассивного трасера. 1 – не используется, 2 – используется

8. Вертикальные перенос и диффузия пассивного трасера. 1 – не используется, 2 – используется.

9. Количество жидких границ:

- а) 0 – нет жидких границ; б) >0 – количество жидких границ, используемых в расчете.

10. Первое число – коэффициент релаксации (размерность 1/с) для баротропной циркуляции. Второе число – не используется.

11. Первое число – отношение коэффициентов горизонтальной диффузии по долготе и широте. Второе число – значение коэффициента горизонтальной диффузии вдоль широты (см²/сек) из расчета шага сетки в 1 градус на экваторе сферической системы. Реальный коэффициент пропорционален реальному шагу сетки (Либо просто значение коэффициента горизонтальной диффузии вдоль широты (см²/сек), зависит от конфигурации файла 1LATDIFF.INC).

12. Первое число - отношение коэффициентов горизонтальной вязкости по долготе и широте. Второе число - максимальное значение коэффициента горизонтальной вязкости вдоль широты (см²/сек) из расчета шага сетки в 1 градус на экваторе сферической системы. Реальный коэффициент пропорционален реальному шагу сетки (Либо просто значение коэффициента горизонтальной вязкости вдоль широты (см²/сек), зависит от конфигурации файла 1LATDIFF.INC).
13. Числа диффузии (безразмерные величины) для сеточной диффузии 4-го порядка. Первое число - для диффузии температуры. Второе число - для диффузии солёности.
14. Числа диффузии (безразмерные величины) для сеточной вязкости 4-го порядка. Первое число - для зональной скорости. Второе число - для меридиональной скорости.
15. Первое число - максимальный коэффициент вертикальной диффузии (см²/сек). Второе число - фоновое значение коэффициента вертикальной диффузии (см²/сек).
16. Первое число - максимальный коэффициент вертикальной вязкости (см²/сек). Второе число - фоновое значение коэффициента вертикальной вязкости (см²/сек)

Далее идет задание сложного вида боковой диффузии в комбинации сигма, горизонтальной и изопикнической. По умолчанию определяют горизонтальную диффузию. Используются весовые коэффициенты α и β из формулы (1.36) главы 1. Там же приведены их возможные комбинации. Соотношение между числами должно быть именно таким. Любое другое задание может привести к некорректной работе модели.

17. 1 α β
18. α β
19. α^2 β^2 $2\alpha\beta$
20. Первое число - параметр глубины, определяющий функцию переключения между изопикнической и z -диффузией. Функция устроена так, что в верхних слоях работает только z -диффузия, а затем постепенно с глубиной добавляется влияние изопикнической части согласно вышеприведенным коэффициентам. Параметр определяет характерную глубину переключения в метрах. Второе число - масштаб экспоненциального уменьшения коэффициента боковой диффузии. Третье число - коэффициент уменьшения коэффициента боковой диффузии с глубиной.
21. Файл с температурной маской суша-вода (1/0).
22. Файл с топографией дна.

Файл "seaicemodel.par" содержит ключи управления подзадачами модели динамики-термодинамики льда. Структура файла следующая.

```

1      : (+-1/2) LATERAL  CHANGE OF ICE-SNOW MASS AND COMPACTNESS
2      : (   1/2) VERTICAL CHANGE OF ICE-SNOW MASS AND COMPACTNESS
3      : (   1/2) INTERNAL CHANGE OF ICE-SNOW MASS AND COMPACTNESS
1      : (+-1/2) LATERAL  CHANGE OF ICE VELOCITY (TRANSPORT-DIFFUSION)
```

1	:	(1/2/3/4) (WIND AND WATER STRESS)
1 1	:	(1/2/3/4), (1/2) ADAPTATION OF ICE VELOCITY
1	:	(1/2/3) RHEOLOGY OF ICE VELOCITY

1. Горизонтальное изменение массы льда-снега и их сплоченности (перенос-диффузия):
 - а) ± 1 – не используется;
 - б) ± 2 – используется.

При отрицательном числе включится диффузия 4-го порядка.
2. Вертикальное изменение массы льда-снега и их сплоченности (термодинамика):
 - а) 1 – не используется;
 - б) 2 – используется.
3. Внутреннее изменение массы льда-снега и их сплоченности (перераспределение и коррекция):
 - а) 1 – не используется;
 - б) 2 – используется перераспределение по градиентам толщины;
 - в) 3 – используется перераспределение по градиентам толщины и коррекция для устранения отрицательных значений.
4. Горизонтальное изменение скорости льда (перенос-диффузия):
 - а) ± 1 – не используется;
 - б) ± 2 – используется.

При отрицательном числе включится вязкость 4-го порядка.
5. Вертикальное изменение скорости льда (дрейф):
 - а) 1 – не используется; б) 2 – используется ветровой дрейф; в) 3 – используется водный дрейф; г) 4 – используются ветровой и водный дрейфы.
6. Адаптация скорости льда.

Первое число:

 - а) 1 – градиент уровня океана не влияет на скорость льда
 - б) 2 – градиент уровня океана влияет на скорость льда

Второе число:

 - а) 1 – адаптация по кориолису не используется
 - б) 2 – адаптация по кориолису используется
7. Реология скорости льда:
 - а) 1 – не используется;
 - б) 2 – используется реология кавитирующей жидкости;
 - в) 3 – используется упруго-вязко-пластичная реология.

В процессе счета модель производит вывод результатов и контрольных точек в директорию с экспериментом. Ниже приведен список файлов, содержащихся в ней. Для краткости *ctl*-файлы не приведены.

Корневая директория эксперимента содержит данные, полученные на момент выдачи контрольных точек. Трехмерные поля заданы в сигма-координатах.

XY	директория с двумерными горизонтальными полями
XYZ	директория с трехмерными полями
YZ	директория с двумерными вертикальными полями
avrice.dat	интегральные характеристики льда
avrts.dat	интегральные характеристики температуры и солености
craice.dat	контрольная точка концентрации льда
cpar.txt	контрольные параметры интегрирования по времени
cpdice.dat	контрольная точка массы льда
cphsnow.dat	контрольная точка массы снега
cpmmc.txt	счетчик для среднемесячных полей
cpss.dat	контрольная точка солености
cptt.dat	контрольная точка температуры
cpuu.dat	контрольная точка зональной скорости океана
cpvv.dat	контрольная точка меридиональной скорости океана
cprice.dat	контрольная точка зональной скорости льда
cpvce.dat	контрольная точка меридиональной скорости льда
dens.dat	плотность океана
nen.dat	интегральные характеристики скорости
nut.dat	коэффициент вертикальной диффузии
nuu.dat	коэффициент вертикальной вязкости
ri.dat	число Ричардсона или частота Брендта-Вяйсяля
sfl.dat	атмосферное воздействие на океанской сетке
txo.dat	зональное напряжение трения ветра на океанской сетке
tyo.dat	меридиональное напряжение трения ветра на океанской сетке
ubc.dat	зональная баротропная скорость
vbc.dat	меридиональная баротропная скорость
uwnd.dat	зональная скорость ветра на океанской сетке
vwnd.dat	меридиональная скорость ветра на океанской сетке
wws.dat	вертикальная скорость океана

2) Директория XY – двумерные горизонтальные массивы.

aice.dat	концентрация льда
hice.dat	масса льда (на единицу площади)
hsnow.dat	масса снега (на единицу площади)
mmaice.dat	концентрация льда (среднемесячная)
mmhice.dat	масса льда (среднемесячная)
mmixl.dat	глубина перемешанного слоя (среднемесячная)
mmsss.dat	соленость поверхности океана (среднемесячная)
mmssst.dat	температура поверхности океана (среднемесячная)
mmssu.dat	зональная скорость поверхности океана (среднемесячная)
mmssv.dat	меридиональная скорость поверхности океана (среднемесячная)
mmuice.dat	зональная скорость льда (среднемесячная)
mmvice.dat	меридиональная скорость льда (среднемесячная)
mxld.dat	глубина перемешанного слоя
sf.dat	баротропная функция тока
sl.dat	уровень океана
ub.dat	зональная баротропная скорость океана
vb.dat	меридиональная баротропная скорость океана
uice.dat	зональная скорость льда
vice.dat	меридиональная скорость льда

3) Директория XYZ – трехмерные массивы на z-уровнях.

ss.dat	температура океана
tt.dat	соленость океана
uu.dat	зональная скорость течений
vv.dat	меридиональная скорость течений

4) Директория YZ - двумерные вертикальные массивы интегральных меридиональных характеристик.

mfwf.dat	меридиональный перенос пресной воды (солености)
mht.dat	меридиональный перенос тепла (температуры)
mvv.dat	средняя меридиональная скорость океана
osf.dat	меридиональная функция тока

С.3 Подготовка данных

Пространственная дискретизация модельных данных осуществляется на сетке "С" по классификации Аракавы (рис. 1.2). При такой аппроксимации значения температуры, солености, уровня, а также всего атмосферного воздействия расположены в центре ячейки, значения компонент скорости - в центрах соответствующих граней, а значения топографии и функции тока - в серединах вертикальных ребер. Использование сетки С позволяет адекватно аппроксимировать расчетную область в узких проливах, использовать условие скольжения на боковых границах, а также уменьшить коэффициенты горизонтальной диффузии. Все данные (за исключением температурной и атмосферной масок суша-вода) подготавливаются в формате двоичных файлов прямого доступа, каждый из которых сопровождается файлом описания для возможности просмотра этих данных в системе GrADS. Маски же используются в текстовом формате.

С.3.1 Подготовка исходных данных в z -координатах

Чтобы сынтегрировать начальные условия с полем разрешения, отличного от того, на котором будет производиться расчет, используется специальная программа интерполяции, позволяющая переводить данные из географической системы координат на расчетную область произвольного разрешения и с различным расположением полюсов. Если интерполяция производится на сферическую систему, которая отличается от географической только расположением полюсов, то используются программы `intrpscl.exe` (для скалярных полей) и `intrpvec.exe` (для векторных). В случае интерполяции в систему координат со смещенным северным полюсом это программы `spintscl.exe` и `spintvec.exe`, а в системе с двумя симметрично смещенными полюсами – `spintscl2.exe` и `spintvec2.exe`.

Для интерполяции скалярных полей из географической системы на модельную область необходимо иметь входной файл данных и файлы описания (ctl-файлы) с параметрами входного и выходного файлов данных и прописать имена этих файлов в файле `intrpscl.par` (либо `spintscl.par` или `spintscl2.par`, если используется одна из криволинейных систем), в котором также указываются параметры преобразования координат и имена масок суша-вода, если таковые используются. Таким образом в первую очередь необходимо переинтегрировать трехмерные поля температуры и солёности, заданные на стандартных океанографических z -горизонтах. Чтобы учитывать сезонный ход, нужно иметь 12 среднемесячных полей по времени. Атмосферное воздействие интерполировать не нужно, это делается автоматически в модели. Поскольку модель использует в качестве солёности не абсолютное ее значение, а отклонение от $35^0/00$, то необходимо вычесть 35 из исходного поля солёности, если этого не было сделано (можно воспользоваться программой `DIOGIN`, опция "одноместная арифметика"). На данном этапе можно сохранить в отдельный файл данные поверхностного слоя из полученных трехмерных полей температуры и солёности с 12 записями по времени. Именно эти файлы со среднемесячным сезонным ходом и будут использоваться в модели в качестве поверхностных температуры и солёности.

С.3.2 Подготовка топографии

1. Взять исходный рельеф (топография дна и суши) на сетке высокого разрешения (напр., `ETOPO2` с разрешением $2' \times 2'$).
2. Отфильтровать рельеф, например, 5 раз при помощи `DIOGIN` (фильтрация Тьюки), либо `GrADS` (функция `smth9`).
3. Интерполировать это поле на нужную область (как правило, более грубого разрешения, чем исходное). При этом следует помнить, что топография задана на сетке, сдвинутой относительно температурной на полшага. Если размеры значимой температурной области $(NX-4) \times (NY-4)$, то размеры значимой области топографии $(NX-3) \times (NY-3)$.
4. Фильтровать полученную топографию (уже на нужной области), например, 4 раза. Затем умножить ее на -1 и сохранить (для того чтобы глубина в океане была положительной величиной).
5. Ограничить глубину минимальной величиной (например, величиной 10 м), сохранить (возможно, в тот же файл). Это делается для того, чтобы сигма-система координат была невырожденной.

6. Снова отфильтровать топографию, чтобы избавиться от резких изломов, нежелательных в сигма-координатах.

С.3.3 Подготовка трехмерных полей в σ -координатах

Для дальнейшей работы необходимо иметь служебные программы, предназначенные для подготовки данных. Набор этих программ называется TREATMENT. Для того, чтобы эти программы успешно компилировались и корректно работали, необходимо приложить к ним inc-файлы, соответствующие данной расчетной области. Нужно также взять из модели модуль os_serv.f (как его получить, написано в разделе С.1) и иметь соответствующие par-файлы.

Имея трехмерные поля в z-координатах и рельеф дна, можно приступить в переводу полей в сигма-систему координат. Это делается с помощью процедуры z2s. Перед работой с этой процедурой желательно создать фиктивную температурную маску, состоящую из одних нулей и размерностью $(NX - 4) \times (NY - 4)$, равной размерности значимой расчетной области на температурной сетке. Затем нужно добавить рамку из единиц, по две на каждую из границ маски. Полезно написать координаты точки (3,3) (т. е. левого нижнего угла необрамленной маски), шаг сетки и размеры в первой (для комментариев) строке, которая обязательно должна присутствовать. Учтите, что все эти параметры определены для новой (обрамленной) сетки! То есть, размеры по сравнению со значимыми увеличиваются на 4. Полученная маска размером $NX \times NY$ полезна для подготовки данных, поскольку они будут определены на всей области, и при смене шаблона области их не нужно переделывать. О создании рабочего шаблона области будет сказано ниже.

Для работы процедуры z2s необходимо иметь файлы z2s.f, os_serv.f и соответствующие inc-файлы. Также нужно скопировать готовую топографию (соответствующую сетке) в рабочую директорию. Далее нужно скомпилировать программу z2s.f (из командной строки это делается командой `f90 z2s.f os_serv.f`), а заодно mkpot.f на этом шаге (`f90 mkpot.f os_serv.f`). Последняя программа переводит in situ температуру в потенциальную. Далее нужно вписать в z2s.par подходящие параметры. "Число 3D массивов" есть размерность полей по времени. Для Левитуса это 12 месяцев. Так, после исполнения z2s, получим наши соленость и in situ температуру в сигма-координатах. Теперь нужно перевести in situ температуру в потенциальную, используя mkpot. Структура mkpot.par такая же, как в z2s.par. Для создания начальных условий необходимо сделать выборку за определенный месяц (или момент времени) в наших 4-мерных полях. Это также можно сделать при помощи DIOGIN. Назовем эти файлы cpss.dat (для солености) и cptt.dat (для потенциальной температуры). Модель автоматически обратится к файлам с такими именами для начальных условий. Нужно сохранить эти данные в отдельной директории (резервной), а также скопировать их в директорию (рабочую) текущего эксперимента. Из этой самой директории модель и берет НУ. Итак, НУ готовы.

С.3.4 Создание температурной маски расчетной области

Для работы модели нужно создать маску (шаблон области) "суша-вода" (суша - 1, вода - 0). Это можно сделать с помощью исходного файла топографии (сынтеполированного на температурную сетку расчетного разрешения, но не отфильтрованного), написав простую программу. Важно учесть, что значимая температурная сетка размером $(NX - 4) \times (NY - 4)$ сдвинута на полшага по отношению к сетке топографии, имеющей размеры $(NX - 3) \times (NY - 3)$. Полезно создать файлы маски в двух форматах: в

текстовом (для редактирования и модели) и в двоичном (для визуализации в GrADS), а также программы для перевода из одного формата в другой. После этого нужно будет настроить созданную маску вручную, используя GrADS для сопоставления маски с контурами материков, встроенными в него (используя "set gxout fgrid"). Далее нужно добавить рамку, состоящую из точек суши (т. е. 1) по две с каждой стороны маски. Эта (обрамленная) маска будет использоваться GridCon для создания всех остальных масок модели. И, наконец, осталось добавить в файл маски первую строчку с каким-либо комментарием. Все замечания по поводу размеров фиктивной маски, описанной выше, остаются справедливыми. Таким образом, получается рабочую маску, используемую при запуске модели.

При необходимости аналогичная маска создается дополнительно на географической сетке, если при расчетах на сетке, не являющейся географической, требуется стандартная географическая выдача.

С.3.5 Использование GRIDCON для проверки входной температурной маски

Прежде всего, нужно скомпилировать основную исполняемую программу GRIDCON "grids07.exe". Для этого нужны grids07.f, os_serv.f, grids07.par и соответствующие inc-файлы, а также построенная Т-маска (обычно art- или txt-файл). Затем запустить grids07.exe, лучше выходные данные послать в файл, например, наберите "grids07.exe > Grids07.lst". Программа анализирует входную маску и находит ошибки, а также дает рекомендации для установки оптимального параметра MLR (в 1BASINPAR.INC). Нужно вручную отредактировать маску, чтобы исправить ошибки (устранить изолированные точки), и затем запустить GRIDCON снова. Этот вариант GRIDCON используется в основном для предварительной проверки. В модели есть свой "GRIDCON".

С.3.6 Подготовка данных для задания условий на жидких границах

Чтобы произвести расчет с учетом жидких границ, необходимо подготовить файлы с данными температуры и солености на жидких границах. Это делается с помощью процедуры lqbprr.f. При трансляции нужно включить в проект файлы lqbprr.f, os_serv.f и .inc-файлы, соответствующие расчетной области. В файле 1LQBC.INC задать максимальное число всех жидких точек (сначала можно с запасом, так как программа, закончив работу, выдаст нужное значение). Далее нужно создать файл маски lqbmask.txt. Для этого нужно скопировать рабочую температурную маску, затем открыть ее и отредактировать, заменив нули в нужных точках жидких участков на А, В, С и т.д., где символ А описывает точки 1-й границы, В – второй и т.д. После всего этого нужно транслировать проект с указанными выше файлами. Перед запуском исполняемого файла нужно поместить в директорию с программой файлы с данными температуры и солености в σ -системе координат и прописать их имена в файле lqbprr.par. Программа найдет по маске жидкие точки и выдаст два файла - slbc.dat и tlbc.dat с .ctl-файлами к ним. Эти файлы и маску к ним (lqbmask.txt) надо поместить в директорию с граничными условиями (там же должны лежать поверхностные температура и соленость). Перед запуском модели прописать в файле oceanmodel.par число всех жидких границ (раньше там, возможно стоял 0), а в файле otask.par - пути к файлам slbc.dat и tlbc.dat. Теперь при запуске модели расчет будет производиться с учетом указанных жидких границ.

С.3.7 Особенности настройки модели и подготовки данных для глобального океана

Сначала нужно в файле 1BASINPAR.INC поставить NBASINS=4 (для отдельной меридиональной выдачи по каждому океану) и MMD=MM-MMM+1 (для учета периодичности). Чтобы подготовить температурную маску, надо добавить в тот же файл снизу обычной Т-маски строку с комментариями с размерами и параметрами водоемов. Затем копировать саму маску ниже этой комментарной строки. После этого указать в маске коды отдельные водоемы, заменяя "0" числами, соответствующими водоему: 2 – Атлантический, 3 – Тихий, 4 – Индийский. При необходимости аналогичная маска создается дополнительно на географической сетке, если при расчетах на сетке, не являющейся географической, требуется стандартная географическая выдача. При этом необязательно, чтобы коды бассейнов стояли точно в точках океана. Наоборот, желательно, чтобы они охватывали несколько точек суши, чтобы уменьшить ошибки расчета интегральных характеристик в случае интерполяции из модельной системы в географическую.

С.4 Схема работы модели

Ниже представлена схема работы модели. Основной список соответствует вызову основных процедур из головной программы ostask.f, при необходимости пункты основного списка детализируются. В скобках указываются имена процедур в программе.

1. Считывание параметров интегрирования по времени (READPAR), физических параметров модели и инициализация расчетной области (OCPAR).
2. Расчет координат жидких граничных точек (LQPCOORDINATES).
3. Считывание начальных условий для океана (OCINICOND) и льда (ICINICOND).
4. Расчет матрицы интерполяции с атмосферной на океаническую сетку (BUILD_INTRP_MTRX).

НАЧАЛО ЦИКЛА ПО ВРЕМЕНИ

5. Интерполяция по времени на текущий модельный шаг поверхностных температуры и солености (OCSURF), жидких граничных условий (LQWVINT) и атмосферного воздействия (INIATMF).
6. Пространственная интерполяция атмосферного воздействия на расчетную область и расчет напряжения трения ветра (OCFORCING).
7. Расчет блока морского льда (SEAICE_MODULE_SPLIT).
8. Расчет потоков тепла и соли в океан (ATM_FLUXES).
9. Расчет коэффициентов вертикального турбулентного обмена (VERTICAL_MIXING_PARAMETRIZATION).

10. **Линеаризация скорости (UV_LINEARIZATION).**
 - (a) Сохранение компонентов горизонтальной скорости.
 - (b) Расчет коэффициентов придонного трения (BOTTOM_FRICTION).
 - (c) Расчет криволинейной адвекции (SPHERIC_ADDV).
11. **Модуль расчета температуры (TEMPERATURE_TRANSPORT_DIFFUSION_NOSPLIT).**
 - (a) Перенос-боковая диффузия (TRANTS_AD_BASH_UNIDIF).
 - (b) Расчет проникающей радиации (SWRADPEN).
 - (c) Вертикальная диффузия (DIFF_Z_IMPL)
 - (d) Коррекция на жидких границах.
12. **Модуль расчета солёности (SALINITY_TRANSPORT_DIFFUSION_NOSPLIT).**
 - (a) Перенос-боковая диффузия (TRANTS_AD_BASH_UNIDIF).
 - (b) Вертикальная диффузия (DIFF_Z_IMPL)
 - (c) Коррекция на жидких границах.
13. **Перенос-диффузия скорости u (U_VELOCITY_TRANSPORT_DIFFUSION).**
 - (a) Горизонтальный перенос-диффузия по Y (TRYU).
 - (b) Вертикальный перенос-диффузия (TRZU).
 - (c) Горизонтальный перенос-диффузия по X (TRXU).
 - (d) Фильтрация вязкостью 4-го порядка (GRIDVISCOSITYU4).
14. **Перенос-диффузия скорости v (V_VELOCITY_TRANSPORT_DIFFUSION).**
 - (a) Горизонтальный перенос-диффузия по Y (TRYV).
 - (b) Вертикальный перенос-диффузия (TRZV).
 - (c) Горизонтальный перенос-диффузия по X (TRXV).
 - (d) Фильтрация вязкостью 4-го порядка (GRIDVISCOSITYV4).
15. **Расчет плотности (DENSITY_DEFINITION).**

16. **Блок адаптации (ADAPTATION_MODULE).**
 - (a) Генерация движения за счет градиента давления (U_BY_PRESSURE_GRADIENT, V_BY_PRESSURE_GRADIENT).
 - (b) Вычитание из скоростей баротропных составляющих (UBARK8).
 - (c) Бароклинная адаптация (INTERNAL_INERTIA_OSCILLATION).
 - (d) Баротропная адаптация (ATM_PRESSURE_GRADIENTS, SEALEVEL_ZALRUS).
 - (e) Расчет вертикальной скорости (WWINTC).
 - (f) Возврат в скорости баротропных составляющих.
17. Накопление среднемесячных полей и их выдача раз в месяц (MONTHLY).
18. Запись результатов через некоторое число шагов (XYZ_OUTPUT, XY_OUTPUT, YZ_OUTPUT, ICEOUTPUT).
19. Расчет, запись и печать интегральных характеристик через некоторое число шагов (OCTIMEOUT, ICETIMEOUT).
20. Запись контрольных точек и информации о завершенном модельном времени через некоторое число шагов (OCPWRITE, ICPWRITE).

КОНЕЦ ЦИКЛА ПО ВРЕМЕНИ

21. Заключительная запись контрольных точек и информации о завершенном модельном времени (OCPWRITE, ICPWRITE).

Примечания

1. Для температуры и солёности можно использовать старый алгоритм, где перенос выполняется по расщеплению. Для этого нужно в файле octask.f закомментировать вызов процедур TEMPERATURE_TRANSPORT_DIFFUSION_NOSPLIT и SALINITY_TRANSPORT_DIFFUSION_NOSPLIT, а вместо них раскомментировать TEMPERATURE_TRANSPORT_DIFFUSION_SPLIT и SALINITY_TRANSPORT_DIFFUSION_SPLIT. Тогда эти два блока в схеме будут выглядеть следующим образом:

22. **Модуль расчета температуры**
(TEMPERATURE_TRANSPORT_DIFFUSION_SPLIT).
(a) Горизонтальный перенос-диффузия YZ (TRDTYZ).
(b) Горизонтальная диффузия ZY (TRDTZY).
(c) Поправка на изменение уровня океана (TS_VAR_BY_SSH_CHANGE).
(d) Расчет проникающей радиации (SWRADPEN).
(e) Вертикальный перенос-диффузия (TRZ3PR).
(f) Горизонтальный перенос-диффузия XZ (TRDTXZ).
(g) Горизонтальная диффузия ZX (TRDTZX).
(h) Коррекция на жидких границах.
23. **Модуль расчета солености**
(SALINITY_TRANSPORT_DIFFUSION_SPLIT).
(a) Горизонтальный перенос-диффузия YZ (TRDTYZ).
(b) Горизонтальная диффузия ZY (TRDTZY).
(c) Поправка на изменение уровня океана (TS_VAR_BY_SSH_CHANGE).
(d) Горизонтальный перенос-диффузия XZ (TRDTXZ).
(e) Горизонтальная диффузия ZX (TRDTZX).
(f) Вертикальный перенос-диффузия (TRZ3PR).
(g) Коррекция на жидких границах.

2. В случае, если нужна локальная выдача определенных характеристик, необходимо вручную отредактировать подпрограмму LOCAL_OUTPUT в файле otask.par.

Литература

- [1] *Агошков В. И., Ипатова В. М.* Теоремы существования для трехмерной модели динамики океана и задачи ассимиляции данных // Докл. РАН. 2007. Т. 412, № 2. С. 1–3.
- [2] *Алексеев В.В., Залесный В.Б.* Численная модель крупномасштабной динамики океана // Вычислительные процессы и системы / Ред. Марчука Г.И. Вып.10. М.: Наука, 1993. С. 232–252.
- [3] *Анисимов М.В., Дианский Н.А.* Моделирование гидрофизики акватории Северной Атлантики в аспекте образования и эволюции рингов Гольфстрима // Океанология. 2007. Т. 42.
- [4] *Антипов С.В., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Особенности распространения радиоактивного загрязнения в северо-западной части Тихого океана. // Изв. РАН. Энергетика. 2006. № 6. С. 52–70.
- [5] *Архипов Б.В., Котеров В.Н., Солбаков В.В., Шапочкин Д.А.* Моделирование турбулентного рассеивания загрязняющих веществ в морской среде // Сообщ. по прикл. матем. М.: ВЦ РАН, 2005
- [6] *Багно А.В., Залесный В.Б.* Численное моделирование климатической термохалинной циркуляции Северной Атлантики // Океанология. 1992. Т. 32. № 5. С. 789–800.
- [7] *Багно А.В.* Численное моделирование циркуляции Северной Атлантики с учетом потока пресной воды на поверхности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 6. С. 848–858.
- [8] *Багно А.В., Гаращук Р.В., Залесный В.Б.* Модель крупномасштабной циркуляции океана и эволюции морского льда // Океанология. 1996. Т. 36, № 2. С. 197–206.
- [9] *Багно А.В., Залесный В.Б.* Воспроизведение структуры гидрофизических полей тропической зоны Тихого океана в модели глобальной океанской циркуляции // Метеорология и гидрология. 1999. № 10. С. 75–88.
- [10] *Будыко М.И.* Климат в прошлом и будущем. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 351 с.
- [11] *Володин Е.М., Дианский Н.А.* Моделирование изменений климата в XX–XXII столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 3. С. 291–306.
- [12] *Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Модель климата INMCM4.0. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009 (готовится к печати).
- [13] *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. Т. 1 / Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 396 с.

- [14] Голубева Е.Н., Кузин В.И., Мартынов А.В., Нелезин А.Д., Манько А.Н. Расчеты климатической внутригодовой изменчивости полей течений в ЭАЭО Курошио // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 389. № 2. С. 260–264.
- [15] Демин Ю.Л., Ибраев Р.А., Саркисян А.С. Калибрация моделей циркуляции и воспроизведения климата Мирового океана // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 10. С. 1054–1067.
- [16] Делеклюз П., Залесный В.Б. Проблемы численного моделирования экваториальной динамики // Океанология. 1996. Т. 36, № 1. С. 27–43.
- [17] Дианский Н. А., Багно А. В., Залесный В. Б. Сигма-модель глобальной циркуляции океана и ее чувствительность к вариациям напряжения трения ветра // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38. № 4. С. 537–556.
- [18] Дианский Н. А., Володин Е. М. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38. № 6. С. 824–840.
- [19] Дианский Н.А., Залесный В.Б., Мошонкин С.Н., Русаков А.С. Моделирование муссонной циркуляции индийского океана с высоким пространственным разрешением // Океанология. 2006. Т. 46. № 4. С. 421–442.
- [20] Дымников В.П. Вычислительные методы в геофизической гидродинамике. М.: Отдел вычислит. мат. АН СССР, 1984. 148 с.
- [21] Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Толстых М.А., Чавро А.И. Моделирование климата и его изменений // Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. - Юбилейный сборник в 2-х томах к 80-летию Г.И. Марчука и 25-летию ИВМ РАН. М.: Наука, 2005. Т. 2. С. 13–137.
- [22] Дымников В.П. Устойчивость и предсказуемость крупномасштабных атмосферных процессов. ИВМ РАН, 2007. 283 с.
- [23] Дьяконов Е.Г. О построении разностных схем с расщепляющимся оператором для многомерных нестационарных задач // УМН. 1962. Т. 17. № 4.
- [24] Залесный В.Б. Моделирование крупномасштабных движений в Мировом океане. - В кн.: Вычислительные методы в прикладной математике. Под. ред. Ж.-П. Лионса и Г.И. Марчука. - Н.: Наука, 1982. С. 196–212.
- [25] Залесный В.Б. Моделирование крупномасштабных движений в Мировом океане. М.: Отдел вычислит. мат. АН СССР, 1984. 158 с.
- [26] Залесный В.Б. Численное моделирование термохалинной циркуляции Мирового океана // Метеорология и гидрология. 1998. № 2, С. 54–64.
- [27] Зеленко А.А., Реснянский Ю.Д. Глубокая конвекция в модели общей циркуляции океана: изменчивость на суточном, сезонном и межгодовых масштабах // Океанология. 2007. Т. 47. № 2. С. 211–224.
- [28] Ибраев Р.А. Реконструкция климатических характеристик течения Гольфстрим // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29, № 6. С. 803–814.

- [29] *Ибраев Р.А.* Исследование чувствительности решения модели динамики Черного моря к условию свободной поверхности моря // *Океанология*. 2001. Т. 29, № 5. С. 645–652.
- [30] *Каменкович В.М.* Основы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1973
- [31] *Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С.* Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 512 с.
- [32] *Кобельков Г.М.* Существование решения "в целом" для уравнений динамики океана // *Докл. АН*. 2006. Т. 407, № 4. С. 1–3.
- [33] *Лебедев В.И.* Метод ортогональных проекций для конечно-разностного аналога одной системы уравнений // *Докл. АН СССР*, 1957. Т. 113. С. 1206–1209.
- [34] *Марчук Г.И., Залесный В.Б.* Численное моделирование крупномасштабной циркуляции в Мировом океане // *Численные методы расчета океанических течений*. Нов-к: ВЦ СОАН СССР, 1974. С. 3–20.
- [35] *Марчук Г.И., Кочергин В.П., Климок В.И., Сухоруков В.А.* Математическое моделирование поверхностной турбулентности в океане // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1976. Т. 12, № 8. С. 841–849.
- [36] *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М., Наука, 1980. 535 с.
- [37] *Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б.* Математические модели геофизической гидродинамики и численные методы их реализации. Л.: Гидрометеиздат. 1987. 296 с.
- [38] *Марчук Г.И.* Методы расщепления. М., Наука, 1988. 264 с.
- [39] *Монин А.С., Каменкович В.М., Корт В.Г.* Изменчивость Мирового океана // Л.: Гидрометеиздат, 1974. 261 с.
- [40] *Монин А.С.* Введение в теорию климата. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 247 с.
- [41] *Мошонкин С.Н., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Влияние взаимодействия Атлантики с Северным Ледовитым океаном на Гольфстрим // *Океанология*. 2007. Т. 47. № 2. С. 197–210.
- [42] *Океанология. Т.1. Гидрофизика океана. Крупномасштабные течения Мирового океана.* М.: Наука, 1978. С. 39–62.
- [43] *Попов С.К.* Моделирование климатической термохалинной циркуляции в Каспийском море, Метеорология и гидрология. 2004, № 5, С. 76–84.
- [44] *Реснянский Ю.Д., Зеленко А.А.* Эффекты синоптических вариаций атмосферных воздействий в модели общей циркуляции океана: прямые и косвенные проявления // *Метеорология и гидрология*. 1999. № 9. С. 66–77.
- [45] *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980, 618 с.
- [46] *Самарский А.А.* О сходимости метода дробных шагов для уравнений теплопроводности // *ЖВМ и МФ*. 1962. Т. 2, № 6. С. 1117–1121.
- [47] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1989, 616 с.

- [48] Саркисян А.С. Основы теории и расчет океанических течений. Л.: Гидрометеиздат. 1966. 179 с.
- [49] Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. Л.: Гидрометеиздат. 1977. 182 с.
- [50] Саркисян А.С. Моделирование динамики океана. С.-Пб.: Гидрометеиздат, 1991. 295 с.
- [51] Саркисян А.С. Численное моделирование динамики Гольфстрима //Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40. № 5. С. 623–635.
- [52] Саркисян А.С., Залесный В.Б., Дианский Н.А., Ибраев Р.А., Кузин В.И., Мошонкин С.Н., Семенов Е.В., Тамсалу Р., Яковлев Н.Г. Математические модели циркуляции океанов и морей // Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования. - Юбилейный сборник в 2-х томах к 80-летию Г.И. Марчука и 25-летию ИВМ РАН. 2005. Т. 2. С. 174–276.
- [53] Саркисян А.С., Дианский Н.А., Залесный В.Б., Ибраев Р.А., Мошонкин С.Н., Багно А.В., Русаков А.С., Гусев А.В. Моделирование и анализ климатической изменчивости гидрофизических полей Северной Атлантики с высоким пространственным разрешением. Отчет по НИР. № Госрегистрации ВНТИЦ 01.200 314356. (Доступен в ИВМ РАН).
- [54] Сеидов Д.Г. Синергетика океанских процессов. Л.: Гидрометеиздат, 1989, 287 с.
- [55] Стоммел Г. Гольфстрим. Физическое и динамическое описание. М.: Изд. иностр. лит., 1963. 227 с.
- [56] Сухов В.Б. О решении некоторых задач моделирования крупномасштабной динамики океана. //Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2009. 113 с.
- [57] Яковлев Н.Г. Численная модель крупномасштабной гидротермодинамики, основанная на методе конечных элементов // М.: Отдел вычислит. мат. АН СССР. 1990. Препринт № 255. 40 с.
- [58] Яковлев Н.Г. Совместная модель общей циркуляции океана и эволюции морского льда в Северном Ледовитом океане // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39, № 3. С. 394–409.
- [59] Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Н-ск.: Наука, 1967. 196 с.
- [60] Agoshkov V.I., Gusev A.V., Diansky N.A., Oleinikov R. V. An algorithm for the solution of the ocean hydrothermodynamics problem with variational assimilation of the sea level function data // Russ. J. Numer. Anal. Math/ Modelling. 2007. V. 12, № 2. P. 133–161.
- [61] Adcroft A., Campin J.-M., Hill C., Marshall J., 2004. Implementation of an atmosphere–ocean general circulation model on the expanded spherical cube. Monthly Weather Review 132 (12), P. 2845–2863.
- [62] Arakawa A., Lamb V.R. Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. In: Methods in computational Physics. 1977. V. 17. J. Chang (ed.), Academic Press, New York, P. 173–265.

- [63] *Arakawa A., Lamb V.R.* A potential enstrophy and energy conserving scheme for shallow water equations // *Mon. Wea. Rev.* 1981. V. 109. P. 18–36.
- [64] *Barnier B., Madec G., Penduff T et al.* Impact of partial steps and momentum advection schemes in a global ocean circulation model at eddy-permitting resolution // *Ocean Dynamics*. 2006. V. 56. P. 543–567.
- [65] *Bentsen, M., Evensen, G., Drange, H., Jenkins, A.,* 1999. Coordinate transformation on a sphere using conformal mapping. *Monthly Weather Review* 127, P. 2733–2740.
- [66] *Bentsen, M., H. Drange, T. Furevik, and T. Zhou,* *Climate Dynamics*, V. 22, 2004, P. 701–720
- [67] *Bleck, R., C. Rooth, D. Hu, and L. T. Smith,* Salinity-driven thermocline transient in a wind and thermohaline forced isopycnic coordinate model of the North Atlantic, *Journal of physical Oceanography*, V. 22, P. 1486–1505, 1992.
- [68] *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A coastal ocean numerical model // *Mathematical Modelling of Estuarine Physics. Proc. Int. Symp., Hamburg, Aug. 1978/*edited by J. Sundermann and K.-P. Holtz, Springer-Verlag, Berlin, 1980. P. 203–214.
- [69] *Blumberg A.F., Mellor G.L.* A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model // *Three-Dimensional Coastal Models/* Ed.: N. S. Heaps. Amer. Geophys. Union. 1987. 10 p.
- [70] *Boville B.A., Gent P.R.* The NCAR climate system model, version one // *J. Climate*. 1998, V. 11, № 6, P. 1115–1113.
- [71] *Boyer, T.P., Levitus S.* Objective analysis of temperature and salinity for the world ocean on a 1/4 degree grid. NOAA Atlas NESDIS 11. 1997.
- [72] *B.P. Briegleb, C.M. Bitz, E.C. Hunke, W.H. Lipscomb, M.M. Holland, J.L. Schramm, and R.E. Moritz.* Scientific description of the sea ice component in the Community Climate System Model, version three. Technical Note NCAR/TN-463+STR, National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, 2004.
- [73] *Bryan K.* A numerical method for the study of the circulation of the world ocean // *J. Computational Physics*. 1969. V. 4. P. 347–376.
- [74] *Bryden D., San S., Bleck R.* A new approximation of the equation of state for seawater, suitable for numerical ocean models // *J. Geoph. Res.* 1999. V. 104, No. C1. P. 1537–1540.
- [75] *Carton, J.A., G. Chepurin, X. Cao, and B.S. Giese,* 2000a: A Simple Ocean Data Assimilation analysis of the global upper ocean 1950-1995, Part 1: methodology, *J. Phys. Oceanogr.*, V. 30, P. 294–309.
- [76] *Carton, J.A., G. Chepurin, and X. Cao,* 2000b: A Simple Ocean Data Assimilation analysis of the global upper ocean 1950-1995 Part 2: results, *J. Phys. Oceanogr.*, V. 30, P. 311–326.
- [77] *Chassignet, E.P., H.E. Hurlburt, O.M. Smedstad, G.R. Halliwell, A.J. Wallcraft, E.J. Metzger, B.O. Blanton, C. Lozano, D.B. Rao, P.J. Hogan, and A. Srinivasan,* 2006: Generalized vertical coordinates for eddy-resolving global and coastal ocean forecasts. *Oceanography*, V. 19, P. 20–31.

- [78] *William D. Collins and Coauthors.* The Community Climate System Model version 3 (CCSM3). *J. Climate*, 19(11):2122–2143, June 2006. doi:10.1175/JCLI3761.1.
- [79] *Comiso, J.* 1999, updated 2005: Bootstrap sea ice concentrations for NIMBUS-7 SMMR and DMSP SSM/I, June to September 2001. Boulder, CO, USA: National Snow and Ice Data Center. Digital media.
- [80] *Coward, A., Killworth, P., Blundell, J.,* 1994. Tests of a two-grid world ocean model. *Journal of Geophysical Research* V. 99, P. 22725–22735.
- [81] *Cox M.D.* A primitive equation, 3-dimensional model of the ocean. GFDL Ocean Group Technical Report No. 1. Available from Geophysical Fluid Dynamical Laboratory, P.O. Box 308, Princeton, New Jersey, 08542. 1984.
- [82] *Cox M.D.* Isopical diffusion in z-coordinate ocean model // *Ocean Modelling*. 1987. V. 74. P. 1–5.
- [83] *Deleersnijder, E., Van Ypersele, J.-P., Campin, J.-M.,* 1993. An orthogonal, curvilinear coordinate system for a world ocean model. *Ocean Modelling*, V. 100, P. 7–10, +figures.
- [84] *Delworth, T.L. et al.,* 2006: GFDL’s CM2 Global Coupled Climate Models- Part 1: Formulation and Simulation Characteristics. *J. of Climate*, V. 19, P. 643–674.
- [85] *James W. Demmel and Stanley C. Eisenstat and John R. Gilbert and Xiaoye S. Li and Joseph W. H. Liu.* A supernodal approach to sparse partial pivoting. *SIAM J. Matrix Analysis and Applications*, 1999, V. 20, № 3, P. 720–755.
- [86] *Ebert E. E., Curry J. A.* An intermediate one-dimensional thermodynamic sea ice model for investigating ice-atmosphere interactions // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 10085–10109.
- [87] *Eby, M., Holloway, G.,* 1994. Grid transformation for incorporating the arctic in a global ocean model. *Climate Dynamics* V. 10, P. 241–247.
- [88] *Ezer T., Mellor G. L., and Greatbatch R. J. .* On the interpendant variability of the North Atlantic Ocean: Model simulated changes in transport, meridional heat flux and coastal sea level between 1955–59 and 1970–74. *J. Geophysical Research*. 1995. V. 100. № C6, P. 10,559–10,556.
- [89] *Fieux M., Andrie C., Delecluse P., Ilahude A.G., Kartavtseff A., Mantisi F., Molcard R., Swallow J.C.* Measurements within the Pacific–Indian oceans throughflow region // *Deep–Sea Res.* 1994. V. 41. PP. 1091–1130.
- [90] *Flato G.M. and Brown R.D.* Variability and climate sensitivity of landfast Arctic sea ice // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. № C10. P. 25767–25777.
- [91] *Flato, G.M., and W.D. Hibler, III.* Modeling pack ice as a cavitating fluid // *J. Phys. Oceanogr.* 1992. V. 22. P. 626–651.
- [92] *Gent P.R., McWilliams J.C.* Isopical mixing in ocean circulation models // *J. Phys. Oceanogr.* 1990. V. 20. P. 150–155.
- [93] *Gent P.R., Bryan F.O., Danabasoglu G., Doney S.C., Holland W. R., Large W. G., McWilliams C.* The NCAR climate system model global ocean component // *J. Climate*. 1998. V. 11, No. 6, P. 1287–1306.

- [94] *J.Ch. Gilbert, C. Lemaréchal* (1989). Some numerical experiments with variable storage quasi-Newton algorithms. *Mathematical Programming*, V. 45, P. 407–435.
- [95] *Gill, A.E.* Atmosphere-Ocean Dynamics. Academic Press, New York, 1982
- [96] *Goosse, H., Campin, J.-M., Fichefet, T., Deleersnijder, E.*, 1997. Sensitivity of a global ice–ocean model to the Bering Strait throughflow. *Climate Dynamics* V. 13, P. 349–358.
- [97] *Griffies S.M., Böning C., Bryan F.O., Chassignet E.P., Gerdes R., Hasumi H., Hirst A., Treguier A.-M., Webb D.* Developments in ocean climate modelling // *Ocean Modelling*. 2000. V. 2, P. 123–192.
- [98] *Griffies, S.*, 2004. *Fundamentals of Ocean Climate Models*. Princeton University Press, 498 pp.
- [99] *Griffies, S.M., Winton M., and Samuels B.L.*, 2004: The Large and Yeager (2004) dataset and CORE. NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory PO Box 308, Forrestal Campus Princeton, New Jersey, 08542 USA (Manuscript last edited 28 September 2004). Данные на сайте: <http://data1.gfdl.noaa.gov/nomads/forms/mom4/CORE.html>.
- [100] *S.M. Griffies, M. J. Harrison, R.C. Pacanowski, and A. Rosati* A Technical Guide to MOM4, 2004: NOAA/Geophysical Fluid Dynamics Laboratory Technical Report № 5. Princeton, USA. 337 pp.
- [101] *Griffies, S.M.*, 2005: Some ocean model fundamentals. In: *Ocean Weather Forecasting: an integrated view of Oceanography*. E. P. Chassignet & J. Verron, eds., Berlin, Germany: Springer, P. 19–74.
- [102] *Griffies, Stephen, Anand Gnanadesikan, Keith W Dixon, John Dunne, R Gerdes, Matthew J Harrison, Anthony Rosati, J L Russell, Bonita L Samuels, Michael J Spelman, Michael Winton, and Rong Zhang*, 2005: Formulation of an ocean model for global climate simulations. *Ocean Science*, V. 1, P. 45–79.
- [103] *Griffies, S.M., Biastoch, A., Boening, C., Bryan, F., Danabasoglu, G., Chassignet, E.P., England, M.H., Gerdes, R., Haak, H., Hallberg, R.W., Hazeleger, W., Jungclaus, J., Large, W.G., Madec, G., Pirani, A., Samuels, B.L., Scheinert, M., Gupta, A.S., Severijns, C.A., Simmons, H.L., Treguier, A.M., Winton, M., Yeager, S., Yin, J.* Coordinated Ocean-ice Reference Experiments (COREs). // *Ocean Modelling* V. 26 (2009), P. 1–46.
- [104] *Guilyardi, E., Delecluse, P., Gualdi, S., Navarra, A.*, 2003. Mechanisms for ENSO phase change in a coupled GCM. *Journal of Climate* V. 16, P. 1141–1158.
- [105] *Guilyardi, E., Gualdi, S., Slingo, J., Navarra, A., Delecluse, P., Cole, J., Madec, G., Roberts, M., Latif, M., Terray, L.*, 2004. Representing El Niño in coupled ocean–atmosphere GCMS: the dominant role of the atmosphere model. *Journal of Climate* V. 17 (24), 4623–4629.
- [106] *Hallberg, R.W. and A. Gnanadesikan*, 2006: The role of eddies in determining the structure and response of the wind-driven Southern Hemisphere overturning: Initial results from the Modeling Eddies in the Southern Ocean Project, *Journal of Physical Oceanography* , V. 36, P. 2232–2252.

- [107] *Hazeleger, W., Severijns, C., Haarsma, R., Selten, F., Sterl, A.*, 2003. Speedo – model description and validation of a flexible coupled model for climate studies. KNMI-Technical Report R257, P. 1–38.
- [108] *Hibler W.D., III*. A dynamic-thermodynamic sea ice model // J. Phys. Oceanogr. 1979. V. 9. № 4. P. 815–846.
- [109] *Hunke E.C and J.K. Dukowicz*. An elastic-viscous-plastic model for sea ice dynamics // J. Phys. Oceanogr. 1997. V. 27. P. 1849–1867.
- [110] *Hunke E.C*. Viscous-plastic sea ice dynamics in the EVP model: Linearization issues // J. Comput. Phys. 2001. V. 170. P. 18–38.
- [111] *Hurrell J.W., Hack J.J., Shea D., Caron J.M., Rosinski J.* A New Sea Surface Temperature and Sea Ice Boundary Dataset for the Community Atmosphere Model // J.Climate.2008. V. 21. № 19. P. 5145–5153.
- [112] *Iakovlev N.G.* Numerical model of the general circulation of the Arctic ocean. A new version and preliminary calculation results // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1998. V. 13, № 6. P. 465–478.
- [113] IPCC Fourth Assessment Report // Intergovernmental Panel on Climate Change. Solomon S.D., Qin D., Manning M., Chen Z., Marquis M., Averyt K.B., Tignor M., Miller H.L. (eds.). Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA. 2007. 996 p.
- [114] *Killworth P. D., Stainforth D., Webb D.J., Paterson S.M.* The development of a free-surface Bryan-Cox-Semtner ocean model // J. Phys. Oceanogr. 1991. V. 21, P. 1333–1348.
- [115] *Kobelkov G.M.* Existence of a solution "in the large" for the 3D large-scale ocean dynamics equations // C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I, 343, 2006, P. 283–286
- [116] *Kochergin V.P.* Three-dimensional prognostic models / In: Three-dimensional coastal ocean models, Ed. N. Heaps. AGU, Coastal and Estuarine science. 1987. V. 4. P. 201–208.
- [117] *Large W.G., Danabasoglu G., Doney S.C., McWilliams J.C.* Sensitivity to surface forcing and boundary layer mixing in a global ocean model: Annual-mean climatology // J. Phys. Oceanogr. 1997. V. 27. P. 2418–2447
- [118] *Levitus S.* World Ocean Atlas - CD-ROM Data Set: U.S.Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Environmental Satellite Data and Information Service, National Oceanographic Data Center, Ocean Climate Laboratory. 1994.
- [119] *Levitus S., Boyer T., Conckright M., Johnson D., O'Brrien T., Antonov J., Stephens C., Gelfeld R.* World Ocean Database 1998. 1998. Atlas NESDIS 18, NOAA.
- [120] *Levitus, S., J. Antonov, and T. Boyer* Warming of the world ocean, 1955-2003 // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 22. P. 32–45.
- [121] *Madec, G., Imbard, M.*, 1996. A global ocean mesh to overcome the north pole singularity. Climate Dynamics 12, P. 381–388.

- [122] *Madec G., Delecluse P., Imbard M. and Lévy C.* OPA 8.1 Ocean General Circulation Model Reference Manual. Institut Pierre Simon Laplace des Sciences de l'Environnement Global. Notes du Pôle de Modélisation. 1998. 91 p.
- [123] *Makshas A.P.* The heat budget of Arctic ice in the winter // International Glaciological Society. 1991. Cambridge CB2 1ER UK. 77 p.
- [124] *Marchuk G.I.* Some application of the splitting-up methods to the solution of mathematical physics problems // Applik. mat. 1968, V. 13, № 2.
- [125] *Marchuk G.I., Rusakov A.S., Zalesny V.B., Diansky N.A.* Splitting Numerical Technique with Application to the High Resolution Simulation of the Indian Ocean Circulation // Pure appl. geophys. 2005. V. 162. P. 1407–1429.
- [126] *Marsland, S.J., Haak, H., Jungclaus, J.H., Latif, M., Roeske, F.,* 2003. The Max-Planck-Institute global ocean/sea ice model with orthogonal curvilinear coordinates. Ocean Modelling 5, P. 91–127.
- [127] *Maslowski, W., Newton, B., Schlosser, P., Semtner, A., Martinson, D.,* 2000. Modeling recent climate variability in the Arctic ocean. Geophysical Research Letters 27, P. 3742–3746.
- [128] *Y. Masumoto, H. Sasaki, T. Kagimoto, N. Komori, A. Ishida, Y. Sasai, T. Miyama, T. Motoi, H. Mitsudera, K. Takahashi, H. Sakuma and T. Yamagata.* A Fifty-Year Eddy-Resolving Simulation of the World Ocean. Preliminary Outcomes of OFES (OGCM for the Earth Simulator). // Journal of the Earth Simulator, V. 1, April 2004, P. 35–56.
- [129] *Mellor G.L.* Users Guide for a Three-Dimensional, Primitive Equation, Numerical Ocean Model // Program in Atmospheric and Oceanic Sciences Princeton University, Princeton, 1998, NJ 08544-0710. 42 p.
- [130] *Mesinger F., Arakawa A.* Numerical methods used in atmospheric models // JOC, GARP Publication Series. 1976. V. 1, № 17, Geneva, World Meteorological Organization, C.P. № 5, CH-1211, 64 p.
- [131] *Mitsudera, H., B. Taguchi, Y. Yoshikawa, H. Nakamura, T. Waseda and T. Qu* Numerical Study on the Oyashio Water Pathways in the Kuroshio-Oyashio Confluence // JPO.2004. V. 34. P. 1174–1195.
- [132] *Moshonkin S.N., Bagno A.V., Gusev A.V., and Diansky N.A.* Numerical modelling of oceanic circulation and sea ice in the North Atlantic-Arctic Ocean-Bering Sea region // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2006. V. 21, No. 4. P. 421–443.
- [133] *Murray, R.,* 1996. Explicit generation of orthogonal grids for ocean models. Journal of Computational Physics 126, P. 251–273.
- [134] *Oberhuber J.M.* The OPYC ocean general circulation model // Deutsches Klimarechenzentrum. 1993. Tech. Rep. No 7. Hamburg. 130 p.
- [135] *Ohshima, K. I., D. Shimizu, M. Itoh, G. Mizuta, Y. Fukamachi, S. C. Riser, and M. Wakatsuchi* Sverdrup Balance and the Cyclonic Gyre in the Sea of Okhotsk // JPO. 2004. V. 34 P. 513–525.

- [136] *Osborn T.J.* Thermohaline Oscillations in the LSG OGCM: Propagating anomalies and sensitivity to parameterizations. // J. Phys. Oceanogr. 1997. V. 27, № 10. P. 2233–2255.
- [137] *Pacanovsky R.C., Philander G.* Parametrization of vertical mixing in numerical models of the tropical ocean // J. Phys. Oceanogr. 1981. V. 11. P. 1442–1451.
- [138] *Pacanovsky R.C., Griffies S.M.* The MOM 3.0 Manual. Geophysic Fluid Dynamics Laboratory. NOAA, Princenton, USA, 2000. P. 680.
- [139] *Parkinson, C.L. and Washington W.M.* A large-scale numerical model of sea ice // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. P. 311–337.
- [140] *Phillips N. A.* A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting // J. Meteorol. 1957. V. 14, P. 184–185.
- [141] *Rančić, M., Purser, R., Mesinger, F.,* 1995. A global shallow-water model using an expanded spherical cube: Gnomonic versus conformal coordinates. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 122, P. 959–982.
- [142] *Redi M.* Isopycnal mixing by coordinates rotation // J. Phys. Oceanogr. 1982. V. 12. P. 1154–1158.
- [143] *Jason L. Roberts, Petra Heil, Ross J. Murray, Damien S. Holloway, Nathaniel L. Bindoff.* Pole relocation for an orthogonal grid: An analytic method. // Ocean Modelling, 2006, V. 12, P. 16–31.
- [144] *Roeckner, E., Brokopf, R., Esch, M., Giorgetta, M., Hagemann, S., Kornblueh, L., Manzini, E., Schlese, U., Schulzweida, U.,* 2006. Sensitivity of simulated climate to horizontal and vertical resolution in the ECHAM5 atmosphere model. J. Clim. 19, P. 3771–3791.
- [145] *Saad Y.,* 1994 SPARSKIT: a basic tool kit for sparse matrix computations. Version 2
- [146] *Semtner A.J.* An oceanic general circulation model with bottom topography // Numerical simulation of weather and climate. Technical report № 9. UCLA Department of Meteorology. 1974.
- [147] *Schmidt, F.,* 1977. Variable fine mesh in spectral global models. Contributions to Atmospheric Physics 50, P. 211–217.
- [148] *Smith, R., Gent, P.,* 2004. Reference Manual for the Parallel Ocean Program (POP). Los Alamos Technical Report No. LAUR-02-2484.
- [149] *Smith, R., Kortas, S., Meltz, B.,* 1995. Curvilinear coordinates for global ocean models. Technical Report LA-UR-95- 1146, Los lamos National Laboratory, 36p + figures.
- [150] *Temam R., Ziane M.* Some mathematical problems in geophysical fluid dynamics. Handbook of Mathematical Fluid Dynamics. Amsterdam: Elsevier, 2004. V. 3.
- [151] *Timmermann, R., Goosse, H., Madec, G., Fichefet, T., Ethü, C., Duliüre, V.,* 2005. On the representation of high latitude processes in the ORCA-LIM global coupled sea ice-ocean model. Ocean Modell. 8, P. 175–201.
- [152] *Trenberth, K.E. and J.M. Carron,* 2001. Estimates of meridional atmosphere and ocean heat transports. J. Climate, V. 14, P. 3433–3444

- [153] *Weatherly, J.W. and J.E. Walsh.* The effects of precipitation and river runoff in a coupled ice-ocean model of the Arctic // *Clim. Dyn.* 1996. V. 12. P. 785–798.
- [154] *Weisse R., Mikolajewicz U., Maier-Reimer E.* Decadal variability of the North Atlantic in an ocean general circulation model // *J. Geoph. Res.* 1994. V. 99, No. C6. P. 12,411–12,421.
- [155] *Zalesny V.B.* Numerical simulation and analysis of the sensitivity of large-scale ocean dynamics // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 1996. V. 11. № 6. P. 421–443.
- [156] *Zalesny V.B.* Variability and equilibrium states of World ocean circulation // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 1997. V. 12. № 6. P. 547–567.
- [157] *Zalesny V.B., Gusev A.V.* Mathematical model of the World Ocean dynamics with algorithms of variational assimilation of temperature and salinity fields. // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, 2009, V. 24, № 2, P. 171–191.